Varga József – Ulbert József

A befektetők hasznossági, illetve érték függvényeinek becslési eljárásairól[1]

Ebben a cikkben áttekintjük a hasznossági függvények empirikus becslési eljárásainak legfontosabb, a nemzetközi szakirodalomban már ismert típushibáit: a kikérdezés módjából eredő torzítást, a kockázati dimenziók eltéréseiből eredő hibalehetőségeket, az aspirációs szint hatásait, továbbá az ún. inercia- és kontextus hatásokat.

A tipikus hibák elkerülhetőségének lehetőségét teszteltük saját kutatásunkban, amelynek részeredménye ez a dolgozat. Arra a következtetésre jutottunk, hogy a minta elemszámának növelése, társulva a fenti típushibákkal rendkívüli mértékben megnehezíti a hasznossági függvény becslését. Így elkerülhetetlen a minta bontása viszonylag homogén kockázati magatartással rendelkező csoportokra. Hasonlóképpen szükségesnek látszik kontrollcsoportként a szakértők megkérdezése, ami kutatásunk következő lépcsője lesz. Felül kell továbbá vizsgálni a hasznossági függvények hagyományos becslési eljárásait és jóval nagyobb teret kell szentelni a sztochasztikus dominanciaszabályok segítségével történő megközelítéseknek, amelyek általános bemutatására és összehasonlítására szintén sort kerítünk.

Kulcsszavak: hasznossági függvény, értékfüggvény, kockázati magatartás, sztochasztikus dominancia

JEL kód: A12, C52, D12, D80

A HASZNOSSÁGI (ÉRTÉK)FÜGGVÉNYOSZTÁLYOK

A bizonytalan feltételek melletti döntésekkel foglalkozó közgazdasági és pénzügyi modellek többsége a Neumann–Morgenstern-féle várható hasznosság elméletre épít (Neumann–Morgenstern (1947)), a várható hasznosságot tekintve a bizonytalan feltételek melletti döntés megfelelő *normatív modelljére* (de Finetti 1937, Savage 1954, Harsanyi 1955, Kahnemann és Tversky 1979: 277, Hammond 1988, Broome 1991). Kritikai észrevételeket fogalmaz meg a normatív feltevéssel kapcsolatban Allais (1953), Ellsberg (1961) Loomes és Sugden (1982), továbbá Machina (1982), valamint Schmeidler (1989).

A valószínűségekre általában statisztikai adatokból következtetünk, néha azonban szakértők szubjektív becsléseit alkalmazzuk a valószínűségek meghatározására. A hasznosság értékekre rendszerint a kliensekkel készített interjúkból következtetünk. Az empirikus hasznosságmérés általános feltevése, hogy a kliensek válaszai elemezhetők a vár-

1 Ez a tanulmány a T 035105sz. OTKA – kutatás keretében készült. Ezúton köszönjük a támogatást.

ható hasznosság segítségével. Ezt a feltevést *klasszikus kikérdezési feltevésnek* nevezzük. A klasszikus kikérdezési feltevés lényegét tekintve leíró jellegű, mivel a megfigyelt viselkedésre összpontosít, és logikailag független a normatív feltevéstől. Az e feltevésen alapuló ún. Bernoulli kérdőíves technika lényege, hogy a megkérdezetteket szembesítjük egy virtuális döntési problémával, ami alapján a hasznossági függvény alakjára következtetünk[1].

Jelenleg is vita folyik a szakirodalomban a hasznossági függvény alakját illetően. Az 1a., 1b., 1c. és 1d. ábrák a fontosabb hasznossági függvényeket mutatják be. Az 1a. ábra a klasszikus hasznossági függvényt ábrázolja (Bernoulli 1738, 1954), amely a csökkenő marginális hasznosság fogalmának megfelelően mindenütt konkáv. Ez a hasznossági függvény kockázatelutasítást implikál. A kockázatelutasítás és a konkávitás közti kapcsolat lényege az érték-hasznosság transzformációban rejlik. Hasonlóképpen magyarázható a lineáris transzformáció, mint a kockázatsemleges döntéshozók sajátja, illetve a növekvő határhaszon elvét tükröző konvex hasznossági függvény, amely a kockázatbarát döntéshozókat jellemzi. A döntéshozók nagy része kockázatkerülő, ezért emeltük ki a konkáv hasznossági függvényt (1a. ábra).

Friedman és Savage (1948) szerint az a tény, hogy a befektetők vásárolnak külön biztosítást és lottószelvényeket, valamint egyidejűleg biztosítást és lottószelvényeket is, sőt a legtöbb lottó esetében több magas nyeremény is előfordulhat, arra mutat, hogy a hasznossági függvény két szélső tartományának konkávnak, míg a középsőnek konvexnek kell lennie. Ezt a helyzetet szemlélteti az 1b. ábra. E felfogásban már megjelenik az a gondolat, hogy a hasznossági függvény alakja, illetve vele párhuzamosan a kockázati attitűd is a vagyon, illetve a jövedelem, tágabb értelemben a jóléti állapot függvénye.

„A valószínűségekre általában statisztikai adatokból következtetünk, néha azonban szakértők szubjektív becsléseit alkalmazzuk a valószínűségek meghatározására. A hasznosság értékekre rendszerint a kliensekkel készített interjúkból következtetünk. Az empirikus hasznosságmérés általános feltevése, hogy a kliensek válaszai elemezhetők a várható hasznosság segítségével."

Markowitz (1952) a Friedman–Savage hasznossági függvénnyel kapcsolatos több súlyos problémára hívja fel a figyelmet. Megmutatja azonban azt, hogy ezek a problémák kiküszöbölhetők, ha a Friedman–Savage hasznossági függvény első inflexiós pontja pontosan a döntéshozó jelenlegi vagyonánál van. Ezzel Markowitz bevezeti a döntések vagyon változására történő alapozásának ötletét. Ezért az ilyen hasznossági függvény egyben értékfüggvénynek is tekinthető.

Különféle hipotetikus szerencsejátékok elemzése alapján Markowitz arra a következtetésre jut, hogy az egyedek kockázatelutasítók a veszteségek tekintetében és kockázatkedvelők a nyereségeket illetően addig, amíg a kimenetelek nem szélsőségesek. Szélsőséges kimenetelekre Markowitz szerint az egyedek nem válnak kockázatelutasítókká a nyeremények és kockázatkedvelőkké a veszteségek esetében. A Markowitz javaslata szerinti hasznossági függvény, amint azt az 1c. ábra mutatja, három inflexiós ponttal jellemezhető. A függvény középső, P_1 és P_2 pontok közötti középső szakasza egy fordított S alakú görbe.

A leginkább ismert és vizsgált függvényosztály a kilátás elmélet (prospect theory) Kahnemann és Tversky (1979) által bevezetett S alakú függvények osztálya. A várható hasznosság elméletet megkérdőjelező, de mégis azon alapuló paradigmát Tversky és Kahnemann (1992) kiterjesztette, és megalkotta az ún. kumulatív kilátás elméletet, amelynek a fő jellemzői a következők:

- A befektetők döntéseiket inkább vagyonuk megváltozására, mintsem a teljes vagyonukra alapozzák, ellentétben azzal, amit a várható hasznosság elmélete hirdet. (vö. Markowitz (1952) 155. o.)
- A befektetők egy $V(x)$ értékfüggvény várakozását maximalizálják, ahol x a befektető vagyonának megváltozását és nem a teljes vagyonát jelöli. A $V(x)$ *értékfüggvény* S alakú, $V'(x) > 0$ ($V(x)$ növekvő) minden $x \neq 0$ esetében, $V''(x) > 0$ ($V(x)$ konvex), ha

1 Abban az esetben például, amikor a kliens indifferens a biztos 40 eFt és egy olyan két kimenetelű játék választását illetően, amelyben egyenlő eséllyel 100 eFt, illetve 0 Ft a nyereménye, akkor a klasszikus kikérdezési feltevés szerint 40 eFt a felező pont 100 eFt és 0 Ft hasznossága között.

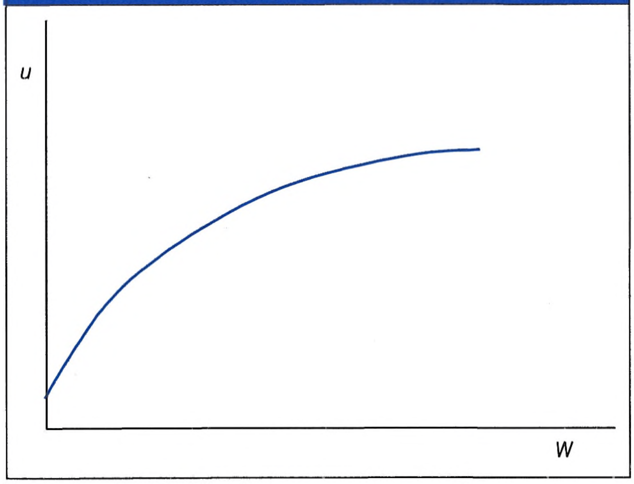
$x < 0$, és $V''(x) < 0$ ($V(x)$ konkáv), az $x > 0$ esetben. Az értékfüggvény paraméterei változhatnak a döntéshozó vagyonától függően (ezért szokásos a $V_w(x)$ jelölés, ahol w a vagyon nagyságát jelöli), de az értékfüggvény S alakú volta általános érvényű minden induló vagyonszint esetében. Pozitív és negatív kimeneteleket egyaránt tartalmazó fogadásokra alapozott kísérleti eredményei alapján Kahnemann és Tversky azt állítja, hogy az értékfüggvény konkáv a nyeremények és konvex a veszteségek esetében, ahogyan azt az 1d. ábra mutatja.

- A befektetők szubjektív módon torzítanak (hibásan értékelnek) bizonyos valószínűségeket. Döntéseiket az F^* szubjektív eloszlás alapján hozzák meg, amely szubjektív eloszlásra $F^* = T(F)$, ahol F az objektív eloszlást jelöli, T pedig olyan szubjektív transzformáció, amely rendelkezik a $T'(\cdot) > 0$, $T(0) = 0$ és $T(1) = 1$ tulajdonságokkal. (Ez a lényeges különbség a kilátás elmélet és a kumulatív kilátás elmélet között.)
- Az alternatív kimenetelek megtervezése, keretbe foglalása erőteljesen befolyásolja a szubjektumok döntéseit (ld. Kahnemann és Tversky (1981)).

A kísérleti tanulmányokban fellelhető fenti négy jellemző alkotja a kilátás elmélet gerincét. Ez az elmélet az utóbbi időben nagy népszerűségre tett szert a közgazdászok körében, számos, közgazdasági modellekkel foglalkozó tanulmány épít rá.

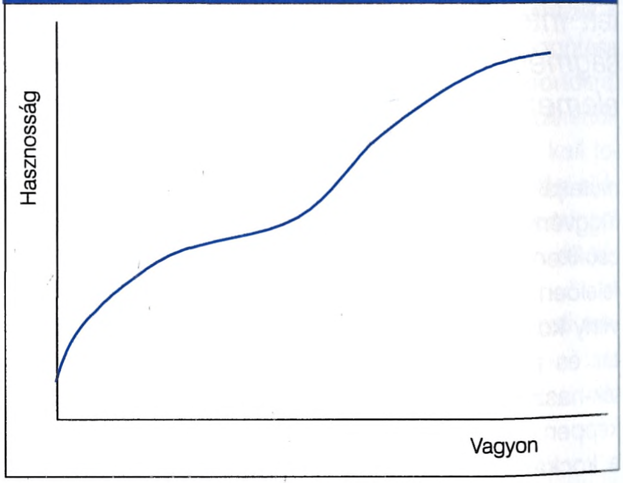
1a. ábra

Kockázatelutasító döntéshozó hasznossági függvénye



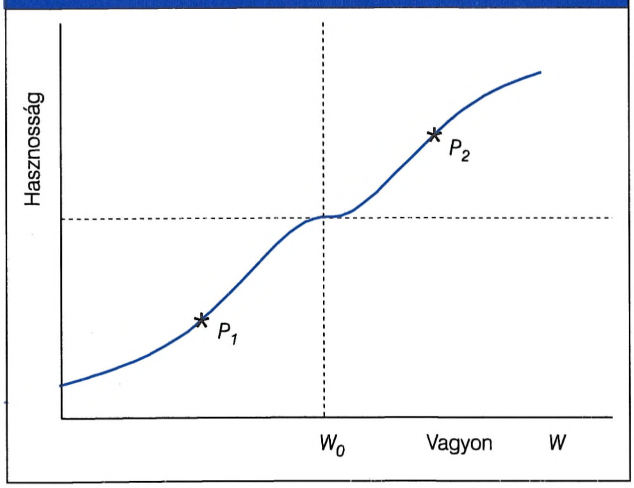
1b. ábra

Friedman-Savage-féle hasznossági függvény



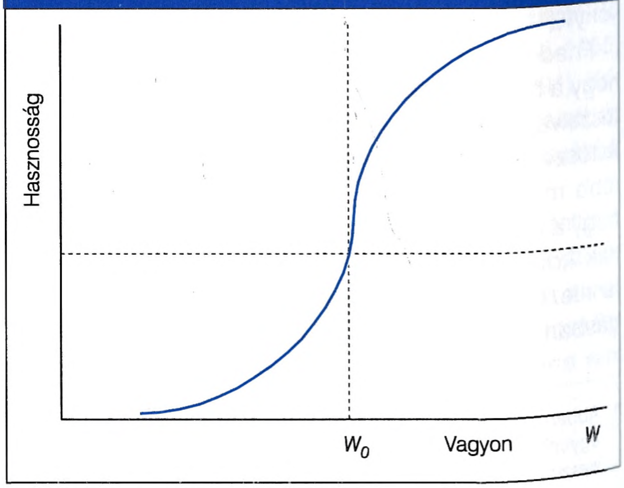
1c. ábra

Markowitz-féle (fordított S alakú) érték/hasznosság függvény



1d. ábra

A kilátás elmélet (S alakú) értékfüggvénye



Thaler (1985) például a fogyasztói magatartás modellezésére alkalmazta a kilátás elmélet elemeit, Benartzi és Thaler (1995) pedig a törzsrészvény prémiumrejtély magyarázatára használta fel. Számos tanulmány vizsgálta a kilátás elmélet következményeit az eszközárazásban (Levy et al. (2000), Barberis et al.(2001)) és az eszközallokáció területén ((Shefrin és Statman (1993), valamint Levy (2000)). Nagyon sok kísérleti és tapasztalati megfigyelést használtak fel a kilátás elmélet ellenőrzésére, amelyek jelentős része alátámasztja az elméletet.

A HASZNOSSÁGI ÉS ÉRTÉKFÜGGVÉNYEK ALAKI TULAJDONSÁGAINAK VIZSGÁLATÁRA ALKALMAZOTT MÓDSZEREK

Amikor a kutatók a hasznossági, illetve értékfüggvényt vizsgálják, akkor általában a függvény alakját kívánják jellemezni, vagyis a konvex, illetve konkáv tartományokat próbálják meghatározni mind a pozitív tartomány (nyereségek), mind pedig a negatív tartomány (veszteségek) oldalán.

Problémák származhatnak azonban abból, ha a kliens nem a várható hasznosság elvével összhangban levő válaszokat ad. Ekkor ugyanis a klasszikus kikérdezési feltevés torzított hasznosságértékeket eredményezhet, sőt ellentmondásra is vezethet, ha az adatokban inkonzisztencia rejlik. (Ld. Richardson 1994, 7–10. o.).

Minden ilyen tapasztalat sérti a klasszikus kikérdezési feltevést. Ellentmondásokat valóban felfedeztek a hagyományos hasznosságmérésekben. Számos kísérleti tanulmány (Karmarkar (1978) és McCord és Neufville (1986) rámutatott arra, hogy a biztonságos egyenértékes (CE) módszerrel becsült hasznossági függvény az alkalmazott valószínűségektől függ.

Hershey és Schoemaker (1985) szisztematikus eltérést figyelt meg a CE módszer és a valószínűségi egyenértékes (PE) módszer között. Azoknak a módszereknek az alkalmazásakor, amelyekben kockázatmentes és kockázatos opciókat hasonlítunk össze, torzítások fordulhatnak elő, mutatott rá Davidson et al. (1957), illetve Officer és Halter (1968, 259. o.). Igazolták, hogy a becsült hasznossági függvény alakját befolyásolják, és feltehetőleg torzítják is a következő tényezők:

- a kikérdezés módjából eredő torzítás,
- a kockázati dimenziók (a valószínűségek és a kimeneteli értékek szintjei által gerjesztett torzítás),
- az aspirációs szint (lottók értelmezési tartománya) hatásai,
- az inercia hatások (kockázatviselő), és
- a kontextus hatások.

Torzítás alatt a várható hasznosság elmélet axiómáinak megsértését értjük. Az elvégzett kísérletek eredményei, valamint az ezzel kapcsolatos nagyszámú tagadhatatlanul létező evidencia arra engednek következtetni, hogy a hagyományos várható hasznosság elméletet módosítani szükséges, ha azt akarjuk, hogy az a bizonytalan feltételek melletti választás deskriptív és normatív modellje legyen.

Tanulmányunkban saját kutatási eredményeink felhasználásával egy sor olyan kérdést vetünk fel, amelyek jelentős hatással vannak a bizonytalan feltételek melletti választás elemzésére.

KIKÉRDEZÉSI MÓDSZEREK

A vizsgálatokban általában felteszik, hogy Neumann–Morgenstern (NM) hasznossági függvényeket konstruálnak ún. standard referencialottók segítségével úgy, hogy a megkérdezett személyek közömbösségi döntéseket hoznak egy biztos (kockázatmentes) ajánlat és egy két kimenetelű játék (a szakirodalomban gyakran használt elnevezéssel lottó) között választva. A kikérdezési interjú során tehát a döntéselemző a következő választási lehetőséget mutatja be a kliensnek:

$$S \text{ versus } \begin{cases} p & G \\ 1-p & L \end{cases}$$

„Torzítás alatt a várható hasznosság elmélet axiómáinak megsértését értjük. Az elvégzett kísérletek eredményei, valamint az ezzel kapcsolatos nagyszámú tagadhatatlanul létező evidencia arra engednek következtetni, hogy a hagyományos várható hasznosság elméletet módosítani szükséges, ha azt akarjuk, hogy az a bizonytalan feltételek melletti választás deskriptív és normatív modellje legyen.”

ahol S a biztos kifizetés, P a G pénzösszeg megnyerésének valószínűsége, L pedig a lottó alsó kimeneteli értéke. Természetesen $0 < p < 1$ és $L < S < G$. Megjegyezzük, hogy L és G inkább relatív, mint abszolút mennyiségek, ezért előjeleiket tekintve nincsenek megkötések. A négy változóból hármat a döntéselemző határoz meg, míg a negyediket egy közömbösségi értékelés segítségével határozzuk meg úgy, hogy fennálljon:

$u(S) = p \cdot u(G) + (1-p) \cdot u(L)$,

ahol $u(\cdot)$ a hasznossági függvényt jelöli.

Ezért azután az NM hasznossági függvények konstruálásának lényegében négy különböző módszere létezik:

1. a biztonságos egyenértékes (CE) módszer, amely szerint a kliens választ egy S indifferenciaszintet adott P, G és L értékek mellett,
2. a valószínűségi egyenértékes (PE) módszer, amely esetében adott G, L és S értékek mellett a P-re vonatkozó közömbösségi szint meghatározása történik,
3. a nyereség egyenértékes (GE) módszer, ahol a G véletlentől függő kimenetel meghatározása történik, P, L és S pedig rögzítettek,
4. a veszteség egyenértékes (LE) módszer, amely szerint a véletlentől függő L kimenetelt határozzuk meg rögzített P, G és S értékek mellett.

Így tehát a döntéselemzőnek mindenekelőtt azt kell eldöntenie, hogy a fenti kikérdező módszerek közül melyiket alkalmazza. A szakirodalom tanúsága szerint napjainkig legtöbbször a CE és a PE módszereket alkalmazták.

A PE módszer alkalmazásakor a kliens két opcióval szembesül: egy biztos (kockázatmentes) S kimenetellel és egy $(p, G; L)$ lottóval, ahol $G \geq S \geq L$. A P valószínűség változó, és azt kérdezzük a klienstől, hogy milyen P érték mellett indifferens a két opciót illetően.

Az

$S \sim (p, G; L)$ (1)

ún. PE indifferenciából

$u(S) = p \cdot u(G) + (1-p) \cdot u(L) = p$ (2)

következik, vagyis függvénytani fogalmakkal az u hasznossági függvény értéke az S helyen P.

A CE módszer alkalmazásakor a kliensnek szintén két opciót kell összehasonlítania, az S^* biztos kimenetelt és a $(q, G; L)$ lottót, most azonban az indifferencia az S^* változtatásával érhető el. A várható hasznosság alapján az eredményül adódó

$S^* \sim (q, G; L)$ (3)

CE indifferencia az

$u(S^*) = q \cdot u(G) + (1-q) \cdot u(l) = q$ (4)

egyenlőségre vezet.

„A kliensek nagyobb fokú kockázatelutasítása nyilvánul meg a PE kérdésekre adott válaszokban, mint a CE kérdések esetében. Ezért fogalmaztuk meg többször hivatkozott saját kutatásunkban is hipotézisként ezt. Eredményeink megerősítették a fenti következtetéseket. Bár a nagyobb mintaelem-szám miatt ettől jóval árnyaltabb képet kaptunk.”

Tegyük fel, hogy a (4) egyenletben szereplő q egyenlő a (2) egyenletbeli P értékkel. A várható hasznosság feltétel mellett ekkor a (4)-beli S^*-nak meg kell egyeznie a (2)-beli S értékkel. Hershey és Schoemaker (1985) és más empirikus tanulmányok szerint (Pl. Delquie (1993), Morrison (2000), Slovic et al. (1990)) azonban a legtöbb kliens esetében $S^* > S$.

A kliensek nagyobb fokú kockázatelutasítása nyilvánul meg a PE kérdésekre adott válaszokban, mint a CE kérdések esetében. Ezért fogalmaztuk meg többször hivatkozott saját kutatásunkban is hipotézisként ezt. Eredményeink[1] megerősítették a fenti következtetéseket. Bár a nagyobb mintaelem-szám miatt ettől jóval árnyaltabb képet kaptunk.

Az 1200 fős, a legtöbb szociológiai változó tekintetében szignifikáns mintán végzett Bernoulli lekérdezés két módszere a PE, illetve a CE metódus volt. Mindkét módszer keretében 8–8 kérdést tettünk fel a klienseknek, amelyek csak abban tértek el egymástól, hogy más kockázati dimenziókat (valószínűségi szintet) alkalmaztunk, illetve, hogy a lottók értelmezési tartománya eltérő volt. A kérdésekben közös, hogy a biztonságos ekvivalens mindig éppen a várható érték és a kérdések a veszteség elkerülésére vonatkoznak.

1 Legfontosabb eddigi eredményeinket korábban már publikáltuk ld. Ulbert-Csanaky (2004).

Mintaként közlünk egy CE–PE kérdéspárt:

Felsorolok Önnek néhány kockázatvállalási lehetőséget. Kérem, válasszon a kérdések után található lehetőségek közül:

CE típusú kérdés: Olyan helyzetbe került, hogy 50% eséllyel elveszít 20 ezer forintot. Hajlandó lenne-e 10 ezer forintot fizetni, hogy elkerülje ezt a helyzetet?

PE típusú kérdés: 10 ezer forint megfizetésével elkerülhet egy olyan helyzetet, amelyben 20 ezer forintot veszít. Hajlandó lenne megfizetni ezt az összeget, ha 50% az esélye a 20 ezer forintos veszteségnek?

Három válaszlehetőséget kaptak a megkérdezettek: *igen, nem, nem tud választani*. Az igen válaszokat úgy értékeltük, hogy a válaszadó nem vállalja a kockázatot (azaz a CE-t választja, nem a kockázatos tételt), a nem válaszokat kockázatvállalásnak tekintettük (ahol a kliens a kockázatos tételt részesítette előnyben a CE-vel szemben), míg a válaszolni nem tudókat bizonytalannak tekintettük. Utóbbiakat kockázatkerülőnek tekinthetjük, hiszen nem vállalták a kockázatot.

Egyértelműen megfigyelhető, hogy minden kérdéspár esetén a bizonytalanok és a kockázatot nem vállalók együttes aránya nagyobb a PE típusú kérdésekben, mint a CE típusúakban, azaz a fenti hipotézis igazoltnak tekinthető. A részletes eredményeket a következő fejezetben bemutatott táblázatokban közöljük.

Ezen túlmenően a minta szociológiai összetételéből adódó legfontosabb szignifikáns megállapításaink a következők voltak[1]:

- a nők között sokkal nagyobb volt a nem kockáztatók és a bizonytalanok aránya, mint a férfiak között,
- a férfiak között szignifikánsan nagyobb volt a kockázatvállalók aránya,
- a fiatalabb korosztályokban nagyobb a kockáztatók aránya,
- a nyugdíjas korosztály tipikusan kockázatelutasító,
- az általános iskolai végzettséggel rendelkezők kockázatelutasítók,
- a diplomások inkább kockázatvállalók,
- az alsó két jövedelmi kategóriában a bizonytalanok aránya magas,
- a magas jövedelműek hajlamosabbak kockázatot vállalni.

Ez alapján megállapíthatjuk, hogy a nem, az életkor és az iskolai végzettség, valamint a jövedelmi helyzet egyaránt befolyásolja a válaszokat, viszont ezen szociológiai háttérváltozók közül egyik sem mutatkozott szignifikánsnak a PE–CE kérdések összehasonlításakor. Ez azt jelenti, hogy a kikérdezési módszerbeli, általunk is regisztrált eltérések szociológiai háttérváltozókkal nem magyarázhatók.

KOCKÁZATI DIMENZIÓK

Egy másik fontos kérdés a lottó dimenzióinak a meghatározása. Nevezetesen az, hogy milyen valószínűség- és kimenetelszinteket kell alkalmaznunk a kockázati preferenciák kikérdezésekor? Ha a hasznossági függvény alakja függ *G* a *L* és magnitúdókkal összefüggő végpontoktól, és/vagy az alkalmazott *P* értékektől, akkor ezeknek az értékeknek az alkalmazásától óvakodnunk kell a referencialottók halmazának tervezésekor. Emlékeztetünk arra, hogy az elmélet szerint a szintek megválasztása tetszőleges. A hasznosságelmélet helyettesítési és más axiómái következményeként az 50–50% esélyű referencialottók felhasználásával konstruált NM hasznossági függvény feltételezhetően ugyanolyan alakú, mint az, amelyet például 20–80% esélyű referencialottók felhasználásával nyerünk. Látni fogjuk azonban, hogy nem ez a helyzet a valószínűségi torzulások következtében.

„Egyértelműen megfigyelhető, hogy minden kérdéspár esetén a bizonytalanok és a kockázatot nem vállalók együttes aránya nagyobb a PE típusú kérdésekben, mint a CE típusúakban."

Döntéshozatali konfliktus adódik akkor, ha a választási lehetőségek jelentős előnyöket és hátrányokat mutatnak egymással szemben, vagyis ha jelentős a bennük foglalt kompromisszumkényszer. Például, ha egy nagyvárosi és egy vidéki hasonló állásajánlat között kell döntenünk, nagyobb konfliktust je-

1 Ezek a megállapítások tökéletesen alátámasztják kutatásaink kockázatészlelésre vonatkozó alaphipotéziseit (ld. Ulbert-Csanaky 2004)

lent, mint ha két hasonló nagyvárosi állásajánlat közül kell választanunk. Ugyanígy egy drága, magas technológiai szintet képviselő és egy jelentősen olcsóbb, alacsonyabb technológiai szintű fogyasztási cikk közötti választás nagyobb konfliktust eredményez, mint két alacsonyabb technológiai szintű olcsóbb fogyasztási cikk közötti választás. A kockázatos választások esetében a konfliktus jelentős lehet, ha az egyik alternatíva vagy sokkal jobb vagy sokkal rosszabb kimenetelhez vezet, mint a másik. Általános értelemben, ha a választási alternatívákat az attribútumok többdimenziós terének pontjaiként fogjuk fel, akkor nagyobb konfliktust a választási alternatívák nagyobb távolsága, vagyis a nagyobb különbözőség jelent.

„Döntéshozatali konfliktus adódik akkor, ha a választási lehetőségek jelentős előnyöket és hátrányokat mutatnak egymással szemben, vagyis ha jelentős a bennük foglalt kompromisszumkényszer. Például, ha egy nagyvárosi és egy vidéki hasonló állásajánlat között kell döntenünk, nagyobb konfliktust jelent, mint ha két hasonló nagyvárosi állásajánlat közül kell választanunk."

Az olyan opciók esetében, amelyekben a kimeneteli értékek pénzösszegek, amelyeket bizonyos valószínűséggel szerezhetünk meg, a nagy valószínűséggel kis pénzösszeg, illetve kis valószínűséggel nagy pénzösszeg megszerzése felel meg a fenti helyzeteknek. A nagy konfliktusszint a nagy potenciális megbánással kapcsolatos. A konfliktus befolyásolja a döntéshozó választását, megnehezíti a döntést és megnöveli a válasz megbízhatatlanságát. Ugyanakkor a nagyobb döntési konfliktus több információt tár fel az egyén preferenciáiról, és így csökkenti a preferencia-modell-becslés megbízhatatlanságát.

Saját kutatásunkban is igyekeztünk a lottók halmazát úgy összeállítani, hogy azok lehetőség szerint minden valószínűségtartományban megjelenjenek: így találhatunk a kérdések között olyanokat, amelyek 5% valószínűséget rendelnek a veszteséghez, és vannak olyanok is, amelyek 50%, illetve 95% valószínűséget.

Sokkal problematikusabb volt a kimenetek tartományának meghatározása, hiszen az általunk megismert kérdőívek nem Magyarországon készültek, itt nyilván nem forint dimenzióban adottak, hanem zömmel dollárban.

Hasonlóképpen nehézséget okozott az is, hogy kutatásunkban lakossági mintát kérdeztünk le, ami meglehetősen heterogén összetételű, különösen a vagyoni, illetve jövedelmi helyzet tekintetében. Ilyen mértékű heterogenitással az általunk megismert külföldi kutatásoknak nem kellett számolni, hiszen ezek a kérdőíves kutatások általában sokkal kisebb méretű, semmiképpen nem reprezentatív és jövedelmi helyzet szempontjából vélhetően jóval homogénebb mintákon történtek[1].

E problémákat tetézte, hogy nyilvánvaló módon nem elégséges a hazai mintán úgy beállítani a lottók kimeneti tartományát, hogy az általunk ismert külföldi kutatásokban alkalmazott, dollárban kifejezett kimeneti értékeket egyszerűen átkonvertáljuk forintra.

E megfontolásokat figyelembe véve arra a következtetésre jutottunk, hogy a lottók kimeneti tartományát meglehetősen szélesre kell vennünk, azok az 5 ezer – 500 ezer forint közötti tartományban vannak.

Az alábbiakban közölt táblázatokból leolvasható, hogy a lottók kimeneti tartománya és a hozzárendelt valószínűségek hogyan befolyásolják a PE–CE kérdéspárokra adott válaszok eltéréseit. Gyakorlatilag nincs eltérés a kétféle kérdésre adott válaszok között akkor, ha a kis kimenethez kis bekövetkezési valószínűség társul (7. sz. tábla: 5 ezer forint 5 százalékos valószínűség mellett). Ez magyarázható azzal, hogy viszonylag csekély az az összeg (mindössze 250 forint), amellyel elkerülhető a nagyobb összegű veszteség, ezért igen kevesen (a megkérdezettek 19,3 százaléka) kockáztatnak.

Figyelemre méltó ugyanakkor, hogy a viszonylag nagynak számító 200 ezer forintos veszteség és a hozzá társuló magas (95%) bekövetkezési valószínűség szintén elveszi a kedvét a megkérdezetteknek attól, hogy kockáztassanak (6. sz. tábla). Ugyanakkor itt is csak jelentéktelen különbség van a CE–PE párokra adott válaszok között.

Minden köztes kérdésre meglehetősen vegyes képet kaptunk, amelyek közös jellemzői:

1 Általában két irányzat figyelhető meg a minta összeállításánál: vagy döntéselméleti alapokkal felvértezett egyetemi hallgatóságot kérdeznek meg, vagy vállalatvezetők homogén csoportját.

- hogy kimeneti összegtől függetlenül a közepes (értsd 50 százalékos) mértékű bekövetkezési valószínűségek esetén regisztráltuk a legnagyobb eltéréseket a PE–CE párok között (1. sz. tábla és 4. sz. tábla),
- minden PE–CE pár vonatkozásában az induló hipotézis, amely szerint a kliensek nagyobb fokú kockázatelutasítása nyilvánul meg a PE kérdésekre adott válaszokban, mint a CE kérdések esetében, beigazolódott.

1. táblázat
10 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 50% eséllyel elveszít 20 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	370	30,8	702	58,5	128	10,7
PE	296	24,7	748	62,3	156	13,0

2. táblázat
90 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 90% eséllyel elveszít 100 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	229	19,1	817	68,1	154	12,8
PE	227	18,9	796	66,4	177	14,7

3. táblázat
10 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 5% eséllyel elveszít 200 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	621	51,8	471	39,2	108	9,0
PE	592	49,3	456	38,0	152	12,7

4. táblázat
2,5 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 50% eséllyel elveszít 5 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	249	20,8	829	69,1	122	10,1
PE	211	17,6	836	69,7	153	12,7

Összegzésképpen annyit állapíthatunk meg, hogy a kimenetek és a valószínűségek egyaránt befolyásolják a kliensek PE–CE párokra adott válaszainak eltéréseit. Az eltérés mértéke azonban a viszonylag kicsi (7. sz. tábla) és a viszonylag nagy (6. sz. tábla) bekövetkezési valószínűség tartományokban a legkisebb. Megvizsgáltuk ugyanis, hogy a megkérdezettek mennyire tartottak ki álláspontjaik mellett, és azt tapasztaltuk, hogy ebben a két esetben voltak leginkább konzekvensek.

5. táblázat
10 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 10% eséllyel elveszít 100 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	616	51,3	476	39,7	108	9,0
PE	542	45,2	512	42,7	146	12,1

6. táblázat
190 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 95% eséllyel elveszít 200 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	213	17,8	837	69,8	150	12,4
PE	204	17,0	802	66,8	194	16,2

7. táblázat
250 Ft fizetésével elkerülheti, hogy 5% eséllyel elveszít 5 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	232	19,3	827	68,9	141	11,8
PE	232	19,3	809	67,4	159	13,3

8. táblázat
25 ezer Ft fizetésével elkerülheti, hogy 5% eséllyel elveszít 500 ezer Ft-ot.

	kockáztat		nem kockáztat		nem tud dönteni	
	fő	%	fő	%	fő	%
CE	628	52,3	453	37,8	119	9,9
PE	563	46,9	470	39,2	167	13,9

Akik a fenti két esetben rendre a CE kérdéssorra kockázatelutasító választ adtak, azok 71,2–78,4 százalékban a PE kérdéssorban is kockázatelutasítók voltak. A CE-re kockázatelutasító választ adók 25,9–15,9 százaléka viszont kockázatot vállalt a PE kérdéssorban ugyanennél a kérdésnél. A CE kérdéssorban bizonytalan választ adók 83,7–75,2 százaléka konzekvensen kitartott válasza mellett a PE kérdés során is. Míg a CE-bizonytalanok 14,1–16,2 százaléka a PE kérdéssorban már kockáztatatott volna. A

CE-kockáztatók 87,4–79,6 százaléka a PE kérdésre is kockázatvállalónak minősült.

Mindez azt sugallja, hogy létezhet a preferenciák hatékony méréséhez optimális konfliktusszint. Hasznos lenne megfelelő módszert találni a konfliktusmérték és a modellezés pontossága közötti kölcsönhatás elemzésére. E próbálkozásunk talán az ezen az úton tett első lépésnek tekinthető.

ASPIRÁCIÓS SZINT, AVAGY A PREFERENCIALOTTÓK ÉRTELMEZÉSI TARTOMÁNYA

Az elemző által meghozandó harmadik döntés a kimenetelek tartományának meghatározásával kapcsolatos döntés. Három lottótípust különböztetünk meg, nevezetesen a *tiszta veszteség típusú* lottókat ($L < G \leq 0$), a *kevert típusú* lottókat ($L < 0$ *és* $G > 0$) és a *tiszta nyereség típusú* lottókat ($G > L \geq 0$). Természetesen a várható hasznosságmodell szerint tetszőleges megközelítési mód választható, mivel az elmélet szerint (pozitív lineáris transzformációktól eltekintve) ugyanaz a függvényalak áll elő. Ezért egy a [–$15 000, $15 000] intervallumon értelmezett *kevert típusú lottó* alkalmazásával konstruált NM függvénynek azonosnak kell lennie azzal a függvénnyel, amelyet ennek az intervallumnak a pozitív és negatív részintervallumaihoz tartozó tiszta lottók alkalmazásával nyerünk. A gyakorlatban azonban ezek a függvények jelentősen különbözhetnek az aspirációs szintek és feltehetőleg más tényezők következtében.

Tekintettel arra, hogy a saját kutatásunk részét képező megkérdezés a költségtakarékosság jegyében egy omnibusz kutatás része volt, továbbá maga a kérdőív sem egyszerű, ezért nem állt módunkban csak egyféle (tiszta veszteség) típusú lottókat alkalmazni.

INERCIAHATÁSOK: A KOCKÁZATVISELŐ MEGHATÁROZÁSA

A döntéselemző negyedik döntése azzal kapcsolatos, hogy a választási lehetőségeket milyen módon jeleníti meg a döntéshozó számára. Az egyik lehetőség szerint a kliensnek el kell fogadnia a kockázatot, a másik szerint a kockázat átruházható. Kérdezheti például azt, hogy (minimum) mennyiért hajlandó a döntéshozó árusítani egy adott lottót (vagyis ebben az esetben a döntéshozó átruházza a kockázatot), de kérdezheti azt is, hogy hajlandó-e elcserélni egy biztos ajándékot erre a lottóra (vagyis a döntéshozó ebben az esetben elfogadja a kockázatot). A második eset pszichológiai szempontból teljesen különbözik az elsőtől, vagyis a kockázat átruházása esetétől, az inercia (tehetetlenségi) hatások miatt.

A fenti okok miatt szintén csak egyféle (kockázat elfogadás) megközelítést alkalmaztunk saját kísérletünkben.

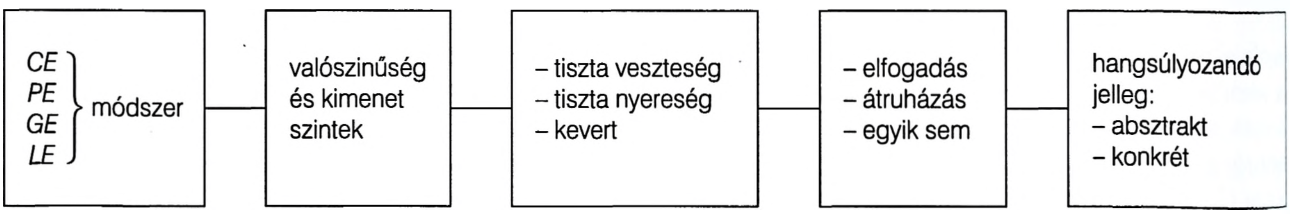
A DÖNTÉSI KONTEXTUS

Végül a döntéselemzőnek választania kell egy döntési kontextust az alkalmazott referencialottók számára. A kikérdezési eljárásnak ez az aspektusa azért fontos, mert különböző szóhasználat, írásmód vagy szcenáriók alkalmazása különböző kockázati preferenciaállításokat eredményezhet. Ha a vizsgálat tárgyát képező választások strukturálisan azonosak, akkor az ilyen kontextusbeli eltérések nem feltétlenül hatnak a hasznossági függvényre. Tekintettel azonban arra a tényre, hogy a különböző kontextusok gyakran különböző szempontokat hangsúlyoznak, és az emberek különböző módon dolgozzák fel a nyert információt, az eltérő döntési kontextusok inkonzisztens válaszokat indukálhatnak.

Ezt a problémát a tapasztalt piackutatók ismerik. Ezért igyekeztünk olyan kérdéseket feltenni, illetve azokat úgy megfogalmazni, hogy megfeleljenek a heterogén összetételű (különös tekintettel az iskolázottsági különbségekre) minta által támasztott követelményeknek, azaz mindenki számára érthetők legyenek.

A következő diagramon szemléltetjük azt az öt választási típust, amellyel a döntéselemzőnek explicit vagy implicit módon szembesülnie kell.

A következőkben megmutatjuk, hogy az öt választás mindegyike nem normatív módon befolyásolja a hasznossági függvényt.



Elemzésünket részben Fishburn és Kochenberger dolgozata, valamint az empirikus hasznossági függvényekkel foglalkozó számos más kutatás eredményeit bemutató publikáció motiválta. Ezekben a dolgozatokban a hasznossági függvényeket nettó jelenértékre, befektetési hozamokra vagy egyszerűen nettó pénzértékben mért nyereségekre, illetve veszteségekre értelmezték. Egyes tanulmányok üzleti kontextusokat, mások személyes kontextusokat, megint mások mindkettőt felhasználták.

Fishburn és Kochenberger minden függvény értelmezési tartományát felbontotta egy alsó és egy felső célszegmensre, és lineáris, hatvány-, illetve exponenciális függvényt illesztett külön-külön mindegyik részadathalmazra. A 30 vizsgált grafikonból 28-at jellemzett a Fishburn-Kochenberger tanulmány konkáv (kockázatkerülő) és/vagy konvex (kockázatkedvelő) szegmenseket tartalmazókként a következő megoszlásban:

9. táblázat.
A hasznossági függvény alaki vizsgálata

	Konkáv felül	Konvex felül	Összes
Konvex alul	13	5	18
Konkáv alul	3	7	10
Összes	18	12	28

A fennmaradó kettő lineáris függvény volt. Százalékos megoszlásban az alsó célszegmensben a becsült hasznossági függvények 64 százaléka volt konvex, a felső célszegmensbeli függvényeknek pedig 57 százaléka volt konkáv. A vegyes alakú függvények többsége konvex–konkáv (46%), majd 26 százalékkal a konkáv–konvex alakú függvények következnek.

Kétségek merülhetnek fel azoknak a hasznossági függvényeknek az összevont értékelésével kapcsolatban (például a Fishburn–Kochenberg tanulmányban), amikor is a hasznossági függvények különböző kikérdezési eljárásokon alapultak. Ha például az értékfüggvényt CE közelítéssel vizsgáljuk, akkor nem kapunk egyértelmű választ arra a kérdésre, hogy a függvény konvex vagy konkáv. Ennek igazolására tekintsük a {–$900, 1/3; $1500, 2/3} lottót, és tegyük fel, hogy *CE* = $600. Ez a biztonságos egyenértékes megmagyarázható egy szokásos hasznossági függvénnyel, amelyik mindenütt konkáv, de megmagyarázható egy *S* alakú vagy akár fordított *S* alakú függvénnyel is. A 2. ábra ezt az esetet mutatja a fenti lottóval. A lottó várható értéke $700, és amint azt az ábra mutatja, akár az egyszerű kockázatelutasító *u* hasznossági függvény, vagy az *S* alakú *v* értékfüggvény megmagyarázza a lottóhoz rendelt $600 biztonságos egyenértékest. A CE módszer alkalmazásával tehát gyakorlatilag nem következtethetünk a preferencia alakjára kevert lottó esetében. Ennek a nehézségnek a kiküszöbölésére külön-külön vizsgálják a nyereség-, illetve a veszteségoldalt, amikor a CE módszert alkalmazzák. Ez a módszer azonban nem valóságos helyzetet mutat be a kísérletben résztvevő döntéshozóknak, hiszen a valóságban látszólag minden befektetés – részvény-, kötvény-, opció-, ingatlanvásárlás – pozitív és negatív tartományokból egyaránt származó lehetséges kimenetelekkel jár véletlen eloszlásban. A kísérlet kereteinek a kijelölése ezért rendkívül fontos elem. Lehetséges, hogy a nem valóságos kimenetelek, olyan hipotetikus eloszlással, amellyel a befektetők a valóságban sohasem találkoznak, jelentősen torzítják az eredményeket. A CE módszer további hátránya, hogy a lehetséges választások között biztos kifizetések szerepelnek, ez pedig erőteljesen befolyásolja a választásokat. Ezért a CE módszer esetében nem tudhatjuk, hogy a döntéshozó választásai *S* alakú függvényt, a valószínűség rossz értelmezését vagy mindkettőt jelzik. Célszerűnek látszik tehát olyan módszert alkalmazni, amelyben nem szerepel biztos kifizetés, ezért nincsen „biztonsági effektus". A későbbiekben ilyen módszert vizsgálunk. (2. ábra)

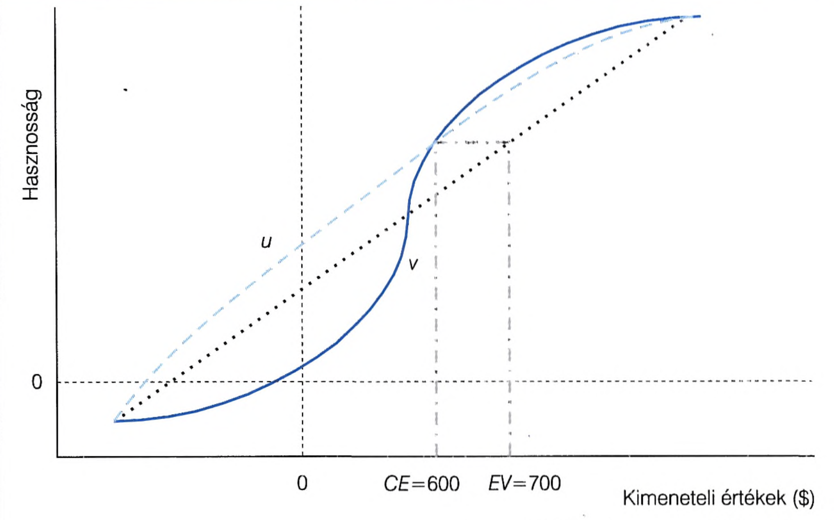
Saját kutatásunkban is éppen a CE módszer bizonytalansága miatt nem került sor arra, hogy a kockázati attitűd és a kockázatészlelés szempontjából homogén kockázati csoportok[1] tipikus hasznossági függvényét megszerkesszük.

Ezen túl azonban még egy komoly problémába ütköztünk. Jelesül arról van szó, hogy a homogenizált csoportok válaszai alapján egyénileg szerkeszthető hasznossági függvények aggregálásának problémáját nem tudtuk kielégítő módon megoldani. Tulajdonképpen ugyanazzal a problémával szembesültünk,

1 Négy csoportot képeztünk: az ii-csoportba az erősen kockázatkerülők, az ni-csoportba az egyértelműen, de az előző csoportnál kevésbé intenzíven kockázatkerülők kerültek, az in-csoportba a kérdőívet nem kellő gondossággal kitöltők, míg az nn-csoportba azok kerültek, akik zömmel szintén kockázatkerülők, de a csoportban szerepelnek a kockázatbarát döntéshozók is. Ez utóbbi a legkevésbé homogén összetételű. (Bővebben ld. Ulbert–Csanaky 2004)

2. ábra

Kevert lottó biztonságos egyenértékese



mint azok a kutatók, akik a társadalmi hasznossági függvényt szeretnék megszerkeszteni, ugyanis még a homogenizált csoportok egyedei között is szignifikáns eltérések tapasztalhatók, amelyek súlyozással sem vonhatók össze egy tipikus, az adott csoportot jól reprezentáló függvénybe.

Ugyanígy önmagában a minta elemszáma is megnehezítette a dolgunkat, ezért más megoldást kellett keresnünk. Nem az egyedek hasznossági függvényeinek valamilyen aggregálásával állítható elő az adott kockázati attitűddel rendelkező csoport általánosítható hasznossági függvénye, hanem éppen fordítva. Előzetesen rögzítünk néhány az adott kockázati attitűdre jellemző hasznossági függvényre vonatkozó feltételt, azaz tipikusnak nevezhető függvényosztályokkal dolgozunk, amelyeket a sztochasztikus dominancia szabályok segítségével képezhetünk[1].

SZTOCHASZTIKUS DOMINANCIASZABÁLYOK

Az 1a., 1b., 1c. és 1d. ábrákon bemutatott hasznossági, illetve értékfüggvények felhasználásával természetes módon adódnak sztochasztikus dominanciaszabályok a befektetők preferenciáinak leírására.

A kilátás elmélet *S* alakú értékfüggvénye (1c. ábra) felhasználásával a proszpekt sztochasztikus dominancia (PSD), a Markowitz-féle fordított *S* alakú érték/hasznossági függvény segítségével pedig a Markowitz sztochasztikus dominancia (MSD) szabály fogalmazható meg. A sztochasztikus dominancia megközelítés azért előnyös, mert olyan döntési szabályokat határoz meg, amelyek bizonyos függvényosztályok minden függvényére érvényesek, továbbá elkerülhető az ún. biztonsági effektus, mivel kevert lottók is alkalmazhatók. A PSD kritérium például minden *S* alakú értékfüggvény, az MSD kritérium pedig minden fordított *S* alakú hasznossági/értékfüggvény esetében érvényes.

„A kilátás elmélet a döntéseket a vagyon megváltozására, míg a várható hasznosság elmélet a döntéshozó teljes vagyonára alapozza. Ha azonban egy lottó kimenetelei a vagyon megváltozása értelemben adottak, és a lottó elsőfokú sztochasztikus dominancia (FSD) vagy másodfokú sztochasztikus dominancia (SSD) értelemben dominánsa egy másiknak, akkor a dominanciareláció akkor is fennáll, ha a kimenetelek teljes vagyon értelemben adottak, bármilyen kezdeti vagyon esetében.”

A kilátás elmélet a döntéseket a vagyon megváltozására, míg a várható hasznosság elmélet a döntéshozó teljes vagyonára alapozza. Ha azonban egy lottó kimenetelei a vagyon megváltozása értelemben adottak, és a lottó elsőfokú sztochasztikus dominancia (FSD) vagy másodfokú sztochasztikus dominancia (SSD) értelemben dominánsa egy másiknak, akkor a dominanciareláció akkor is fennáll, ha a kimenetelek teljes vagyon értelemben adottak, bármilyen

1 Kutatásunkban ez a következő lépés lesz, amikor a szakértők kérdőívét állítjuk össze, a leírt szempontok figyelembe vételével.

kezdeti vagyon esetében. Az elsőfokú sztochasztikus dominancia esetében ugyanis

$F(x) \le G(x)\ \forall x \in R \Leftrightarrow F(w+x) \le G(w+x)\ \forall x \in R \Leftrightarrow$
$E_F u(w+x) \ge E_G u(w+x)$

minden nem csökkenő $u(w+x)$ függvény esetében. (Az $F(x) \le G(x)$ egyenlőtlenségnek legalább egy pontban szigorú egyenlőtlenség formájában kell teljesülnie.)

A másodfokú sztochasztikus dominancia (SSD) esetében pedig

$$\int_{-\infty}^{x}[G(t)-F(t)]dt \ge 0 \quad \forall x \in R \Leftrightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{x}[G(w+t)-F(w+t)]dt \ge 0 \quad \forall x \in R \Leftrightarrow$$

$$E_F u(w+x) \ge E_G u(w+x)$$

minden nem csökkenő $u(w+x)$ függvényre teljesül.

Az F és G eloszlások w egységgel való eltolása tehát nem befolyásolja az FSD, illetve SSD szempontjából fontos kapcsolatukat. Számunkra ez azt jelenti, hogy az általánosság megsértése nélkül összpontosíthatunk a vagyon megváltozására, mert eltekinthetünk a befektető induló vagyonától. Legyen például az F lottó {–$1, 1/2; $5, 1/2}, vagyis 1/2 valószínűséggel veszítünk 1 dollárt és ugyancsak 1/2 valószínűséggel nyerünk 5 dollárt. Legyen továbbá a G lottó {-$3, 1/2; $4, 1/2}. Mivel $F(x) \le G(x)$ minden $x \in R$ pontban teljesül, ezért F dominánsa G-nek FSD értelemben, tehát minden nem csökkenő hasznossági (vagy érték) függvénnyel jellemezhető befektető preferálja az F lottót a G lottóval szemben az induló vagyonától függetlenül. Hasonló módon igazolható, hogy a PSD és az MSD esetében is elhanyagolható a döntéshozó induló vagyona.

A fentiek alapján a következő preferenciaosztályokat értelmezzük:

- $\mathbf{U_1}$ – az összes monoton nem csökkenő u hasznossági függvény osztálya, vagyis $u \in \mathbf{U_1}$, ha $u' \ge 0$,
- $\mathbf{U_2}$ – az összes nem csökkenő, konkáv függvény osztálya, azaz $u \in \mathbf{U_2}$, ha $u' \ge 0$ és $u'' \le 0$, (nyilvánvaló, hogy $\mathbf{U_2} \subset \mathbf{U_1}$),
- $\mathbf{V_{PSD}}$ – az összes kilátás elméleti értékfüggvény, amely S alakú, és inflexiós pontja van az $x=0$ pontban. Tehát $v \in \mathbf{V_{PSD}}$, ha $v' \ge 0$ minden $x \ne 0$ pontban, $v'' \ge 0$, ha $x<0$ és $v'' \le 0$, ha $x>0$ [1],
- $\mathbf{V_{MSD}}$ – az összes Markowitz-féle hasznossági függvény osztálya[2]. Ezek a függvények fordított S alakúak, inflexiós ponttal az $x=0$ helyen. Tehát $v \in \mathbf{V_{MSD}}$, ha $v' \ge 0$ minden $x \ne 0$ pontban, $v'' \ge 0$, ha $x>0$, és $v'' \le 0$, ha $x<0$. Mivel $v' \ge 0$, $\mathbf{V_{MSD}} \subset \mathbf{U_1}$.

A Markowitz-féle hasznossági függvényt a két szélső inflexiós pont közötti szakaszon vizsgáljuk. (Az 1c. ábra P_1 és P_2 pontjai között.) A P_1 és P_2 pontok olyan szélsőséges vagyoni szinteknek felelnek meg, amelyeken kívül megváltozik a preferenciaszabály.

A következőkben a PSD és az MSD vizsgálatára összpontosítunk, először azonban összefoglaljuk az általánosan ismert preferenciaszabályokat (FSD, SSD), majd megfogalmazzuk a PSD és MSD szabályokat:

FSD (First-Degree Stochastic Dominance) – Az elsőfokú sztochasztikus dominancia szabály a következőképpen fogalmazható meg. Legyen F és G két különböző lottó, rendre F és G valószínűségeloszlás-függvényekkel. Ekkor

$F(x) \le G(x) \Leftrightarrow E_F u(x) \ge E_G u(x)\ \ \forall u \in \mathbf{U_1}$,

és a szigorú egyenlőtlenség legalább egy x_0 pontban teljesül valamely $u_0 \in \mathbf{U_1}$ függvénnyel.

SSD (Second-Degree Stochastic Dominance) – A másodfokú sztochasztikus dominancia szabály megfogalmazásában F és G jelentése megegyezik az FSD szabálybelivel.

$$\int_{-\infty}^{x}[G(t)-F(t)]dt \ge 0 \ \ \forall x \in R \Leftrightarrow$$

„A lottót a lehetséges kimenetelek és azok bekövetkezési valószínűségeinek együtteseként fogjuk fel, ez pedig egyértelműen meghatároz egy valószínűség-eloszlást, amelyet az eloszlás függvényével ugyancsak egyértelműen jellemezhetünk. F ezért ugyanúgy reprezentálhat egy lottót, mint a valószínűségelméletben egy diszkrét eloszlást.”

1 Megjegyezzük, hogy mivel az értékfüggvény nem csökkenő, $\mathbf{V_{PSD}} \subset \mathbf{U_1}$. A v függvényt azért nevezzük értékfüggvénynek és nem hasznossági függvénynek, mert ez felel meg a kilátás elmélet terminológiájának.

2 Azért használunk értékfüggvény jelölést, mert a Markowitz-féle hasznossági függvény ugyanúgy, mint a kilátás elmélet értékfüggvénye a vagyon megváltozásától függ.

$$E_F u(x) \ge E_G u(x) \quad \forall u \in \mathbf{U_2},$$

ahol a szigorú egyenlőtlenség legalább egy x_0 pontban teljesül valamely $u_0 \in \mathbf{U_2}$ függvénnyel.

PSD (Prospect Stochastic Dominance) – Jelöljön *F* és *G* lottókat, mint korábban. (A lottót a lehetséges kimenetelek és azok bekövetkezési valószínűségeinek együtteseként fogjuk fel, ez pedig egyértelműen meghatároz egy valószínűség-eloszlást, amelyet az eloszlás függvényével ugyancsak egyértelműen jellemezhetünk. *F* ezért ugyanúgy reprezentálhat egy lottót, mint a valószínűségelméletben egy diszkrét eloszlást.)

Azt mondjuk, hogy *F* akkor és csak akkor dominánsa *G*-nek minden $v \in \mathbf{V_{PSD}}$ hasznossági (érték) függvény esetében, ha

$$\int_x^0 [G(t) - F(t)]dt \ge 0 \quad \text{ha } x \le 0 \quad \text{és}$$

$$\int_0^y [G(t) - F(t)]dt \ge 0 \quad \text{ha } y \ge 0. \qquad (5)$$

Itt is szükséges, hogy szigorú egyenlőség álljon fenn legalább egy (x_0, y_0) számpárra és valamely $v_0 \in \mathbf{V_{PSD}}$ értékfüggvényre. A PSD bizonyítása és további részletek találhatók Levy (1998), valamint Levy és Wiener (1998) dolgozatában.

MSD (Markowitz Stochastic Dominance) – Az *F* lottó akkor és csak akkor dominánsa a *G* lottónak minden $v \in \mathbf{V_{MSD}}$ függvény esetében, ha

$$\int_{-\infty}^x [G(t) - F(t)]dt \ge 0, \quad \text{ha } x \le 0 \text{ és}$$

$$\int_y^{\infty} [G(t) - F(t)]dt \ge 0, \quad \text{ha } y \ge 0 \qquad (6)$$

legalább egy szigorú egyenlőtlenséggel teljesül. Ezt a dominanciarelációt Markowitz típusú sztochasztikus dominanciának nevezzük.(Bizonyítása: Levy és Levy 2002).

A PSD és MSD szabályok intuitív magyarázatának megértéséhez röviden tekintsük át az FSD, SSD és az RSD intuitív magyarázatát. Az utóbbit (RSD, Risk Seeking Dominance) azért, mert mind a PSD, mind pedig az MSD tartalmaz kockázatelutasító és kockázatkedvelő szegmenseket.

„A PSD és MSD szabályok intuitív magyarázatának megértéséhez röviden tekintsük át az FSD, SSD és az RSD intuitív magyarázatát. Az utóbbit (RSD, Risk Seeking Dominance) azért, mert mind a PSD, mind pedig az MSD tartalmaz kockázatelutasító és kockázatkedvelő szegmenseket."

Az elsőfokú sztochasztikus dominancia esetében $F(x) \le G(x)$ teljesülése maga után vonja $1 - F(x) \ge 1 - G(x)$ teljesülését, ez utóbbi egyenlőtlenség pedig ekvivalens a $P_F(X \ge x) \ge P_G(X \ge x)$ minden x esetében egyenlőtlenséggel.

Ez pedig azt jelenti, hogy nagyobb valószínűséggel nyerhetünk legalább *x* összeget az *F* lottóval, mint a *G*-vel. Következésképpen az a döntéshozó, aki preferálja a nagyobb pénzösszeget a kevesebbel szemben, az az *F* lottót részesíti előnyben.

A másodfokú sztochasztikus dominancia esetében az *F* és *G* lottók várható hasznosságai közötti különbség tetszőleges *u* hasznossági függvény esetében

$$\Delta \equiv E_F u(x) - E_G u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [G(t) - F(t)]u'(t)\,dt.$$

Az *F* lottó *G* lottóval szembeni másodfokú sztochasztikus dominanciájának feltétele a

$$\int_{-\infty}^x [G(t) - F(t)]dt \ge 0$$

teljesülése minden *x* pontban. Szemléletesen fogalmazva ez azt jelenti, hogy a *G* és *F* eloszlásfüggvények grafikonja által bezárt síkidom területe minden $(-\infty, x)$ intervallumban nem negatív. Az SSD feltétel szerint tehát minden negatív $(F > G)$ tartományt megelőz egy nagyobb pozitív $(G > F)$ tartomány. A várható hasznosságok különbségének számításához ezeket a $G(t) - F(t)$ területmértékeket kell szorozni az $u'(t)$ függvénnyel. Kockázatelutasítás esetében $u'(\cdot)$ csökkenő függvény $(u'' \le 0)$, ezért az SSD feltétel biztosítja, hogy a pozitív előjelű területek pozitív hozzájárulása a Δ értékéhez nagyobb legyen a negatív előjelű területek negatív hozzájárulásánál, tehát

$\Delta = E_F u(x) - E_G u(x) \ge 0$, és így $E_F u(x) \ge E_G u(x)$.

Az RSD dominancia feltétele kockázatkedvelő befektető $(u' \ge 0,\ u'' \ge 0)$ esetében az, hogy

$$\int_x^{\infty} [G(t) - F(t)]dt \ge 0 \quad \forall x \in R$$

teljesüljön. Ennek szemléletes jelentése az, hogy *G* a *F* és grafikonja által bezárt utolsó tartomány területe pozitív. Lehetséges negatív területű tartomány az utolsó (pozitív) területű tartomány előtt, de ennek kisebbnek kell lennie az utolsó pozitív területű tartománynál, és általában minden negatív területű tartományt nála nagyobb pozitív területű tartománynak kell követnie. Az RSD kritérium magyarázata a

$$\Delta \equiv E_F u(x) - E_G u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [G(t) - F(t)]\, u'(t)\, dt$$

várható hasznosság különbség elemzése alapján történhet. Most $u'(\cdot)$ növekvő függvény ($u'' \geq 0$). Ha az RSD kritérium teljesül, akkor a pozitív előjelű területek hozzájárulása a Δ-hoz nagyobb a negatív előjelű területek hozzájárulásánál, tehát $\Delta \geq 0 (E_F u(x) \geq E_G u(x))$ minden kockázatkedvelő befektető esetében.

A kockázatelutasító és a kockázatkedvelő dominancia intuitív magyarázata megkönnyíti a PSD és MSD intuitív magyarázatát.

A PSD esetben $u'' \geq 0$, ha $x < 0$ és $u'' \leq 0$, ha $x > 0$, az F-nek a G-vel szembeni dominanciájának feltétele pedig

$$\int_x^0 [G(t) - F(t)]dt \geq 0 \quad \text{ha } x < 0 \quad \text{és}$$

$$\int_0^y [G(t) - F(t)]dt \geq 0 \quad \text{ha } y > 0$$

Ennek a feltételnek a magyarázata közvetlenül összefügg az SSD és RSD magyarázatával. Azt akarjuk, hogy F előnyben részesüljön G-vel szemben minden S alakú hasznossági függvényre. Tekintsünk egy olyan S alakú hasznossági függvényt, amely közel lineáris és kicsi a meredeksége az $x < 0$ szakaszon, vagyis $u' \approx 0$, ha $x < 0$. Ilyen hasznossági függvény mellett a negatív tartomány hozzájárulása a Δ értékéhez elhanyagolható, ezért csak a pozitív tartomány kockázatelutasítási feltételét kell figyelembe vennünk, ez pedig $\int_0^y [G(t) - F(t)]dt \geq 0$. Ha most a pozitív tartományon majdnem lineáris, kis meredekség értékű S alakú hasznossági függvényt vizsgálunk, akkor a negatív tartomány kockázatkedvelési feltételét, vagyis a $\int_x^0 [G(t) - F(t)]dt \geq 0$ feltételt kell figyelembe vennünk. Ezért ahhoz, hogy F dominánsa legyen G-nek FSD értelemben minden S alakú hasznossági függvényre, mind a két feltételnek teljesülnie kell.

Az MSD-hez az előzőhöz hasonlóan tekintsünk egy olyan fordított S alakú hasznossági függvényt, amely majdnem lineáris és kis meredekség értékű a negatív tartományban. Ilyen függvény mellett a negatív tartomány hozzájárulása a Δ értékéhez elhanyagolható, ezért elegendő a pozitív tartomány kockázatkedvelési feltételét, vagyis a $\int_x^{\infty} [G(t) - F(t)]dt \geq 0 \;\; \forall x \in R$ feltételt figyelembe venni. Ha a fordított S alakú hasznossági függvény lineáris és kis meredekség értékű a pozitív tartományban, akkor elegendő a negatív tartomány kockázatelutasítási feltételét, a $\int_{-\infty}^{x} [G(t) - F(t)]dt \geq 0$ feltételt figyelembe venni.

Az MSD szabály ennek a két feltételnek az egyesítése.

Általában nem igaz, hogy amennyiben F dominánsa G-nek FSD értelemben, akkor G dominánsa F-nek MSD értelemben. A magasabb várható érték ugyanis szükséges feltételt jelent mindkét dominanciaszabály esetében. Ezért, ha F dominánsa G-nek FSD értelemben és F várható értéke nagyobb G várható értékénél, akkor G nem lehet dominánsa F-nek MSD értelemben.

„A hasznossági függvények becslési eljárásaiban megfigyelhető torzító hatások közül a CE–PE párokból eredő torzítás tetten érhető, ugyanakkor nem tudtuk ezt szociológiai háttérváltozók segítségével megmagyarázni, mert az eltérések nem voltak szignifikánsak. Ez azt jelenti, hogy rögzítjük az eltéréseket, de azok nem vezethetők vissza az általunk figyelembe vett szociológiai változókra."

Megegyező várható értékek esetében azonban az FSD és MSD ellentétei egymásnak[1].

ÖSSZEGZÉS

Jelen dolgozatunk egy folyamatban lévő OTKA-kutatás köztes eredményeit publikálja. A hasonló nem-

1 Ha F és G várható értékei megegyeznek, akkor F akkor és csak akkor dominánsa G-nek PSD értelemben, ha G dominánsa F-nek MSD értelemben. (Bizonyítása megtalálható Levy és Levy, 2002 dolgozatában).

zetközi kutatások eredményeivel összehasonlítva meglehetősen vegyes képet alkothatunk. Vannak eredményeink, amelyek egyértelműen alátámasztják a nemzetközi eredmények ismeretén alapuló induló hipotéziseinket, ugyanakkor viszont olyan részeredményeket is felmutathatunk, amelyek megkérdőjelezik a nemzetközi standardokat, vagy legalábbis nem képesek kielégítő magyarázatot adni a megfigyelésekre.

„Még viszonylag homogén csoportok esetében is, a hagyományosnak mondható, aggregáláson alapuló megközelítéseket alkalmazva rendkívül sok nehézségbe ütközik egy az adott csoport kockázati magatartását jól tükröző hasznossági függvényosztály megjelenítése. Különösen problematikus mindez, ha egy nagyobb mintán próbálkozunk."

Cikkünkben bemutattuk, hogy a hasznossági függvények becslési eljárásaiban megfigyelhető torzító hatások közül a CE–PE párokból eredő torzítás tetten érhető, ugyanakkor nem tudtuk ezt szociológiai háttérváltozók segítségével megmagyarázni, mert az eltérések nem voltak szignifikánsak. Ez azt jelenti, hogy rögzítjük az eltéréseket, de azok nem vezethetők vissza az általunk figyelembe vett szociológiai változókra.

Hasonlóképpen vegyes eredményeket kaptunk a kockázati dimenziók vizsgálata során, hiszen egyértelműen megállapítható, hogy a szélsőséges valószínűségek esetén problematikusak azok a megállapítások, amelyeket átlagos valószínűségek esetén minden további nélkül megtehetünk. Ez azt jelenti, hogy a kumulatív kilátás elméletben megfogalmazott valószínűségérzékelés esetén torzulások az alacsony és magas valószínűségi tartományokban ténylegesen kimutathatók, regisztrálhatók. De itt sem tudtuk felderíteni az okokat, ugyanis szignifikáns eltéréseket itt sem tapasztaltunk. Így továbbra is nyitott kérdés maradt az optimális konfliktusszint meghatározása.

Végül, de nem utolsó sorban igen lényeges megállapítást tettünk a hasznossági függvényosztályok meghatározása kapcsán. Még viszonylag homogén csoportok esetében is, a hagyományosnak mondható, aggregáláson alapuló megközelítéseket alkalmazva rendkívül sok nehézségbe ütközik egy az adott csoport kockázati magatartását jól tükröző hasznossági függvényosztály megjelenítése. Különösen problematikus mindez, ha egy nagyobb mintán próbálkozunk. Kiút lehet ebből a sztochasztikus dominanciaszabályok kiterjesztése, amelyek az alapul szolgáló hasznossági függvényfelfogásokban gyökereznek. Ezek felhasználását tervezzük kutatásunk következő lépcsőjeként egy most már kisebb mintán, a szakértők körében.

FELHASZNÁLT IRODALOM

ALLAIS, M. 1953. Le Comportement del'homme rationell devant le risque: Critique des postulates et axioms de l'ecole Americaine. Econometrica 21, 503–546.

BARBERIS, N., M. HUANG, T. SANTOS 2001. Prospect theory and asset prices. Quart. J. Econom. 116 1–53.

BENARTZI, S., R. THALER. 1995. Myopic loss aversion and the equity premium puzzle. Quart. J. Econom. 110 (1) 73–92.

BERNOULLI, D. (1738,1954): Specimen theoriae novae de mensura sortis, 1738 (Fordította: Sommer, L., Econometrica, 1954, Vol.22. 23–36. o.)

BROOME, J. 1991. Weighing Goods. Basil Blackwell, Oxford, U. K.

DAVIDSON, D., P. SUPPES, S. SIEGEL. 1957. Decision Making: An Experimental Approach. Stanford university Press, Stanford CA.

DELQUIÉ, P. 1993. Inconsistent trade-offs between attributes: New evidence in preference assessment biases. Management Science. 39 1382–1395.

ECKHOUDT, L. 1996. Expected utility theory: Is it normative or simple „practical"? Medical Dec. Making 16 12–13.

EDWARDS, K. D. 1996. Prospect theory: A literature review. Internat. Rev. Financial Anal. 5(1), 18–38.

ELLSBERG, D.1961. Risk, ambiguity, and the Savage axioms. Quart. J. Econom. 75 643–69.

DE FINETTI, B. 1937. La prévision ses lois logoque, ses sources subjectives. Annals de l' Institut henry poincaré, 7, 1–68.

FISHBURN, P. C., G. A. Kochenberg. 1979. Two-piece Von Neumann–Morgenstern utility functions, Decision Sci., 10, 503–18.

FRIEDMAN, M., L. J. Savage. 1948. The utility analysis of choices involving risk. J. Political Econom. 56 279–304.

HADAR, J., W. RUSSEL. 1969. Rules for ordering uncertain prospects. Amer. Econom. Rev. 59 25–34.

HAMMOND, P. J. 1988. Consequentalist foundations for expected utility. Thery Decision. 25 25–78.

HANOCH, G., H. LEVY. 1969. The efficiency analysis of choices involving risk. Rev. Econom. Stud. 36. 335–346.

HARSANYI, J. C. 1955. Cardial welfare, individualistic ethics, and interpersonal comparisons of utility. J. Political Econom. 63 309–321.

HERSHEY, J. C., P. J. H. SCHOEMAKER. 1985. Probability versus certainty equivalence methods in utility measurement: are they equivalent? Management Sci., 31 1213–31.

KAHNEMANN, D., A. TVERSKY. 1979. Prospect theory of decisions under risk. Econometrica 47(2) 263–291.

KARMARKAR, U. S. 1978. Subjectively weighted utility: a descriptive extension of the expected utility model. Organizational Behavior and Human Performance, 21 61–72.

LEVY, H. 1992. Stochastic dominance and expected utility: Survey and analysis. Management Sci. 38(4) 555–593.

LEVY, H., Z. WIENER. 1998. Stochastic dominance and prospect dominance with subjective weighting functions, J. Risk Uncertainty 16 147–163.

LEVY, H. 2000. Cumulative prospect theory and the CAPM. Working paper, Hebrew university , Jerusalem, Israel.

LEVY, M., H. LEVY. 2001. Testing for riska version: A stochastic dominance approach. Econom. Lett. 71 233–240.

LOOMES, G., R. SUGDEN. 1982. Regret theory: an alternative theory of rational choice under uncertainty. Economic Journal 92 805–24.

MACHINA, N. J. 1982. „Expected utility" analysis without the independence axiom. Econometrica, 50 277–323.

MARKOWITZ, H. M. 1952. The utility of wealth. J. Political Econom. 60 151–156.

MCCORD, M., R. de NEUFVILLE. 1986. Lottery equivalents: Reduction of the certainty effect problem in utility assessment, Management Science. 32 56–60.

MORRISON, G. C. 2000. Expected utility and the endowement effect: Some experimental results, Working Paper, Department of Economics, University Nottingham, U. K.

OFFICER, R. R., A. N. HALTER. 1968. Utility analysis in a practical setting. Amer. J. Agricultural Econom. 50 257–77.

RICHARDSON, J. 1994. Cost utility analysis: What should be measured? Soc. Sci. Medicine, 39 7–22.

SAVAGE, L. J. 1954. The Foundation of Statistics, Wiley, New York.

SHEFRIN, H., M. STATMAN. 1993. Behavioral aspect of the design and marketing of financial products. Financial Management. 22(2) 123–134.

SLOVIC, P., D. GRIFFIN, A. TVERSKY. 1990. Compatibility effects in judgement and choice . R. M. Hogarth, ed. Insights in Decision Making, A Tribute to Hillel J. Einhorn. The University of Chicago Press, Chicago, IL., 5–27.

THALER, R. 1985. Mental accounting and consumer choice. Marketing Sci. 4(3) 199–214.

TVERSKY, A., D. KAHNEMANN. 1981. The framing of decisions and the psychology of choice. Science 211 453–458.

TVERSKY, A., D. KAHNEMANN. 1992. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. J. Risk Uncertainty 5 297–323.

ULBERT, J., CSANAKY A. (2004): Kockázatészlelés és kockázati magatartás, Közgazdasági Szemle, LI. Évf. 2004/3, 235–258.o.

VON NEUMANN, J., O. Morgenstern. 1947. Theory of Games and Economic Behavior, 2nd edn., Princeton University Press, Princeton, N. J.

Varga József egyetemi tanár,
a közgazdaságtudomány kandidátusa
Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Döntéstudományi Tanszék

Ulbert József egyetemi docens,
a közgazdaságtudomány kandidátusa
Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Vállalati Gazdaságtan és Számvitel Tanszék

HIRDESSEN LAPUNKBAN!

Így hirdetései a legjobb menedzserekhez és közgazdászokhoz jutnak el.

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL

1055 Budapest V., Szent István krt. 17. • Postacím: 1373 Budapest, Pf.: 617

Telefon/fax: 488-7496

E-mail: info@m-and-m.hu