

HASZNOSSÁGI FÜGGVÉNYEK ÉS KOCKÁZATI ATTITÚD¹

ULBERT JÓZSEF

PTE Közgazdaság-tudományi Kar

A kockázati attitűd mérésére tett modern kísérletek immáron több mint fél évszázados múltra tekintenek vissza. Több tudományterület tekintette feladatának e probléma vizsgálatát, nyilvánvaló módon más szempontokat kiemelve. Csak az utóbbi néhány évtizedben kezdenek közelíteni egymáshoz a különböző tudományterületi megközelítések, ezért természetesen még igen sok kérdés nyitott. A közelítés oka, hogy a hasznosságelvű döntéshozatalon alapuló kockázati attitűd-vizsgálatok tulajdonképpen csődöt mondtak. Önmagában a hasznosságmaximalás elve nem ad magyarázatot számos racionalitási és kockázati attitűdre vonatkozó empirikus megfigyelésre. A gondolat, mely szerint a hasznossági függvény ismerete, vagy becslése elegendő a kockázati attitűd méréséhez, egyre inkább a múlté. A kockázati attitűd hasznosságelvű megközelítésének technikai megújító kísérletei zsákcáznak látszanak. A kognitív pszichológia és a szociológia kockázatszlelésre vonatkozó eredményei nélkül a hasznosságelvű döntéshozatal elve nem képes megújulni. Célunk annak bemutatása, hogy a hasznosságelvű kockázati attitűdmérés milyen fejlődési stádiumokon keresztül jutott el odáig, hogy a kognitív pszichológia kockázatszlelésen alapuló felismeréseit felhasználva az empirikus kutatások által felvetett problémákra elfogadhatóbb magyarázatot találjon. E sajátos kettős megközelítésen alapul egy ma már három éves múltra visszatekintő OTKA kutatás, melynek egyik eredménye ez a cikk is.

Bevezetés, alapfogalmak

Daniel Bernoulli (1738, 1954) a szentpétervári paradoxon feloldására javasolta a hasznosság várható értéke maximalizálásának elvét.² Ennek lényege

¹Beérkezett: 2004. szeptember 26. Ulbert József a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának docense (ulbert@ktk.pte.hu) és az OTKA T035105 sz. kutatás témavezetője. Ezúton mondok köszönetet a kutatás támogatásáért. Itt kell megköszönnöm Varga Józsefnek (PTE KTK egyetemi tanára) a cikk megírásához nyújtott segítségét is.

²D. Bernoulli egy olyan szerencsejátékról értekezik, amelyben a játékos egy szabályos pénzérmével addig dob, amíg fejet nem kap. Ha ez a k -adik dobásra következik be, akkor a bank 2^k tallért fizet a játékosnak. Kérdés: mennyi az a pénzüsszeg, amelyet méltányos játék esetén a játékosnak fizetnie kell ahhoz, hogy egy ilyen játékot végigjátszhasson? Ha a méltányosságot úgy értelmezzük, hogy a tiszta nyeremény átlagos értéke (várható értéke) 0 legyen, akkor ez a természetes követelmény arra a paradox eredményre vezet, hogy akármilyen (véges) sok pénzt fizet a játékos a banknak, a játék mindig hátrányos lesz a bank számára, hiszen a bank veszteségének várható értéke végtelen. Ennek a játéknak a várható nyereményígérete (a nyeremény várható értéke) végtelen, a játékban való részvételért a

a következő két mondatban foglalható össze: „Egy dolog értékének nem árán, hanem a belőle származó hasznosságon kell alapulnia... A vagyon növekményének hasznossága fordított arányban lesz a birtokolt javak mennyiségével.”³

Az értékeket tehát egy hasznossági transzformációnak kell alávetni, amihez elsősorban jól körülírható hasznossági függvényre van szükség, amely a döntéshozó hasznosság-maximalizáló és kockázat-minimalizáló törekvéseinek alapját képezi.

D. Bernoulli úgy találta, hogy a döntéshozók nagy részének döntéseit a leginkább adekvát módon leíró függvény logaritmikus. A fent idézett megállapítás alapján a hasznossági függvényre felírható differenciálegyenlet megoldása⁴ az $u(w) = k \ln w$ függvény.

A logaritmikus hasznossági függvény alakjánál fogva tulajdonképpen megfelel Gossen első törvényének, a határhaszon csökkenése elvének. Ez vezet ahhoz, hogy a végtelen nyereségyéretű lottóért véges részvételi díjat hajlandóak fizetni a játék potenciális résztvevői. A paradoxon tehát ekképpen feloldható lenne. Bernoulli korszakalkotó felismerése szerint nem a nyeresemény abszolút összege a hasznosság gyarapodásának mérőszáma, hanem annak a döntéshozatal időpontjában meglévő vagyonhoz történő hozzájárulása képezi a hasznosság mérésének alapját.⁵

A szabály ezek után nagyon egyszerű. Több kínálgató alternatíva közül azt kell választani, amelyik a legnagyobb várható hasznossággal rendelkezik, vagyis amelyre

$$\mathbf{E}u(x) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i) \rightarrow \max ,$$

ahol x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ egy alternatíva lehetséges kimeneteleinek pénzértékeit, p_i , $i = 1, 2, \dots, n$ a kimenetek bekövetkezési valószínűségeit jelöli, $u(\cdot)$ pedig a döntéshozó hasznossági függvénye.

A hasznossági transzformáció lehetőséget ad arra, hogy nem azonos dimenziójú eredményeket is össze tudjunk hasonlítani egymással, a közös mérték a hasznosság ($u(x)$), illetve annak várható értéke ($\mathbf{E}u(x)$) lesz. A fenti általános feladatból leolvasható, hogy az alternatívák rangsorolása szempontjából központi szerepe a hasznossági függvénynek van (Hirshleifer-Riley (1992)), hiszen a várható hasznosság meghatározása a már ismert szabályok szerint történik.

Ha a hasznossági függvény kialakításakor, illetve meghatározásakor az eredménytagok csak pozitív lineáris transzformációs lépéseken mennek ke-

potenciális játékosok azonban csak véges részvételi díjat hajlandóak fizetni. Ez a döntési probléma szentpétervári paradoxonként, a döntési szabály pedig Bernoulli-elvként ismert.

³Az idézetek D. Bernoullitól valók. Részleges fordításuk magyarul tudomásunk szerint először Bernstein (1998) munkájában látott napvilágot.

⁴Bernoulli szerint az egyén vagyonának dw növekménye okozta du hasznosság növekmény fordítottan arányos a w teljes vagyonával, vagyis $du = kdw/w$. Ennek a differenciálegyenletnek a megoldása a fent említett logaritmus függvény.

⁵Itt kívánjuk megjegyezni, hogy a Neumann-Morgenstern-féle axiómarendszer, továbbá Markowitz (1952) megközelítése, és még később Kahnemann-Tversky (1979) újítása is ezen a felismerésen alapul.

resztül, akkor annak eredményeként egy lineáris hasznossági függvény áll elő, melynek általános alakja:

$$u(x) = \alpha + \beta x ,$$

ahol az iménti feltétel miatt $\beta > 0$, α pedig a jelenlegi vagyonhoz rendelhető hasznossági potenciál mértéke.

Ebben az esetben a hasznosság várható értékének maximalizálása, mint döntéshozói célkitűzés megfeleltethető a várható érték maximalizálása célkitűzésének. Ez utóbbiról tudjuk, hogy egyértelműen a kockázat semleges döntéshozók döntési szabálya, ezért a kockázat semleges döntéshozók lineáris hasznossági függvénnyel rendelkeznek. Megfordítva is igaz, ha egy döntéshozó lineáris hasznossági függvénnyel rendelkezik, akkor semleges kockázati attitűddel jellemezhető.

A lineáris hasznossági függvények az állandó határhaszon esetét tükrözik. A semleges döntéshozó egy befektetési alternatíváért annak várható értékét hajlandó fizetni, így a pénz által képviselt kiadott hasznosság (az ár haszonáldozata) éppen megegyezik a nyert hasznosság várható értékével. $\mathbf{E}u(x) \geq u(\mathbf{E}x)$, ha $u(x)$ konkáv, és fordítva, ha $u(x)$ konvex, a kettő csak lineáris hasznossági függvények esetében egyezik meg egymással.

A linearitásra és a paraméterek előjelére vonatkozó korlátozó feltételekkel szakítva, például kvadratikus hasznossági transzformációt feltételezve a hasznossági függvény általános alakja:

$$u(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 .$$

Ha a transzformáció eredményeként egy maximummal rendelkező (konkáv) parabola alakul ki, akkor az a csökkenő határhaszon elvét képviseli. Ezt a Bernoulli elv is elfogadja a kockázatkerülő döntéshozók sajátjaként. Általánosítva, bármilyen transzformáció esetén állíthatjuk, hogy a konkáv hasznossági függvényt eredményező transzformációk kockázatkerülő döntéshozókra jellemzők.

Teljesen hasonló megfontolások érvényesíthetők a konvex hasznossági függvényekkel kapcsolatban, amelyek a kockázatbarát döntéshozókra jellemzők. A klasszikus hasznossági függvények⁶ alapján a döntéshozók képesek arra, hogy az alternatívák hasznossági különbözőzeit meghatározzák, majd ezek alapján rangsort állítsanak fel.

A másik megközelítés abból indul ki, hogy a projektek rangsorolásához, illetve a határár meghatározásához elegendőek a gyenge preferencia relációk, amelyek a racionális magatartási axiómákon alapulnak.⁷ Az így becslt, ún. Neumann-Morgenstern hasznossági függvények alapján elvégezhető az

⁶Összefoglaló néven azok a függvények, amelyek esetében elegendő információ áll rendelkezésre ahhoz, hogy a hasznossági függvény egyértelműen definiált legyen, és egy meghatározott kérdezési technika (Bernoulli kérdőívek) segítségével, általában az intervallumfelezés módszerével becsülhető maga a függvény.

⁷Többféle axiómarendszer ismerünk, amelyek közös alapjával a Neumann-Morgenstern (1948) axiómarendszer szolgált. Az alkalmazott módszer legtöbbször az ún. referencia alternatíva módszer.

alternatívák rangsorolása, ez azonban csak az első lépés a döntés felé, hiszen az alternatívák beszerzési ára is befolyásolja a végső döntést.

A hasznossági függvények három alaptípusának ismert kombinációiban⁸ közös elem, hogy:

- a kockázati magatartás, illetve ezzel párhuzamosan a hasznossági függvény alakja a döntéshozó mindenkori vagyoni helyzetétől (w), illetve annak változásától függ,⁹
- a vagyon várható végső értékét (\bar{w}) valószínűségi változónak tekintjük, amely két részből áll: az induló vagyomból (w_0), illetve egy bizonytalan lottó várható értékéből (\bar{x}), amelyekre

$$\bar{w} = w_0 + \bar{x},$$

- továbbá a függvény növekvő (a döntéshozó preferálja a többet a kevesebbel szemben) és differenciálható. (Csökkenő függvény esetében a racionalitás kritériuma nyilvánvalóan sérül.)

A fenti feltételek mellett bármilyen módszerrel állítjuk is elő, becsüljük a hasznossági függvényt, annak alakja a kockázati attitűdre utal. Lineáris haszonkockázati függvénnyel rendelkező semleges döntéshozó akkor és csak akkor vesz részt egy szerencsejátékban, ha a feláldozott hasznosság éppen akkora, mint a nyert hasznosság várható értéke. Semleges döntéshozó csak és kizárólag igazságos (fair) játékban vesz részt. Olyan játék, illetve döntés tekinthető igazságosnak, amelyben a nyeremény, illetve a vagyon tranzakció után várható értéke (nyert hasznosság) éppen megegyezik a játszmában való részvétel díjával (feláldozott hasznosság). Jelekben:

$$\mathbf{E}u(w) = u(\bar{w}),$$

ahol $\mathbf{E}w = \bar{w}$. Megfordítva is igaz: aki csak igazságos játékban vesz részt, azt kockázat semleges döntéshozónak tekinthetjük, ami akkor és csak akkor lehetséges, ha a döntéshozó nem tart igényt a kockázati prémiumra¹⁰ ($RP(\bar{w}) = 0$), mivel nem érzékeli, illetve nem értékeli a kockázatot.¹¹

A vagyont valószínűségi változónak tekintve, a kockázati prémium előjele tulajdonképpen azt mutatja meg, hogy a döntéshozó hogyan viszonyul egy bizonytalan, illetve kockázatosnak tekinthető pénzügyi tételhez, amennyiben az vagyonának részét képezi. Kockázatkerülő döntéshozóról akkor beszélhetünk, ha a kockázati prémium pozitív, mert ebben az esetben a kockázati prémium

⁸Ezek közül talán legismertebb az ún. Friedman–Savage (1948) függvény, amelyben konkáv, konvex és lineáris szakaszok egyaránt előfordulhatnak.

⁹Markowitz (1952) éppen e tekintetben bírálta a Friedman–Savage-féle hasznossági függvényt.

¹⁰A kockázati prémium az a felár, amelyet a döntéshozók a megnövekvő kockázatért cserébe elvárt megtérülés többletigényként megfogalmaznak.

¹¹Nem tudjuk, hogy azért nem értékeli-e, mert nem érzékeli, vagy azért nem érzékeli, mert nem érdekli. A már hivatkozott OTKA-kutatás is azt tekintette fő céljának, hogy az észlelés és a kockázati attitűd közti kapcsolatot vizsgálja.

az a maximális hozam, amelyről a döntéshozó lemondhat. Ekkor a fenti összefüggés a következőképpen módosul:

$$\mathbf{E}u(w) = u(\bar{w} - RP(\bar{w})) .$$

Kockázatkerülő döntéshozó csak akkor kaphatja meg a kockázati prémiumot, illetve annak egy részét, ha a vagyonának részét képező kockázatos tételt megtartja, hiszen ekkor vállalja a kockázatot. A megtartás-eladás dilemmát leginkább meghatározó tényező az ún. biztonsági ekvivalens (certainty equivalent),

$$CE = \bar{w} - RP(\bar{w}) .$$

A biztonsági ekvivalens az eladás határára. Akkor dönt az eladás mellett a döntéshozó, ha a kockázatos lottóért cserébe legalább ekkora összeget kap.¹² Másképpen megfogalmazva, akkor vállalja a megtartással együtt járó kockázatot, ha a kapott vételi ajánlatok egyike sem éri el a biztonsági ekvivalens szintjét.

A csere egyenértékű, mert csak akkor kerülhet sor rá, ha a döntéshozó a biztonsági ekvivalenst éppen olyan hasznosságúnak ítéli, mint a kockázatos tétel várható hasznosság értékét.¹³

A hasznossági transzformáció ismeretében azt mondhatjuk, hogy monoton növekvő, konkáv hasznossági függvény esetén a várható érték nem kisebb, mint a biztonsági ekvivalens, azaz a kockázati prémium pozitív előjelű. Konkáv hasznossági függvény esetén viszont éppen fordítva, a biztonsági ekvivalens nem kisebb a várható értéknél.

A kockázati attitűd mérése

A szakirodalom Bernoulli nyomdokán egyértelműen állást foglal a tekintetben, hogy a hasznossági függvény ismerete szükséges a kockázati attitűd meghatározásához, azaz, hogy a hasznossági függvény egyértelműen definiál egy kockázati attitűdöt. A fentiek alapján logikusnak tűnő következtetés, hogy a kockázati prémium előjele a kockázati magatartásra utal, tehát a hasznossági függvényből elő kell állítani a kockázati prémiumot. E gondolatmenet, illetve az attitűd mérésére tett első kísérlet Pratt (1964) nevéhez fűződik.

Ha a döntéshozó induló vagyonának (w_0) része a kockázatos \bar{x} várható értékű pénzügyi tétel, melynek árfolyama $P(L)$, akkor a vagyon várható értékét ($\bar{w} = w_0 + \bar{x}$) egy eladásra, vagy megtartásra vonatkozó döntés alakítja:

¹²Természetesen a másik oldal is hasonlóképpen mérlegel: aki nem rendelkezik a kockázatos tétellel, az kialakítja annak határárát, vagyis azt az összeget, amennyiért még hajlandó megvásárolni azt. Ezt igazságos (fair) árnak hívjuk. Tranzakcióra pedig nyilvánvaló módon csak akkor kerülhet sor, ha a fair ár nagyobb, mint a biztonsági ekvivalens.

¹³A biztonsági ekvivalens vagy a hasznossági függvény inverze segítségével (ld. Pratt (1964), Arrow (1971)), vagy a vállalatértékelés során a CAPM felhasználásával állítható elő (magyarul ld. Ulbert (2003)).

1. *Eladás.* Eladja a kérdéses pénzügyi tételt, mely esetben tulajdonképpen nem vállalja, hanem áthárítja a kockázatot, így nem kapja meg a kockázati prémiumot, csak a biztonsági ekvivalenst. Ha kockázatkerülő döntéshozóról van szó, akkor az eladásra csak akkor kerülhet sor, ha $RP(\bar{w}) \geq 0$, ami a fenti definíció szerint azt feltételezi, hogy $\bar{x} \geq P(L)$, hiszen $RP(\bar{w}) = \bar{x} - P(L)$. Eladás esetén a vagyona: $w = w_0 + P(L)$ lesz. Ez tulajdonképpen a biztonsági ekvivalens, hiszen: $P(L) = \bar{x} - RP(\bar{w})$, $\bar{w} = w_0 + \bar{x}$, és $CE = \bar{w} - RP(\bar{w})$.
2. *Megtartás.* A pénzügyi tétel megtartása esetén a kockázatot vállalja a döntéshozó, ezért igényt tarthat a bizonytalan kockázati prémiumra, de le kell mondania a biztonsági ekvivalensről. Vagyona ebben az esetben $\bar{w} = w_0 + \bar{x}$ lesz.

Az egyenértékű csere, azaz $\mathbf{E}u(w) = u(\bar{w} - RP(\bar{w}))$ miatt a hasznossági transzformáció a következő egyenlőséget eredményezi:

$$\mathbf{E}u(w_0 + \bar{x}) = u(w_0 + P(L)) = u(w_0 + \bar{x} - RP(\bar{w})) .$$

Ebből a kockázati prémium csak akkor fejezhető ki közvetlenül, ha a hasznossági függvény invertálható. Ez nem túl korlátozó feltevés, hiszen a hasznossági függvényekre vonatkozóan csak annyit jelent, hogy azok szigorúan monoton növekvők. Ekkor

$$RP(\bar{w}) = w_0 + \bar{x} - u^{-1}(\mathbf{E}u(w_0 + \bar{x})) = \bar{w} - CE .$$

Az összefüggések ismeretében már látszik, hogy az összeg utolsó tagja, a hasznossági függvény inverze tulajdonképpen nem más, mint a biztonsági ekvivalens. A kockázati prémium előjele pedig csak akkor pozitív, ha $\bar{w} \geq CE$. Az inverz a $w_0 + \bar{x}$ pont körüli Taylor-polinommal helyettesíthető:

Az eladási oldalon elsőrendben közelítve:

$$u(w_0 + \bar{x} - RP(\bar{w})) \approx u(w_0 + \bar{x}) + u'(w_0 + \bar{x})(-RP(\bar{w})) .$$

A megtartási oldalon másodrendben közelítve a hasznossági függvényt a $w_0 + \tilde{x}$ (\tilde{x} valószínűségi változó) pontban a $w_0 + \bar{x}$ pont körül:

$$u(w_0 + \tilde{x}) \approx u(w_0 + \bar{x}) + u'(w_0 + \bar{x})(\tilde{x} - \bar{x}) + \frac{1}{2}u''(w_0 + \bar{x})(\tilde{x} - \bar{x})^2 .$$

Mindkét oldal várható értékét véve az

$$\mathbf{E}u(w_0 + \tilde{x}) \approx u(w_0 + \bar{x}) + u'(w_0 + \bar{x})\mathbf{E}(\tilde{x} - \bar{x}) + \frac{1}{2}u''(w_0 + \bar{x})\mathbf{E}(\tilde{x} - \bar{x})^2$$

összefüggést kapjuk. Felhasználva az $\mathbf{E}(\tilde{x} - \bar{x}) = 0$, és $\mathbf{E}(\tilde{x} - \bar{x})^2 = \text{Var}(\tilde{x}) = \sigma^2$ összefüggéseket, továbbá az egyenértékű cserét figyelembe véve a két oldal egyezőségéből az egyenletet a kockázati prémiumra rendezve látható, hogy az tulajdonképpen egy kétváltozós függvényként is felfogható:

$$RP(\bar{w}) = -\frac{1}{2} \frac{u''(\bar{w})}{u'(\bar{w})} \cdot \sigma^2 .$$

A kockázat mértéke (variancia), illetve a kockázati magatartást, egészen pontosan a kockázatelutasítás intenzitását mutató mérőszám az abszolút kockázatelutasítási együttható (Absolute Risk Aversion, ARA^{14}) magyarázzák a kockázati prémium előjelét illetve mértékét.

A fenti egyenletből különös figyelmet kell szentelnünk a Pratt-Arrow mértéknek, amely általános formában a következő:

$$ARA(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)},$$

illetve az ebből származó ún. relatív kockázat elutasítási (Relatív Risk Aversion, RRA) mutatónak. A közöttük levő kapcsolatot az

$$RRA(w) = ARA(w) \cdot w$$

egyenlőség mutatja. Az alábbi következtetéseket vonhatjuk le a fenti mértékekkel kapcsolatban:

- minél nagyobb a variancia, annál nagyobb a kockázati prémium, azaz, minél nagyobb a kockázat, annál többet követel ellensúlyozásként a döntéshozó,
- a kockázati prémium nagysága konstans variancia esetén a kockázatelutasítás intenzitásától függ: a kockázatelutasító döntéshozó kockázati prémiuma pozitív előjelű, ami monoton növekvő haszonkockázati függvény esetén konkáv alakot jelent,
- a kockázati prémium negatív előjele konvex haszonkockázati függvények sajátossága,
- monoton növekvő haszonkockázati függvény esetén ARA első deriváltjának előjeléből egyértelműen következtethetünk az RP -értékekre és előjelekre, amennyiben a vagyon varianciája állandó,
- ha a variancia változik, azaz a vagyon belső struktúrája módosul, akkor RRA első deriváltjának előjele és mértéke befolyásolja a kockázati prémium arány- és irányváltozásait.

A fentiekből világosan látszik, hogy az ARA , illetve a RRA néhány speciális esetben igen jó mutatója lehet a kockázat elutasításának. Ha az induló vagyon nem függ a kockázattól, azaz ARA értéke konstans, vagy minden tranzakció kockázati struktúra-tartó, azaz RRA konstans. Belátható, hogy pl. $ARA(w) \equiv k$ konstans voltát (konstans abszolút kockázatelutasítás) a következő hasznossági függvényosztály biztosítja:¹⁵

$$u(w) = c_2 - \frac{c_1}{2k} e^{-2kw},$$

¹⁴Pratt, J. W. és Arrow, K. J. munkásságának elismeréseként Pratt-Arrow (néhol Pratt-Finetti) mutatónak, mérőszámnak is nevezik.

¹⁵Ld. bővebben Penati, A. – Pennacchi, G. (2003)

ahol $c_1 \neq 0, c_2 \in R$ tetszőleges konstansok. Pratt levezetéséből közvetett bizonyítékhoz jutottunk arra nézve, hogy a hasznosságelvű kockázati attitűdmérés egészen addig, amíg a hasznossági függvény időben stabil, illetve alakja nem függ a mindenkori vagyoni, jövedelmi helyzettől, pontosan képes leírni a kockázati magatartást. Ez azt jelenti, hogy ilyen esetekben a hasznossági függvény mintájára a kockázati attitűd is időben stabilitást mutat.

Számos igen korai empirikus kutatás¹⁶ azonban kétségbe vonta ezt a stabilitást. Kimutatták, hogy az egyéni hasznossági függvények és a kockázati attitűdök nem stabilak, a döntéshozók gyakran nem hoznak konzevens döntéseket.

Harsányi mutat rá, hogy a hasznosságelvű kockázati attitűdmérés eredetileg a bizonyosság esetére korlátozódott és a döntéseméletnek éppen az a feladata, hogy kiterjessze e felfogást a bizonytalan szituációkra is.¹⁷

Ezekben az esetekben a várható érték olyan módosulásokat eredményezhet a varianciában, amelyek problematikussá tehetik a kockázati prémium meghatározását. Erre a problémára hívta fel a figyelmet Amihud (1980), aki a kockázati prémium vagyoni szerinti rugalmasságát két komponensre bontotta az alábbiak szerint:

$$\varepsilon_{RP} = \frac{dRP(\bar{w})/RP(\bar{w})}{d\bar{w}/\bar{w}} = \frac{d(-u''/u')/u''/u'}{d\bar{w}/\bar{w}} + \frac{d\sigma^2/\sigma^2}{d\bar{w}/\bar{w}} \equiv \Gamma(\bar{w}) + k(\bar{w}).$$

A kockázati prémium $\Gamma(\bar{w})$ hasznosság alapú komponensét javasolta általános kockázatelutasítási mértéknek, mivel ez speciális esetként magában foglalja a két ismert kockázat elutasítási mértéket, az ARA abszolút és az RRA relatív kockázatelutasítási mértékeket is. Kimutatta, hogy közöttük a következő kapcsolatok figyelhetők meg:

	$\Gamma < -1$	$\Gamma = -1$	$-1 < \Gamma < 0$	$\Gamma = 0$	$\Gamma > 1$
$ARA'(\bar{w})$	< 0	< 0	< 0	$= 0$	> 0
$RRA'(\bar{w})$	< 0	$= 0$	> 0	> 0	> 0

1. táblázat.

Ha Γ konstans, akkor a $kw^{\Gamma(w)} = -u''(w)/u'(w)$ feltétel, ahol k valamely nem-negatív konstans, az

$$u(w) = h \int \exp\left(-\frac{k}{\Gamma+1}w^{\Gamma+1}\right) dw$$

speciális hasznossági függvényosztályt vonja maga után. Itt h szintén nem-negatív konstans. A $\Gamma = 0$ esetben $u(w)$ exponenciális vagy lineáris függvény

¹⁶Jó összefoglaló olvasható ezekről Schoemaker (1980) munkájában.

¹⁷Harsányi János (előadás): „Eredeti formájában a hasznosságelmélet racionális magatartás koncepciója a bizonyosság esetére vonatkozott csak... A döntésemélet feladata ennek a racionalitás felfogásnak a kiterjesztése a bizonytalanság esetére...” (<http://kvtr.elte.hu> 2. oldal)

konstans abszolút kockázatelutasítással. A $\Gamma = -1$ az $u(w) = \log w + c$ logaritmikus hasznossági függvényhez, vagy a konstans elaszticitású

$$u(w) = \frac{1}{1-\alpha} w^{1-\alpha}$$

függvényhez tartozik. Ha Γ nem konstans, akkor a korlátjai határozzák meg a hasznossági függvény kockázatelutasítási karakterisztikáját.

A kockázati prémium vagy szerinti rugalmasságának $k(\bar{w})$ komponense a vagyon pont-elaszticitását méri, melynek konstans értékei szintén kapcsolatba hozhatók az abszolút és a relatív kockázatelutasítási mértékekkel.

Amihud a hasznossági függvények típusait a rugalmassági komponensek értékhatáraihoz rendeli, ezáltal kibővíti a hasznossági függvények körét, tágabb értelemben használja az *ARA* és az *RRA* kategóriáit, de alapjaiban nem változtatja meg a következtetés rendszert. Röviden megemlíti még a Merton (1971) által javasolt *HARA* (Hyperbolic Absolute Risk Aversion) hiperbolikus abszolút kockázat elutasítási mértéket, amely szintén rendelkezik az *ARA* és az *RRA* tulajdonságaival. Itt

$$HARA(w) = \left(\frac{w}{1-a} + \frac{b}{c} \right)^{-1} > 0,$$

ahol a, b és c bizonyos feltételeket kielégítő konstansok.¹⁸

Természetesen más, hasonlóan technikai megközelítések is születtek a kockázati attitűd, illetve a kockázatelutasítás intenzitásának mérésére. Ezen próbálkozások közös jellemzője, hogy az irracionális döntésekre, illetve a hasznossági függvények becslési hibáira, problémáira nem adnak választ, hiszen alapvető kiinduló pontjuk, hogy a hasznossági függvény az egyének szintjén egyértelműen meghatározható. Abból pedig a kockázati attitűd éppen aktuális mérőszáma, mutatója levezethető. Ebben az értelemben tekintjük nem túl sikeres technikai megközelítéseknek ezeket, hiszen a kockázati attitűdöt csak és kizárólag a hasznosság oldaláról közelítik meg. Nem ismernek el más kiinduló pontot.

Sokkal fontosabbnak és előbbre mutatóbbnak érezzük azokat a megközelítéseket, amelyek a szociológia és a kognitív pszichológia kockázatelemzéssel kapcsolatban felismeréseit ültették át a döntéstudományba. Kiemelkedő ebben a tekintetben Kahneman és Tversky (1979, 1992) munkássága, akik bizonyos szempontból a várható hasznosságelmélet továbbfejlesztéseként dolgozták ki két lépcsőben az ún. kilátás elméletet (prospect theory), melynek főbb tézisei a következők:

- a döntéshozók szubjektíven érzékelik a bekövetkezési valószínűségeket: a csak valószínű, de nem bizonyos eseményeket alábecsülik a biztos bekövetkezésű eseményekhez képest (döntési súlyfüggvény), ami olyan

¹⁸A konstansoknak nem könnyű közgazdasági értelmezést tulajdonítani. Ezeknek a paramétereknek alkalmas értékeket választva kaphatjuk a konstans relatív kockázatelutasítást (CRRA) és a konstans abszolút kockázatelutasítást (CARA) reprezentáló függvényeket. Bővebben lásd a hasznosságelmélet szakirodalmát.

következménnyel járhat, hogy a nagyobb várható haszonkockázati értékű, bizonytalan alternatívát hátrébb sorolják a kisebb értékű, de biztos alternatívánál: ez ellentmond a tranzitivitás elvének,

- az alternatívák preferencia sorrendje ugyan megváltozik, ha a nyereségeket veszteségekké alakítjuk, de a változás nem szimmetrikusan történik, ami azzal a következménnyel jár, hogy a nyereséges tartományban kockázatkerülő döntéshozók veszteséges tartományokban kockázatbarátá válnak, mivel a csak valószínű veszteség csábítóbb, mint a biztos veszteség, az előbbieken leírt ún. bizonyosságthatás tehát a pozitív tartományban érvényesül, a negatív tartományban viszont a veszteség taszító erejét növeli („S” alakú értékfüggvény),
- döntéseink függnek a mindenkori vagyoni helyzetünktől, azaz a vagyoni helyzet megváltozásától, melyet a haszonkockázat-elvű döntéshozatal nem vesz figyelembe, mivel nem egy kiinduló vagyoni helyzethez képest méri az elmozdulásokat, hanem minden alternatívát önmagában értékeli.

Az ezt követő empirikus vizsgálatok nem csak a kérdésfeltevés módjából eredő torzító hatásokra hívták fel a figyelmet (Varga, 2003), hanem arra is, hogy a racionalitási kritériumok —leggyakrabban a függetlenségi axióma— sérülése miatt tulajdonképpen az egész várható hasznosság elmélet megkérdőjelezhető (Machina, 1982.)

A legújabb kutatások megerősítik a kétségeket a hasznosságelvű döntéshozatal alapelveit illetően. Rabin (2000) és Rabin-Thaler (2001) szerint az általánosan alkalmazott hasznossági függvények az elhanyagolhatóan kicsi kockázatokra, illetve kimeneti értékekre vonatkozóan a kockázatkerülő magatartást jól magyarázzák, ugyanakkor viszont extrém kockázatkerülést jeleznek nagyobb valószínűség és nagyobb kimeneti összegek esetén. Szintén ők hívják fel a figyelmet Samuelson (1963) nyomán arra, hogy a döntéshozók az egyes izolált kockázatokot nem ugyanúgy ítélik meg, azaz nem gondolkodnak konzekvensen minden döntési szituációban. Különböző hasznossági függvények esetében Varga (2001) is hasonló következtetésre jut.

Legújabban már a kilátáselmélet értékfüggvényének és döntési súlyfüggvényének alakja is vita tárgyát képezi (Levy-Levy (2002)). A hasznosságelvű kockázati attitűdmérés és maga a hasznosságelvű döntéshozatal is válságát éli. Ilyen körülmények között természetes, hogy egyre inkább előtérbe kerültek azok az empirikus és modellértékű vizsgálatok, amelyek nem csak kritizálják az egymásból kinövő hasznosságelvű döntéshozatalt, illetve a kilátáselméletet, hanem igyekeznek magyarázatot találni arra, hogy mi okozza a torzításokat, amelyek a racionalitás érvényre jutását is megakadályozzák.

Ezek a megközelítések a szociológiai és a kognitív pszichológiai kutatások elért eredményeire támaszkodnak. A többször hivatkozott OTKA kutatás szintén ilyen aspektusból vizsgálódott. Az 1200 fős, az alapvető szociológiai háttérváltozók szerint reprezentatív országos mintán elvégzett kérdőíves felmérés összefoglaló eredményeit egy korábbi publikációban tettük közzé (Ulbert–Csanaky, 2004). E kutatás során a hasznossági függvények becslésére a

korábbiakban felsorolt problémák miatt nem vállalkoztunk, azonban a viszonylag nagy minta lehetőséget adott arra, hogy a kockázati attitűdről átfogó képet alkossunk, az irracionálisnak tartott döntéseket regisztráljuk, illetve elemezzük, hogy azok háttérében milyen szociológiai változók bújnak meg, bírnak releváns magyarázó erővel.

A kockázátészlelés hatékonysága kutatási eredményeink szerint egyértelműen visszavezethető néhány szociológiai tényezőre, melyek közül kiemelkedő jelentőséggel bírnak: a jövedelmi helyzet, az iskolai végzettség és a nem. A magasabb jövedelemmel rendelkezők általában iskolázottabbak is, tehát a két szociológiai változó szoros korrelációt mutat. Arra a következtetésre jutottunk, hogy a nők és a magasabb jövedelmű rétegek kockázátészlelésének hatékonysága szignifikánsan jobb, mint a férfiaké, illetve az alacsonyabb jövedelmű rétegeké. Ebben nyilván nem csak a relatív pénzhiányból fakadó érdektelenség játszik szerepet, hanem a tőkepiaci befektetési lehetőségek vonatkozásában a nem kellő informáltság is.

A kockázátészlelés hatékonyságának általunk mért eltérései alapján a kockázati magatartást tekintve viszonylag homogén csoportok képezhetők. Az igen erőteljes kockázatalutasítási magatartással jellemezhető csoportban (1200 főből 419 fő ide sorolható) a mintabeli arányukhoz képest szignifikánsan nagyobb arányban képviseltetik magukat a nők és a legszerényebb jövedelemmel rendelkezők, valamint a legfeljebb 8 általánossal rendelkezők és a nyugdíjasok. Az erőteljes kockázatkerülő magatartás „veszélyeztetettjei” kutatásunk szerint a nők, az alacsony jövedelműek és a legkevésbé iskolázottak, valamint a nyugdíjasok.

A kevésbé intenzíven kockázatkerülő csoportban (276 fő) olyan döntéshozók vannak többségben, akik a befektethető összeg növekedésével válnak egyre inkább kockázatkerülővé. Ez a magatartás leginkább a 30-39 és az 50-59 éves korosztályokra jellemző. Megállapítottuk továbbá, hogy annak ellenére, hogy a magasabb jövedelműek körében a többség maga menedzselné vagyonát, ugyanebben a kategóriában egyre nagyobb részt képviseltek azok, akik kisebb tétel esetén önmaguk döntenének, nagyobb tétel esetében viszont már szakembert kérnének meg erre.

A harmadik, az előzőekhez képest kevésbé homogén összetételű csoportban (471 fő) minden kockázatbarát döntéshozó szerepel, bár a csoport tagjainak nagy része nem kockázatbarát. Ebben a csoportban szignifikánsan több férfi van, mint nő, ami arra utal, hogy a kockázatbarát döntéshozókat elsősorban a férfiak között kell keresni. Más háttérváltozó tekintetében nem találtunk szignifikáns eltérést.

Nem sikerült elkülöníteni egyértelműen a kockázatbarát döntéshozókat a kockázatkerülőktől, az viszont figyelemre méltó, hogy már első megközelítésben is egyértelmű, hogy a megkérdezettek közel 60%-a teljes bizonyossággal, bár különböző intenzitás mellett, kockázatkerülőnek minősíthető.

Megállapítottuk, hogy a megkérdezettek sok tekintetben megsértik a racionális magatartási axiómákat, viszont egy tekintetben konzekvensen racionálisnak tekinthetők: befektetési preferenciáik illeszkednek kockázati magatartásukhoz. Az abszolút kockázatkerülő típusú döntéshozók csak állam-

papírokkal és ingatlanokkal foglalkoznak. A vegyes csoport tagjai pedig más befektetési alternatívákat is elfogadhatónak tartanak.

Ebből arra következtettünk, hogy a háttérváltozók közül leginkább a jövedelemszint és vele összhangban az iskolai végzettség, és utolsó sorban a nem lehet az a változó, ami a pénzügyi kockázatok érzékelését leginkább befolyásolja. A kockázatészlelés hatékonysága és a kockázati magatartás között így szoros kapcsolatot regisztrálhatunk, ami természetesen a befektetési preferenciákra is hatást gyakorol.

A klasszikus Bernoulli kérdéssorozat, mint a teljes kérdőív része a biztonsági ekvivalencia és a valószínűségi ekvivalencia módszereit egyaránt alkalmazta. Nyolc darab két kimenetelű lottóról alkottak véleményt a megkérdezettek. Ezzel mintegy azt kívántuk tesztelni, hogy a kockázati magatartásra vonatkozó indirekt következtetéseink megállják e helyüket a hasznosságból eredő indirekt következtetések tükrében.

Legfontosabb szignifikáns megállapításaink összhangban voltak az általános kockázati attitűdre vonatkozó következtetéseinkkel. Bebizonyosodott, hogy:

- A jövedelmi, illetve vagyoni helyzet meghatározza a kockázati attitűdöt, ugyanis a magasabb jövedelemmel rendelkező, módosabb, vagyonosabb polgárok kockázatkerülési intenzitása csökkenő. Az alsó két jövedelmi tizedben még sokkal inkább kockázatkerülők az emberek, mint a felső jövedelmi tizedben. Ezt erősítő következtetésre jutottunk a kockázatészlelésre vonatkozó kérdésekre adott válaszokból is.
- Az iskolai végzettségbeli különbség szintén szignifikánsnak bizonyult. Lényegesen nagyobb a kockázatvállalók, illetve a kevésbé kockázatkerülők aránya a diplomások között, mint a legfeljebb nyolc általános iskolát végzettek között. A kockázatészlelésen alapuló megállapításaink alátámasztják az iskolai végzettség meghatározó szerepét. Ez nyilván azzal magyarázható, hogy az iskolai végzettség és a jövedelmi helyzet között szoros korreláció mutatható ki.
- Az életkor szintén meghatározó. Megállapításunk szerint a 18-29 éves korosztály a legkevésbé intenzíven kockázatelutasító, ugyanakkor a leginkább kockázatelutasítók a 60 év felettek.
- Végül, de nem utolsó sorban megállapítottuk, hogy a nők között lényegesen magasabb az erősen kockázatkerülők aránya. A férfiak kockázatkerülésének intenzitása kisebb. E megállapítás egybevág más kutatások eredményeivel (Szerb-Pintér, 2003).

Kutatásunk eredményei egyértelműen azt mutatják, hogy a kockázatkerülés intenzitásának a kockázatészlelés hatékonyságán keresztül történő mérése nem lehet rossz irány, azaz a hasznossági függvényeken alapuló megközelítések összehangolhatók a kognitív pszichológiai megközelítésekkel. A kockázat kétféle megközelítése (pszichológiai-szociológiai vetület versus közgazdasági-döntéstudományi vetület) közös elméleti gyökerekre vezethető vissza, ezért a

kockázati magatartást éppúgy levezethetőnek tartjuk a kockázatészlelésből, mint a döntéseméleti megközelítésből. Mindkettőnek megvannak az előnyei és a hátrányai, ezért inkább kiegészítő megoldásként javasolhatók.

Összefoglalás

A kockázatkerülés intenzitásának mérésére kidolgozott, hasznosságelvű döntéseken alapuló megközelítések közül kettőt hasonlítottunk össze, amelyek egymásra épülnek: Pratt-Arrow és Amihud megközelítését. Utóbbi a hasznossági függvények tágabb körére terjesztette ki a Pratt-Arrow mértéket, de továbbra sem tudott mit kezdeni a hasznossági függvények becslési eljárásait torzító tényezőkkel, illetve nem tud magyarázatot találni a racionalitás esetenkénti hiányára.

Többekhez hasonlóan a szerző is azt a véleményt osztja, hogy a fenti két probléma a tisztán hasznosságelvű megközelítések relevanciáját is megkérdőjelezi. Megoldást a hasznosságelvű megközelítés eme válságából csak a kognitív pszichológiai megközelítések elterjedése hozhat, amelyek az irracionálisnak tartott döntésekre szociológiai, pszichológiai magyarázatot igyekeznek adni. (Irracionális döntésnek a racionális magatartási axiómák valamelyikének megsértésével hozott döntést tekintjük.)

A magatartás gazdaságtana (behavioral economics) e tekintetben a kockázatkerülés intenzitásának mérőszámát nem technikai értelemben alkotja újjá, hanem visszavezeti a kockázatészleléssel összefüggő kérdésekre. Kutatásunk a kétféle megközelítés megfeleltetési kísérletének tekinthető.

Irodalom

1. Amihud, Y. (1980): General Risk Aversion and Attitude Towards Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 35 Issue 3, 1980 Jun., 685–691 pp.
2. Arrow, K. J. (1971): The Theory of risk aversion, in: *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. Ed. Arrow, K. J., 1971, Amsterdam, 90–120 pp.
3. Bernoulli, D. (1738, 1954): *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, 1738 Szentpétervár, (illetve először angolul: *Econometrica*, 1954, Vol. 22, 23–36. o.)
4. Bernstein P. L. (1998): *Szembeállni az istenekkel*, Panem, Budapest, 1998.
5. Friedman, M. – Savage, L.J. (1948): The utility analysis of choices involving risk, *Journal of Political Economy*, 1948/Aug., 279–304 pp.
6. Harsányi János: A racionális viselkedés elmélete, ELTE előadás Budapest, 2000, <http://kvtr.elte.hu> (pp. 5)
7. Hirshleifer, J. – Riley, J. G. (1992): Elements of Decision under Uncertainty, in: *The Analytics of Uncertainty and Information*, (Ed.: Hirshleifer-Riley, 1992, Cambridge University Press, 7–42 pp.)
8. Kahneman, D. – Tversky, A. (1979): Prospect theory: An analysis of decision under risk, *Econometrica*, Vol. 47, 1979, 263–291 pp.

9. Levy, M. – Levy, P. (2002): Prospect Theory: Much ado about nothing?, *Management Science*, 2002. Oct., 1334–1349.
10. Machina, M. J. (1982): Expected Utility Analysis without the Independence Axiom, *Econometrica*, Vol. 50, 1982 March, 277–323 pp.
11. Markowitz, H. (1952): The Utility of Wealth, *Journal of Political Economy*, Vol. 60, 1952, 151–158 pp.
12. Merton, R. C. (1971): Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model, *Journal of Economic Theory*.
13. Neumann, J. – Morgenstern, O. (1947): *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1947.
14. Penati, A. – Pennacchi, G. (2003): *Risk Aversion and Risk Premia*, Working Papers, Finance 400 Series, University of Illinois, www.business.uiuc.edu/gpennacchi.
15. Penati, A. – Pennacchi, G. (2003): *Risk Aversion and Portfolio Choice*, Working Papers, Finance 400 Series, University of Illinois, www.business.uiuc.edu/gpennacchi.
16. Pratt, J. W. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 1964 Vol. 32, 122–136 pp.
17. Rabin, M. – Thaler, R. H. (2001): Anomalies, Risk Aversion, *Journal of Economic Perspectives*, 2001, Vol. 15. 219–232 pp.
18. Rabin, M. (2000): Risk Aversion and Expected Utility-Theory: A Calibration Theorem, *Econometrica*, Vol. 68. 2000, 1281–1292 pp.
19. Samuelson, P. (1963): Risk and Uncertainty: A Fallacy of large Numbers, *Scientia*, 98, 1963, 108–113 pp.
20. Schoemaker, P.J. (1980): *Experiments on Decisions under Risk*, Martinus Nijhoff, Boston, 1980.
21. Szerb L. – Pintér É.: Women Entrepreneurship in Hungary, *Diana International First International Symposium of Growth Financing for Women Entrepreneurs*, Stockholm, 2003, June 21-23.
22. Taylor, D. (1965): Decision Making and Problem Solving, in: *Handbook of Organizations* (ed. March, J.), Chicago, 1965.
23. Tversky, A. – Kahneman, D. (1992): Advances in Prospect Theory: Cumulative representation of uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992/5, 297–323 pp.
24. Ulbert, J. (2003): Kockázatkezelés a vállalatok értékelésekor, *Pénzügyi Szemle*, 2003/2, 186–198 o.
25. Ulbert, J. – Csanaky, A. (2004): Kockázatesztelés és kockázati magatartás, *Közgazdasági Szemle*, LI. évfolyam, 2004/3, 235–258 o.
26. Varga, J. (2001): Kockázatelutasítás többforrású kockázat esetében, *Sigma*, XXXII., 2001/3-4, 127–135 o.
27. Varga, J. (2003): Torzító hatások a hasznossági függvények becslési eljárásaiban, *Kézirat*, OTKA, Pécs, 2003. (28 pp.)

UTILITY FUNCTIONS AND RISK ATTITUDE

In their path breaking works, Pratt and Arrow developed two measures of risk aversion which are generally referred to as absolute and relative risk aversion (ARA and RRA respectively). Later Amihud proposed a more general measure of attitude of individuals towards risk. This paper compares these approaches from the viewpoint of biases in utility function assessment. The author finds that the utility theory based approach alone is not able to give a real explanation of biases and the lack of rationality in some cases. Conclusions are based on empirical research too.