

PIACI KOCKÁZAT ÉS DIVERZIFIKÁCIÓ A HAZAI TŐKEPIACON¹

KÓBOR ÁDÁM

Világbank

A tanulmány három hazai piaci változó —a részvény- kötvény- és devizapiacot reprezentáló BUX index, 3 éves állampapír, illetve forint-euró árfolyam— viselkedését vizsgálja több szempontból. Az egyik fő szempont e három piaci szektor kockázatosságának, és a közöttük fennálló diverzifikációnak vizsgálata eltérő időtávokon. Tapasztalatunk szerint a három piaci kockázati faktor árfolyamváltozásának együttmozgása erősödik, ha a befektetési (illetve elemzési) időtávot egy napról heti, illetve havi hosszúságúra nyújtjuk. A másik fő elemzési szempont a piaci faktorok viselkedésének részletesebb leírása: rezsinváltó modellek segítségével elkülöníthetünk nyugodt illetve hektikus periódusokat, melyekben a volatilitások és korrelációk szignifikáns különbséget mutatnak. Tapasztalatunk szerint a részvény- és kötvénypiacok közötti korrelációs együttható erősödik a magasabb volatilitású időszakokban, jelentősen rontva a nyugodt időszaki adatok alapján várható diverzifikációs hatást – ez a jelenség ellentétes például az amerikai piacokon tapasztaltakkal.

JEL klasszifikáció: C10, G10

1 Bevezetés

A pénzügyi piaci eszközök illetve kockázati faktorok kovariancia mátrixa kritikus szerepet játszik mind az optimális eszközallokáció meghatározásában, mind pedig a kockázatkezelés szempontjából. Az optimális eszközallokáció eltérő formákban fejezhető ki, kezdve a klasszikusnak tekinthető kvadratikus hasznosságfüggvény maximalizálásától egészen a különböző alsóági kockázatok melletti várható hozam-maximalizálás problémájáig. Amíg a jól viselkedő hasznosságfüggvények használata inkább az elméleti tudományos kutatások körében gyakori, a gyakorlatban tipikusan valamelyik intuitívabb alsóági kockázatot mérő indikátor melletti hozammaximalizálás tekinthető általánosnak. Ilyen alsóági kockázati mérőszám a kockázatot érték avagy Value at Risk (VaR), egy meghatározott hozamküszöb alatti teljesítmény valószínűsége (Shortfall Probability), vagy pedig a várható veszteség nagysága (Expected Shortfall illetve Conditional Value at Risk). A kockázatot érték fogalmáról és módszertanáról részletesen olvashatunk Jorion (1999) illetve Király (1998)

¹Quantitative Strategies, Risk and Analytics Department, The World Bank (Világbank). A tanulmányban kifejtett nézetek a szerző véleményét tükrözik, és nem feltétlenül egyeznek meg a Világbank hivatalos álláspontjával. Beérkezett: 2006. február 18. E-mail: akobor@worldbank.org.

írásaiban. Bár az említett indikátorok mind hordoznak valamilyen intuitív jelentést és interpretálhatóságot, közülük nem mind, így például a népszerűnek mondható VaR sem tekinthető jól viselkedő —ún. koherens— kockázati mértéknek. A kockázati mértékek elméleti tulajdonságairól ajánljuk például Artzner et al. (1998) tanulmányát, a koherens kockázati mérték melletti portfólió optimalizációról pedig például Krokmal et al. (2001) illetve Cheklov et al. (2003) tanulmányaiban olvashatunk. Azonban bármilyen módon is határozzuk meg a portfólió optimalizációs feladatot, a kovariancia mátrixra, azaz a faktorok volatilitására és korrelációira szinte biztos, hogy szükségünk lesz.

Bár a kovariancia mátrix statisztikai szempontból alapvető fogalom, a pénzügyi piaci alkalmazások mégis számos kihívás elé állítják az elemzőt. Az egyik ilyen közismert megfigyelés szerint a volatilitások és korrelációs együtthatók időben változóak, klaszterezettek, azaz időben elkülöníthetők alacsony és magas volatilitású periódusok. Ennek a problémának a leírására gyakran alkalmazott módszerek többek között a GARCH módszerek, illetve inkább elméleti vonalon a sztochasztikus volatilitás modellek. A GARCH modellek hazai alkalmazásáról részletesebben olvashatunk pl. Varga és Rappai (2002) tanulmányában.

Egy másik, ugyancsak közismert tapasztalat szerint a pénzügyi kockázati faktorok nem írhatók le tökéletesen a klasszikusan feltételezett normális eloszlással: a tapasztalati hisztogram gyakran ferdült és leptokurtikus, azaz a vastag szélek jelenségét mutatja – azaz szélsőséges eseményekre gyakrabban kell számítanunk mint azt a normalitás alapján feltételezhetnénk. Ezt a problémát részben feltételes normalitáson alapuló modellekkel (GARCH, kevert normális eloszlás), részben pedig nemnormális eloszlásokkal (extrém-érték eloszlások, alfa-stabil eloszlás, Student-eloszlás, stb.) korrigálhatjuk. Különböző eloszlások és modellek hazai piacokon történő alkalmazásáról részletesen olvashatunk például Janecskó (2000) illetve Kóbor (2000) írásaiban. Tapasztalatok szerint a feltételes normalitás nem oldja meg minden esetben az illeszkedés problémáját, viszont a jobban illeszkedő, de nehezebben becsülhető eloszlások nagyon nehezen terjeszthetők ki és becsülhetők meg sokdimenziós esetre, és sokszor inkább csak statisztikai technikákról beszélhetünk semmint portfólió allokációban és pénzügyi modellezésben alkalmazható eszközökről (példa lehet erre a Student-eloszlás). Tanulmányunkban az időben változó volatilitások és korrelációk modellezésére a rezsimváltó modelleket alkalmazzuk, amelyek segítségével elkülöníthetünk nyugodt és hektikus időszakokat, és a korrelációk megváltozására, így a hektikus időszakban leromló diverzifikációs hatásokra is rávilágíthatunk. A rezsimváltó modellekkel becsült kevert normális eloszlás egyúttal a vastag szélek jelenségére is magyarázatot adhat. Mindazonáltal máris megjegyezzük, hogy nem a statisztikai illeszkedést tartjuk a rezsimváltó modellek elsődleges előnyének, hanem a rendkívül intuitív interpretálhatóságot, a portfóliókezelésben való alkalmazhatóságot, és a viszonylag könnyű sokdimenziós kiterjeszhetőséget.

Amíg a kutatók jelentős figyelmet szenteltek az eddigiekben leírt jelenségek tárgyalásának, kevesebb figyelmet érdemelt a pénzügyi faktorok időbeli füg-

getlenségének (így például az autókorrelációinak) vizsgálata. A normalitással szemben továbbra is él a faktorváltozások függetlenségébe (és ezáltal a gyakorlat szempontjából nagyon fontos „szabály”, a volatilitás idő négyzetgyökével történő skálázásába) vetett általános bizalom. Ha a faktorváltozások időben függetlenek, a volatilitások valóban az időhorizont négyzetgyökével arányosak, a faktorok közötti korrelációk pedig nem függenek attól, hogy azokat napi, heti vagy havi lépésközben mérjük. A tapasztalati adatok azonban mást mutatnak: a korrelációk kimondottan függenek a mérési időhorizonttól. A függetlenség feltételezése azonban több okból is időtállóbb lehet. Egyrészt, tapasztalati oldalról tekintve, kevésbé szembeötlő problémáról van szó, mint például a leptokurtikusság esetében. Ha egy elemző VaR modellt kíván tesztelni 1 napos időhorizonton, akkor 1 napos időtávon mért volatilitásokból és egyéb paraméterekből építi fel modelljét, és nincs szükség semmiféle időbeli átskálázásra. Másrészt, elméleti síkon, a függetlenség szoros viszonyban van a hatékony piacok hipotézisével, azaz a függetlenség esetleges elvetése olyan kérdések elé állíthatja a kutatót, amelyek megválaszolása sokkal mélyebbre vezet, mint például a vastag szélűség azonnal szembeötlő jelenségének elfogadása. Ez a tanulmány alapvetően empirikus indíttatású, így a hazai piac hatékonyságával kapcsolatban nem szándékozunk következtetéseket levonni. Ezen kérdés további vizsgálatára azonban fel szeretnénk hívni a figyelmet: az időhorizonttól függő korrelációk ugyanis nem pusztán elemzési szempontból mondhatók érdekesnek, hanem rendkívüli jelentőségűnek mondhatók portfólió diverzifikációs, fedezeti és kockázatbecslési oldalról is.

Tanulmányunk első részében összehasonlítjuk három hazai kockázati faktor, a BUX index, a 3 éves állampapír, illetve a forint-euró árfolyam kovariancia mátrixát napi, heti és havi időtávon mérve. Az időtáv függvényében látható, hogy a korrelációs együtthatók emelkedő értékeket mutatnak, amelyek ellentmondanak a függetlenség hipotézisének. Megjegyezzük, hogy tanulmányunkat egyből többdimenziós, a hazai pénzügyi piacokat jól reprezentáló kockázati faktorok együttes elemzésével kezdjük, figyelmünk középpontjában ugyanis az egyedi volatilitások mérése mellett a faktorok közötti interakciók állnak. A volatilitások és korrelációs együtthatók „lejárati struktúrájának” megértésére vektorautoregresszív (VAR)² modellt alkalmazunk.

A tanulmány második részében nyugodt és hektikus periódusokat különítünk el rezsinváltó modellek segítségével, és a különböző rezsimek szerint elkülönítve vizsgáljuk a piaci faktorok volatilitását és a közöttük fennálló korrelációkat. Fontos tapasztalat, hogy a például az amerikai piacon megfigyelhető „flight to quality” jelenség (azaz a kockázatos részvények és alacsony kockázatú állampapírok közötti korreláció hektikus időben negatívvá válása) a hazai piacon nem figyelhető meg: ellenkezőleg, a részvények és állampapírok közötti korrelációs együttható hektikus időben felerősödik, rontva a remélt diverzifikációs hatást.

A tanulmány végén összegezzük következtetéseinket, és áttekintjük a nyitott, további kutatásra váró kérdéseket.

²A „kockázatos érték” rövidítésére tanulmányunkban a VaR, a „vektorautoregresszív” modellek rövidítésére pedig a VAR kifejezést használjuk.

2 Piaci kockázat: klasszikus feltételezések, empirikus tapasztalatok

Tanulmányunkban mindhárom klasszikus piaci kockázati faktor —azaz a részvénytőzsi, a devizapiaci és a kötvénytőzsi kockázatok— együttes viselkedését kívánjuk elemezni. A részvénytőzsi elemzése a kutatók kedvelt kutatási területe, ugyanis a tőzsde megfelelő mennyiségű és könnyen elérhető adatot szolgáltat, ezek az adatok a kutatók számára érdekes viselkedést is produkálnak, és a tőzsdeindex igen gyakran a gazdaság megítélését és hangulatát tükröző barométerként is értékelhető. A részvénytőzsi kockázatát a BUX értékváltozásaival mérjük.

Az MNB 2005. áprilisi „Jelentés a Pénzügyi Stabilitásról” kiadványa szerint azonban a tőzsdén jegyzett részvények a belföldi befektetők portfóliójában meglehetősen alacsony arányt képviselnek — a lakosság esetében például 2.4%-ot, ha a befektetési jegyeket és a nyugdíjpénztárakat is figyelembe vesszük.

A részvénytőzsi kapcsán, ugyancsak a stabilitási jelentésre hivatkozva, kiemelendő még, hogy a tőzsdei részvények 78%-a külföldi befektetők portfóliójában van, így viszont a tőzsdepiaci feltételezhetően komoly hatással lehet a devizapiacra is. A devizapiaci kockázatát a forint euróval szembeni értékváltozásával mérjük.

A kötvénytőzsi kockázatát tanulmányunkban a 3 éves állampapír képviseli. A 3 éves lejárat meglehetősen önkényes választásnak tűnhet, de a választás során figyelembe vettük, hogy a stabilitási jelentés szerint a bankok eszközoldali átlagos hátralevő futamideje (duration) 2.6 év, mely igen közel esik a 3 éves állampapír kamatláb érzékenységéhez. A kamatláb kockázatot a 3 éves állampapír teljesítményével (azaz a felhalmozott kamat és az árfolyamváltozás együttes összegével) mérjük. Közgazdasági szempontból talán természetesebb választásnak tűnne ugyan a kamatláb változások elemzése a kötvény teljesítménye helyett, de jelen tanulmányban mindhárom kockázati faktorra mint pénzügyi eszközre vagy eszközosztályra tekintünk. Mivel rövid időtávon a kötvény teljesítményét alapvetően az átárazódás dominálja, kvantitatív szempontból végső soron nincs is lényegi súlya a két alternatíva közötti választásnak.

	Nem pénzügyi vállalatok	Háztartások	Külföld
Készpénz és betétek	14.7%	40.8%	1.6%
Nem részvény értékpapírok	2.1%	8.2%	23.2%
Tőzsdei részvények	1.1%	1.3%	15.0%
Egyéb részesedések	27.4%	28.1%	32.0%
Befektetési jegyek	0.5%	4.9%	0.0%
Biztosítástechnikai tartalékok	0.7%	15.1%	0.0%
Hitelek és egyéb követelések	53.5%	1.5%	28.1%
Összesen, Mrd Ft	17 968	15 811	26 683

Forrás: MNB.

1. táblázat. Egyes szektorok pénzügyi eszközeinek megoszlása, 2004. IV. negyedév

Hangsúlyozni kell, hogy mindhárom instrumentum esetében az árfolyamváltozásokat, nem pedig magukat az árfolyamokat elemezzük, hiszen az árfolyam-idősorok jellemzően nem stacionáriusak, az árfolyamváltozások viszont stacionerek. A stacioner árfolyamváltozások esetében a kapcsolatszorosság elemzésre megfelelő módszer a korrelációs együtthatók vizsgálata.

Fontos ugyancsak hangsúlyozni, hogy a három kockázati faktort mindhárom esetben mint befektetési eszközt tekintjük. Ezt a döntést a könnyebb interpretálhatóság indokolja: például egy pozitív korrelációs kapcsolat a részvények és kötvények árfolyamváltozása között azt jelenti, hogy várhatóan mindkét eszközosztály együtt erősödik vagy gyengül. Ha a kötvények esetében a kamatlábváltozást választottuk volna megfigyelési alapul (ami ellen persze semmilyen elméleti érv nem szól), az együttes felértékelődést negatív korreláció jelezné, ami talán megnehezítené a könnyű interpretálhatóságot. Hasonló érv hozható fel amellett, hogy a forint euróban kifejezett árát, és nem pedig a piacon jegyzett euró forintban kifejezett árfolyamváltozásait használjuk.

A BUX index, a HUF/EUR árfolyam és a 3 éves állampapír hozamának napi záró értékeit a Bloomberg rendszerből töltöttük le. A forint és a BUX napi teljesítményét az

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

folytonos hozamképlettel számoltuk, ahol P_t a t napi záróárát jelenti. A kötvények napi teljesítményének becslésében a Campbell és Viceira (2002) által is alkalmazott közelítő képletet használtuk:

$$r_{nt} \approx y_{n,t-\Delta t} / \Delta t - D_{n,t-\Delta t} \cdot (y_{n-\Delta t,t} - y_{n,t-\Delta t}),$$

ahol az n futamidejű kamatláb t napi záróértéke Y_{nt} , és:

$$y_{nt} = \ln(1 + Y_{nt}).$$

A kamatláb kockázatot kifejező átlagidő (duration) pedig a

$$D_{nt} = \frac{1 - (1 + Y_{nt})^{-n}}{1 - (1 + Y_{nt})^{-1}}$$

formulával került közelítésre. Mivel elemzésünkben csak a 3 éves állampapír-hozamokkal dolgozunk, és nem becsültünk az egész hozamgörbét leíró paramétereket, a következő közelítéssel is élnünk kellett: $y_{n-\Delta t,t} \approx y_{nt}$. Más szóval: a tegnapi vagy az egy héttel ezelőtti 3 éves állampapírt ma is 3 éves kamatlábbal diszkontálunk, nem pedig 3 év mínusz egy nap vagy egy hét lejáratúval. Ezzel az egyszerűsítéssel elhagyjuk az ún. „roll-down” hatást³, amely szerint az öregedő kötvényt rövidebb lejáratú kamatlábbal kellene diszkontálni. Ez, illetve a konvexitás hanyagolása okozhat ugyan kis teljesítménybecslési pontatlanságot, de nincs lényegi hatása a számított kockázatokra és korrelációkra.

³Mivel a magyar állampapírpiaci hozamgörbe a vizsgált időszak nagy részében invertált volt, talán helyesebb lenne „roll-up hatás” kifejezéssel élni.

Elemzésünket a 2001. május 7. és 2005. augusztus 31. közötti adatokkal kezdjük. Bár a BUX adatai 1991. január 3-ig, a 3 éves állampapírhozamok pedig 1997. október 10-ig rendelkezésre állnak, a szimultán elemzésben a 2001. május 4-i sávnyitás előtti forint árfolyamadatok figyelembevétele félrevezető és torzító lenne. A sávnyitás után a forint azonban, kockázatkezelési szempontból legalábbis, lebegőnek tekinthető (lásd: 1. ábra). A forint-árfolyam mélyebb közgazdasági elemzéséről számos tanulmány olvasható (lásd például Mikolasek (1998) illetve Naszódi (2004) írásait.)

Első lépésben feltételezzük, hogy a három eszköz teljesítménye jól leírható a geometriai Brown-mozgás folyamatával, azaz a periodikus eszközhozamok $r_t = \mu dt + \sigma dw_t$ alakban írhatók le, ahol

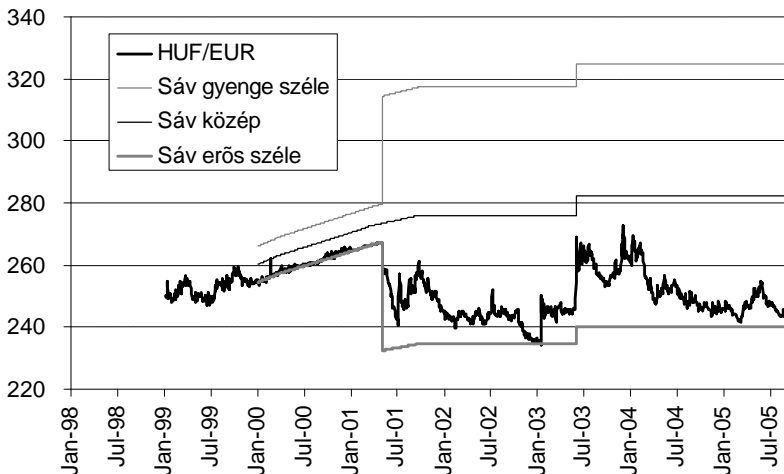
$$dw_t \sim N(0, \sqrt{dt})$$

és

$$f(r_t) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \det(-)^{1/2}} \exp \left\{ \frac{1}{2} (r_t - \mu)' (-)^{-1} (r_t - \mu) \right\}.$$

Ez a formalizáció feltételezi, hogy a t időbeli teljesítmény (árfolyamváltozás) független a $(t-1)$ vagy $(t-k)$ időbelitől. Függetlenség esetén a volatilitások az idő négyzetgyökével skálázhatók át, a korrelációk pedig függetlenek a mérési időtáv lépésközétől. Az évesített volatilitás számításához az alábbi hüvelykujj szabályokat használtuk:

- A napi volatilitást 260 négyzetgyökével,
- A heti volatilitást 52 négyzetgyökével,
- A havi volatilitást 12 négyzetgyökével szorozva jutottunk az éves volatilitás becslésére.



1. ábra. A forint/euró árfolyam és az árfolyamsáv

Napi adatsor

2001. máj. 7. – 2005. aug. 31. (1083 megfigyelés)

Korreláció	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
BUX	1.00	0.07	0.10
3 éves ÁP	0.07	1.00	0.12
Forint	0.10	0.12	1.00
Volatilitás	20.2%	5.6%	8.5%

Heti adatsor

2001. máj. 11. – 2005. aug. 26. (225 megfigyelés)

Korreláció	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
BUX	1.00	0.20	0.14
3 éves ÁP	0.20	1.00	0.52
Forint	0.14	0.52	1.00
Volatilitás	19.8%	5.3%	7.2%

Havi adatsor

2001. jún. 30. – 2005. aug. 31. (51 megfigyelés)

Korreláció	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
BUX	1.00	0.39	0.42
3 éves ÁP	0.39	1.00	0.60
Forint	0.42	0.60	1.00
Volatilitás	20.5%	6.4%	6.2%

2. táblázat. Korreláció és volatilitás adatok

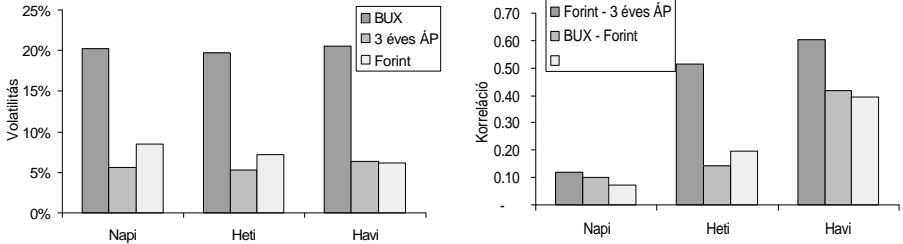
Ezen hüvelykujj szabályokat alkalmazva számítottuk ki a 3 eszközosztály évesített volatilitását illetve korrelációs együtthatóit napi, heti és havi megfigyelések alapján. Az alábbiakban közölt eredmények máris rávilágítanak a kovariancia-mátrix becslés egy lehetséges problémájára: még ha ugyanazt a nagyjából 4 éves megfigyelési időszakot is alkalmazzuk, becslési eredményeink jelentős mértékben függhetnek a napi, heti, havi vagy egyéb lépésköz választásától.

A táblázatokat illetve az 1. ábrát összehasonlítva két fontos megfigyelést kell kiemelnünk:

- A forint kockázata (volatilitása) az időhorizont növekedésével csökken, míg az állampapír-befektetések kockázata az időhorizont havi hosszúságúra növekedésével növekszik.
- Még drámaibb a mért korrelációs együtthatók összehasonlítása: az eszközosztályok közötti korrelációk az időhorizont tágulásával drasztikusan növekszik (a forint és az állampapír esetében például 0.12-ről 0.60-ra, ha a napi adatok helyett havi adatokkal számolunk).

Az optimális portfólióallokáció illetve a kockázatkezelés szempontjából egyaránt kritikus diverzifikáció kapcsán nem kérdőjelezhető meg ennek az észrevételnek a relevanciája: ha a releváns időhorizont 1 hónap, rendkívül

félrevezető lehet a napi adatokból számított korrelációs együtthatók használata — ha egyúttal azt is feltételezzük, hogy az egymást követő árfolyamváltozások egymástól időben függetlenek.



2. ábra. A volatilitások és korrelációk „lejárati szerkezete”

Bár a korrelációk és a volatilitások változása önmagában is látványosnak mondható, gyakorlati szempontból kérdéses, hogy milyen hatással lehet mindez egy adott portfólió kockázatára. A 3. táblázat néhány, önkényesen kiválasztott portfólió évesített kockázatát (volatilitását) mutatja napi, heti illetve havi időtávon. A 2. ábrán láthattuk, hogy a forint árfolyamkockázata hosszabb időtávon mérséklődik, miközben az állampapír-befektetések kockázata növekszik. Ezek alapján nem meglepő, hogy a táblázat utolsó sorában mutatott 80% állampapír: 20% részvény kombináció forintban mért kockázata jelentős mértékben —23%-kal— növekszik, ha a mérési időtávon napiról havira tágítjuk. Más szóval, amennyiben a releváns időtáv 1 hónap, viszont a portfólió szórását napi adatokból számolt kovariancia mátrix alapján becsüljük, kb. 19%-kal becsüljük alá a portfólió valódi volatilitását.

Minta portfóliók	Napi	Heti	Havi	Havi/Napi
50% BUX : 50% ÁP (Forintban)	10.7%	10.7%	11.9%	1.11
50% BUX : 50% ÁP (Euróban)	14.4%	14.4%	16.0%	1.11
20% BUX : 80% ÁP (Forintban)	6.3%	6.4%	7.7%	1.23

3. táblázat. Mintaportfólió kockázatok

Ez a megfigyelés több kérdést is felvet:

1. Más országok piacain is megfigyelhető-e hasonló jelenség?
2. Valóban szükséges-e, hogy elemzésünket a 2001. május 5. – 2005. augusztus 31. közötti időszakra szorítsuk, ha némely adatsorokból (pl. BUX) lényegesen hosszabb adatsor is rendelkezésre áll?
3. Mi okozza, illetve mivel mérhető és modellezhető a megfigyelt változás a volatilitások és korrelációk lejárat szerkezetében?

Kezdjük a kérdések megválaszolását az első kérdéssel: bár eltérő mértékben, de számos piacon tapasztalható, hogy az egymást követő hozamok nem

teljesen függetlenek egymástól illetve más eszközök időben korábbi hozamától. Azonos —közel 4 éves időszakot tekintve— például az S&P 500 illetve az 5 éves lejáratú állampapír napi hozamváltozása napi szinten 0.3584, havi szinten pedig 0.5564 korrelációs értéket mutatott. A cikk terjedelmére hivatkozva a vizsgálatot ebbe az irányba nem tágítom, hiszen rengeteg eszközosztály és ország piaca lehetne érdekes további összehasonlításra.

A második kérdés láttán gyakorlati kockázatkezelők azt mondhatják, hogy 4 évre visszamenő napi adatsor máris elég hosszúnak tűnhet, és a napi kockázatomérésben használatosabb GARCH jellegű modellek érzékelhető módon ennél lényegében még rövidebb időszakot vesznek csak figyelembe. Más esetben —például hosszú távú, több éves stratégia felállításakor— mégis szükséges vagy legalábbis releváns lehet hosszabb időtáv figyelembe vétele. Nem azonos hosszúságú idősorok elemzésére kínál megoldást Stambaugh (1997) módszere —tárgyalását lásd még például De Santis et al. (2003) írásában— amely segítségével felépíthető egy kovariancia mátrix, amely teljes hosszúságban veszi figyelembe a hosszabb múltra rendelkezésre álló adatsorainkat, miközben a pozitív definités kritériumát teljesítő módon illeszti be a rövidebb idősorozatokra rendelkezésre álló adatsorok volatilitásait, illetve a más adatsorokkal szembeni korrelációit. Az eljárás menete —De Santis et al. írását követve— a következőképpen foglalható össze, ha két, m illetve n megfigyelésből álló ($m > n$) X és Y adatsor csoportra kívánjuk a kovariancia mátrixot megbecsülni:

1. Becsüljük meg az adatsorok közös metszetének kovariancia mátrixait, n megfigyelés alapján: $\sigma_{XX,n}^2$, $\sigma_{XY,n}^2$ illetve $\sigma_{YY,n}^2$.
2. Végezzünk becslést a rövidebb adatsornak a hosszabb időszorra vonatkozó regressziójára n megfigyelés alapján: $\beta_{YX,n} = (X'X)^{-1}(X'Y)$.
3. Végezzük el csak a hosszabb adatsor $\sigma_{XX,m}^2$ kovariancia mátrixának becslését m adat alapján.
4. Vessük össze a hosszabb adatsor m illetve n adat alapján becsült kovariancia értékeit: amennyiben valamely, az m adat alapján becsült kovariancia és az n adat alapján becsült érték $\sigma_{XX,m}^2 - \sigma_{XX,n}^2$ különbsége pozitív, minden más körülményt azonosnak tekintve⁴ azt mondhatjuk, hogy a rövidebb minta alulbecsli a feltehetően precízebb, hosszú minta alapján számított értéket.
5. A regressziós becslések és a 4. pontban számított különbségek segítségével korrigáljuk a rövidebb időszak alapján az Y adatsorra becsült kovarianciákat:

$$- \text{A közös kovariancia mátrix } X \text{ adatokra vonatkozó része: } \sigma_{XX}^2 = \sigma_{XX,m}^2$$

⁴Fontos feltétel. Ha ugyanis a hosszú minta minőségileg más jellegű történeti szakaszokat takar, nem feltétlenül van értelme kinyújtani a megfigyelési időszakot. Mi is így tettünk például a forint-euró árfolyam esetében, amely technikailag rendelkezésre áll ugyan 1999-ig visszamenőleg, mégis csak a 2001-es sávnyitás utáni időszakot vettük tekintetbe.

- A közös kovariancia mátrix X és Y adatok kovarianciáit tartalmazó része: $\sigma_{XY}^2 = \sigma_{XY,n}^2 - \beta'_{YX,n} [\sigma_{XX,m}^2 - \sigma_{XX,n}^2]$;
- A közös kovariancia mátrix Y adatokra vonatkozó része: $\sigma_{YY}^2 = \sigma_{YY,n}^2 - \beta'_{YX,n} [\sigma_{XX,m}^2 - \sigma_{XX,n}^2] \beta_{YX,n}$.

A 4. táblázat mutatja a napi adatsorok alapján becsült korrelációk és volatilitások adatait, amennyiben mindhárom kockázati faktor rendelkezésre álló adatait figyelembe kívánjuk venni:

Korreláció	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
BUX	1.00	0.18	0.14
3 éves ÁP	0.18	1.00	0.14
Forint	0.14	0.14	1.00
Volatilitás	26.4%	6.1%	8.5%

BUX: 1991. jan. 3. – 2005. aug. 31. (3660 megfigyelés)

ÁP: 1997. okt. 10. – 2005. aug. 31. (1969 megfigyelés)

Forint: 2001. máj. 7. – 2005. aug. 31. (1083 megfigyelés)

4. táblázat. Korreláció- és volatilitásbecslés eltérő hosszúságú idősorok alapján

A hosszú időszakra becsült korrelációs együtthatók némiképp magasabbak a 4 éves adatsor alapján becsült értékeknél, és a BUX illetve az állampapír volatilitása is magasabb a rövidebb idősor értékeihez képest — ennél lényegesen szembetűnőbb eltérést nem találni, és markánsabb következtetések sem vonhatók le. A harmadik kérdésre pedig a következő pontban keressük a választ.

3 Kovariancia mátrix az időbeli függetlenség feloldása mellett

A volatilitások az időskála mentén azzal a feltételezéssel skálázhatók át az idő négyzetgyökével, hogy az egymást követő időszakai hozamok függetlenek egymástól, illetve még pontosabban fogalmazva: nem mutatnak nullától eltérő autokorrelációt. Abban az esetben, ha például az első rendű autokorreláció ρ értékű, a k -időszakra számított volatilitás kiszámításakor ezt az autokorrelációt is figyelembe kellene, hogy vegyük:

$$\sigma(r_t + \dots + r_{t-k}) = \left((k+1)\sigma^2 + 2 \sum_{i=1}^k \sigma^2 \rho^i (k-i+1) \right)^{1/2}.$$

Ha magasabb rendű autokorrelációk figyelembevételét is indokoltnak tartjuk, az iménti képlet természetesen a további késleltetéseknek megfelelően módosul.

Mivel azonban vizsgálatunkat 3 kockázati faktorra együttesen végezzük, az autokorrelációk mellett szükséges annak figyelembevétele is, hogy a különböző eszközök miként hatnak egymásra az idő múlásával: például egy tegnapi

zuhanás a részvénypiacon magyaráz-e valamit a forint devizaárfolyamának mai alakulásából. Stratégiai eszközallokációs elemzések készítéséhez Campbell és Viceira (2002) vektor-autoregresszív (VAR) rendszer felépítését javasolja, amelynek segítségével —egyebek között— a volatilitások és korrelációk lejárati szerkezete is modellezhető. Tanulmányunkban a VAR(1) becslésére és interpretációjára szorítkozunk. Ennek az első látásra ugyancsak önkényesnek tűnő választásnak az oka, hogy feltételezhető, hogy a piaci szereplőknek szükségük lehet egy rövidebb, egy napos átfutási időre ahhoz, hogy megfelelően reagáljanak bizonyos piaci eseményekre, illetve például a t -ik napon likvidált eszközeikből származó forint ellenértéket másnap konvertálják euróra. Megjegyzendő, hogy nemzetközi összehasonlításban az időeltolódás önmagában is okozhat VAR(1)-gyel mérhető hatást: például a BUX és az S&P 500 együttes viselkedéséről a VAR(1) sokkalta árnyaltabb képet nyújthat, mintha kizárnánk az előző napi (Magyarországon már éjszakának számító) amerikai piaci hatásokat a BUX modellezéséből.

A VAR(1) alakú modellünk tehát a következő:

$$y_t = v + Ay_{t-1} + u_t \quad \text{ahol} \quad u_t \sim N(0, \Sigma).$$

A VAR modellek rendkívül mély tárgyalása olvasható például Hamilton (1994) könyvében, és Campbell és Viceira (2004) ugyancsak külön technikai papírt szentel a VAR modellek portfóliókezelésben történő alkalmazásaira, így a jelen pontban továbbiakban tárgyalt formulák kapcsán erre a papírra hivatkozunk. A VAR(1) idősorok feltétel nélküli várható értéke

$$Y = (I - A)^{-1} \cdot v$$

alakban fejezhető ki, a feltétel nélküli kovariancia mátrixa pedig

$$\text{vec}(\Sigma_y) = (I_{m^2} - A \quad A)^{-1} \text{vec}(\Sigma_u), \quad \text{ahol} \quad u_t \sim N(0, \Sigma)$$

formában adható meg. Tanulmányunk szempontjából különösen fontos még, hogy a VAR(1) modell paramétereivel kifejezhető a k perióduson keresztül aggregált hozamok feltételes kovariancia mátrixa az alábbi iteráció szerint:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2(y_{t+1} + \dots + y_{t+k}) &= \Sigma + (I + A)\Sigma(I + A)' + \\ &+ (I + A + AA)\Sigma(I + A + AA)' + \dots + \\ &+ (I + A + \dots + A^{k-1})\Sigma(I + A + \dots + A^{k-1})'. \end{aligned}$$

A tanulmány elején tárgyalt jelenség, a volatilitások és korrelációk lejárati struktúrájának modellezésére VAR(1) becslést végeztünk: becslési eredményeinket az 5. táblázat foglalja össze (zárójelben a paraméterek t -statisztikái olvashatóak):

Napi adatsor: 2001. máj. 7. – 2005. aug. 31. (1083 megfigyelés)

	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
Konstans	0.0010 (2.64)	0.0003 (3.06)	0.0000 (0.01)
BUX ($t - 1$)	-0.0232 (-0.76)	0.0009 (0.11)	0.0121 (0.95)
3 éves ÁP ($t - 1$)	0.1427 (1.29)	-0.0307 (-1.08)	0.1553 (3.39)
Forint ($t - 1$)	0.0499 (0.68)	0.2537 (13.41)	-0.0892 (-2.92)

A VAR rendszer R^2 -értéke: 0.0025.

Korreláció	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
BUX	1.00	0.07	0.10
3 éves ÁP	0.07	1.00	0.16
Forint	0.10	0.16	1.00
Volatilitás	20.2%	5.2%	8.4%

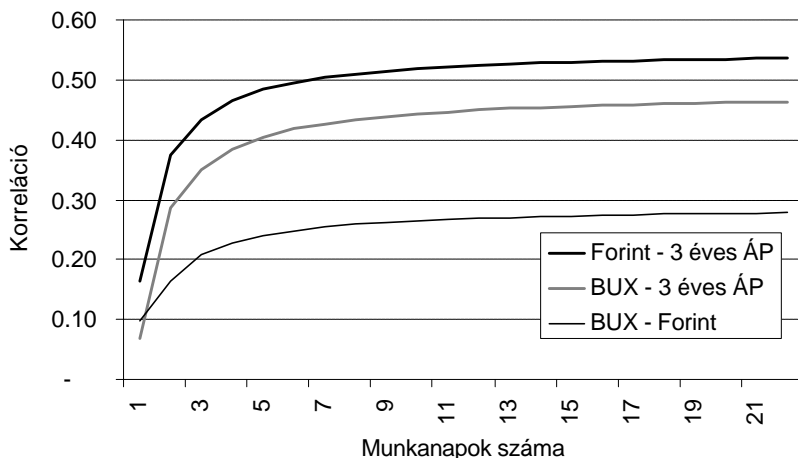
5. táblázat. Vektor-autoregresszív paraméterek

A becslt VAR együtthatók és t -statisztikáik alapján figyelemre méltó, hogy az állampapír t -ik napi teljesítményében a forint előző napi alakulása, a forint t -ik napi teljesítményében pedig az állampapír és a forint egyaránt szignifikánsnak bizonyult az elmúlt 4 év adatai alapján. Tanulmányunk mindössze a tapasztalati jelenségek feltárására és azok kockázatkezelési vetületeire szorítkozik, így nem célunk, hogy ezen csatornák mélyebb közgazdasági értelmezését adjuk.

Tekintsük tehát, hogy az imént bemutatott formula alkalmazásával a VAR(1)-rendszer alapján milyen korrelációs struktúrát becsülhetünk. A 6. táblázat alapján látható, hogy a napi korrelációkhoz képest a VAR(1) paraméterekkel számított korrelációk lényegesen jobban közelítik a tapasztalati korrelációkat, bár a BUX-állampapír esetében felülbecslik, a másik két esetben alulbecslik azokat. A 3. ábra a korrelációk becslt lejáratú struktúráját illusztrálja.

Volatilitás	BUX–3 éves ÁP	BUX–Forint	Forint–ÁP
Napi	0.07	0.10	0.12
Havi, valós	0.39	0.42	0.60
Havi, VAR alapján becslt	0.46	0.28	0.54

6. táblázat. VAR(1) rendszer alapján számított korrelációk



3. ábra. VAR(1) alapján becsült korrelációk

A volatilitások hasonlóképpen származtathatók a VAR(1) együtthatók segítségével: az állampapír esetében a VAR(1) rendszer a bolyongáshoz képest közelebbi havi volatilitás értéket ad meg, azonban a BUX esetén alulbecsli, a forint esetén pedig túlbecsli a volatilitást. A VAR modell további késleltetett időszakokra történő kiterjesztésével valószínűleg tudnánk finomítani a becslési eredményeket, de a gyakorlatban azon modellek használata meglehetősen nehézkes lenne, és túl sok késleltetett időszak számbavétele közgazdasági szempontból is egyre nehezebben lenne indokolható.

Volatilitás	BUX	3 éves ÁP	Forint (vs. euró)
Napi	20.2%	5.6%	8.5%
Havi, valós	20.5%	6.4%	6.2%
Havi, VAR alapján becsült	19.9%	6.9%	8.5%

7. táblázat. VAR rendszer alapján számított volatilitások

A becsült és a tapasztalati adatok összehasonlítása után a VAR(1) rendszert alapvetően a korrelációk leírásában találtuk hatékony módszernek, a volatilitások esetén —legalábbis napi-havi összevetésben— kevésbé találtuk magyarázó erejűnek a modellt.

Miközben a tapasztalati korrelációk napi-havi összevetésben drasztikus emelkedésének magyarázatában a VAR modellt lényegesen jobbnak találtuk a bolyongás modelljéhez képest, automatikusan felvetődhet a kérdés, hogy ezzel együtt automatikusan levonható-e valamilyen következtetés a hazai tőkepiac hatékonyságára vonatkozóan. Bár ez rendkívül érdekes kérdés kutatási szempontból, nem vállalkozunk ennek a kérdésnek a megválaszolására ebben a tanulmányban. Ugyanakkor feltétlenül hivatkoznunk kell Ross (2005) *Hatékony piacok* című tanulmányára, amelyben a szerző részletesen tárgyalja

a piaci hatékonyság tesztelésének kvantitatív módszereit, és azok számos, az eszközárazás elmélete által támasztott problémáit. Meg kell említeni, hogy Ross a napi szintű adatok elemzésekor 0.25% körüli, heti szinten 0.19% körüli R^2 értéket tekint egyfajta határértéknek a hatékonyság elfogadására illetve elvetésére, így tehát a tanulmányunkban bemutatott volatilitás és korrelációs struktúrák jelensége —amelyre ő maga is utalást tesz— nem interpretálható úgy, mint a piaci hatékonyság hipotézisének automatikus elvetése.

4 Jó idők, rossz napok: rezsinváltó modellek

Az eddig tapasztalatok arra világítanak rá, hogy a hazai pénzügyi piaci kockázati faktorok heti és havi időtávon jóval szorosabb együttmozgást produkálnak, mint azt a napi eszközhozamok alapján sejteni lehetne. Ennek gyakorlati relevanciája a portfólió kockázat idő négyzetgyökével történő arányosíthatóságát érinti. Ugyanakkor az eddigi vizsgálatok során feltételeztük, hogy a vizsgált időszakban az egyes eszközök homogén viselkedést mutatnak, azaz volatilitásuk, átlaghozamuk, illetve az eszközök közötti korrelációk időben lényegében változatlanok. A gyakorlatban ugyanakkor a piacon megfigyelhetők emelkedő (hausse) és gyengülő (baisse) piacok, nyugodt és hektikus periódusok, és ezek a kvalitatív ismérvek is jelzik, hogy feltétel nélküli átlagok és kovarianciák meglehetősen összemossott képet adnak a múlttól. Rezsinváltó modellek segítségével azonban szétválaszthatók a megfigyelt idősorok homogén részei egymástól, és árnyaltabb képet kaphatunk arról, hogy miként változnak az átlagos hozamok, volatilitások és korrelációk egymástól jól elkülöníthető jellegű időszakokban.

A rezsinváltó modellek először főleg makrogazdasági folyamatok elemzésében váltak népszerűvé (lásd Hamilton (1989 és 1990) írásait), de a módszertan a piaci folyamatok elemzésére is kiválóan alkalmazható. Rezsinváltó modellek átfogó leírását olvashatjuk többek között Hamilton (1994), Kim et al. (1999) illetve Krolzig (1997) műveiben. Hazai vonatkozású alkalmazásaként megemlíthető Darvas (2001) tanulmánya, aki az állampapírhozamok változékonyságát és a monetáris politika hitelességét elemzi, továbbá Kóbor és Székely (2004) a régióbeli devizák együttes mozgását vizsgálják rezsinváltó modellek alkalmazásával.

Amennyiben a piaci hozamok és faktorváltozások időben egymástól függetlenek, a geometriai Brown-mozgás modellje 2 rezsim esetén az alábbi modellel írható le:

$$r_t = \begin{cases} \mu_1 dt + \sigma_1 dw_t & | s_t = 1 \\ \mu_2 dt + \sigma_2 dw_t & | s_t = 2 \end{cases}$$

ahol

$$f(r_t | s_t = i) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \det(-)^{1/2}} \exp \left\{ \frac{1}{2} (r_t - \mu_i)'^{-1} (r_t - \mu_i) \right\},$$

és az első illetve a második rezsim állapotvalószínűsége a $P(s_t = 1)$ illetve $P(s_t = 2) = 1 - P(s_t = 1)$ paraméterekkel adható meg, továbbá s_t a t -

edik időszaki rezsimek indexe. Az állapotvalószínűség mellett szükséges a rezsimek közötti átmenet-valószínűségek megadása is. A rezsimek közötti átmenet-valószínűségeket az alábbiak szerint foglalkoztatva általános feltételezésekkel, hogy Markov-lánc tulajdonságot mutat, azaz $(t - 1)$ -edik időszakból a t -edik időszakba való átmenet valószínűsége csakis attól függ, hogy melyik rezsimekben vagyunk a $(t - 1)$ -edik időszakban:

$$P\{s_t = j \mid s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P\{s_t = j \mid s_{t-1} = i\} = P_{ij}.$$

Az átmenetvalószínűségek az alábbiak szerint foglalkoztatva össze két rezsimek esetén:

$$\begin{aligned} P(s_t = 1 \mid s_{t-1} = 1) &= P_{11} \\ P(s_t = 2 \mid s_{t-1} = 1) &= P_{12} = 1 - P_{11} \\ P(s_t = 1 \mid s_{t-1} = 2) &= P_{21} = 1 - P_{22} \\ P(s_t = 2 \mid s_{t-1} = 2) &= P_{22}, \end{aligned}$$

illetve mátrix formában leírva:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & 1 - P_{22} \\ 1 - P_{11} & P_{22} \end{pmatrix}.$$

Az átmenetvalószínűségek ismeretében két rezsimek esetén az alábbi egyszerű alakban következtethetünk az állapotvalószínűségekre:

$$P(s_t = 1) = \frac{1 - P_{22}}{2 - P_{11} - P_{22}}, \quad \text{illetve} \quad P(s_t = 2) = \frac{1 - P_{11}}{2 - P_{11} - P_{22}}.$$

Amint tanulmányunk korábbi részében kiderült, a magyar tőkepiaci eszközök viselkedése nem írható le teljesen az egyszerű bolyongás modelljével, hanem —főleg kockázatkezelési szempontból— számolnunk kell a különböző eszközök autokorrelációjával, illetve az egymásra gyakorolt hatásaival az egymást követő napok során. Hasonlóan a bolyongás modelljéhez, a VAR(1) modell is kiterjeszthető rezsimek-változó formában:

$$y_t = \begin{cases} v_1 + A_1 y_{t-1} + u_t & | s_t = 1 \\ v_2 + A_2 y_{t-1} + u_t & | s_t = 2, \end{cases}$$

ahol

$$u_t \mid s_t = i \sim N(0, \Sigma).$$

A rezsimek-változó VAR modellek egyszerre teljesítenek potenciálisan két olyan tulajdonságot is, amelyekkel empirikus elemzéseink során gyakran szembesülünk, és a hagyományos geometriai Brown-mozgással nem elemezhetünk: leírhatók velük vastagszélű (feltételeken normális) eloszlások, és időben nem autokorrelálatlanok, azaz a volatilitások és korrelációk lejáratí strukturája potenciálisan jobban közelíthető. Mindezek portfóliókezelési és kockázatelemzési szempontból fontos tulajdonságnak tekinthetők. A rezsimek-változó VAR modellekről részletesen Krolzig (1997) munkájában olvashatunk.

Rezsimváltó modellek becslési eljárásairól Diebold et al. (1994), Gray (1996) illetve Kim et al. (1999) munkáiban olvashatunk részletesen. Tanulmányunkban az úgynevezett *Expectation-Maximization* iteratív technikát alkalmaztuk, amely a numerikus *maximum likelihood* eljárásnál lényegesen stabilabb. Becslési kódunkat a Kim et al. (1999) könyve 4-ik fejezetében leírt lépések szerint készítettük, de rendkívül hasonló eredményeket kaphatunk Krolzig Ox nyelven írt programjával.⁵

Tanulmányunk hátralevő részében az alábbi kérdéseket vizsgáljuk:

1. A nemzetközi tőkepiacokon megfigyelhető az a jelenség, miszerint hektikusabb időszakokban illetve baisse piacon a kockázatos és biztonságos szektorok közötti korrelációs kapcsolat szorossága jelentős mértékben csökken, azaz a tőke a kockázatos eszközökből a biztonságos állampapírokba menekül („flight to quality”). Ezt a jelenséget vizsgáljuk meg a hazai piacra leszállítva: volatilis időszakban betöltenek-e a magyar állampapírok hasonló szerepet a hazai részvényekkel szemben?
2. Miként árnyalható rezsimváltó modellek segítségével az meglehetősen eltérő viselkedés a magyar piacon, amelyet rövid (napi), illetve valamivel hosszabb (heti vagy havi) időtávon tapasztalhattunk.

4.1 Változó korreláció az állampapírok és a kockázatos szektorok között

Az első alkalmazás során a kockázatos befektetéseket képviselő részvények, és a hitelkockázat szempontjából kockázatmentes, piaci kockázat tekintetében pedig a részvényekhez képest mindenképpen biztonságosabb állampapírok együttes viselkedését vizsgáljuk. Közismert jelenség, hogy stresszes időszakban a két eszköz közötti korreláció átmenetileg negatívvá válik, jelezve, hogy a befektető a kockázatos szektorok irányából a biztonságosabb eszközök irányába menekülnek. A jelenséget az amerikai piacon az S&P 500 index és az 5 éves amerikai állampapír 1991. január 2. – 2005. augusztus 31. közötti napi adatsora alapján illusztráljuk a rezsimváltó modellek segítségével.

A 8. táblázat összegzi a becslési eredményeket 2 rezsim és feltételes bolyongás feltételezése (azaz VAR hatás kizárása) mellett. A becslési eredmények szerint a részvények és kötvények teljesítményének eloszlása árnyaltabban leírható két feltételes normális eloszlás együttesével, semmint egyetlen feltétel nélküli eloszlással. A két rezsim az alábbiak szerint jellemezhető:

1. Az első rezsimben a részvények alacsony, zéró alatti átlag teljesítménnyel jellemezhetők, miközben az állampapírok a második rezsimhez képest jobban teljesítettek.

⁵Az Oxban írt és futtatható programok letölthetők a <http://www.economics.ox.ac.uk/research/hendry/krolzig/index.html?content=/research/hendry/krolzig/msvar.html> honlapról.

2. Az eszközök volatilitása az első rezsimben magasabb a második rezsimben mért értékekhez képest. A részvények esetében a volatilitás megugrása drasztikus: a második rezsimben tapasztalt volatilitás több mint kétszeresét mérhetjük.
3. A részvények és kötvények korrelációja ugyancsak jelentős változást mutat a két rezsim között: a második, alacsonyabb volatilitású rezsimben a korrelációs együttható pozitív, 0.36 közeli érték, ezzel szemben az első, magasabb volatilitású stresszes rezsimben a korrelációs együttható negatívvá, -0.40 közeli értéké válik. Ez a korrelációváltozás valóban drasztikus, és a mindeddig leírtak szerint összhangban van a „flight to quality” jelenséggel.
4. Az elmúlt közel másfél évtized során 34.48% valószínűséggel figyelhetünk meg az első rezsimhez sorolható napokat, míg a nyugodtabb, második rezsim valószínűsége 65.52%-ra becsülhető a vizsgált periódusban. A második rezsim némileg perzisztensebbnek is mutatkozott: amennyiben második rezsimhez sorolható napot figyeltünk meg, 98.73% valószínűséggel ugyancsak a második rezsimhez illeszthető nap következett, míg az első rezsimhez tartozó napot 97.58%-kal követett ugyancsak első rezsimhez sorolható nap. Elöljáróban megjegyezzük, hogy a magyar piac adatait vizsgálva ennél lényegesen alacsonyabb perzisztenciát találunk, különösképpen a magasabb volatilitású rezsim tekintetében.

Átmenet- és állapotvalószínűségek

<i>Rezsimből</i>	Rezsim 1	Rezsim 2
Rezsim 1	97.58%	2.42%
Rezsim 2	1.27%	98.73%
Állapotvalószínűség	34.48%	65.52%

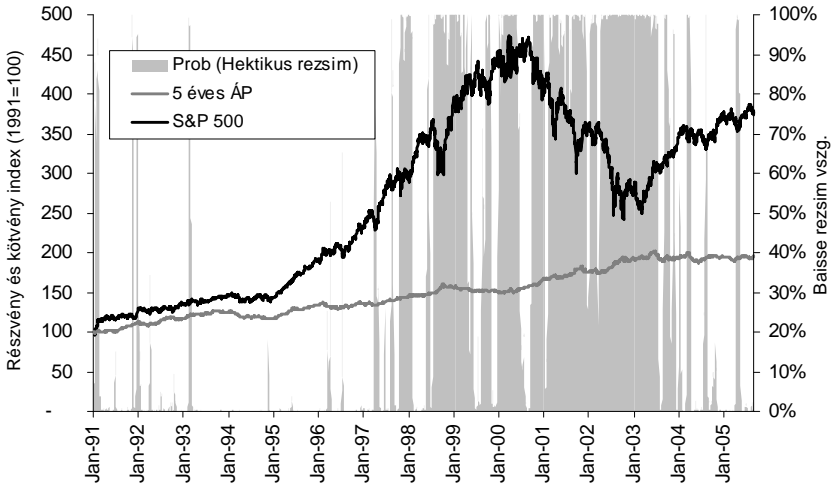
Átlag és volatilitás

	Részvény	Állampapír
Átlag 1	-0.01%	0.03%
Átlag 2	0.06%	0.01%
Volatilitás 1	1.48%	0.32%
Volatilitás 2	0.67%	0.26%
Korreláció 1	-0.3954	
Korreláció 2	0.3583	

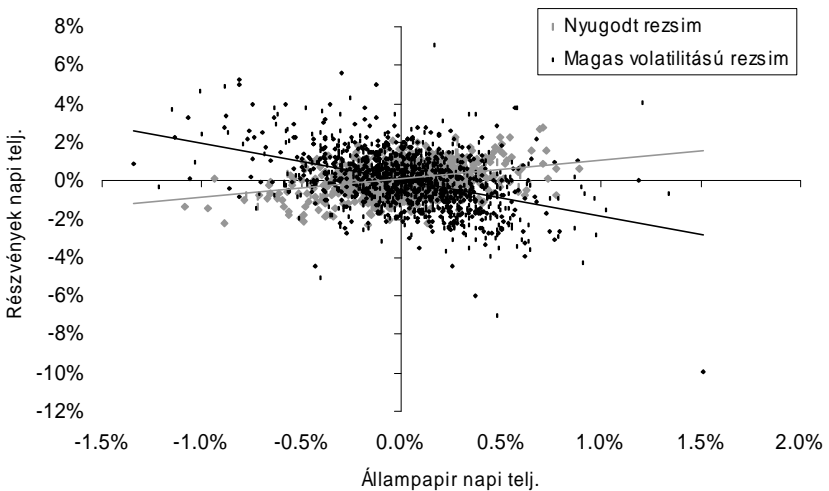
8. táblázat. Rezsimváltó modell paraméterek: amerikai részvény és állampapír

A 4. ábra az S&P 500 indexbe és az amerikai állampapírba történő befektetés értékének időbeli alakulását, illetve a napi megfigyelések alapján a magasabb volatilitású rezsimre adott valószínűségbecsléseinket mutatja. Az egyszerűbb láthatóság kedvéért napi hozamok helyett tehát a befektetések

értékét reprezentáló indexeket mutatunk, de a becslés természetesen a napi hozamok alapján történt. Az 5. ábra a feltételes korreláció viselkedését illusztrálja: a szürke pontok a nyugodtabb, második rezsimhez sorolható napok során mért napi részvény és kötvény hozamokat, a fekete pontok pedig a magasabb volatilitású rezsimben mért napi hozamokat ábrázolják.



4. ábra. Rezsimalószínűségek az amerikai piacon



5. ábra. Állampapír-részvény korreláció nyugodt és hektikus időben

A vizsgálatot megismételtük a magyar piacra is: az elemzés során a BUX és 3 éves állampapír adatait vizsgáltuk az 1997. október 11. – 2005. augusztus 31. közötti időszakban. Becslési eredményeinket a 9. táblázatban foglaltuk össze, és az amerikai példához hasonlóan az első rezsim interpretálható magas volatilitású stresszes rezsimként. Azonban e hasonlóság mellett számos különbség is tapasztalható:

1. A részvény-kötvény korreláció 0.11-ről 0.23-ra növekedett a magasabb volatilitású rezsimben, amely éppen ellentétes az amerikai példában tapasztalt csökkenő iránnyal. A „flight to quality” hatás tehát nem tapasztalható a hazai piacon.
2. A volatilitások változékonysága nagyobb intenzitást mutat: a részvények volatilitása közel 3-szorosára, az állampapír volatilitás pedig egyenesen 5-szörösére emelkedett. Bár tapasztalhattunk enyhe volatilitás emelkedést az amerikai állampapír-piacon is, távról sem beszélhettünk ott ilyen arányról.
3. A magas volatilitású rezsim lényegesen alacsonyabb perzisztenciával jellemezhető: viszonylag alacsonyabb, 66.3% valószínűsége volt annak, hogy egy hektikus napot egy újabb hektikus nap fog követni.

Hasonlóképpen a 4. ábrához, a 6. ábra a BUX indexbe és a 3 éves állampapírba történő befektetés értékét, illetve a napi megfigyelések alapján a magasabb volatilitású rezsimre adott valószínűségbecsléseinket mutatja.

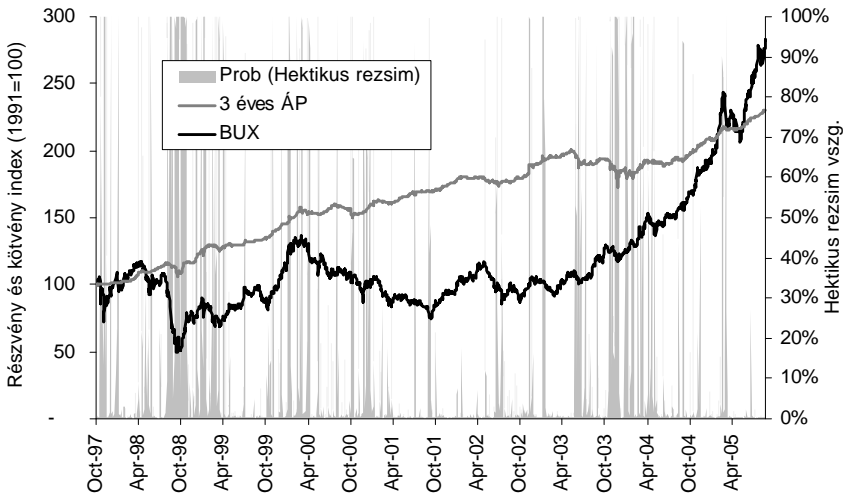
Átmenet- és állapotvalószínűségek

<i>Rezsimből</i>	Rezsim 1	Rezsim 2
Rezsim 1	66.30%	33.70%
Rezsim 2	5.84%	94.16%
Állapotvalószínűség	14.77%	85.23%

Átlag és volatilitás

	Részvény	Állampapír
Átlag 1	-0.38%	0.02%
Átlag 2	0.13%	0.05%
Volatilitás 1	3.77%	0.82%
Volatilitás 2	1.32%	0.17%
Korreláció 1	0.2303	
Korreláció 2	0.1106	

9. táblázat. Rezsimváltó modell paraméterek:
részvény és állampapír a magyar piacon



6. ábra. Rezsimvalószínűségek a magyar piacon: állampapír és részvény, napi adatok alapján

4.2 Feltételes volatilitások és korrelációk eltérő időtávon

Végezetül tekintsük a részvények, kötvények és a forint együttes viselkedését a BUX, EUR/HUF és a 3 éves állampapír 2001. május 7. – 2005. augusztus 31. közötti napi és heti adatai alapján. A 10. táblázatban bemutatott becslési eredmények szerint ismét elkülöníthetünk egy negatív várható hozamú, magas volatilitású rezsimek, illetve egy pozitív hozamokat és alacsonyabb volatilitást mutató rezsimek. Minthogy a vizsgált időszak rövidebb, ugyanakkor a részvényindex és az állampapír mellett a forint árfolyam is a becslési adatbázis része, a becsült paraméterek számszakilag eltérnek az előbbi elemzésben tárgyaltaktól. E háromdimenziós esetben a legnagyobb volatilitás-ugrást a devizaárfolyam produkálja: a BUX és az állampapír volatilitása kb. másfélszeresre, a forint volatilitása viszont több mint három és félszeres értékre ugrik a hektikusabb rezsimekben.

Átmenet- és állapotvalószínűségek

Rezsimből	Rezsimek 1	Rezsimek 2
Rezsimek 1	66.63%	33.37%
Rezsimek 2	5.63%	94.37%
Állapotvalószínűség	14.44%	85.56%

Átlag és volatilitás

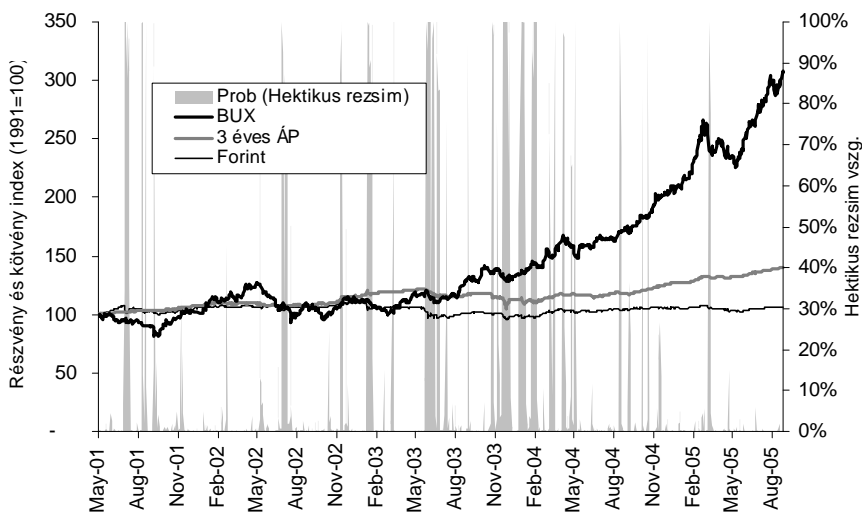
	Részvény	Állampapír	Forint
Átlag 1	-0.12%	-0.06%	-0.13%
Átlag 2	0.15%	0.03%	0.03%
Volatilitás 1	1.83%	0.45%	1.13%
Volatilitás 2	1.13%	0.30%	0.31%

Korreláció

	Részvény	Állampapír	Forint
Részvény	1.0000		
Állampapír	-0.2429	1.0000	
Forint	0.1061	-0.0158	1.0000

Részvény	1.0000		
Állampapír	-0.2085	1.0000	
Forint	0.1215	-0.0342	1.0000

10. táblázat. Rezsimváltó modell paraméterek: részvény, állampapír és deviza, napi adatok alapján



7. ábra. Rezsimvalószínűségeket a magyar piacon: állampapír, részvény és deviza, napi adatok alapján

Hasonlítsuk most össze a 3 eszközcsoport azonos időszakra, de heti hozamai alapján számított becsléseinket a 11. táblázat illetve a 8. ábra alapján. Az átlagteljesítmények továbbra is negatívak az első rezsimben, és pozitívak a második rezsimben. Az állampapírok és devizák volatilitása az első rezsimben lényegesen magasabb (2.24-szeres illetve 3.60-szoros a második rezsimhez viszonyítva), ugyanakkor a részvények volatilitása enyhébbnek mutatkozik első rezsimben. A rezsimek tekintetében tehát alapvetően az állampapír és a devizaárfolyam volatilitása tűnik a fő meghatározó tényezőnek. Az idegebb forintárfolyam és az emelkedett kötvényvolatilitás időszaka egyúttal a kötvény-részvény korrelációk jelentős megemelkedésével is egybeesik: a perzisztensebb második rezsimben mért 0.16-os heti korreláció az első, kevésbé perzisztens rezsimben 0.49 körüli értékre ugrik.

Átmenet- és állapotvalószínűségek

Rezsimből	Rezsim 1	Rezsim 2
Rezsim 1	61.41%	38.59%
Rezsim 2	4.67%	95.33%
Állapotvalószínűség	10.80%	89.20%

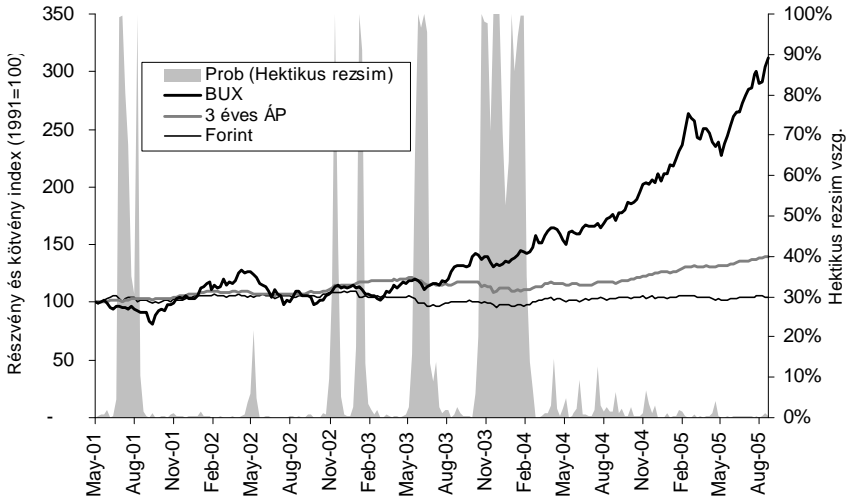
Átlag és volatilitás

	Részvény	Állampapír	Forint
Átlag 1	-0.23%	-0.32%	-0.84%
Átlag 2	0.64%	0.20%	0.11%
Volatilitás 1	2.08%	1.69%	1.75%
Volatilitás 2	2.80%	0.47%	0.78%

Korreláció

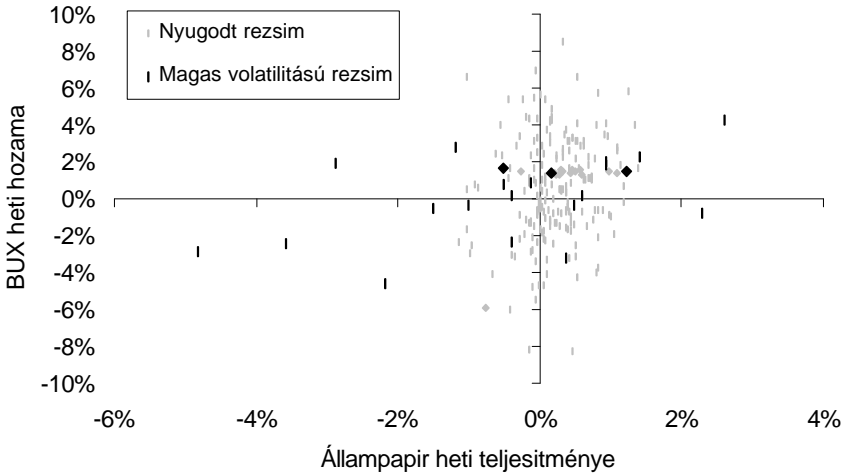
	Részvény	Állampapír	Forint
Részvény	1.0000		
Állampapír	0.4845	1.0000	
Forint	0.0490	0.4156	1.0000
Részvény	1.0000		
Állampapír	0.1612	1.0000	
Forint	0.1910	0.5729	1.0000

11. táblázat. Rezsimváltó modell paraméterek: részvény, állampapír és deviza, heti adatok alapján



8. ábra. Rezsimvalószínűségek a magyar piacon: állampapír, részvény és deviza, heti adatok alapján

Az állampapírok és részvények heti hozamainak együtteseit a 9. ábra szemlélteti: a fekete pontok az állampapírok és a forint szempontjából magasabb, a szürke pontok az alacsonyabb volatilitású rezsimből származnak.



9. ábra. Állampapír-részvény korreláció a magyar piacon

Elemzésünk legfontosabb tapasztalataként azt mondhatjuk ki, hogy a hazai piacon az állampapírok együtt válnak kockázatosabbá a részvényekkel, és a korreláció megnövekedése szerint nem várható hasonló diverzifikációs hatás mint az amerikai példában volt tapasztalható.

5 Következtetések

Tanulmányunkban három alapvető hazai pénzügyi piaci kockázati faktor, a részvényt piacot reprezentáló BUX index, a kamatlábakat reprezentáló 3 éves állampapír, illetve a devizapiacot reprezentáló euró-forint árfolyam együttes viselkedését vizsgáltuk. Főbb megállapításaink közé sorolható, hogy a volatilitások és a korrelációk időben nem skálázhatók át a függetlenség feltételezése mellett megszokott módon, a növekvő korrelációs együtthatók szignifikáns, időben átnyúló hatásokról tanúskodnak: valamely piaci szegmenst érő sokkok esetleg egy napos késéssel, de átgyűrűznek más szegmensekre is. A másik fő megállapítás az, hogy a nyugodt és stresszes időszakokat elkülönítve nem tapasztalható az a korreláció csökkenés az állampapírok és részvények között, amely például az amerikai piacon nyomon követhető. Ellenkezőleg: az állampapírok inkább mint kockázatos eszközök viselkednek a magasabb volatilitású időszakokban.

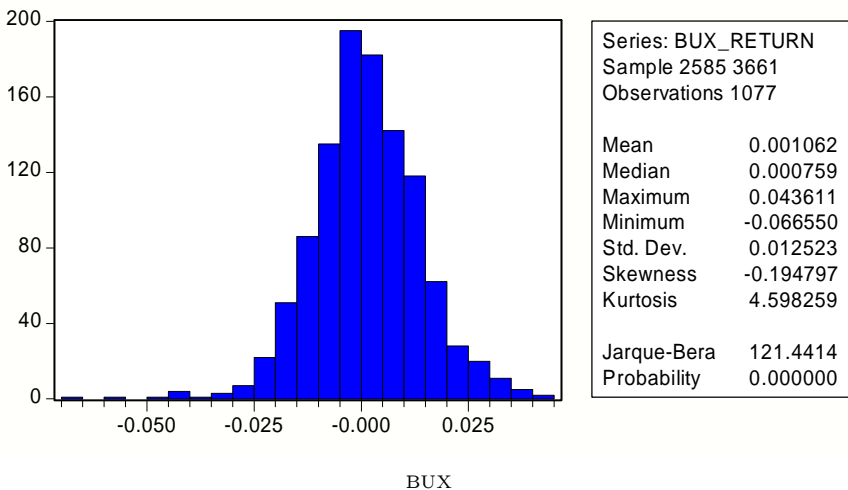
A volatilitások és korrelációk időhorizont szerinti változékonysága mind kockázatmérési mind pedig portfóliókezelési szempontból releváns észrevétel. Ha egy portfólió havi időtávon mért kockázatának becslésére napi adatokból számított kovariancia mátrixot használunk, jó eséllyel alulbecsülhetjük a valós kockázatot, hiszen tapasztalataink szerint a heti és havi időskálán mért korrelációs együtthatók magasabb értékeket mutatnak a napi lépésközzel mért értékeknél. Eszközallokációs szempontból továbbá fel kell hívni a figyelmet

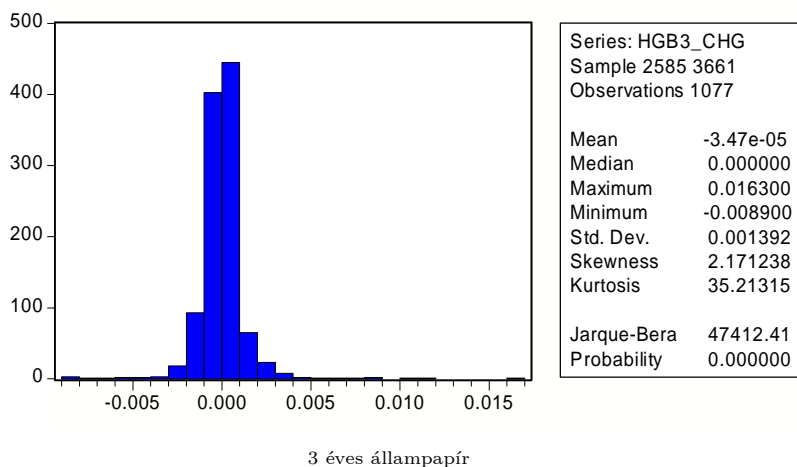
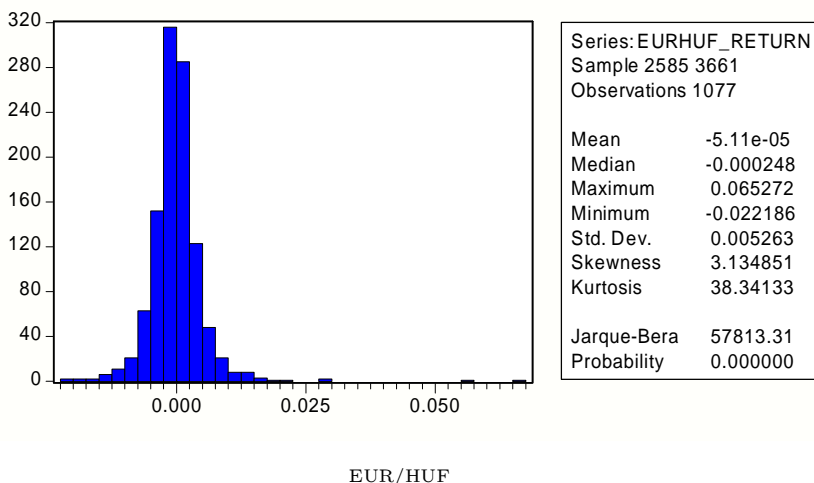
arra, hogy azonos hasznosságfüggvény feltételezése esetében egy kimondottan rövid időtávra fókuszáló befektető optimális allokációja nagy valószínűséggel el fog térni egy hosszabb időhorizonttal rendelkező befektetőjétől.

Hasonlóképpen említést kell tenni az eltérő rezsimok gyakorlati vonatkozásairól is. A rezsimváltó modellek alkalmazása várhatóan pontosabb kockázatbecslést tesz lehetővé, hiszen a mögöttes kevert normális eloszlás vastag szélű és csúcsos a sztenderd normális eloszláshoz képest. A várhatóan jobb illeszkedésen túl fontos figyelembe venni azt is, hogy információt kaphatunk a rezsimok dinamikájáról az átmenetvalószínűségek elemzésén keresztül: becslést adhatunk például egy stresszes időszakból nyugodtabb időszakba történő visszatérés valószínűségére illetve a stresszes időszak hosszára. A rezsimváltó modellek persze nemcsak szigorúan kvantitatív, hanem kvalitatív módon is alkalmazhatók. Egy nyugodt, emelkedő piac esetében az optimális portfólió-allokációban nagyobb súlyt kapnak a kockázatos eszközök, míg egy stresszebb időszakban jellemzően a biztonságosabb eszközöknek jut nagyobb szerep. Az eltérő rezsimok melletti optimális allokáció kiindulópont lehet például a taktikai eszközallokációban is: a portfóliókezelő ezen optimális allokációk között mozoghat a különböző rezsimokot illető várakozásai függvényében.

A tanulmány alapvetően empirikus jellegű, de több további lehetséges kutatási témát is felvet. Egyfelől érdekes lehet a sokkhatások átgyűrűzését leíró csatornák kvalitatív, tartalmi feltárása. Másik lehetséges kutatási irány a kvantitatív elemzések kiterjesztése egyrészt a közép-európai régióra, másfelől a magyar és nyugat-európai vagy amerikai piacok együttes elemzésének irányába.

1. Melléklet. A hozamok fő statisztikái





2. Melléklet. A hozamadatok fő statisztikái

Időbeli eltolás (nap)	Autokorreláció	Parciális autokorreláció	Q-Stat	p-érték
1	-0.018	-0.018	0.3323	0.564
2	0.026	0.026	1.0806	0.583
3	-0.036	-0.035	2.4616	0.482
4	0.019	0.017	2.8351	0.586
5	-0.021	-0.019	3.3317	0.649

BUX, mintaelemszám: 1077

Időbeli eltolás (nap)	Autokorreláció	Parciális autokorreláció	Q-Stat	p-érték
1	-0.075	-0.075	6.0471	0.014
2	0.000	-0.005	6.0473	0.049
3	0.006	0.005	6.0821	0.108
4	-0.053	-0.052	9.1141	0.058
5	-0.022	-0.030	9.6191	0.087

EUR/HUF, mintaelemszám: 1077

Időbeli eltolás (nap)	Autokorreláció	Parciális autokorreláció	Q-Stat	p-érték
1	0.011	0.011	0.1300	0.718
2	0.057	0.057	3.5990	0.165
3	-0.024	-0.026	4.2477	0.236
4	-0.061	-0.064	8.2588	0.083
5	0.006	0.010	8.2981	0.141
6	0.002	0.009	8.3031	0.217
7	-0.016	-0.020	8.5760	0.285
8	-0.028	-0.032	9.4228	0.308
9	0.035	0.040	10.786	0.291
10	-0.043	-0.041	12.805	0.235

3 éves állampapír, mintaelemszám: 1077

Irodalom

1. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., Heath, D. (1998): *Coherent Measures of Risk*. ETH Zürich
2. Campbell, J. Y., Viceira, L. M. (2004): *Long-Horizon Mean-Variance Analysis: A User Guide*, Working Paper
3. Cambell, J. Y., Viceira, L. M. (2002): *Strategic Asset Allocation – Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford University Press
4. Cheklov, A., Uryasev, S., Zabaranin, M. (2003): *Portfolio Optimization with Drawdown Constraints*, University of Florida, Risk Management and Financial Engineering Lab, Working Paper
5. Darvas Zs. (2001): Árfolyamrendszer-hitelesség és kamatláb-változékonyság. *Statisztikai Szemle*, 79. évf. 6. szám
6. De Santis, G., Litterman, B., Vesval, A., Winkelmann, K. (2003): Covariance Matrix Estimation, in: *Modern Investment Management*, ed. Litterman, B., John Wiley & Sons, New Jersey, pp. 224–248
7. Diebold, F., Joon-Haeng, L., Weinbach, G. (1994): Regime-switching with time-varying transition probabilities. in: Hargreaves (szerk.) *Nonstationary time series analysis and cointegration*; Oxford University Press, pp. 284–302
8. Gray, S. F. (1996): Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process. *Journal of Financial Economics* 42, Elsevier

9. Hamilton, J. D. (1989): A New Approach to the Economic Analysis of Non-stationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, Vol. 57, No. 2
10. Hamilton, J. D. (1990): Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime. *Journal of Econometrics* 45, pp. 39–70, Elsevier Science Publishers
11. Hamilton, J. D. (1994): *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey
12. Hamilton, J. D. (1996): Stock Market Volatility and the Business Cycle. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11
13. Janecsó, B. (2000): Idősor-modellezés és opcióárazás a csonkolt Lévy-eloszlással. *Közgazdasági Szemle*, XLVII 899-917.
14. Jorion, P. (1999): *A kockázatosított érték*. Panem, Budapest
15. Kim, C., Nelson, C. R. (1999): *State-Space Models with Regime Switching – Classical and Gibbs-Sampling Approaches and Applications*. The MIT Press, Cambridge
16. Király, J. (1998): Beszélgetések a kockázatosított értékről. in: *Bankról, pénzről, tőzsdéről*. A Bankárképző jubileumi kötet
17. Kóbor, Á. (2000): A feltétel nélküli normalitás egyszerű alternatívái a kockázatosított érték számításában. *Közgazdasági Szemle*, XLVII. 878–898., 2000. november
18. Kóbor Á., Székely P. I. (2004): Foreign Exchange Market Volatility in EU Accession Countries in the Run-Up to Euro Adoption: Weathering Uncharted Waters. *Economic Systems* 28, pp. 337–352, Elsevier Publishers
19. Krokmal, P., Palmquist, J., Uryasev, S. (2001): *Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints*, University of Florida, Department of Industrial and Systems Engineering, Working Paper
20. Krolzig, H. M. (1997): *Markov-Switching Vector Autoregressions*. Modelling, Statistical Inference and Application to Business Cycle Analysis, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Volume 454, Berlin, Springer
21. Krolzig, H. M. (1998): *Econometric Modelling of Markov-Switching Vector Autoregressions Using MSVAR for Oz*, Institute of Economics and Statistics and Nuffield College, Oxford
22. Lo, A. W. (2002): The Statistics of Sharpe Ratio, *Financial Analyst Journal*, 2002. jul.-aug., pp. 36–52
23. Mikolasek, A. (1998): A magyar árfolyamrendszer egy elméleti kerete. *Közgazdasági Szemle*, XLV. évf. 1998. szeptember
24. MNB (2005): *Jelentés a Pénzügyi Stabilitásról*, 2005. április
25. Naszódi A. (2004): *A sávmódosítások árfolyamhatásának vizsgálata opciós modell keretei között*, MNB Füzetek, 2004/2
26. Ross, S. A. (2005): *Neoclassical Finance*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
27. Stambaugh, R. F. (1997): Analyzing investments whose histories differ in length, *Journal of Financial Economics*, Vol. 45, pp. 285–331
28. Varga, J., Rappai, G. (2002): Heteroszkedaszticitás és a szisztematikus kockázat hatékony becslése GARCH modell alapján — A magyar részvénytőkepiac elemzése, *Sigma*, Vol. 33. pp. 103–113

MARKET RISK AND DIVERSIFICATION ON THE HUNGARIAN
CAPITAL MARKET

We analyze three representative market factors of the Hungarian capital markets, namely the BUX index representing the stock market, the 3-year Government bond representing the fixed income markets, and the euro-forint exchange rate that represents the currency markets. First, we focus on the volatilities and the cross-correlations of these factors on different time horizons. We find that the correlations across these factors increase as the daily measurement period is expanded to weekly or monthly time horizons. Second, we study the conditional behavior of the selected market risk factors: we can separate quite and hectic periods by Markov switching models. In the hectic regime the risk factors typically exhibit higher volatilities, as well as higher cross-correlations. Unlike in the case of the US markets, the correlation between government bonds and equities increases in the higher volatility periods, deteriorating the expected diversification benefits significantly.