

A KREKÓ BÉLA DÍJRÓL

A GMT Elnöksége a díj alapítását 2000. február 21-i ülésén határozta el. Az alapításról szóló közlemény a SZIGMÁBAN a lap XXX. évfolyamának 1-2. számában jelent meg, az elnevezés indoklásával és az elnyeréséhez szükséges tevékenység megfogalmazásával együtt. Az utóbbit illetően a gazdaságmodellezés területén folytatott eredményes kutatómunkát, illetve a Társaság szakmai tevékenységének tartós, aktív segítségét jelöli meg a határozat.

A díj átadása először a 2000. november 15-17. között Balatonfüreden rendezett GMT szakértői konferencián történt meg. A díjazottak:

Augusztinovics Mária

Martos Béla

Szép Jenő

A második alkalommal 2001. október 17-20. között Debrecenben a GMT által rendezett 25. Magyar Operációkutatási Konferencián adtuk át a díjat. A díjazottak:

Bod Péter

Forgó Ferenc

A harmadik alkalommal 2002. szeptember 25-27. Balatonfüred GMT szakértői konferencia. A díjazott:

Hunyadi László

Láthatóan az eredeti határozatnak megfelelően, kialakul az éves egy fős keret, amit az előző két év esetében a Kuratórium a több évtizedes elmaradásra tekintettel túllépett.

Szerepel az eredeti határozatban az is, hogy a díj odaítélését követően a SZIGMÁBAN személyre szóló indoklást jelentetünk meg. Az eddigi díjazottak esetében azonban mind a gazdaságmodellezés terén végzett kutatómunkájuk, mind a Társaságban vállalt szervező, vezető tevékenységük, Martos Béla és Hunyadi László esetében még a SZIGMA tartós, igényes és eredményes szerkesztő munkája is, annyira közismert és elismert a Tagság előtt, hogy a személyenkénti indoklástól helyesnek láttuk eltekinteni.

Őszintén reméljük, hogy a díj hosszú távon be fogja tölteni szerepét, közvetíti a Társaság elismerését, és ösztönöz a kitarító, jó munkára.

HETEROSZKEDASZTICITÁS ÉS A SZISZTEMATIKUS KOCKÁZAT HATÉKONY BECSLÉSE GARCH MODELL ALAPJÁN – A MAGYAR RÉSZVÉNYPIAC ELEMZÉSE¹

VARGA JÓZSEF – RAPPAI GÁBOR
PTE Közgazdaságtudományi Kar

Tanulmányunkban a piaci modell maradéktagjának feltételes heteroszkedaszticitását, továbbá a béta becslések hatékonyságát vizsgáljuk heteroszkedasztikus maradéktag esetében. Az ARCH modell általánosítását, a Bollerslev-féle GARCH modellt alkalmazzuk a Budapesti Értéktőzsdén forgalmazott értékpapírok kompozíciójából álló mintára. A vizsgálat eredményei alapján megállapítható, hogy az USA piacain erőteljesen érzékelhető feltételes heteroszkedaszticitás jellemző a magyar részvény piacra is.

1 Bevezetés

A béta, mint kockázati mérték központi szerepet játszik a modern finanszírozási elméletben. Ez a központi szerep abból a felismerésből ered, hogy a részvényhozamok változásai közvetlen kapcsolatban állnak a piaci változásokkal. Ezt az összefüggést az alábbi Sharpe-féle piaci modell írja le:

$$R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{Mt} + \varepsilon_{jt} , \quad (1)$$

ahol

- R_{jt} a j jelű részvény véletlentől is függő hozama a t jelű időperiódusban;
- R_{Mt} a piaci portfólió hozama a t jelű időperiódusban (szintén valószínűségi változó);
- α_j a j jelű részvény hozamának a piac teljesítményétől független komponense;
- β_j vagy béta az R_{jt} megváltozásának várható mértéke egységnyi R_{Mt} változás esetén;
- ε_{jt} a véletlen zavaró tényező (diszturbancia), amely zérus várható értékű valószínűségi változó.

Az (1) egyenletet gyakran alkalmazzák részvényhozamok előrejelzésére. A paraméterek becslése a rendelkezésre álló múltbeli információ alapján történik. A gyakorlatban alkalmazott modell tehát:

$$\hat{R}_{jt} = \hat{\alpha}_j + \hat{\beta}_j R_{mt} , \quad (2)$$

¹Beérkezett: 2002. május 9. e-mail: varga@ktk.pte.hu, rappai@ktk.pte.hu.

ahol R_{mt} -vel jelöltük a piaci index aktuális hozamát, amit a piaci portfólió proxyjának tekintünk. Ha a becslést egyenest a hagyományos legkisebb négyzetek módszerével határozzuk meg,² akkor a béta becslést értékét az alábbi formula adja:

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} = \frac{\text{cov}(R_j, R_m)}{\text{var}(R_m)}. \quad (3)$$

A (3) összefüggést széles körben alkalmazzák nemcsak a finanszírozási elméletben, hanem a statisztikai gyakorlatban is.

Ismert, hogy béta a befektetés szisztematikus kockázatának mértéke. Ez a kockázat mindig jelen van, mivel nehéz kiküszöbölni a piaci mozgásoknak az értékpapír hozamokra gyakorolt hatását. Azonban a nem szisztematikus vagy diverzifikálható kockázat —amely függ a részvényt kibocsátó cég jellemzőitől— kiküszöbölhető elegendően nagy számú egyedi befektetésből álló portfólióval. Ez megmagyarázza a tőkeeszköz-értékelési modell (CAPM) azon állítását, miszerint a kockázatkerülő befektető magasabb hozama csak a szisztematikus kockázat elviseléséért járó ellenszolgáltatás, és nem jár a diverzifikálható kockázatért, amely kockázat csökkenthető vagy kiküszöbölhető.

2 Módszertani előzmények

Mivel a béta fontos szerepet játszik egy olyan jelentős modellben, mint a CAPM, nyilvánvalóan megfelelő figyelmet kell fordítani a becslésére. A béta becslésére általánosan alkalmazott eljárás a hagyományos legkisebb négyzetek (OLS) elvére épülő regressziós technika, amellyel meghatározhatók a legjobb lineáris torzítatlan becslések (BLUE). A módszer feltételezi, hogy a maradótag *fehér zaj*, vagyis tartalmazza a *zérus várható érték, a véges és időben állandó (homoszkedasztikus) variancia és az általános korrelálatlanság* feltételeket. A szakirodalomban számos publikáció ismertet olyan eredményeket, amelyek szerint az említett feltételek közül néhány —mint például a homoszkedaszticitás— nem mindig teljesül. Szembe kell tehát néznünk ennek a jelenségnek a lehetséges következményeivel.

A *heteroszkedaszticitás* fontosabb következményeit az alábbiakban foglalhatjuk össze:

1. A hagyományos legkisebb négyzetek módszerével nyert becslések használhatatlanokká válnak, mivel nem minimális varianciájú torzítatlan becslések. Ez részben magyarázhatja a megfigyelt béták nem-stabil

²Belátható, hogy a Sharpe-modellben az endogén változók (egyedi hozamok) nem függetlenek, sőt részben "alkotói" az exogén változónak (piaci portfólió hozama). Mindez azt eredményezi, hogy itt tulajdonképpen egy egymástól nem független egyenletekből álló, többegyenletes modellel állunk szemben, melynek egyenleteit szeparáltan becsülve vélelmezhetően SUR-torzítást viszünk a becslésekbe. Ugyanakkor ne feledkezzünk meg arról, hogy az eredeti Sharpe-modellben nem a piaci portfólió összértéke (vagy proxyjaként az index értéke) szerepel, hanem a piaci hozam, melyre már nem igaz, hogy az egyedi hozamok lineáris kombinációja lenne.

voltát, amely körülmény nem teszi lehetővé, hogy a jövőbeli béta értékek becslésekor a múltbeli béta értékekre támaszkodjunk. Ennek a módszernek az alkalmazása ugyanakkor azt is eredményezi, hogy a becslések pontossága nem mérhető fel korrekt módon. Ezzel kapcsolatos vizsgálatokról számolnak be az alábbi dolgozatok: Blume (1971), Levy (1971), Theil (1971), Lin, Chen és Boot (1992).

2. A becslések szignifikanciájára vonatkozó próbák az elvárhatónál magasabb elsőfajú hibát eredményeznek, mivel a kovariancia mátrix becslése torzított lesz. Hasonlóképpen a homoszkedaszticitás feltételezésén alapuló más próbák, mint például a paraméter stabilitásra vonatkozó Chow-próba, elveszíti érvényességét.
3. Az R^2 determinációs együttható értéke csökkenni fog, ami azt jelenti, hogy a szisztematikus kockázat a valóságosnál kisebbnek mutatkozik, míg a diverzifikálható kockázat nagyobbak adódik a valóságosnál. Amint arra Fisher és Kamin (1985, p. 129) rámutat, a béta becslések hibái a nem-szisztematikus egyedi kockázattal ekvivalensek. Ezért tehát a pontos béta előrejelzések segítik a befektetőt a nem-szisztematikus kockázat csökkentésében.

A felsorolt tények szükségessé teszik, hogy a heteroszkedaszticitást jelenségének megfelelően vegyük számításba. Bár eddig számos tanulmányban vizsgálták a jelenséget CAPM-próbákban, csak néhány esetben fordítottak kellő figyelmet erre a kérdésre a piaci modell béta értékeinek becslésekor.

Miller és Scholes (1972), Martin és Klemkosky (1975), Brenner és Smidt (1975), Brown (1977), Bey és Pinches (1980) bizonyították a heteroszkedaszticitás figyelembe vételének szükségességét a piaci modellben. A fenti szerzők igen különböző módszereket alkalmaztak az egyszerű eloszlás diagramok elemzésétől és regressziótól kezdve a Bartlett-, a Goldfeld-Quandt-, vagy a Glejser-próbáig. Giaccotto és Ali (1982) vizsgálati eredményei arra figyelmeztetnek, hogy nem tanácsos feltétel nélkül elfogadni ezt az evidenciát, többek között azért, mert a próbák nem megbízhatóak, ha a regressziós reziduumok nem normális eloszlást követnek. Ez pedig nagyon gyakori, mivel a tőkehozamok valószínűség-eloszlása rendszerint határozott leptokurtotizást mutat. A nyilvánvaló tények ellenére kevés dolgozat található a szakirodalomban, amelyekben a béta becslésekor figyelembe vették a heteroszkedaszticitást. A következőkben néhány kivételt említünk.

Schwert és Seguin (1990) a súlyozott legkisebb négyzetek módszerét alkalmazta a hagyományos legkisebb négyzetek módszere helyett a béta értékek becslésére. A reziduális variancia előrejelzéséhez egy exogén változó bevezetése szükséges. Ez az exogén változó általában a piaci hozam. Ez az eljárás a feltétel nélküli heteroszkedaszticitást veszi figyelembe.

Morgan és Morgan (1987), Diebold, Im és Lee (1988) az Engle-féle autoregresszív feltételes heteroszkedasztikus (ARCH) modellt alkalmazták, vagyis úgy becsülték a béta értékeket, hogy feltételezték, az adott időperiódushoz tartozó reziduális variancia az előző időperiódusbeli hibától függ. Ezt a

modellt Schwert és Seguin is alkalmazta és a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével kapotthoz hasonló eredményekről számolt be.

Corhay és Rad (1996) olyan piaci modellt alkalmaz, amely figyelembe vesz GARCH hatásokat. A Bollerslev-féle GARCH modell (általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedasztikus modell) az Engle-féle modell kiterjesztése, és bizonyította, hogy az ARCH modellhez hasonlóan a hagyományos módszerek által elérhetőnél hatékonyabb becslést biztosít.

Bár az említett szerzők mindegyike felhívja a figyelmet az ARCH hatások kezelésének fontosságára a piaci modell reziduumaiban, a hatások vizsgálata nem történt meg minden esetben. Megemlítjük, hogy a szakirodalomban fellelhető vizsgálati eredmények szerint csak az USA piaci adatainak elemzése történt meg a fenti szempontok szerint.

Ebben a tanulmányban, ugyanúgy, mint Corhay és Rad (1996) dolgozatában a GARCH modellt alkalmazzuk, figyelmünket azonban a piaci modell béta paraméterére irányítjuk a finanszírozási elméletben és gyakorlatban betöltött különleges szerepe miatt. A Budapesti Értéktőzsde adataiból álló minta alapján ellenőrizhető, hogy az USA piacán tapasztalt összefüggések érvényesek-e a magyar piacra vagy sem.

3 A GARCH modell

Először az elemzésben alkalmazott GARCH modell néhány fontos jellemzőjét említjük meg.

A ξ_{t+1} idősor volatilitásának vizsgálatakor feltesszük, hogy ξ_{t+1} ún. innováció, vagyis a t időpontban rendelkezésre álló információt feltételezve zérus várható értékű. Finanszírozás-elméleti alkalmazásokban feltehetjük, hogy ξ_{t+1} egy pénz- és tőkepiaci eszköz innovációja. A volatilitás autokorrelációjának a pénzügyi idősorokba történő beépítésére Engle (1982) az ARCH modell-osztályt javasolta. Ez a modell-osztály a feltételes varianciát a múltbeli innovációk osztott késleltetéseként írja le, tehát

$$\sigma_t^2 = \omega + \theta(L)\xi_t^2, \quad (4)$$

ahol θ a késleltető operátor polinomja. A feltételes variancia pozitivitása érdekében ω , valamint a $\theta(L)$ együtthatói szükségképpen pozitívak.

A volatilitásban mutatkozó ismétlődő mozgások modellezésekor elkerülhetjük azt a kényelmetlenséget, amelyet egy magas fokszámú polinom együtthatóinak becslése jelent, ha a Bollerslev (1986) által javasolt

$$\sigma_t^2 = \omega + \rho(L)\sigma_{t-1}^2 + \theta(L)\xi_t^2 \quad (5)$$

általánosított modellt alkalmazzuk, ahol $\rho(L)$ szintén a késleltető operátor polinomja. Ha a $\theta(L)$ fokszáma q , a $\rho(L)$ fokszáma pedig p , akkor az (5) modellt GARCH(p, q) modellnek nevezzük, amelyet egyre kiterjedtebben alkalmaznak a pénz- és tőkepiaci idősorok vizsgálatára, különösen az eszközök volatilitásával kapcsolatos kérdések megválaszolására.

A GARCH(p, q) modell feltételezi, hogy a reziduális variancia a megelőző q periódusbeli hibák és az előző p periódusbeli reziduális variancia függvénye. Empirikus elemzések alapján kimondható, hogy a késleltetett hatások beépítésére általában elégséges a

$$\sigma_t^2 = \omega + \rho\sigma_{t-1}^2 + \theta\xi_t^2 \quad (6)$$

GARCH(1, 1) modell alkalmazása.

Elemzésünkben szintén ezt a modellt alkalmazzuk. E szerint az (1) egyenletbeli regresszió reziduális varianciája a következő:

$$\sigma_{\varepsilon_j,t}^2 = \omega + \hat{\theta}_j\varepsilon_{t-1}^2 + \hat{\rho}_j\sigma_{\varepsilon_j,t-1}^2, \quad (7)$$

ahol a t periódusbeli variancia függ egy konstanstól, a $t - 1$ periódusban rendelkezésre álló információtól (másképpen az előző periódusbeli reziduandum négyzetétől, vagy ARCH tagtól) és az előző periódusbeli varianciától (GARCH tagtól).

Abban az esetben, amikor a ρ és θ paraméterek becsült értékei szignifikánsan különböznek zérustól, a modell érvényesnek tekinthető, a konstans varianciájú modell tehát elutasítható. A $\rho + \theta$ a volatilitás tartósságának mértéke. A GARCH modell érvényessége esetében a paraméterek összegének kisebbnek kell lennie 1-nél. Ha $\rho + \theta = 1$, akkor integrált GARCH modell (IGARCH) a megfelelő (Engle és Bollerslev (1986)).

A $\rho + \theta = 1$ összefüggés fennállása arra enged következtetni, hogy a részvényhozamok volatilitásának nagy részét megmagyarázza az időben tartósan jelen levő múltbeli volatilitás.

4 A felhasznált adatbázis

A modellspecifikáció során a Budapesti Értéktőzsdén forgalmazott részvények adatsorait használtuk. A vizsgált időhorizont az 1998. augusztus – 2000. január (365 tőzsdei munkanap) időszak volt; elemzésünkbe — az értéktőzsde indexén (BUX) kívül — 18 részvényt vontunk be. A vizsgálatba vont részvények megnevezését és a tanulmányban alkalmazott kódokat az 1. táblázat tartalmazza.

BCHEM	Borsodchem Rt.	NABI	NABI Rt.
DANUB	Danubius Rt.	OTP	OTP Bank Rt.
DEMÁSZ	Démász Rt.	PPLAST	Pannonplast Rt.
EGIS	Egis Rt.	PICK	Pick Szeged Rt.
FOTEX	Fotex Rt.	PGAZ	Prímagáz Rt.
GRABO	Graboplast Rt.	RABA	RÁBA Rt.
IEB	Inter-Európa Bank Rt.	RICHTER	Richter Gedeon Rt.
MATAV	Matáv Rt.	TVK	TVK Rt.
MOL	MOL Rt.	ZALAKER	Zalakerámia Rt.

1. táblázat. A vizsgálatban szereplő részvények és az azonosításukra alkalmazott kódok

A részvények kiválasztásának alapja az, hogy ezen értékpapír-együttes tekinthető blue chip-nek, mivel az elmúlt néhány évben a BÉT forgalmának közel 90%-át ez a csoport adta. Kiválasztásukat indokolja az is, hogy a vizsgált időperiódusban —gyakorlatilag változtatás nélkül³— ezek alkották a tőzsdeindexet. A piaci modell paramétereinek becsléséhez szükséges hozamokat a napi záróárfolyamokból számítottuk ki, a szokásos módon az

$$R_{jt} = \frac{P_{j,t} - P_{j,t-1}}{P_{j,t-1}} \cdot \frac{365}{d_{j,t-1}}$$

összefüggés alapján, ahol $d_{j,t-1}$ a két vizsgált tőzsdei nap között eltelt tényleges napok számát jelöli. Vagyis a hozam a napi árfolyamváltozás viszonyítva az előző tőzsdenapi árfolyamhoz, éves szintre vetítve, korrigálva a ténylegesen eltelt napok számával. A fenti transzformáció közelítőleg a logaritmált idősor differenciáit eredményezi, amely tehát tartalmaz egy differenciaképzést (várható érték stabilizáló transzformáció) és egy logaritmálást (egyszerű Box-Cox, azaz varianciastabilizáló transzformáció). A hozamoknak ilyen módon történő számítása biztosítja a hozam árfolyamok *várható érték- és kovariancia-stacionaritását*, valamint *ergodicitását* is, biztosítva azoknak a statisztikai próbáknak az érvényességét, amelyek feltételként tartalmazzák a vizsgált idősor stacionarius voltát. A piac egészére vonatkozó hozamot a tőzsdeindex (BUX) változásából határoztuk meg.

5 A reziduumok normalitás- és heteroszkedaszticitás vizsgálata

Az empirikus elemzés első lépéseként a hagyományosan specifikált modellt (lásd (1) egyenlet, fehér zaj véletlen taggal) becsültük a legkisebb négyzetek módszerével (OLS), majd vizsgáltuk az így adódó reziduumok normalitását és heteroszkedaszticitását. A normalitás vizsgálat a Jarque-Bera statisztika felhasználásával történt. A heteroszkedaszticitás ellenőrzésére a White-próbát alkalmaztuk (White, (1980)) szintén OLS regresszió alapján.

Az elemzés eredményeit a 2. táblázatban foglaltuk össze.

Ezt követően megismételtük a becslést, a véletlen változóra vonatkozóan GARCH(1, 1) modell feltételezésével is.

³ Az egyetlen változás az indexkosárban, hogy 1999. október 1-jén az IEB kikerült, míg a SYNERGON Rt. papírjai bekerültek. Mivel az utóbbi viszonylag újonnan bevezetett részvény, így elemzésünk egészében az IEB részvényeit vizsgáltuk.

Részvény	Béta	<i>t</i> -stat	<i>p</i> -érték	Jarque-Bera	<i>p</i> -érték	White- <i>F</i>	<i>p</i> -érték
BCHEM	1,103	23,28	0,000	154,84	0,000	16,90	0,000
DANUB	0,771	15,06	0,000	100,80	0,000	60,90	0,000
DEMASZ	0,784	19,64	0,000	514,36	0,000	51,60	0,000
EGIS	1,046	18,05	0,000	477,96	0,000	10,90	0,000
FOTEX	0,658	12,09	0,000	12043,88	0,000	22,85	0,000
GRABO	0,852	8,69	0,000	12476,17	0,000	12,09	0,000
IEB	0,474	9,03	0,000	438,06	0,000	2,28	0,104
MATAV	0,735	27,39	0,000	351,33	0,000	67,83	0,000
MOL	0,834	28,69	0,000	11,71	0,003	6,06	0,003
NABI	0,983	14,8	0,000	831,10	0,000	6,58	0,002
OTP	1,189	33,11	0,000	729,43	0,000	20,43	0,000
PPLAST	0,847	12,91	0,000	630,22	0,000	3,89	0,021
PICK	0,928	15,44	0,000	16940,09	0,000	6,35	0,002
PRIMAGAZ	1,034	18,53	0,000	189,26	0,000	27,41	0,000
RÁBA	0,963	17,98	0,000	543,77	0,000	12,26	0,000
RICHTER	1,522	26,56	0,000	3266,85	0,000	2,39	0,093
TVK	1,124	19,69	0,000	1467,73	0,000	3,48	0,032
ZALAKER	1,074	16,95	0,000	728,84	0,000	5,95	0,003

2. táblázat. A hagyományos modell paraméterbecslésének eredményei

Részvény	Béta	<i>t</i> -stat	<i>p</i> -érték	Jarque-Bera	<i>p</i> -érték
BCHEM	1,069	24,94	0,000	131,69	0,000
DANUB	0,681	13,56	0,000	67,25	0,000
DEMASZ	0,693	25,63	0,000	164,51	0,000
EGIS	1,021	23,63	0,000	631,21	0,000
FOTEX	0,576	24,99	0,000	643,26	0,000
GRABO	0,654	17,77	0,000	1932,64	0,000
IEB	0,414	11,95	0,000	276,91	0,000
MATAV	0,717	51,07	0,000	307,38	0,000
MOL	0,833	45,02	0,000	6,42	0,040
NABI	0,672	12,93	0,000	92,66	0,000
OTP	1,150	57,09	0,000	88,89	0,000
PPLAST	0,874	16,16	0,000	375,02	0,000
PICK	0,678	16,13	0,000	528,00	0,000
PGAZ	1,026	30,87	0,000	169,33	0,000
RÁBA	0,931	37,42	0,000	291,82	0,000
RICHTER	1,349	44,51	0,000	576,10	0,000
TVK	1,083	19,75	0,000	2226,53	0,000
ZALAKER	0,823	25,17	0,000	1380,39	0,000

3. táblázat. A béta becsült értékei, a *t*-statisztika a *p*-értékek és a Jarque-Bera próba értékei a GARCH-moddal jellemzett véletlen változó alapján

Az eredmények értékelése, néhány következtetés:

1. A hagyományos modell, illetve GARCH(1,1)-véletlen változó feltételezésével készült becslések a bétára vonatkozóan csak egy esetben (ZALAKER) eredményeznek a kockázat megítélése szempontjából különböző (előbb 1-nél nagyobb, majd kisebb) értéket.

Részvény	$\hat{\theta}$	p -érték	$\hat{\rho}$	p -érték	$\hat{\rho} + \hat{\theta}$
BCHEM	0,082	0,000	0,870	0,000	0,952
DANUB	0,049	0,011	0,916	0,000	0,965
DEMASZ	0,084	0,000	0,860	0,000	0,944
EGIS	0,191	0,012	0,509	0,008	0,700
FOTEX	1,074	0,000	0,303	0,000	1,377
GRABO	0,248	0,000	0,691	0,000	0,939
IEB	0,328	0,000	0,339	0,001	0,667
MATAV	-0,038	0,000	0,119	0,847	0,081
MOL	0,141	0,010	0,673	0,000	0,814
NABI	0,077	0,000	0,910	0,000	0,987
OTP	0,175	0,000	0,757	0,000	0,932
PPLAST	0,411	0,000	0,311	0,000	0,722
PICK	0,239	0,000	0,576	0,000	0,815
PGAZ	0,131	0,000	0,284	0,183	0,415
RABA	0,336	0,000	0,451	0,000	0,787
RICHTER	0,191	0,000	0,793	0,000	0,984
TVK	0,058	0,000	0,837	0,000	0,895
ZALAKER	0,468	0,000	0,296	0,000	0,764

4. táblázat. A GARCH(1, 1) paraméterek becslése

2. A hagyományosan specifikált modellek OLS becslése alapján kijelenthető, hogy a modellek többségében (16 a 18-ból) szignifikáns heteroszkedaszticitás jelenléte mutatható ki.
3. Amennyiben a véletlen vonatkozásában GARCH(1, 1) feltételezésével élünk, az így számolt becslések 16 esetben magasabb t -értéket eredményeznek, mint a hagyományos modellnél. (Megjegyzendő, hogy mind a fehér zajt, mind a GARCH-véletlent tartalmazó modell alapján valamennyi béta-becslés szignifikánsan különbözik zérustól.) A korábbiak alapján azonban megjegyzendő, hogy GARCH-specifikáció esetén sem teljesült a reziduális változó normalitására tett feltevésünk, vagyis a t -érték növekedése nem biztos, hogy szignifikáns javulást jelent.
4. A normalitás vizsgálat (Jarque-Bera próba) alapján szintén javulnak az eredmények (15 esetben alacsonyabb a próbafüggvény értéke), de továbbra sem tekinthető a reziduum normális eloszlásúnak.
5. Az α paraméter becsült értékei zérushoz közelítenek, ez pedig hatékony piac jellemzője, mert hatékony piacon a pénzeszközök a magasabb hozamú értékpapír, illetve portfólió felé áramlanak.

6 Értékpapír portfóliók elemzése

A számításokat megismételtük részvényportfóliókra azért, hogy tisztázhassuk, származik-e valamilyen eltérés az egyedi részvények csoportosítása következtében. Különböző portfólió csoportokat vizsgáltunk a portfólió méret és összetétel hatásának ellenőrzésére.

Három —eltérő méretű és összetételű— portfolióra vonatkozóan megisméltük a vizsgálatot. A portfoliók összetételét az index-kosárban meghatározott súlyok (amelyek a kapitalizációval állnak arányban) alapján alakítottuk ki:

1. A legnagyobb forgalmú papírok (a kötési érték közel fele): MATAV, MOL, OTP, RICHTER egynegyed-egynegyed arányban (PORT1)
2. A vegyipari portfolió: BCHEM, EGIS, GRABO, PPLAST, RICHTER, TVK 15%-10%-3%-6%-48%-18% arányban (PORT2)
3. Az energia-szektor: DEMASZ, MOL, PGAZ 30%-60%-10% arányban (PORT3)

Látható, hogy a portfoliók mind a bennük szereplő papírok száma, mind az összetétel alapján különböznek, így alkalmasak a kiinduló hipotézis tesztelésére.

A számítási eredményeket az 5. és 6. táblázat tartalmazza.

Portfolió	Béta	t	P -érték	Jarque-Bera	P -érték	White- F	P -érték
PORT1	1,070	68,94	0,000	639,89	0,000	7,51	0,001
PORT2	1,290	42,70	0,000	1072,71	0,000	8,47	0,000
PORT3	0,820	36,82	0,000	100,23	0,000	4,64	0,010

5. táblázat. A portfoliók elemzésének eredményei a fehér zajt feltételező modell alapján

Portfolió	Béta	t	P -érték	Jarque-Bera	P -érték
PORT1	1,094	71,71	0,000	1330,69	0,000
PORT2	1,261	106,41	0,000	293,07	0,000
PORT3	0,817	51,52	0,000	71,94	0,000

6. táblázat. A portfoliók elemzésének eredményei a GARCH(1,1) véletlen tagot tartalmazó modell alapján

Részvény	$\hat{\theta}$	p -érték	$\hat{\rho}$	p -érték	$\hat{\rho} + \hat{\theta}$
PORT1	0,109	0,000	0,848	0,000	0,957
PORT2	0,282	0,000	0,620	0,000	0,902
PORT3	0,169	0,003	-0,236	0,326	-0,067

7. táblázat. A portfoliókra vonatkozó GARCH paraméterek

Látható továbbá, hogy a portfoliókra vonatkozó megállapításaink teljes egészében összecsengnek az egyedi papíroknál elmondottakkal. A béta értékek minimális változása mellett a becslés minden esetben hatásosabb lett; a normalitás azonban továbbra sem áll fenn.

7 Összegzés

Összefoglalva az elemzés eredményeiből levonható fontosabb következtetéseket azt kell kiemelnünk, hogy a magyar részvényt piacon ugyanúgy szignifikáns heteroszkedaszticitást mutatnak a vizsgálati eredmények, mint az USA részvényt piacon, amely eddig gyakorlatilag az egyetlen, ahol ilyen elemzések készültek. Így kijelenthetjük, hogy a véletlen változóra vonatkozó GARCH modell-feltételezés hatékonyabb béta-becslést tesz lehetővé, mint a hagyományos modell.

A normalitás nem teljesülése ugyanakkor nem jelent problémát a piaci modell, illetve az általánosabb CAPM alkalmazásakor, mivel a normalitás elégséges, de nem szükséges feltétele az elméleti modellnek. Nem hallgatható azonban el, hogy a paraméterek szignifikáns voltának megítélését a normalitás nem teljesülése zavarja. További vizsgálatot igényel azonban a hozam eloszlások szimmetriájának kérdése, valamint annak vizsgálata, hogy az optimális portfólió meghatározása szempontjából a farokrészek mértéke elhanyagolható-e vagy sem.

Irodalom

1. Bera, A. – E. Bubnys – H. Park (1988): Conditional Heteroscedasticity in the Market Model and Efficient Estimates of Betas, *The Financial Review*, Vol. 23, N. 2, May pp. 201–214.
2. Bey, R. – G. Pinches (1980): Additional Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 15, N. 2, June, pp. 299–322.
3. Bollerslev, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, N. 3, April, pp. 307–327.
4. Brenner, M. – S. Smidt (1975): A Simple Model of Non-Stationarity of Systematic Risk, *Working Paper, University of New York*.
5. Corhay, A. – A. Rad (1996): Conditional Heteroscedasticity Adjusted Market Model and an Event Study, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 36, N. 4, Winter, pp. 529–538.
6. Diebold, F. – J. Im – C. Lee (1988): Conditional Heteroscedasticity in the Market, Board of the Governors of the Federal Reserve System. *Finance and Economics Discussion Series*, N. 42.
7. Engle, R. (1982): Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, Vol. 50, N. 4, July, pp. 987–1007.
8. Engle, R. – T. Bollerslev (1986): Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Review*, Vol. 5, pp. 1–50.
9. Fisher, L. – J. Kamin (1985): Forecasting Systematic Risk: Estimates of 'Raw' Beta to Take Account of the Tendency of Beta to Change and the Heteroscedasticity of Residual Returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 20, N. 2, June, pp. 127–149.
10. Giaccotto, C. – M. Ali (1982): Optimum Distribution-Free Test and Further Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model, *The Journal of Finance*, Vol. 37, N. 5, December, pp. 1247–57.

11. Levy, R. (1971): On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficient, *Financial Analysts Journal*, Vol. 27, N. 6, November-December, pp. 55–62.
12. Lin, W.-Y. Chen – J. Boot (1992): The Dynamic and Stochastic Instability of Betas: Implications for Forecasting Stock Returns, *Journal of Forecasting*, Vol. 11, N. 6, September, pp. 517–541.
13. Martin, J.- R. Klemkosky (1975): Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model, *Journal of Business*, Vol. 48, N. 1, January, pp. 81–86.
14. Miller, M.- M. Scholes (1972): Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings, in Jensen, ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger, New York, pp. 47–78.
15. Morgan, A. – I. Morgan (1987): Measurement of Abnormal Returns from Small Firms, *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 5. N. 1, January, pp. 121–129.
16. Schwert, G. – P. Seguin (1990): Heteroscedasticity in Stock Returns, *The Journal of Finance*, Vol. 45, N. 4, September, pp. 1129–1155.
17. Sharpe, W. (1964): Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, Vol. 19, N. 3, September, pp. 425–442.
18. Theil, H. (1971): *Principles of Econometrics*, Wiley, New York.
19. Varga, J.– Rappai, G. (1997): Applicability of the CAPM on the Hungarian Stock Market, in Zopounidis ed., *New Operational Approaches for Financial Modelling – Contributions to Management Science*, Physica Verlag, Berlin-New York, pp. 133–143.
20. Varga J. (1997): On Stable Paretian Distributions for Stock Returns; A Survey of Empirical Investigations, in Zopounidis, J. M. Garcia Vazquez eds., *Best Papers Proceedings of AEDEM 97*, pp. 197–207.
21. Varga, J. On distributions for stock returns: A survey of empirical investigations, in: *Managing in Uncertainty: Theory and Practice*, eds.: C. Zopounidis and Panos M. Pardalos, Kluwer Academic Publishers, pp. 139–152.
22. White, H. (1980): A Heteroscedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heteroscedasticity, *Econometrica*, Vol. 48, N. 4, May, pp. 817–838.

HETEROSCEDASTICITY AND EFFICIENT ESTIMATES OF SYSTEMATIC RISK USING GARCH MODELS – EMPIRICAL INVESTIGATION OF THE HUNGARIAN STOCK MARKET

This paper investigates the presence of conditional heteroscedasticity in the market model residuals as well as the efficiency of beta estimates in the case of heteroscedasticity. The extension of the ARCH model, the Bollerslev's GARCH model is applied for the sample composed by the stocks of Budapest Stock Exchange. Based on this analysis it can be pointed out that heteroscedasticity in the market model, mainly has been observed in the U. S. market, is also present in the Hungarian stock market.

BOOLE PROGRAMOZÁS GRÁFOK SEGÍTSÉGÉVEL¹

NAGY BENEDEK

Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet

Olyan speciális egészértékű programozási feladatokat vizsgálunk, amelyekben minden változó a $\{0, 1\}$ érték-halmazból vehet fel értéket. Megismerkedünk az ún. alap illetve a módosított Boole-programozási feladattal. Az alap Boole-programozási feladatot speciális lineáris programozási feladattá alakítjuk, gráffal reprezentáljuk. Adunk egy algoritmust, amiben a feladatot gráfok segítségével oldjuk meg. A módosított feladat esetén ez a speciális lineáris programozási feladat az eredeti feladtnál gyengébb feltétel rendszert jelent. Ezt a gráfoknál az ún. releváns élek segítségével vesszük figyelembe. A módosított Boole-programozási feladatot az alapfeladathoz hasonló módszerrel oldhatjuk meg.

1 Bevezetés

Vannak olyan speciális egészértékű programozási feladatok, amelyekben a változók csak a 0, illetve az 1 értéket vehetik fel. Ilyenekkel találkozhatunk például a szakirodalomban (pl. [9]) hátizsák feladatokként ismert példákban akkor, amikor pl. egyes tárgyakról azt kell eldönteni, hogy benne legyenek-e egy kiválasztandó halmazban, vagy ne, valamint logikai feladatoknál is.

Ebben a cikkben bemutatjuk az ún. alap Boole-programozási feladatot, amit speciális lineáris programozási feladattá tudunk alakítani, illetve gráfok segítségével tudunk reprezentálni. A gráfokat átalakíthatjuk oly módon, hogy közben a megoldáshalmaz ne változzon. Felhasználva, hogy csak a $\{0, 1\}$ érték-halmazból vehetnek fel értéket a változók, a gráf egyes lokális tulajdonságaiból következtethetünk az egyes csúcsok értékeire. (Ezeket az átalakítási, illetve csúcsmeghatározó lépéseket fogjuk lokális gráflépéseknek hívni.) Adunk egy algoritmust, aminek segítségével egy alap Boole-programozási feladat összes megengedett megoldása meghatározható. Ezután megismerkedünk a módosított feladattal, aminek feltételei közt egyenlőségek is előfordulhatnak. Ezt a feladatot nem tudjuk tisztán lineáris feltételekkel leírni, de tudunk hozzá olyan gráfrepresentációt készíteni, amely hűen tükrözi a feladatot. Az alap feladathoz tartozó algoritmust megfelelően kiegészítve olyan algoritmust kapunk, amely segítségével a módosított feladat megengedett megoldásait is meghatározhatjuk.

¹Beérkezett: 2002. május 9. e-mail: nbenedek@math.klte.hu.

2 Boole-programozási feladatok

Amint azt a bevezetőben is írtuk, e cikkben olyan feladatokról lesz szó, amelyekben minden változó csak a $\{0, 1\}$ értékalmazból vehet fel értéket. Most pontosan definiáljuk, hogy milyen feltételrendszer esetén hogyan nevezzük a feladatot.

2.1. Jelölés. A változókat az ábécé nagybetűivel fogjuk jelölni, konkrét példákban más-más betűvel, egyébként az ábécé elejéről vett valamely betűt fogjuk indexelni.

2.1. Definíció. A (*) alakú feltételrendszerrel adott feladatokat alap Boole-programozási feladatoknak nevezzük, ha benne minden B_i változó legfeljebb egy (*) feltétel bal oldalán szerepel

$$(*) \quad B_i \leq B_{r1} \cdot B_{r2} \cdot \dots \cdot B_{rm} \cdot (1 - B_{p1}) \cdot (1 - B_{p2}) \cdot \dots \cdot (1 - B_{pk}) .$$

A jobb oldali változók előfordulásaira nincs megkötés, azon kívül, hogy a szorzatok legalább egytagúak. Keressük azokat a lehetséges B_i értékeket, amelyekre a feltételrendszer teljesül.

2.2. Definíció. A következő alakú feltételekkel megadott feladatokat módosított Boole-programozási feladatoknak nevezzük:

$$(*) \quad B_i \leq B_{r1} \cdot B_{r2} \cdot \dots \cdot B_{rm} \cdot (1 - B_{p1}) \cdot (1 - B_{p2}) \cdot \dots \cdot (1 - B_{pk})$$

vagy

$$(**) \quad B_i = B_{r1} \cdot B_{r2} \cdot \dots \cdot B_{rm} \cdot (1 - B_{p1}) \cdot (1 - B_{p2}) \cdot \dots \cdot (1 - B_{pk}) ,$$

ahol minden B_i maximum egy feltétel bal oldalán szerepel. (A jobb oldali B változó előfordulásokra nincs megkötés, azon kívül, hogy a szorzat legalább egy tagú.)

Láthatjuk, hogy a módosított feladat abban különbözik az alap feladattól, hogy egyenlőség is szerepel a feltételek között.

2.1. Megjegyzés. Az alap Boole-programozási feladat feltételeit mindig kielégíti az azonosan 0 vektor (triviális megoldás). Ugyanez nem mondható el a módosított feladat esetén, aminek nem biztos, hogy van megoldása. (A legegyszerűbb példa az egyváltozós $A = 1 - A$, ami nem megoldható a $0,1$ halmazon.)

2.1. Lemma. Az alap Boole-programozási feladatokat átírhatjuk a következő formába

$$(***) \quad \begin{aligned} B_i &\leq B_{rj} \\ B_i &\leq 1 - B_{pk} \end{aligned}$$

Bizonyítás. A (*) formulában a jobb oldali szorzatot tényezőkre bontva láthatjuk, hogy minden tényező a $\{0, 1\}$ halmazból vehet fel értéket. Ha

$B_i = 0$, akkor triviálisan a szorzat minden tagjára külön felírhatjuk a (***) összefüggések közül az aktuálisat. Ha $B_i = 1$, akkor viszont a jobb oldali szorzatnak is 1-nek kell lennie, tehát minden tagja 1, vagyis a megfelelő (***) összefüggések fennállnak. Az is világos, hogy amennyiben a (***) összefüggések egy adott B_i -re teljesülnek, akkor az ezekből összekombinált (*) is igaz. Tehát az alapfeladat feltételrendszerével ekvivalens feltételrendszert kaptunk.

A 2.1 lemma (***) feltételrendszere tulajdonképpen egy speciális lineáris 0-1 programozási feladat feltételrendszere. Az első típusú összefüggések két változó különbségének előjelét szabják meg, míg a második két változó összegének a maximumát korlátozza. Tehát az alap Boole-programozási feladat megoldásai éppen ennek a lineáris programozási feladatnak a megengedett megoldásai.

2.3. Definíció. Atomi feltételnek hívjuk a (***) feltételeit. Ezekben a reláció mindkét oldalán pontosan egy darab változó szerepel.

A módosított feladat esetén a megfelelő (***) összefüggéseknek ugyancsak fenn kell állniuk, de ezen feltételek csak szükségesegek, nem adnak az eredeti feladattal ekvivalens feltételrendszert. Tehát itt csak közelíteni tudjuk az eredeti feladatot a lineáris feltételrendszerrel, de ennek ellenére a következő fejezetben a módosított feladatokra is egzakt megoldási módszert fogunk adni.

2.2. Megjegyzés. Ha olyan (*) feltételrendszerünk van, amelyben van olyan B_i , amely több feltétel bal oldalán is szerepel, akkor ezen feltételek jobb oldalait összeszorozva az eredetivel ekvivalens (ez a 2.1 lemmából következik), és a fenti definíciónak megfelelő Boole-programozási feladatot kapunk.

Az előbbi megjegyzés alapján tehát elég a 2.1 és 2.2 definíciókban szereplő Boole-programozási feladatok reprezentálására és összes megengedett megoldásának előállítására szorítkoznunk. A módszerünk működik azokban az esetekben is, ha a (*) alakú feltételrendszerre eredetileg nem teljesül az, hogy minden változó legfeljebb egyszer szerepel a bal oldalon, de a feltételrendszer átalakítható ilyenre.

2.4. Definíció. A P és a Q Boole-programozási feladatokat ekvivalensnek nevezünk, ha P feladat megoldása(i) ugyanaz(ok), mint a Q megoldása(i).

3 Boole-programozási feladatok gráfrepresentációja

Ebben a részben először definiáljuk azt az eszközrendszert, amit Boole-programozási feladatok megoldására fogunk használni. Ezután a megfelelő gráf-lépéseket alkalmazva alakítjuk a feladat gráfját vele ekvivalens feladatok gráfjává, haladva a megoldás felé. Először az alapfeladatot vizsgáljuk meg.

3.1 Gráfrepresentáció az alapfeladat megoldásához

3.1. Definíció. Egy Boole-programozási feladat gráfrepresentációján a következő irányított gráfot értjük. Vegyük a feladattal ekvivalens (***) alakú feltételrendszert. A gráf csúcsai legyenek a feladatban szereplő változók. Az éleket pedig kétféle nyíllal jelöljük: a B_i -t összekötjük a B_j -vel folytonos nyíllal, ha $B_i \leq B_j$ fennáll, és szaggatott nyíllal, ha $B_i \leq (1 - B_j)$. A nyíl a megfelelő összefüggés bal oldalán szereplő változótól a feltétel jobb oldalán szereplő felé mutat.

Tekintsünk egy példát:

3.1. Példa. (A változókat jelölje A, B, C és D .)

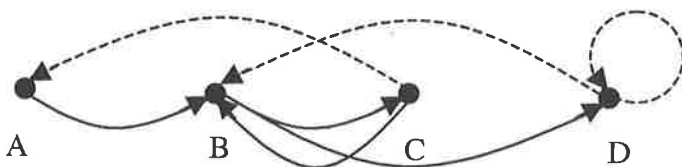
$$A \leq B$$

$$B \leq C \cdot D$$

$$C \leq B \cdot (1 - A)$$

$$D \leq (1 - B) \cdot (1 - D).$$

A példa gráfja:



A példa megoldását az alfejezet végén mutatjuk be.

Nézzük meg, mit jelentenek a gráf élei. Ha az A csúcsból folytonos nyíl mutat a B csúcsba, akkor az $A \leq B$ relációnak kell teljesülnie, vagyis nem lehet az, hogy $A = 1$ és $B = 0$. Ha a gráfban szaggatott él mutat A -ból B -be, akkor ez $A \leq 1 - B$ -t jelent. Ez esetben nem lehet $A = B = 1$. Egyszerű átalakítással láthatjuk, hogy két csúcs közti szaggatott nyíl jelentése független az iránytól. ($A \leq 1 - B$ ugyanakkor teljesül, amikor $A + B \leq 1$, illetve $B \leq 1 - A$.) Ezért az alapfeladat megoldásakor a gráfban a szaggatott éleket a továbbiakban nem tekintjük irányítottoknak.

3.1. Megjegyzés. A gráf a feladat atomi feltételeit reprezentálja.

Most nézzük, hogyan aknázhatjuk ki a gráf egyes részeiben rejlő információt, melyek azok a lépések, amelyek segítségével a gráfban szereplő lokális információkat felhasználhatjuk új él berajzolására, illetve a csúcsok értékének meghatározására.

3.2. Definíció. Elhőzzáadó lépésnek nevezzük a gráf átalakítását oly módon, hogy két még nem ismert értékű változót reprezentáló csúcs közé új, eddig még a gráfban nem szereplő élt húzunk be, miközben az új gráf ekvivalens az eredetivel.

3.1. Lemma. a) Ha a gráfban vezet egy A csúcsból a C csúcsba folytonos élekből álló irányított út, akkor az $A \rightarrow C$ él behúzása élhozzáadó lépés.

b) Ha a gráfban vezet egy A csúcsból egy B csúcsba folytonos élekből álló irányított út és a B csúcsot szaggatott él köti össze a C csúccsal, akkor az $A - - - C$ élhozzáadó lépés.

Bizonyítás. Ha $(D_1, D_2), (D_2, D_3), \dots, (D_{k-1}, D_k)$ a gráfban folytonos élekből álló irányított út, akkor a folytonos él definíciója szerint

$$D_1 \leq D_2 \leq \dots \leq D_k,$$

$D_1 = A$ és $D_k = C$ mellett az a) állítás azonnal adódik. $D_1 = A$ és $D_k = B$ mellett $B \leq 1 - C$ miatt a b) állítás következik.

Most következzenek az ún. alapsémák. Ezek olyan élkombinációk, melyek segítségével meghatározható valamelyik benne szereplő csúcs értéke, anélkül, hogy bármelyik csúcs értékét tudtuk volna korábban.

3.2. Lemma („egyelemű alapséma”). Ha feladat tartalmaz szaggatott hurokért, vagyis van olyan A csúcs, hogy $A - - - A$, akkor $A = 0$.

Bizonyítás. Feltéve, hogy $A = 1$ ellentmondást kapunk. $A = 0$ -ra pedig teljesül az él által jelentett feltétel.

Ha egy feladat gráfjában egy csúcsra alkalmazhatjuk a fenti alapsémát (eredetileg volt benne ilyen él, vagy valamely élhozzáadó lépés során ilyen él került a gráfba), akkor az adott csúcsra beírjuk a 0 értéket. Most mutatunk olyan alapsémákat, amelyekből hasonlóan nyerhetünk információt. Ezeket a megoldás gyorsítása érdekében használhatjuk, de élhozzáadó lépés használatával visszavezethetők az előző alapsémára.

3.3. Lemma („kételemű alapséma”). Ha a feladat gráfjában az A és a B csúcs közt van szaggatott él, és az A -ból a B -be vezet folytonos nyilakból álló irányított út, akkor az A értéke 0.

Bizonyítás. Élhozzáadásokkal (3.1 lemma a) az A és B közti irányított út miatt $A \rightarrow B$ él behúzható, majd $A \rightarrow B - - - A$ -ra alkalmazva a b) élhozzáadást, szaggatott hurokért kapunk A -nál, ami a 3.2 lemma alapján éppen az állításunkat jelenti.

3.4. Lemma („háromelemű alapséma”). Ha van olyan A, B és C csúcs, hogy A -ból B -be és C -be is vezet folytonos élekből álló irányított út, a B és a C között pedig szaggatott él van, akkor A értéke 0.

Bizonyítás. Először az irányított utakon alkalmazott élhozzáadásokkal megkapjuk az $A \rightarrow B$ és $A \rightarrow C$ éleket, majd élhozzáadás $A \rightarrow B - - - C$, majd $A \rightarrow C - - - A$ -hoz. Ekkor az A -nál szaggatott hurokért kapunk, ami a 3.2 lemma miatt éppen $A = 0$ -t jelent.

Még egy lépést sorolunk fel itt, bár a következő sémából nem derül ki egyértelműen egyik csúcs értéke sem, használata mégis közelebb visz minket a megoldáshoz.

3.5. Lemma („egyenlősítő séma”). Ha egy gráfban két csúcs között (legyen ez A és B) mindkét irányba vezet folytonos nyíl, akkor értékük megegyezik.

Bizonyítás. A nyilak jelentéséből nyilvánvaló: $A \leq B$, $B \leq A$.

3.6. Lemma. Az egyenlősítő séma egy ekvivalenciarelációt jelent a gráf csúcsai között.

Bizonyítás. Evidens, hogy tetszőleges A csúcsra teljesül $A \leq A$ (a folytonos hurok-nyilat bármely csúcshoz felvehetnénk, ha segítene a megoldásban), a szimmetria az előző lemma (az egyenlősítés definíciója) miatt triviális. A tranzitivitás pedig: ha A és B közt mindkét irányba vezet folytonos nyíl, a B és C közt ugyancsak, akkor élhozzáadásokkal A és C közti mindkét irányú nyilat megkaphatjuk.

3.1. Jelölés. Az egyenlősítő sémát úgy fogjuk felhasználni a gráfban, hogy a megfelelő csúcsokat egymás mellé, egy téglalapba írjuk, ezzel jelezve, hogy értékük megegyezik.

Most megnézzük, hogy ha egy él egyik végpontjában levő csúcs értéke már ismert, akkor ebből milyen további információt vonhatunk le, ezzel közeledve a megoldáshoz.

3.3. Definíció. Egy feladat grájában kiértékelő nyilnak hívunk egy élt akkor, ha valamelyik végpontjában levő változó értéke már ismert, és ez alapján meg tudjuk mondani a másik végpontban levő változó értékét is.

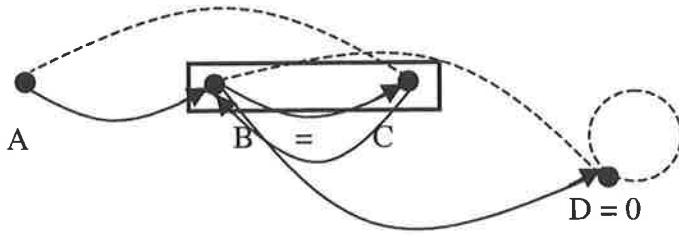
3.7. Lemma. Egy alap Boole-programozási feladat grájában a következő esetek kiértékelő nyilak.

- a) $1 \rightarrow A$ esetén $A = 1$;
- b) $1 \leftarrow A$ esetén $A = 0$;
- c) $A \rightarrow 0$ esetén $A = 0$.

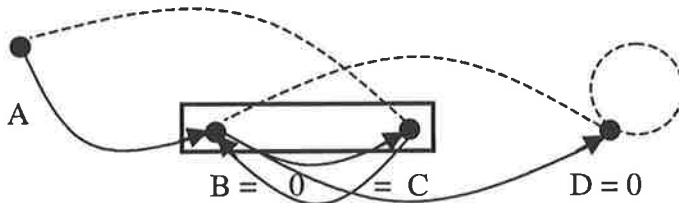
Bizonyítás. A nyilak jelentése alapján nyilvánvaló.

Tulajdonképpen ezzel felsoroltuk az összes lehetséges gráf-manipulációs lépést, amit egy alap Boole-programozási feladat megoldásához használhatunk. Nézzük most meg a 3.1 példa megoldását. (Technikailag pl. a gráf csúcsait egyvonalba rajzoljuk, a szaggatott éleket felül, a folytonosakat alul rajzoljuk be. Ha egy csúcs értéke 0, akkor ez alá a vonal alá rajzoljuk, ha értéke 1, akkor e vonal fölé. Az egy téglalapban levő csúcsokat együtt mozgathatjuk.)

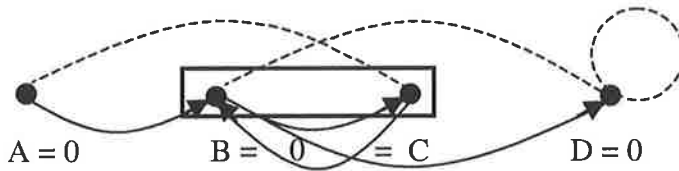
A példa grájja tartalmazza az egyelemű alapsémát D -nél, a B és C csúcsok pedig egyenértékűek:



A $B \rightarrow D = 0$ él kiértékelőnyíl:



Az $A \rightarrow B = 0$ él kiértékelőnyíl:



Tehát a megoldás az, hogy $A = B = C = D = 0$.

Most előbb megnézzük, hogyan működik mindez a módosított feladat esetén, majd egy algoritmust adunk, amivel mindkétféle Boole-programozási feladat esetén megkaphatjuk a megengedett megoldásokat.

3.2 Gráfmanipulációs lépések a módosított feladatnál

A módosított feladat esetén is a 3.1 definícióban adott gráfot fogjuk használni, egy kis különbséggel, ugyanis itt valahogy figyelembe kell vennünk azokat a feltételeket, amelyekben a \leq reláció helyett $=$ szerepel, ezt az ún. releváns él fogalmának bevezetésével tesszük meg.

Ehhez vizsgáljuk meg közelebbről, hogy az egyenlőségek a (**)-feltételek között mit jelentenek. Ha a bal oldali változó értéke 1, akkor a jobb oldalon a szorzat minden tényezőjének 1-nek kell lennie, ez esetben a (***)-beli \leq relációkkal az eredetivel ekvivalens a feltételrendszer. Ha a bal oldali változó

értéke 0, akkor egyenlőség esetén a jobb oldalon a szorzatban lennie kell legalább egy 0 értéknek. (A (***)-beli atomi feltételek megengednék azt az esetet is, amikor a szorzat minden tényezője 1.)

3.4. Definíció. Egy élt relevánsnak hívunk, ha elképzelhető, hogy 0 értékű csúcsból indul, és az eredeti (**) feltételrendszerből egyenlőséget fejez ki. (Vagyis, lehetséges, hogy $0 = 0$ alakú egyenlőséget fejez ki, olyan feltétel esetén, ahol eredetileg egyenlőség szerepelt a (**) alakban.)

Eredetileg, amikor megrajzoljuk egy módosított feladat gráfját, akkor benne minden olyan csúcsból induló élt relevánsnak tekintünk, amely eredetileg egyenlőség bal oldalán állt (**) -ban. Világos, hogy a megoldás során minden olyan, 0 értékű csúcsból indulnia kell mindig legalább egy releváns élnek, ahol az adott változó egy egyenlőség bal oldalán állt, ugyanis a jobb oldali szorzat pontosan akkor 0, ha van a tényezői közt 0, és a releváns él éppen ezt jelenti.

3.2. Megjegyzés. A módosított feladat esetén a relevancia miatt nem tekinthetjük a szaggatott éleket minden esetben irányítatlannak. A nem releváns szaggatott éleket továbbra is kezelhetjük irányítás nélkül, de a relevánsoknál az irány is fontos szerepet játszik.

3.2. Jelölés. A nem releváns éleket át fogjuk húzni, és !-lel jelöljük a csúcsonál, ha belőle egyetlen releváns él indul.

A releváns élekkel tudjuk a feltételek közt szereplő egyenlőségeket biztosítani az egyébként \leq relációkat jelentő élek közt, amit a következő lemmában meg is mutatunk.

3.8. Lemma. Ha egy csúcsból egyetlen releváns él indul, akkor ez az él egyenlőséget fejez ki.

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy A -ból egyetlen releváns él indul. Ekkor ez az egyetlen olyan él, amely az $A = 0$ esetben egyenlőséget fejezhet ki, tehát ha az eredeti feltételek teljesülnek, akkor ennek kötelező egyenlőséget jelentenie.

Ha ez az egyetlen releváns él az $A! \rightarrow B$, és az A értéke 0, akkor a B értéke nem lehet 1. Ha ugyanis a B értéke 1 lenne, akkor ez az él egy $0 \leq 1$ atomi feltételt fejezne ki, ez esetben pedig a megfelelő (**) egyenlőségben a jobb oldalon minden tényező értéke 1 lenne (hiszen ez az egyetlen él volt releváns), ami azt jelenti, hogy az eredeti (**) alakú feltételt nem elégíti ki a kapott eredmény. Tehát $A = 0! \rightarrow B$ esetén $B = 0$ -nak kell teljesülnie. Ha viszont az $A = 1$, akkor a folytonos nyíl által jelentett atomi feltétel alapján ($A \leq B$) a $B = 1$. Tehát az él jelentése: $A = B$.

$A! - \rightarrow B$ esetén pedig, ha $A = 0$, a B nem lehet 0, ekkor ugyanis $A = 0 \leq (1 - B) = 1$ atomi feltételt fejezne ki, és mivel a többi él nem releváns, az eredeti (**) -beli egyenlőség nem állna fenn. Tehát ekkor $B = 1$. Ha viszont az $A = 1$, akkor a szaggatott nyíl által jelentett atomi feltétel miatt $B = 0$ -nak kell teljesülnie. Tehát az $A! - \rightarrow B$ típusú él jelentése: $A = (1 - B)$.

A megoldás során fontos lesz tehát, hogy hogyan válhat egy él irrelevánssá, ezt kiértékelő nyilak tárgyalása után pontosan leírjuk.

Most már tudjuk reprezentálni a gráf segítségével a módosított feladat egyenlőségeit. Lássuk tehát, a gráf-lépések hogyan módosulnak az alapfeladatban már leírtakhoz képest.

Először tekintsük az élhozzáadó lépéseket. Megmaradnak az eredetiek (3.1 lemma), és még ehhez jönnek hozzá újjak.

3.9. Lemma. Ha egy gráfban tetszőleges A , B és C csúcsokra szerepelnek az alábbi táblázat valamelyik sorának bal oldali oszlopában található éle(i), és a megfelelő sor jobb oldali oszlopában található(k) még nem (sem relevánsként, sem irrelevánsként), akkor az(oka)t új nem releváns élként felvehetjük a gráf-funkba. (A !-lel jelölt esetekben a megfelelő élek egyedüli relevánsok az adott csúcsból.)

	Ha előfordul	akkor felvehető
1)	$A \dashrightarrow B$	$A \leftarrow \not\! - B$
2)	$A! \rightarrow B$	$A \not\! \leftarrow B$
a)	$A \rightarrow B \rightarrow C$	$A \not\! \rightarrow C$
b)	$A \rightarrow B \dashrightarrow C$	$A \not\! \leftarrow C$
c)	$A \dashrightarrow B! \rightarrow C$	$A \not\! \leftarrow C$
d)	$A \dashrightarrow B! \dashrightarrow C$	$A \not\! \rightarrow C$
e)	$A \dashrightarrow B \leftarrow \dashrightarrow !C$	$A \not\! \rightarrow C$

Bizonyítás. A megoldásban minden élnek megfelelő atomi feltételnek igaznak kell lennie, valamint a 0 típusú csúcsokból indulnia kell releváns élnek, ha az adott változó egyenlőség bal oldalán állt. Mivel releváns élből nem lesz irreleváns e lépések során, ezért ez a rész triviálisan teljesül. Nézzük most esetekre bontva, hogy hogyan teljesülnek az atomi feltételek.

1) Már az alapesetnél a szaggatott nyíl jelentésénél tárgyaltuk: $A \leq 1 - B$ ugyanakkor teljesül, mint $B \leq 1 - A$.

2) A 3.8 lemma alapján $A = B$, tehát $A \leq B$ mellett $B \leq A$ is teljesül.

a)-b) ugyanaz, mint az alap feladatnál.

c) ez tulajdonképpen következménye az előzőknek: a 2)-t alkalmazva BC -re, majd a b)-t CBA -ra, egyébként $A \leq 1 - B$ és 3.8 lemma alapján $B = C$, tehát $A \leq 1 - C$ teljesül, ami ekvivalens a $C \leq 1 - A$ -val.

d)-e) $A \leq 1 - B$, és a 3.8 lemma, illetve 1) eset alapján $C = 1 - B$, így az $A \leq C$ is igaz.

Az új éleket azért irrelevánsan vesszük fel, mert az eredeti feladat atomi feltételei között nem szerepeltek, tehát nem fejezhetnek ki az eredeti (**) feltételben szereplő egyenlőséget.

Az alapsémáink ugyanazok lesznek mint az alapfeladat esetén voltak. Tulajdonképpen itt is elegendő az egyelemű alapséma használata (3.2 lemma), illetve fontos az egyenlősítő séma (3.5 lemma) is.

3.3. Megjegyzés. A 2) élhozzáadó lépés tulajdonképpen azt jelenti, hogy ha két csúcs (A és B) közt $A! \rightarrow B$ kapcsolat van, akkor őket is „egyenlősíthetjük”.

Nézzük a kiértékelő nyilatkat! A már ismertettek mellett kapunk néhány újabbat is, a relevancia felhasználásával. (Ahol a ! jelzi, ott csak abban az

esetben hajtható végre a kiértékelés, ha ez az egyetlen induló releváns él abból a csúcsból, a többi esetben nincs semmiféle megkötés az adott él relevanciájára, vagy a releváns élek számára.)

3.10. Lemma. Egy módosított feladat gráfjában a következő élek kiértékelő nyilak

- a) $1 \rightarrow A$, ekkor $A = 1$;
- b) $1 \dashrightarrow A$, ekkor $A = 0$;
- c) $0! \rightarrow A$, ekkor $A = 0$;
- d) $A! \rightarrow 1$, ekkor $A = 1$;
- e) $A \rightarrow 0$, ekkor $A = 0$;
- f) $A! \dashrightarrow 0$, vagy $A \leftarrow \dashrightarrow 0$, ekkor $A = 1$;

Bizonyítás. A 3.7, 3.8 lemmák és a 3.3 megjegyzés alapján triviális.

Most nézzük meg, hogy hogyan változik az élek releváns tulajdonsága a felhasználásuk közben. (Ez egy fontos kérdés, hiszen mint láttuk, igazán csak akkor tudunk egy releváns élt „kihasználni”, ha egyedüli relevánsként indul az adott csúcsból.)

3.11. Lemma. A kiértékelés után az 1 értékű csúcsból induló nyilak mind irrelevánssá válnak. Ezen kívül a következő nyilak irrelevánsok, ha az adott csúcsból nem egyetlen releváns él indul (ha ez az egyetlen releváns, akkor a fenti d), illetve f) kiértékelést kell előbb elvégeznünk):

- g) $A \rightarrow 1$;
- h) $A \dashrightarrow 0$.

Bizonyítás. A releváns él definíciója (3.4 definíció) miatt nyilvánvaló, hogy már ismert, 1 értékű csúcsból nem indulhat. g) - h) esetek: Az él csak akkor lehetne releváns, ha $A = 0$ értéket venne fel, ez esetben viszont egyik él sem egyenlőséget fejez ki, hanem $A = 0 < 1$ relációt, tehát ezek az élek nem lehetnek relevánsok.

Még egy helyzetben fogjuk használni az irrelevánssá tételt, ez technikai jellegű, ugyanis így tudjuk figyelembe venni az „egyenlősítés” hatását. (A gráfunk ez esetben is ekvivalens marad az eredetivel.)

3.12. Lemma. Ha egy A csúcsból több ugyanolyan típusú (folytonos, illetve szaggatott) releváns nyíl is vezet ugyanabba a téglalapba (egymással egyenlősített csúcokba), akkor ezek közül egyet hagyunk meg relevánssá, a többit áthúzzuk. Az így kapott gráf ekvivalens a korábbival.

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy A -ból B -be és a vele egy téglalapban levő C -be is ugyanolyan típusú releváns nyíl vezet. Mivel B és C értéke meg kell hogy egyezzen az eredeti gráfhoz tartozó megoldásokban is, ezért a két releváns él ugyanazt a relációt fejezi ki. Tehát a megoldásban vagy mindkettő releváns lesz, vagy egyik sem. Nekünk csak az a fontos, hogy a (**)-beli egyenlőséghez legyen legalább egy releváns él, tehát bármelyiket irrelevánssá tehetjük, ha közben a másik releváns marad.

Az itt ismertetett esetekben az addig relevánsként szereplő éleket áthúzzuk a gráfban, ezzel jelezve, hogy irrelevánsná váltak.

3.4. Megjegyzés. Amelyik él releváns egy megoldásban, az az él relevánsan szerepel az eredeti gráfban is.

3.5. Megjegyzés. Ezekkel a gráf-transzformációs lépésekkel minden lehetséges atomi feltételszerű relációt behozhatunk a gráfba, ami a gráfban levő élkombináció lokális jelentésén alapul.

A következő részben ezen gráf-lépéseket felhasználva készítünk egy algoritmust, amely segítségével mind az alap, mind a módosított Boole-programozási feladatok lehetséges megoldásait meghatározhatjuk.

3.3 Univerzális algoritmus a tárgyalt Boole-programozási feladatok megoldására

Ebben a részben az algoritmust ismertetjük, aminek segítségével előállíthatunk egy, illetve az összes megengedett megoldást. Ezután megnézzük az algoritmus működését két újabb példán.

3.1. Algoritmus.

1. Rajzoljuk meg a feladat gráfját, ügyelve, hogy csak az egyenlőséggel adott eredeti feltételeknek megfelelő élek legyenek relevánsok.
2. Implicit leszámlálás módszere:
 - 2.1 Alkalmazzuk a lehetséges élhozzáadó lépéseket.
 - 2.2 Alkalmazzuk a lehetséges alapsémákat csúcsok értékeinek meghatározására.
 - 2.3 Az egyenlősítő séma használatával tegyük közös téglalapba a megfelelő csúcsokat.
 - 2.4 Ha van már ismert értékű csúcs, akkor próbáljuk a kiértékelő nyilak segítségével más csúcsok értékét is meghatározni.
 - 2.5 Ellenőrizzük, mely nyilak váltak irrelevánsná.
 - 2.6 Ha van megoldás, akkor tároljuk, és menjünk 2.10-re (ha csak egy megoldás kell, stop).
 - 2.7 Ha nincs megoldás, és nem változott a gráf, egy változót rögzítsünk, és menjünk 2.1-re.
 - 2.8 Ha nincs megoldás, de változott a gráf, akkor menjünk 2.1-re.
 - 2.9 Ha ellentmondásra jutottunk, menjünk 2.10-re.
 - 2.10 (Ágcsere) Ha lehetséges ágcsere, akkor ágcsere, különben stop.

Megoldást akkor kaptunk, ha minden csúcshoz pontosan egy érték van rendelve a $\{0, 1\}$ halmazból, és egyik csúcshoz sem kell a másik értéket is hozzárendelnünk valamely él (alapséma vagy kiértékelőnyíl) jelentése alapján. Illetve minden olyan 0 értékű csúcsból indul releváns él, amelyből eredetileg indult (a (**)) feltételek bal oldali változói). Ekkor minden élnek megfelelő atomi feltétel teljesül, és az egyenlőségek is fennállnak.

Ellentmondásra akkor jutunk, ha a lépések során egy csúcshoz az 1 és a 0 érték is hozzárendelésre kerül.

Ágcserének nevezzük azt, amikor a legutóbbi önkényes értékadás (2.7) előtti gráfot vesszük vizsgálatunk tárgyává, ha ennél az értékadásnál még csak az adott csúcs egyik lehetséges értékével próbálkoztunk, akkor most a másikat fogjuk megpróbálni. Ha már mind a két lehetséges értéket vizsgáltuk, akkor visszalépünk az ez előtti legutolsó 2.7 lépésre. Amennyiben a legelőször végrehajtott 2.7 lépésnél is visszalépünk (vagyis ott is próbáltuk mindkét lehetséges értéket), akkor az algoritmus véget ér, az addig talált megoldások a megengedett megoldásai az adott Boole-programozási feladatnak.

3.6. Megjegyzés. Ha a 2.7 lépés változórögzítése nélkül megvan egy megoldás, akkor ez az egyetlen, ha viszont ellentmondásra jutunk, mielőtt változót rögzítenénk, akkor nincs megoldása a feladatnak.

Nézzünk most egy példát.

3.2. Példa.

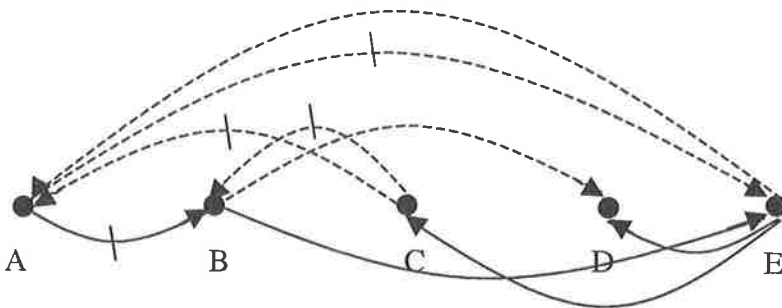
$$A \leq B \cdot (1 - E)$$

$$B = (1 - D) \cdot E$$

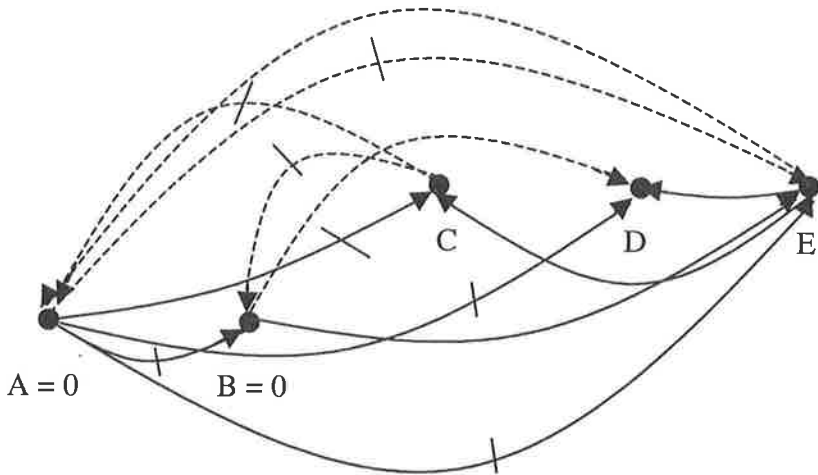
$$C \leq (1 - A) \cdot (1 - B)$$

$$E = (1 - A) \cdot C \cdot D$$

A példa gráfja:



Azok az élek relevánsok, amelyek az eredeti feltételrendszer egyenlőségeinek atomi feltételei. Az a) élhozzáadást használhatjuk az ABE , majd az AEC és AED csúcsok közt, így az A értéke 0 lesz, köszönhetően pl. az A és C , vagy A és E közötti kételemű alapsémának. A BED csúcsokra alkalmazva az a) élhozzáadást a B és a D közt kapunk alapsémát, tehát a B is 0.



Élhozzáadásokkal még megkaphatjuk a következő éleket: folytonos nyilat BC közt, illetve szaggatott éleket: BA , AB , AC , DB , AD , DA , BC , BE , EB és természetesen az AA , illetve a BB hurokért. Illetve az EA szaggatott nyíl irrelevánsá válik. Viszont innen tovább nincs használható lokális lépés, jön a 2.7 alapján a változórögzítés. Tegyük fel, hogy a $C = 0$, ekkor az EC folytonos nyíl kiértékelővé válik, $E = 0$. Megint odáig jutunk, hogy nincs használható gráf-lépés. Válasszuk a $D = 0$ esetet. Ez egy megoldás. Ágcsere: a $D = 1$ eset következik, ez is egy megoldás. Most visszalépünk egészen a C értékadásáig. Nézzük a $C = 1$ esetet. Ekkor az EC folytonos él irreleváns lesz. Megint nem tudunk tovább haladni, válasszuk a D -t 0-nak, ekkor az ED folytonos nyíl kiértékelhető: $E = 0$. Ez is egy megoldás. Ágcsere, és $D = 1$ esetet vizsgáljuk. Ekkor mivel az E -ből az egyetlen releváns él a D -be vezet, ezt kiértékelhetjük, $E = 1$, ami újabb megoldás. Visszalépünk, és nincs több választási lehetőség, mindet végignéztük. Tehát a lehetséges megoldások a következő (A, B, C, D, E) vektorok: $(0, 0, 0, 0, 0)$, $(0, 0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 0, 0)$ és $(0, 0, 1, 1, 1)$.

3.7. Megjegyzés. Ha a megengedett megoldások nem egyforma jók számunkra, akkor az algoritmus 2.7 lépésében tudjuk a keresést a megfelelő irányba terelni. Pl. ha egy változónak még nincs értéke, és jobban szeretnénk, hogy 1 legyen, akkor ebben a lépésben válasszuk azt 1-nek, így ha van olyan megoldás amiben ez a változó 1 értékű, akkor hamarabb találjuk azt meg, mint egyébként.

3.8. Megjegyzés. Mint a 2.1. megjegyzésben jeleztük, előfordulhat, hogy egy módosított Boole-programozási feladatnak nincs megengedett megoldása. Ez előfordul akkor, ha a változók között van olyan irányított kör, amely csupa egyetlen releváns élből áll (vagyis minden csúcsánál ott a ! jel, és a releváns élen megyünk tovább), és ez a kör páratlan számú szaggatott élt tartalmaz.

(Ugyanígy ellentmondásos a feltételrendszer, ha a gráfmanipulációs lépésekkel el tudjuk érni ilyen kör létezését, mint a következő példa is mutatja.)

3.3. Példa.

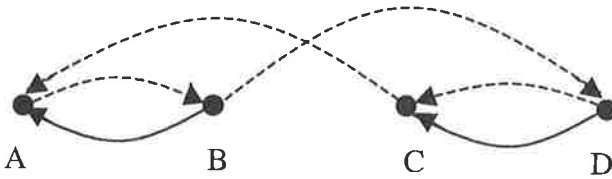
$$A = 1 - B$$

$$B = A \cdot (1 - D)$$

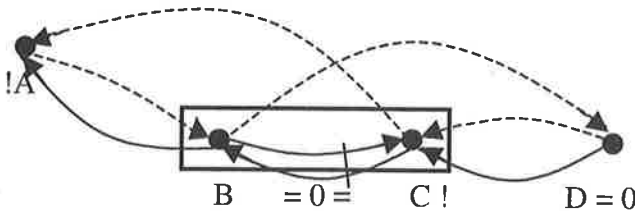
$$C = 1 - A$$

$$D = C \cdot (1 - C)$$

A feladat gráfja:



(Minden él releváns, hiszen csupa egyenlőségből álló feltételrendszerünk van, sőt az A és a C csúcsokból csak egy-egy él indul.) Használjuk a 3.9 lemma d) illetve e) élhözzáradását a $C! \dashrightarrow A! \dashrightarrow B$ részhez mindkét irányban, vagyis vegyük fel a B és C közti folytonos nem releváns éleket mindkét irányba. Ezek alapján egyenlősíthetjük e két csúcsot. Másrészt az eredeti gráf két helyen is tartalmazza a kételemű alapsémát, aminek alapján a D és a B értéke csak 0 lehet a megoldásban. A $C = B$ miatt pedig a $C = 0$ is fennáll. Lássuk, hogyan is néz ki a gráfunk:



Most vizsgáljuk meg, hogy mely élek váltak irrelevánssá. A B -ből a D -be mutató szaggatott irreleváns (3.11 lemma h) pont). Ekkor viszont a B -ből az A -ba mutató folytonos nyíl lesz az egyedüli releváns, ami a B csúcsból indul. Ekkor viszont az A és a B közt van egy, a 3.8 megjegyzés feltételeinek eleget tevő körünk, vagyis feltételrendszerünk ellentmondó, az adott megszorításokkal a feladatnak nincs megoldása. (Egyébként az ellentmondást megkapnánk úgy is, ha az A értékét a $B = 0! \rightarrow A$ kiértékelő nyíl (3.10 lemma c) pont: $A = 0$), illetve a $A! \dashrightarrow B = 0$ kiértékelő nyíl (3.10 lemma f) pont: $A = 1$) felhasználásával határoznánk meg.)

4 Boole programozás a gyakorlatban

A gyakorlatban hasonló jellegű feladatok merülhetnek fel, amikor egyes kapcsolókra vannak feltételeink. Olyan feladatok lehetséges megoldásait kereshetjük így, ahol minden változó arról szól, hogy az adott dolog kell vagy nem kell. Egyes típusú logikai fejtörőknél a probléma igen hasonló, a (**) alakú feltételeknek megfelelő alakba írható ([6], [8]) és tárgyalható ezzel a módszerrel [7]. A Boole-programozási feladatot könnyen implementálhatjuk mátrixok segítségével. Például alapsémát jelent, ha a szaggatott élek mátrixában a főátlóban nem 0 áll stb.

5 Összefoglalás

A gráfelméleti megközelítést felhasználva speciális egészértékű programozási feladatokat, ún. Boole-programozási feladatokat oldottunk meg ezzel az új módszerrel. A gráf-lokális módszer, ami a gráfban a csúcsok közvetlen kapcsolataiból von le következtetéseket, a legtöbb esetben hatékonyan használható, a bemutatott backtrack algoritmus segítségével megvalósított esetszétválasztás módszerével pedig minden esetben meghatározhatjuk a lehetséges megoldásokat. A későbbiekben tervezzük a módszer kiterjesztését más alakú, illetve nem csak $\{0, 1\}$ értékalmazon adott feladatokra is.

6 Köszönetnyilvánítás

A szerző ezúton is szeretné megköszönni Vízvári Bélának a hasznos észrevételeit és tanácsait.

Irodalom

1. Forgó Ferenc, *Nemkonvex és diszkrét programozás*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1978
2. Glevitzky Béla, *Az operációkutatás elemei*, egyetemi jegyzet, Debrecen, 1992.
3. Glevitzky Béla, *Operációkutatás*, egyetemi jegyzet, Debrecen, 1980.
4. Hajnal Péter, *Gráfelmélet*, Polygon, Szeged, 1997.
5. Kovács László Béla, *A diszkrét programozás kombinatorikus módszerei*, Budapest, Bolyai János Matematikai Társulat, 1969
6. Nagy Benedek, Kósa Márk: Logical puzzles (Truth-tellers and liars), *ICAI'01*, Eger, 2001. 105–112.
7. Nagy Benedek, Igazmondó-hazug feladatok gráfelméleti megközelítésben, XXV. MOK, Debrecen, 2001.
8. Raymond Smullyan, *Forever Undecided*, Alfred A. Knopf, New York, 1987.
9. Vízvári Béla, *Egészértékű programozás*, Budapest, Tankönyvkiadó, 1989, 1992.

BOOLE-PROGRAMMING AND RELATED GRAPHS

In this paper, we investigate special integer-valued programming problems in which each variable is either 0 or 1. We study the basic and the modified Boole-programming problems. In the basic Boole-programming problems we can write to linear form to our conditions. We represent these conditions in a graph and we can solve the problem using this graph. In the modified case our conditions are non-linear, but we can use nearly similar graph representation and solving method. In graph representation we use so-called 'relevant edges' to represent the non-linear conditions. We present a general algorithm to get the solutions of these problems.

KÖRNYEZETVÉDELMI TEVÉKENYSÉG EGY DINAMIKUS TERMELÉSI MODELLJE¹

DOBOS IMRE

BKÁE Vállalatgazdaságtan Tanszék

A dolgozat a termelés környezetvédelmi vonzataival foglalkozik. Egy egytermékes termelő vállalat áll a vizsgálat központjában, amely egy reverz logisztikai (újrafelhasználási) alrendszerrel és egy nem készletezhető természeti elem (pl. levegő) segítségével végzi termelését. A vállalat célja a nyereség maximalizálása egy dinamikus modellben. A transzformáció technológiai összefüggései az új termék előállítás és az újrafelhasználási termelési függvényekkel írhatóak le. Az időt dinamikus változónak tekinti a modell. A nyereség maximalizálási probléma megoldásához a Pontrjagin-féle maximumelvet alkalmazza a cikk.

Kulcsszavak: termeléselmélet, mikroökonómia, környezeti menedzsment, reverz logisztika, optimális irányítás

1 Bevezetés

A cikk célja az, hogy a termelés dinamikus vonzatait vizsgálja. A termelő vállalat egy környezetvédelmi modelljét mutatjuk be. A vállalat egy végterméket állít elő. E termék előállításához a vállalat két tényezőt használ fel: egy homogén termelési tényezőt, amit nyersanyagként vagy termelő berendezésként interpretálhatunk, és egy természeti erőforrást, mint pl. víz vagy levegő. A környezeti elem ebből a szempontból termelési tényezőnek tekinthető (Kistner (1993)). A piacról a vállalathoz visszaérkező használt termékeket a vállalat visszaveszi és annak a minőségét megvizsgálja. Ha a visszatérő termék javítható, akkor megjavítják, és mint új terméket a késztermékraktárba szállítják. Ha nem javítható, akkor szétszerelik és mint termelési tényezőt használják. Ha a termék sem nem javítható, sem nem használható, akkor mint hulladékot kezelik. Más szavakkal, ez a modell egy reverz logisztikai alrendszerrel rendelkezik. A reverz logisztika termeléselméleti modelljei költségminimalizáló vállalat esetére viszonylag széles körben ismertek az irodalomban (Dobos (2002), Dobos-Kistner (2000), Kistner-Dobos (2000)), azonban ezek a modellek a természeti erőforrásokat nem kapcsolják be a vizsgálatokba.

Ebben a dolgozatban feltételezzük, hogy a vállalat árelfogadó és a nyereségét akarja maximalizálni. A transzformáció technológiai összefüggéseit két termelési függvény írja le: az előállítás (gyártás) termelési függvénye és az újrafeldolgozás (reverz logisztika) termelési függvénye. A termelési függvények stock-flow típusúak, vagyis a felhasznált és kibocsátott tényezőkön

¹Beérkezett: 2002. április 17. e-mail: dobos.ujpest@mail.datanet.hu.

kívül a készletállományokat is tartalmazzák (Malinvaud (1985)). Azért választottuk ezt a típusú termelési függvényt, mert tisztán flow típusú termelési függvény esetén a raktárak a tervezési időhorizonton üresek lennének (Dobos (2000)). A klasszikus mikroökonómiai termeléselmélet statikus modelljében nincs szükség a készletek bevonására, mert az egy időperiódusban konstansnak tekinthető. Ez azonban nem mondható el egy dinamikus vizsgálatnál. Az optimális termelés-környezet kölcsönhatás jellemzésére folytonos időparaméterű modellt alkalmazunk. A diszkontált nyereség maximalizálási probléma megoldásához a Pontrjagin-féle maximumelvet használjuk.

2 Paraméterek és változók

Egy háromraktáros termelési-reverz logisztikai modellt vizsgálunk folyamatos hulladékkezelés mellett. A modellt mint egy optimális irányítási problémát reprezentálhatjuk három állapot- (a termelési tényező, a végtermék és a visszaérkező használt termékek készletállományai) és tíz irányítási változóval. A készletváltozásokat a három raktárra a készletezelméletben ismert készletmérleg egyenlőséggel értelmezzük, ami folytonos időkezelés esetén differenciálegyenletként írható fel. A termelési tényező raktárkészletét a beszerzett anyag és a visszaérkezéskor szétszerelt és termelési tényezőként újra felhasználható anyag mennyisége növeli, míg a termelésbe bevont termelésközi készlet csökkenti. A végtermék készletszintjét a termelés és a visszaérkezéskor megjavított és újnak tekintett termék mennyiség növeli, de a piacon eladott termékek mennyisége csökkenti. Végül a visszatért termékek készletszintjét az aktuális visszaérkezés növeli, de az újrafeldolgozásra bevont és a hulladékkezelésre átadott termékek mennyiség csökkenti. A készletszintek változását befolyásoló változókat flow-típusuk miatt rátának nevezzük. A modell anyagáramlási sémáját mutatja az 1. ábra.

A vállalat célja a diszkontált nyereség maximalizálása. A nyereséget a modellben, mint az árbevétel és a lineáris költségek (beszerzési költség, szennyezési adó, hulladékkezelési költség és a raktárak készletezési költsége) diszkontált különbségként értelmezhetjük. A következő paramétereket használjuk a modellben:

T	a tervezési horizont hossza,
r	visszaérkezési ráta, $0 \leq r \leq 1$,
ρ	diszkontráta,
$h_P(t)$	a termelési tényező készlettartási költség együtthatója a t -ik időpontban,
$h_G(t)$	a végtermék készlettartási költség együtthatója a t -ik időpontban,
$h_R(t)$	a visszatért termékek készlettartási költség együtthatója a t -ik időpontban,
$p(t)$	a végtermék ára a t -ik időpontban,
$q_p(t)$	a termelési tényező beszerzési ára a t -ik időpontban,
$q_e(t)$	a szennyezési adó értéke a t -ik időpontban,
$q_d(t)$	a hulladékkezelés költsége a t -ik időpontban.

Döntési változók:

Állapot- (stock) változók:

- $I_P(t)$ a termelési tényező készletszintje, nemnegatív,
- $I_S(t)$ a végtermék készletszintje, nemnegatív,
- $I_R(t)$ a visszatért termékek készletszintje, nemnegatív.

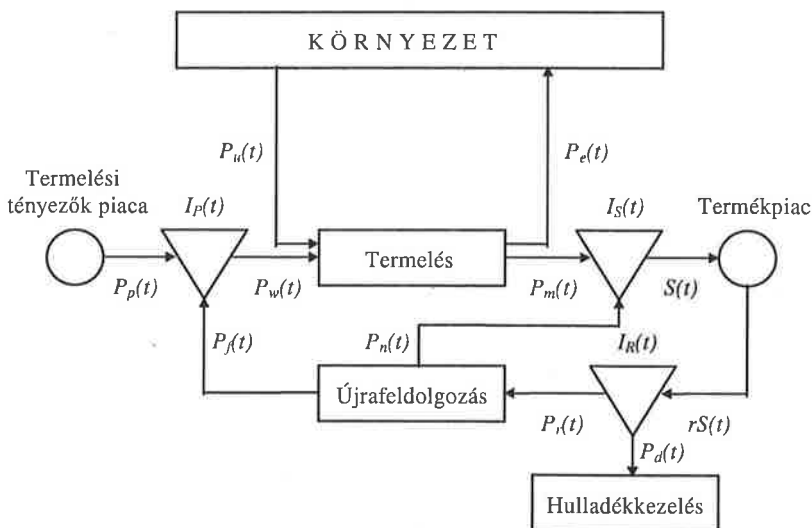
Irányítási (flow) változók:

- $S(t)$ keresleti (eladási) ráta, folytonosan differenciálható,
- $P_p(t)$ beszerzési ráta, nemnegatív,
- $P_w(t)$ termeléseközi készlet változás rátája, nemnegatív,
- $P_f(t)$ a visszaérkezett termékekből, mint termelési tényező felhasználás rátája, nemnegatív,
- $P_n(t)$ a visszaérkezett termékekből, mint végtermék felhasználás rátája, nemnegatív,
- $P_m(t)$ termelési ráta, nemnegatív,
- $P_r(t)$ újrafeldolgozási ráta, nemnegatív,
- $P_d(t)$ hulladékkezelési ráta,
- $P_u(t)$ a természeti erőforrás felhasználás rátája, nemnegatív,
- $P_e(t)$ környezeti kibocsátás (környezetszennyezés, emisszió) rátája, nemnegatív.

A termelési és újrafeldolgozási összefüggéseket a következő dinamikus stock-flow típusú termelési függvények írják le:

$$F[t, I_S(t), I_P(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t), P_m(t)] \geq 0$$

$$G[t, I_R(t), P_r(t), P_f(t), P_n(t)] \geq 0.$$



1. ábra. Anyagáramlás a modellben

A termelési folyamat inputjai a termelési tényező és a természeti erőforrás felhasználás, míg a folyamat outputjai a végtermék és a környezeti kibocsátás (emisszió). A reverz logisztikai alrendszernek csak egy inputja van, a visszaérkező termékek, míg két outputja: a kijavított végtermék és a szétszerelt és termelési tényezőként használt termék. Tételezzük fel, hogy a termelési függvényeink szigorúan konkávak és folytonosan differenciálhatóak a változóikban. Az F implicit termelési függvény monoton növekvő a termeléseközi készletváltozás, a természeti erőforrás-felhasználás és a környezetszennyezés változóikban, míg a termelési rátában szigorúan monoton csökkenő. A G újrafelhasználási termelési függvény monoton csökkenő az irányítási változóikban és szigorúan monoton a visszaérkező kijavított és újaknak tekintett végtermék változójában. Feltételezzük még, hogy a termelési függvények felülről korlátosak és konkávak a készletszintekben.

3 A modell: a nyereség maximalizálása

A következő (1)–(5) optimális irányítási problémát vizsgáljuk:

$$\int_0^T e^{-\rho t} [p(t)S(t) - q_p(t)P_p(t) - q_e P_e(t) - q_d P_d(t) - h_S(t)I_S(t) - h_P(t)I_P(t) - h_R(t)I_R(t)] dt \rightarrow \max \quad (1)$$

mellékfeltételek

$$\begin{aligned} I'_S(t) &= P_m(t) + P_n(t) - S(t) \\ I'_P(t) &= P_p(t) + P_f(t) - P_w(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$I'_R(t) = -P_d(t) - P_r(t) + rS(t)$$

$$I_i(t) \geq 0, \quad (i = S, P, R) \quad (3)$$

$$S(t) \geq 0, \quad P_j(t) \geq 0, \quad (j = p, w, f, u, e, m, n, r, d) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F[t, I_S(t), I_P(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t), P_m(t)] &\geq 0 \\ G[t, I_R(t), P_r(t), P_f(t), P_n(t)] &\geq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

A célfunkcionál a tervezési időhorizont kumulált árbevételének és a költségeinek a diszkontált különbségéként áll elő. A költségek a beszerzési, a hulladékkezelési, a környezeti adó és a raktárak készletezési költségeinek összegeként írhatóak fel. A (2) differenciálegyenletek a raktárak stock-flow készletmérleg egyenleteit tartalmazzák. A (3) és (4) egyenlőtlenségek a készletszintek és a ráták nemnegativitását biztosítják. Az (5) termelési függvényeket fentebb definiáltuk. A probléma megoldásához a Pontrjagin-féle maximumelvet alkalmazzuk. A termelési függvényekre tett konkavitási feltételek miatt az optimalitás szükséges feltételei egyben elégségesek is a nyereség maximalizáló vállalat számára.

4 A modell néhány tulajdonsága

Ebben a részben a felállított modellt jellemezzük. Az eredmények lehetővé teszik a modell változóinak lényeges csökkentését. A bonyolult modellt egyszerűsíthetjük a következő eredmény segítségével.

1. Lemma. *Az optimális stratégiában*

$$F[t, I_S^0(t), I_P^0(t), P_w^0(t), P_u^0(t), P_e^0(t), P_m^0(t)] = 0$$

és

$$G[t, I_R^0(t), P_r^0(t), P_f^0(t), P_n^0(t)] = 0 .$$

A bizonyítás nyilvánvaló. Tegyük fel pl., hogy a $G[\cdot]$ függvény szigorúan nagyobb, mint zéró. Ekkor az újrafeldolgozandó termékek mennyiségét növelhetjük, és ha ezt a mennyiséget a piacon értékesítjük, akkor a nyereség magasabb lesz.

Megjegyzés. A lemma azt mutatja, hogy az implicit termelési függvényeket egyszerűbb alakban írhatjuk a szigorú monotonitási feltételek miatt. Az implicit függvény tétel miatt (Rudin (1978)) két explicit termelési függvényt írhatunk fel, pl. a termelési rátára és a javított, de új terméknek kezelhető termékekre:

$$P_m(t) = f[t, I_S(t), I_P(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t)]$$

és

$$P_n(t) = g[t, I_R(t), P_f(t), P_r(t)] .$$

A következőkben azt mutatjuk meg, hogy az $f[\cdot]$ és $g[\cdot]$ explicit termelési függvények megtartják a változókban a konkavitási tulajdonságukat és ugyanolyan monotonitási tulajdonsággal rendelkeznek, mint az implicit termelési függvények.

2. Lemma. *Az $f[\cdot]$ és $g[\cdot]$ explicit termelési függvények konkávak és monotonitási tulajdonságuk a változókban megegyeznek az implicit függvényével.*

Bizonyítás. A monotonitási és konkavitási tulajdonságot a g explicit újrafeldolgozási termelési függvényre mutatjuk meg. A gondolatmenetet követve az f explicit termelési függvényre is beláthatjuk az állítást. Helyettesítsük az implicit újrafeldolgozási termelési függvénybe az explicitet:

$$G\{t, I_R(t), P_r(t), P_f(t), g[t, I_R(t), P_f(t), P_r(t)]\} = 0 .$$

Ha differenciáljuk ezt az implicit függvényt a változókban, akkor a gradiensnek is egyenlőnek kell lennie a zérusvektorral. (A bizonyításban eltekintünk a függvény argumentumainak kiírásától.)

$$G'_x + G'_{P_n} \cdot g'_x = 0 \quad (x = I_R, P_r, P_f) .$$

Rendezve ezeket az egyenlőségeket a következőt kapjuk:

$$g'_x = -\frac{1}{G'_{P_n}} G'_x \quad (x = I_R, P_r, P_f) .$$

Mivel feltételeztük, hogy az implicit újrafeldolgozási termelési függvény monoton csökkenő az irányítási változóban, és szigorúan monoton csökkenő az a visszaérkezéskor új termékként feldolgozás változójában. Ez azt jelenti, hogy $-(1/G'_{P_n}) > 0$, amivel beláttuk, hogy az implicit és explicit termelési függvények a közös változóban megtartják a monotonitási tulajdonságukat, mivel az explicit termelési függvény első deriváltja egyenlő az implicit termelési függvény változók szerinti deriváltja és az előbbi kifejezés szorzataként. A következő lépésünk a konkavitás belátása. Ehhez differenciálnunk kell a gradiens vektort, ami továbbra is zérus marad:

$$G''_{xy} + G''_{P_n P_n} \cdot g'_y \cdot g'_x + G'_{P_n} \cdot g''_{xy} = 0 \quad (x, y = I_R, P_r, P_f).$$

Ahonnán

$$g''_{xy} = -\frac{1}{G'_{P_n}} \cdot (G''_{xy} + G''_{P_n P_n} \cdot g'_y \cdot g'_x) \quad (x, y = I_R, P_r, P_f).$$

Azt kell most bebizonyítanunk, hogy a $\{g''_{xy}\}$ ($x = I_R, P_r, P_f; y = I_R, P_r, P_f$) mátrix nempozitív definit, amivel belátjuk a konkavitást. A definitást a definícióból kiindulva bizonyítjuk, vagyis a következő kifejezés előjelét vizsgáljuk:

$$-\frac{1}{G'_{P_n}} \sum_x \sum_y a_x \cdot (G''_{xy} + G''_{P_n P_n} \cdot g'_x \cdot g'_y) \cdot a_y \quad (x, y = I_R, P_r, P_f),$$

ahol a_x ($x = I_R, P_r, P_f$) tetszőleges vektor. Itt csak azt kell megmutatnunk, hogy a szummás kifejezés nempozitív. A G függvény feltételezett konkavitásából következik, hogy

$$\sum_x \sum_y a_x \cdot G''_{xy} \cdot a_y \leq 0,$$

és $G''_{P_n P_n}$ is nempozitív. Az utolsó tagunkat úgy írhatjuk fel, hogy

$$\sum_x \sum_y a_x \cdot g'_x \cdot g'_y \cdot a_y = \left(\sum_x a_x \cdot g'_x \right) \cdot \left(\sum_y a_y \cdot g'_y \right),$$

ami nemnegatív, és ezzel beláttuk a definitséget és a

$$P_n(t) = g[t, I_R(t), P_f(t), P_r(t)]$$

függvény konkavitását is.

A következő lemma szükséges feltételt mond ki a visszaérkező termékek újrafelhasználásáról.

3. Lemma. *Ha $p(t) - r q_d(t) \geq 0$ egy $[t_1, t_2]$ időintervallumon, akkor optimális stratégia minden visszatérő terméket újrafelhasználni, és az optimális eladási ráta pozitív: $P_d^0(t) = 0$, $S^0(t) \geq 0$.*

Bizonyítás. Tétélezzük fel, hogy az optimális hulladékkezelési ráta pozitív. Megmutatjuk, hogy ebben az esetben a nyereség növelhető, ami ellentmond

a hulladékkezelési rátára tett pozitivitási feltételnek. Ha a hulladékkezelési ráta pozitív, akkor létezik egy $\Delta P_d(t)$ mennyiség, ami nem nagyobb, mint az optimális pozitív hulladékkezelési ráta. Ha az egész $\Delta P_d(t)$ mennyiséget újrafeldolgozzuk, akkor az újrafeldolgozott végtermék

$$\Delta P_n(t) = g[t, I_R^0(t), P_f^0(t), P_r^0(t) + \Delta P_d(t)] - P_n^0(t),$$

amellett a feltétel mellett, hogy a többi változót változatlanul hagyjuk. A $g[\cdot]$ termelési függvény monotonitási tulajdonsága miatt a $\Delta P_n(t)$ mennyiség szintén. Ha ezt az végtermék mennyiséget közvetlenül eladjuk, akkor $r\Delta P_n(t)$ termék tér vissza az újrafeldolgozandó raktárba. Modellezzük most a költség-folyamatot. Az újrafeldolgozással megtakarítottunk egy $q_d(t)\Delta P_d(t)$ nagyságú költséget és egy $p(t)\Delta P_n(t)$ nagyságú extra árbevételt értünk el. A visszaérkező termékek hulladékkezelési költsége $q_d(t)r\Delta P_n(t)$. A pénzáram ez után a tranzakció után

$$q_d(t)\Delta P_d(t) + p(t)\Delta P_n(t) - q_d(t)r\Delta P_n(t) = q_d(t)\Delta P_d(t) + (p(t) - rq_e(t))\Delta P_n(t).$$

Azonban ez utóbbi kifejezés pozitív az árakra és a mennyiségekre tett feltételek miatt, és ez a tény ellentmondásban van a kiinduló feltételezéssel az optimalitásról. Az optimális hulladékkezelési ráta nem lehet pozitív és az eladási ráta pozitív.

A lemma eredményét intuitívan is beláthatjuk. Minden egyes visszatérő termék kifizetés nélküli potenciális erőforrást jelent a vállalatnak. Kedvezőbb a visszaérkező termékeket újrafeldolgozni, és mint termelési tényezőt használni, amivel beszerzést; vagy mint újrafeldolgozott végterméket értékesíteni, amivel termelést válthatunk ki.

Tételezzük fel a továbbiakban, hogy $p(t) \geq rq_d(t)$ minden $t \in [0, T]$. Ha ez nem így lenne, akkor az állandó hulladékkezelés lenne az optimális stratégia újrafeldolgozás nélkül. Ekkor a lemmák segítségével a probléma a következő egyszerűbb alakra hozható:

$$\int_0^T e^{-\rho t} [p(t)S(t) - q_p(t)P_p(t) - q_e P_e(t) - h_S(t)I_S(t) - h_P(t)I_P(t) - h_R(t)I_R(t)] dt \rightarrow \max \quad (1')$$

mellékfeltételek

$$\begin{aligned} I'_S(t) &= f[t, I_S(t), I_P(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t)] + g[I_R(t), P_f(t), P_r(t)] - S(t) \\ I'_P(t) &= P_p(t) + P_f(t) - P_w(t) \\ I'_R(t) &= -P_r(t) + rS(t) \end{aligned} \quad (2')$$

$$I_i(t) \geq 0 \quad (i = S, P, R) \quad (3')$$

$$S(t) \geq 0, \quad P_j(t) \geq 0 \quad (j = p, w, u, e, f, r). \quad (4')$$

A már csak hét irányítási változóval rendelkező egyszerűsített (1') - (4') modellt oldjuk meg. Ez a modell az explicit termelési függvények konkavitása miatt egy konkáv irányítási feladat, így az optimalitás szükséges feltételei egyben elégségesek is.

5 A módosított feladat megoldása

A maximumelv segítségével oldjuk meg a feladatot (Feichtinger-Hartl (1986) vagy Seierstad-Sydsaeter (1987)). A probléma Hamilton-függvénye a következő módon írható

$$H(t, I_S(t), I_P(t), I_R(t), P_p(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t), P_f(t), P_r(t), \psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)) = \\ p(t)S(t) - q_p(t)P_p(t) - q_e(t)P_e(t) - h_S(t)I_S(t) - h_P I_P(t) - h_R(t)I_R(t) + \\ + \psi_1(t)(f[t, I_S(t), I_P(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t)] + g[t, I_R(t), P_f(t), P_r(t)] - S(t)) + \\ + \psi_2(t)(P_p(t) + P_f(t) - P_w(t)) + \psi_3(t)(-P_r(t) + rS(t)) .$$

Az optimalitás feltételeit mutatja az alábbi

Tétel. *Hogy $\{I_S^0(t), I_P^0(t), I_R^0(t), P_p^0(t), P_w^0(t), P_u^0(t), P_e^0(t), P_f^0(t), P_r^0(t)\}$ változók az (1') - (4') probléma optimális megoldásai legyenek, szükséges és elégséges, hogy létezzenek olyan $\psi_1(t) \neq 0$, $\psi_2(t) \neq 0$ és $\psi_3(t) \neq 0$ függvények, amelyekre minden $0 \leq t \leq T$ esetén*

(a)

$$\psi_1'(t) = -(f'_{I_S}[t, I_S^0(t), I_P^0(t), P_w^0(t), P_u^0(t), P_e^0(t)] + \rho)\psi_1(t) + h_S(t) \\ \psi_2'(t) = -(f'_{I_P}[t, I_S^0(t), I_P^0(t), P_w^0(t), P_u^0(t), P_e^0(t)] + \rho)\psi_1(t) + h_P(t) \\ \psi_3'(t) = -(g'_{I_R}[t, I_R^0(t), P_f^0(t), P_r^0(t)] + \rho)\psi_1(t) + h_R(t) .$$

(b)

$$\max\{[p(t) - \psi_1(t) + r\psi_3(t)]S(t) \mid S(t) \geq 0\} = [p(t) - \psi_1(t) + r\psi_3(t)]S^0(t) \\ \max\{[\psi_2(t) - q_p(t)]P_p(t) \mid P_p(t) \geq 0\} = [\psi_2(t) - q_p(t)]P_p^0(t), \\ \max\{\psi_1(t)f[t, I_S^0(t), I_P^0(t), P_w(t), P_u(t), P_e(t)] - \psi_2(t)P_w(t) - q_e P_e(t) \mid \\ P_i(t) \geq 0, i = w, u, e\} = \\ \psi_1(t)f[t, I_S^0(t), I_P^0(t), P_w^0(t), P_u^0(t), P_e^0(t)] - \psi_2(t)P_w^0(t) - q_e P_e^0(t) \\ \max\{\psi_1(t)g[t, I_R^0(t), P_f(t), P_r(t)] + \psi_2(t)P_f(t) - \psi_3 P_r(t) \mid \\ P_j(t) \geq 0, j = f, r\} = \\ \psi_1(t)g[t, I_R^0(t), P_f^0(t), P_r^0(t)] + \psi_2(t)P_f^0(t) - \psi_3 P_r^0(t) .$$

Az (a) feltételek a $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ és $\psi_3(t)$ adjungált változók differenciálegyenleteit tartalmazzák. Az adjungált változók segítségével számíthatóak ki az optimális készletszintek. A (b) feltételek közül az első kettő az adjungált változók és a piaci árak közötti kölcsönhatást jellemzi. Az adjungált változókat, mint a vállalat „belső árait” interpretálhatjuk. Ha a $\psi_1(t) + r\psi_3(t)$ „belső ár” nagyobb, mint a végtermék $p(t)$ piaci ára, akkor optimális nem eladni a termelt vagy újrafeldolgozott termékeket. A $\psi_2(t)$ „belső ár” azt mutatja, hogy ha az kisebb, mint a beszerzési ár, akkor optimális stratégia a beszerzést leállítani. A (b) feltétel utolsó kettő egyenlősége a klasszikus statikus nyereség maximalizálási feladat megoldása ismert termelési függvény és adott készlet szintek mellett (Fandel (1991), Kistner (1993)). Az egyedüli

különbség, hogy a vállalat egy „belső árakkal” definiált maximalizálási problémát old meg. A természeti erőforrás felhasználása mindig maximális a modellben, vagyis annyi természeti erőforrást használ a vállalat, amennyire a maximális nyereség eléréséhez szükséges; azonban a környezetbe történő szennyező kibocsátás (emisszió) mértékét a szennyezési adó korlátozza. A korlátozást a következőképpen értelmezhetjük: Ha a tényleges szennyezési adó ($q_e^a(t)$) a vizsgált tervezési időhorizonton magasabb lenne, mint a tervezett ($q_e(t)$), vagyis $q_e^a(t) > q_e(t)$, akkor a szennyező anyagok kibocsátásának mértéke az adó növekedése miatt kisebb lenne. Ezen állítás bizonyítása következik a termelési függvény emisszióban történő konkavitásából (a bizonyítást az olvasóra hagyjuk). A kapott eredményeket úgy interpretálhatjuk, mint a statikus termeléselmélet dinamikus kiterjesztését. A készletszintek változása követi a „belső árak” változását.

6 Konklúzió

A termelés egy dinamikus környezeti modelljét vizsgáltuk, ahol a környezeti hatásokat egy homogén raktározható visszaérkezésű jószág és egy homogén nem-raktározható emisszió (kibocsátás) képezte le. Egy dinamikus termeléselmélet keretei között analizáltuk a termelés környezetvédelmi vonzatait. Eredményünk az, hogy a modellezett vállalat maximális mértékig vonja be a termelési folyamatába a természeti erőforrást, de a környezetbe történő szennyezőanyag kibocsátása emissziós (kibocsátási) adóval korlátozott. A modell reverz logisztikai alrendszere azt mutatja, hogy nem hatékony a visszatért termékeket a hulladékkezelési folyamatba bevonni; az újrafeldolgozással a vállalat pótlólagos erőforrásokhoz juthat. Az újrafeldolgozott végtermék és szétszerelt, javított termelési tényező közötti választást a vállalat „belső árai” irányítják. Az itt használt és Malivaud (1985) által kidolgozott dinamikus termeléselméleti modell azt mutatja, hogy nem létezik termelés készletek nélkül. A termelési folyamathoz szükségeltetnek a készletek mind az input (termelési tényezők), mind az output (végső termékek) oldalán.

Irodalom

1. Dobos, I. (2000): *A Dynamic Theory of Production: Flow or Stock-Flow Production Function?*, Discussion Paper 444, Faculty of Economics and Business Administration, University Bielefeld.
2. Dobos, I. (2002): *Optimal Production-Inventory Strategies for a HMMS-Type Reverse Logistics System*, *Int. J. of Production Economics*, to appear
3. Dobos, I. and Kistner, K.-P. (2001): *A Dynamic Environmental Theory of Production*, In: Fleischmann, B., Lasch, R., Derigs, U., Domschke, W., Rieder, U. (Eds.): *Operations Research Proceedings 2000: Selected Papers of the Symposium on Operations Research*, Springer-Verlag, Berlin et al., 435–438
4. Dobos, I. and Kistner, K.-P. (2000): *Production-Inventory Control in a Reverse Logistics System*, Pre-prints, Vol. 2, Eleventh International Working Seminar on Production Economics, Igl/Innsbruck, February 21-25, 2000, 67–86.

5. Fandel, G. (1991): *Theory of Production and Cost*, Springer-Verlag, Berlin et al.
6. Feichtinger, G. and Hartl, R.F. (1986): *Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse: Anwendungen des Maximumprinzips in den Wirtschaftswissenschaften*, de Gruyter, Berlin.
7. Kistner, K.-P. (1993): *Produktions- und Kostentheorie*, Physica-Verlag, Würzburg.
8. Kistner, K.-P. and Dobos, I. (2000): Optimal Production-Inventory Strategies for a Reverse Logistics System, In: Dockner, E.J., Hartl, R. F., Luptacik, M., Sorger, G. (Eds.): *Optimization, Dynamics, and Economic Analysis: Essays in Honor of Gustav Feichtinger*, Physica-Verlag, Heidelberg, New York, 246–258.
9. Malinvaud, E. (1985): *Lectures on Microeconomic Theory*, North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford.
10. Rudin, W. (1978): *A matematikai analízis alapjai*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
11. Seierstad, A. and Sydsaeter, K. (1987): *Optimal Control Theory with Economic Applications*, North-Holland, Amsterdam.

A DYNAMIC MODEL FOR ENVIRONMENTAL ASPECTS OF PRODUCTION

The paper deals with the environmental concerns of the production. It is developed an environmental model of a one product manufacturing firm with a reverse logistics subsystem and with use of a non-stockable environmental element (e.g. air). The goal of the firm is to maximize its profit in dynamical context. The technological aspects of the production is described with production functions for manufacturing and remanufacturing. The time is handled as continuous variable in the examined model. To solve the profit maximization problem, it is used the maximum principle of Pontryagin.

A NEMEK KÖZÖTTI DIREKT ÁTCSOPORTOSÍTÁS A NYUGDÍJSZÁMLÁKON – EGY ÚJ MEGKÖZELÍTÉS¹

BANYÁR JÓZSEF

BKÁE, Biztosítási Oktató és Kutatócsoport

1 Bevezetés

Széles körben elterjedt, szinte magától értetődőnek tűnő vélemény, hogy a társadalombiztosítási nyugdíjrendszerben a járadékokat unisex halandósági táblával kell kiszámítani. Ez addig, amíg egyetlen szolgáltató van, nem is okoz különösebb gondokat, habár már ekkor is felvetődik a méltányosság kérdése. Amikor viszont a szolgáltatást egymással versengő intézmények nyújtják,² a differenciálás tilalma komoly problémákhoz vezethet. (Egy szolgáltató anyagi nehézségek, sőt akár csőd elé nézhet, ha "megszállják" a nők, s fordítva, nagy nyereséget realizálhat, ha sikerül neki főleg férfiakat, mint ügyfeleket toboroznia.³) Ez a szabályozó részéről olyasfajta versenyellenes szabályok bevezetését teszi szükségessé, mint pl. egy központi kiegyenlítő alap az ilyen esetek kezelésére, vagy a szabad szolgáltató-választás tilalma, stb. Végső esetben a szabályozó hatóság egyetlen közös díjtáblát írhat elő az összes szolgáltatónak, formálissá téve ezzel az ügyfelek számára a versenyt közöttük, és megidézve azt a veszélyt, hogy ez a közös díjtábla —politikai okokból— túlságosan alacsony díjakat határoz meg, ami az egész üzletágat veszteségesé teheti (ami persze újabb állami intervenciókat tehet szükségessé) stb. Összességében azt látjuk, hogy egy unisex táblával működő nyugdíjrendszert az

¹Beérkezett: 2002. április 6. A háttérfeltevés, hogy a nyugdíjrendszer egyéni számlákon alapul, amely a II. pillérben (magánpénztárak) már megvalósult, az I. pillér ilyen típusú átalakítására pedig vannak elgondolások. Más megközelítésben: az alábbi gondolatmenet az egyéni számlákon alapuló, defined contribution (DC) rendszerek járadékára vonatkozik.

²Az, hogy az egymással versengő intézményeknek unisex halandósági táblákat kell, hogy használjanak következik abból is, hogy vegyes rendszer van érvényben, s a fő rendszer, az állami I. pillér unisex táblákat használ. Ehhez ugyanis igazodnia kell a II. pillérnek is. Illetve ez nem teljesen magától értetődő, hiszen minden további nélkül élhet egymás mellett két eltérő logikájú rendszer - ha korlátozott az egymásba való átmenet lehetősége. Ha viszont szabad a választás a két rendszer között, akkor az eltérő logika problémás, hiszen ekkor a nőknek megéri a hagyományos TB-t, a férfiaknak pedig a magánpénztárakat választani, tehát a két pillér a nemek szerint fog polarizálódni a maga problémáival. Ez a hagyományos rendszerről a magánpénztárra való átmenet idején (amíg szabadon lehetett választani!) volt probléma, a szabad választás megszűnése óta nem. Illetve a pályakezdők szabad választásának bevezetésével ez újra problémává vált (2002. ápr. 6.) (Majd újra megszűnt! – 2003. febr. 23.)

³Úgy is fogalmazhatunk, hogy a kezdeti nagy veszélyközösség széttöredezése megteremti az alapját annak, hogy ezek a rész-veszélyközösségek egymástól nagyon eltérő és az eredetihez képest sokkal kevésbé stabil kockázati jellemzőkkel bírjanak, s ezért objektíve vetődik fel a differenciálás igénye.

állam "nem hagyhat magára", s nem érvényesülhetnek a verseny pozitív hatásai.

Az egész problematika egy általánosabb probléma egyik speciális esete: az állam, hatalmi szóval, eltéríti a piaci viszonyokat az egyensúlyi ("természetes") állapotuktól egy általánosabb társadalmi cél (itt a nemek közötti "méltányosság") nevében. Ezt azonban úgy teszi, hogy a problémát nem a gyökerénél, hanem már közvetlen megjelenésénél (itt: a felhalmozott tőke járadékra való átváltásánál) kezeli, s ezzel rákényszerül olyan intézkedésekre is (itt pl. közös tarifa használatának előírása), amely eredetileg nem volt célja, hanem amely a választott megoldás miatt válik szükségesé.

Tehát itt a probléma: a nemek közti szolidaritás alapján egyfajta közvetlen forrásátcsoportosítás a férfiktól a nők felé. Ennek pedig a "gyökeres" kezelése nem az unisex halandósági tábla, hanem a megtakarítási (vagy jogosultsági) számlák közötti direkt átcsoportosítás,⁴ ami hagyja a járadékokat egyensúlyi versenyáron meghatározni a nemek számára eltérő mértékben. A továbblépéshez vizsgáljuk meg először a méltányosság kérdését!

2 Méltányosság

A méltányosságnak többféle, általában nem, vagy nem jól definiált fogalma él a köztudatban. Jelen témánk szempontjából kétfajta méltányossági fogalmat kell vizsgálnunk és összevetnünk:

1. az ún. "aktuáriusi méltányosság"-ot (actuarial fairness),
2. egyfajta köznapi értelemben vett méltányosságot

Egyik fogalom sem jól definiált, de míg az első legalább "úton van" a definiáltság felé, addig a második inkább "érzés" kérdése.

2.1 Aktuáriusi méltányosság

Mindenekelőtt le kell szögezni, hogy a biztosító érdekében és nevében eljáró aktuárius elsősorban nem etikai megfontolásból törekszik a méltányosságra (mint ahogy a fogalom sugallhatná!), hanem a biztosítók közötti verseny követeli meg ennek érvényesítését. Ennek ellenére az aktuáriusi méltányosság kiállja az etikai vizsgálat próbáját is.

Az aktuáriusi méltányosságot a biztosítási díjkalkuláció során alkalmazott ún. "ekvivalencia elv"-vel lehet megközelíteni. Eszerint: mindenki a saját egyéni kockázatának megfelelő díjat kell, hogy fizessen, vagyis egyéni szinten kell teljesülnie a következő egyenletnek:

Az egyén által befizetendő díjak jelenértékének várható értéke = az általa kapott szolgáltatások jelenértékének várható értékével.

Tágabb értelemben a biztosítónak az egyén számára nyújtott szolgáltatása az is, hogy egyáltalán működik, s ezért képes számára szűkebb értelemben

⁴ Illetve, mint majd később látni fogjuk, ez sem "gyökeres" megoldás, csak sokkal közelebb van a probléma gyökeréhez.

vett szolgáltatásokat nyújtani, tehát a biztosító költségeit⁵ is beleértjük ezekbe a szolgáltatásokba.

Egy járadék esetében a "díjak" természetesen egy, a tartam elején befizetendő egyszeri díjat jelent, aminek önmaga a "jelenértékének várható értéke". A szolgáltatások jelenértékének várható értéke pedig alapvetően a biztosított hátralévő várható élettartamától függ. És itt jön a probléma: ezt nem ismerjük pontosan. Ha ismernénk, akkor ún. biztos járadékot adhatnánk a biztosítottnak, s az aktuáriusi méltányosság követelménye maximálisan teljesülne.

Természetesen csak várható értékeket ismerünk, azokat is csak hozzávetőlegesen, az egész populációra (illetve nagy csoportjaira), s nem egyénre lebontottan. Az viszont biztos, hogy nagyon egyszerűen megfigyelhető paraméterek nagyon erőteljesen befolyásolják a várhatóan hátralévő élettartamot. Ilyen a nem és a kor. Vannak aztán más paraméterek, amelyek biztosan jelentős hatást gyakorolnak erre a várható értékre, de nem stabilak, nehezen megfoghatóak és egymástól nem függetlenek. Ilyenek: családi állapot, vagyoni/jövedelmi helyzet, egészségi állapot, képzettség, lakóhely jellege, földrajzi elhelyezkedés, sport, hobbi, élvezeti szokások stb.

A biztosítói/aktuáriusi gyakorlatban az aktuáriusi méltányosság fogalma megkettőződik egy elméleti és egy gyakorlati fogalomra. Az elméleti fogalom egyfajta zsinórmérték, amihez hosszú távon törekedni kell. Eszerint minden a várható értékre ható és megismerhető tényezőt tekintetbe kell venni a díjak megállapítása során. (Nem megismerhető, pl. a különböző balesetek tényleges bekövetkezése, tehát a várható érték még mindig véletlentől függő érték marad.) Az aktuáriusi méltányosság gyakorlati fogalma egy időleges kompromisszum eredménye. Azt mutatja, hogy az adott korban bizonyos, a várható értékre ható tényezők hatása nem számszerűsíthető, vagy azok számszerűsítése aránytalanul nagy költséggel járna. Ezért a gyakorlatban azt értik méltányosságon, hogy az ismert, jól számszerűsíthető hatású tényezőket maradéktalanul számításba vesszük. Azért nevezem időlegesnek ezt a kompromisszumot, mert időben változik (bővül) a figyelembe vett paraméterek száma. A járadékok esetében például napjainkig a biztosítói gyakorlatban a kor és a nem figyelembevétel volt általános, illetve figyelembe vettek még egy önmagát igazoló szelekciós tényezőt is, mégpedig azt, hogy megfigyelések szerint a járadékot vásárlók hosszabb élettartamúak, mint a maradék lakosság. Ezért a járadékokat ún. járadékosi halandósági táblák segítségével kalkulálták, ami a néphalandósági táblák használatához képest magasabb díjat jelent, s ami a maga részéről erősítette azt, hogy tényleg csak a várhatóan hosszú életűek vásároljanak maguknak járadékot. A 90-es évek elején azonban Angliában kezdtek elterjedni az ún. "impaired annuities", ami azt jelenti, hogy bizonyos betegségek diagnosztizálása jelentősen csökkentette a járadék díját. Tehát a 90-es évek folyamán a járadékok tekintetében nagy előrelépés történt az elméleti méltányosság felé.

Megjegyzendő még, hogy az elméleti és gyakorlati méltányosság fenti különbsége elkeseredett vitákra ad lehetőséget a biztosítási szakma és a szo-

⁵Beleértve a várható szolgáltatások szórása miatti tőkeszükséglet költségét is.

ciálpolitikusok vagy a "szociálisan érzékeny" szakértők (főleg szociológusok és néha közgazdászok) között. A biztosítási szakma képviselői az aktuáriusi méltányosságra (az elméleti fogalomra) hivatkozva elítélik a nyugdíjrendszerekben lévő redistribúciót, míg a szociálpolitikusok a gyakorlati fogalomra rámutatva "perverz redistribúcióról" beszélnek, hiszen a járadékok esetében az anyagi helyzet, egészségi állapot stb. figyelembe nem vétele azt jelenti, hogy a várhatóan rövidebb életű szegényektől, betegektől stb. áramlik pénz a várhatóan hosszabb életű gazdagabbak és egészségesebbek felé.

2.2 Köznapi méltányosság

A köznapi méltányosság fogalmát nehéz megragadni, mert nem, vagy csak alkalmilag definiálják, inkább "érzésre" használják azt, ami azt is jelenti, hogy mindig mást értenek alatta. Példaként olyasmiket lehetne felhozni, hogy méltányos segíteni felépíteni a házát olyasvalakinek, akinek azt elvitte az árvíz, vagy méltányos elengedni a büntetését egy halálos betegnek, vagy —ami minket a legjobban érdekel— méltányos, hogy a nők ugyanakkora megtakarítás után ugyanakkora nyugdíjat kapjanak, mint a férfiak. Vizsgáljuk meg ezt az utóbbit, hiszen itt közvetlenül összeütközik az aktuáriusi és a köznapi méltányosság fogalma.

Magyarországon a férfiak és a nők születéskor és bizonyos korokban várható hátralévő élettartama között majdnem 10 év különbség van a nők javára. Egy aktuárius számára ezt a különbséget, amely a járadék biztosítás díjában akár 20-30%-os eltérést is okozhat, nem figyelembe venni lehetetlen. Az aktuáriusi méltányosság fogalmának így az egyik legdurvább megsértése az unisex halandósági tábla használata, ami viszont —úgy tűnik— közvetlenül következik a köznapi fogalomból.

Mi lehet e mögött a köznapi méltányosság fogalma mögött? Miért van az, hogy ma valószínűleg széles körű felháborodást váltana ki —és nem feltétlenül csak a nők körében— ha TB is megkülönböztetné —a biztosítókhoz hasonlóan— a férfiakat és a nőket a díj szempontjából, miközben a magánbiztosítói gyakorlatban a legtermészetesebb módon elfogadják a biztosítottak ezt a megkülönböztetést?

Mielőtt ennek a problémának az elemzésébe kezdenék, két megjegyzést (illetve részleges választ a fenti kérdésre) tennék:

1. Meggyőződésem —és erről alább lesz szó—, hogy mint minden köznapi méltányossági fogalom, ez is komplex tényezők eredménye, s olyan problémák okozzák, amelyekre a társadalom részleteiben még nem reflektált, nem dolgozta fel azokat és amiket még nem tud kezelni. A köznapi méltányosság úgy nagy általánosságban mindig egyfajta egyszerű, nem különösebben megalapozott, de kielégítő időleges választ ad ezekre a problémákra. Ebből következik, hogy maga a megoldás és a méltányossági fogalom is csak időleges, addig áll fenn, amíg szisztematikusan nem kezdi el a társadalom kezelni azt a problémát. Tehát az unisex halandósági tábla követelményét is, mint méltányossági megoldásét a magam részéről ideiglenesnek tekintem, ami idővel (mennyivel?) el fog tűnni.

2. A TB-nél valószínűleg azért fogadja el a közvélemény kevésbé a nemek szerinti differenciálást, mert az sokkal alapvetőbb biztonsági igényeinket érinti, mint az önkéntes, a TB-hez képest tömegében kiegészítő megoldásként funkcionáló önkéntes biztosítás. Megkockáztatom, hogy az önkéntes, öngondoskodó megoldások szerepének a növekedésével, egyáltalán: az öngondoskodás gondolatának a terjedésével párhuzamosan csökken majd az igény arra, hogy a TB "méltányosan" járjon el a nemek tekintetében.⁶

Alább meg fogom vizsgálni, hogy mik azok a komplex problémák, amelyekre "hüvelyujj-szabály" megoldást ad az unisex halandósági tábla.

3 Az unisex halandósági tábla által 'megoldott' problémák

Először is le kell szögezni, hogy a társadalombiztosítási nyugdíjrendszer egy kényszer-megtakarítás, ami az emberek alapvető öregkori biztonságát biztosítja, s ez sok másnál előrébbvaló szempont. A nőknek —bizonyos alább részletezendő okokból— egyébként is kisebb a nyugdíja, mint a férfiaknak, s ezt a nemek szerint különböző halandósági tábla használata még tovább csökkentené, illetve még tovább növelné a nemek nyugdíja közti eltérést, ami sok nőt hozna lehetetlen helyzetbe. Magyarán: nem teljesülne a TB alapvető funkciója, a biztonság nyújtása.

Ugyanakkor itt mindjárt jelezni kell egy ellentmondást. A hagyományos magyar TB (főleg az I. pillér) két funkciót egyesít magában szinte szétbogarthatatlanul. A nyugdíjrendszert és a segélyrendszert. A nyugdíjrendszer célja, hogy az embereket megtakarításra kényszerítse, s ebből a megtakarításból megfelelő, értékarányos nyugdíjat kapjon. A segélyrendszer célja, hogy a lemaradóknak, azoknak akiknek a megtakarítása nem elég az időskori megélhetéshez, is megfelelő minimális ellátást nyújtson. Ezt a rendszer a nagyobb jövedelműektől az alacsonyabb jövedelműek felé történő redisztribúcióval oldja meg.⁷ A TB napirenden lévő reformja, illetve korábban a magánpénztárak létrehozása viszont pontosan azt célozta/célozza meg, hogy elválassa egymástól ezt a két funkciót, s az I. pillérbe tisztán a nyugdíjrendszer funkciót telepítse (miután a II. pillért már majdnem⁸ tisztán így hozták létre). Ebből a szempontból nem illik ide az unisex tábla által megvalósuló szolidarisztikus-redisztributív funkció.

Tehát nézzük, hogy milyen rejtett okai vannak az unisex halandósági tábla

⁶ Ez persze csak az alább tárgyalandó egyéb méltánytalanságok felszámolásával párhuzamosan lehetséges.

⁷ Ennek egyik konkrét megvalósulása a degresszív nyugdíjskála. Meg kell azonban jegyezni, hogy bizonyos mértékű degresszivitás aktuáriusilag is "méltányos" lehet. Arra gondolok, hogy nyilvánvaló (bár nem vizsgált és nem számszerűsített!) pozitív korreláció van a nyugdíj nagysága és a várható hátralévő élettartam között, tehát egy —nem tökéletes— az egyéni kockázat alapján differenciált járadékot nyújtó nyugdíjrendszerben, a kockázat-elbírálás egyik inputja akár a nyugdíjtőke nagysága is lehetne.

⁸ A „majdnem” pontosan az unisex járadék miatt indokolt korlátozás.

használatának?⁹

Férfi-nő munkaerő-piaci aszimmetria

Három tényezőt emelnék itt ki:

- Korábban erős tendencia volt arra, hogy azonos munkakörben is a nőknek kisebb bért fizessenek. Annak ellenére, hogy manapság ez már nem jellemző, a jelenleg nyugdíjas, vagy nyugdíj előtt álló rétegek életpályájában az ilyen alulfizetett státusz jelentős súllyal esik latba.
- Szintén korábban, jellemző volt, hogy a nők átlagos képzettsége alacsonyabb volt a férfiakénál, így csak relatíve rosszabbul fizetett munkákat tudtak kapni. Szintén megszűnő tendencia, de erősen érződik a nyugdíjas és nyugdíj előtt álló korosztályban.
- A képzett nők a kevésbé jól fizető, sőt méltánytalanul alulfizetett ágazatokban —elsősorban az oktatásban és az egészségügyben— tömörülnek.¹⁰ Sokuk úgy éli meg, hogy a nyugdíj bizonyos értelemben kompenzáció számukra az alacsony bérért.

Hibás nyugdíj-politika

A nyugdíjba vonulási korhatár napjainkig alacsonyabb a nők számára, mint a férfiaknak, s ez az aszimmetria csak a jövőben szűnik meg. Ez még erőteljesebb kényszerítést jelent az unisex járadéktábla alkalmazására, hiszen még inkább fokozta a redisztribúció szükségességét.

Egészségi okok nem indokolták ezt a politikát, ezért hibás. A kormányzat szemmel láthatólag a fenti munkaerő-piaci aszimmetriákat próbálta ezzel

⁹Mint e tanulmány egy korábbi változatának olvasója, Rézmovits Ádám rámutatott, az unisex járadék kialakulásának történeti logikája nem az, amit én alább sejtetek. Ennek ellenére megtartottam a fenti leírást, azzal a megszorítással, hogy az az unisex járadék kialakulásának „logikáját”, s nem a történetét mutatja. A történeti logika durván a következő: a TB kezdetben alapvetően defined benefit (DB) rendszerű volt, s olyan, ami alapvetően férfiakra terjedt ki (hiszen a XIX. században nem volt divat a női munkavállalás). A DB rendszer impliciten tartalmazta az unisex táblát azzal, hogy magának a halandósági táblának az alkalmazása alapvetően a defined contribution (DC) rendszerek sajátossága. Ugyanakkor ez az implicit unisex tábla alkalmazás nem volt effektív a szinte kizárólag férfiakból álló veszélyközösség miatt. Mikor a nők nagyobb arányú munkavállalását a politika elkezdte ösztönözni, akkor ennek az ösztönzésnek az eleme volt, a még mindig DB rendszerű nyugdíjrendszer nőkre való kiterjesztése, bizonyos további kedvezményekkel (pl. alacsonyabb nyugdíjkorhatár). A TB-ben az unisex jelleg a DB miatt végig rejtve maradt. Az explicitté és problémává a DC rendszerű magánpénztárak és a két pillér összehangolásának problémája miatt vált.

¹⁰Valószínűleg nem véletlenül van így. A kormányzat itt gátlástalanul kihasználta a nők „békésebb” természetét, nagyobb türelmét, s azt, hogy ezekben a szakmákban hajlamosak a nők magáért a tevékenységért, s nem a fizetésért dolgozni. Belejátszhatott ebbe a családon belüli munkamegosztás is, ahol a nőnek elnézték az alacsony fizetést, de a férfitől megkövetelték a család eltartását, s így a férfiak elvándoroltak ezekből a szakmákból. Szintén a családon belüli munkamegosztás magyarázza azt, hogy a nők egy jelentős része a gyermekszülés és a gyermekek ellátása miatt nem tud a „versenyszférában” állást vállalni.

kezelni, nevezetesen, hogy a képzetlen női munkaerővel egy idő után nem tudtak mit kezdeni. Ezt a problémát viszont nem a nyugdíjrendszerben kellett volna kezelni.

A családon belüli munkamegosztás

Magyarországon (és nem csak itt!) egyfajta hagyományos családon belüli munkamegosztás uralkodik. Ennek eredményeképpen a család együttes gazdasági tevékenységének eredménye nagyrészt a férfinál csapódik le formális jövedelemként, s ezért nagyrészt csak a férfi szerez utána formális nyugdíj-jogosultságot. Formálisan nincs elismerve, hogy ez a jövedelem jelentős részben a (háztartásbeli, vagy nem háztartásbeli) nő nélkülözhetetlen háttértámogatásának köszönhető, s az sem, hogy az olyan közös vállalkozások, mint a gyermeknevelés szinte kizárólag a nők feladata. Ezek miatt mindenképp indokolt lenne a formális nyugdíjjogosultságok transzfere a férjektől a feleségek felé.¹¹

Nemek közötti „paktum”

Szorosan összefügg az előzővel, hogy hagyományosan létezik egyfajta íratlan „paktum” a nemek —elsősorban a férfiek és a feleségek— között, miszerint a nő kiszolgálja a férfit, az viszont gondoskodik róla – a halálán túl is.

4 A problémák megoldása a nyugdíjrendszeren kívül

A fenti problémák miatt a nők részben „megérdemlik”,¹² hogy a férfiaktól (akár direkt módon, akár az unisex tábla alkalmazásával) a nyugdíj-megtakarításaik egy részét átcsoportosítsák nekik, részben viszont rá is szorulnak erre, és ez még így lesz hosszú időn keresztül. Ugyanakkor —számomra legalábbis— egyértelmű, hogy a fenti problémák kezelésének nem a legjobb helye a nyugdíjrendszer. Már csak azért sem, mert ezzel inkább csak elfedik a problémát, s ezáltal lanyhulnak a megoldáshoz vezető erőfeszítések. A megoldás hosszú távon és fő vonalakban:

- egyenlő munkáért egyenlő bért, a nemektől függetlenül (már nem olyan súlyos a probléma!)
- a nők képzettségi szintjének emelése (az új generációkra már nem jellemző az elmaradás, (sőt!) így a probléma —az átlag-képzettség emelkedésével— fokozatosan megoldódik)
- rendezni kell az oktatás és az egészségügy helyzetét (sok a tennivaló!)

¹¹ Ebben a tanulmányban alapvetően „egyéni” és nem „családi” nyugdíjrendszerben gondolkodom, amely azonban figyelembe veszi a családi kötelek hatását is.

¹² Persze ez így nagyon sommás megállapítás, de a rendelkezésre álló adatok alapján nem lehet pontosan eldönteni, hogy ki érdemli meg és ki nem ezt az átcsoportosítást.

- fokozatosan megszüntetni azt a gyakorlatot, hogy a nők az alacsonyabb státusú állásokba "tömörülnek" - azonos képzettség esetén is.
- jogszabályokkal rendezni azt, hogy a családon belüli munkamegosztást kövesse a családon belüli megfelelő formális jövedelem-megoszlás, s ennek megfelelő legyen a különböző jogosultságok szerzése, s a nagy TB rendszerekbe való befizetés is. (pl. a háztartásbeli nő helyett a férje fizesse a TB járulékokat —amelyek szintje a férj jövedelmének felétől függ— stb.)

S végül meg kell említeni egy nyugdíjrendszeren belüli lehetséges megoldást: a házastársaknak nyújtott, kétszemélyes járadékok elterjesztését. Ezeket természetesen a tényleges, de közös halandóság alapján számítanak, s ebben már van egyfajta „piackonform” férfi-női kockázatkiegyenlítés. Ez sok szempontból megoldás a fenti méltányossági és technikai problémákra egyaránt, s ezért ösztönözni lehet, sőt bizonyos helyzetekben akár kötelezővé is kell tenni alkalmazását. Ugyanakkor csak részleges megoldás lehet, hiszen

- a férfiak jó része meghal a nyugdíj elérése előtt,
- nő a nem házasságban élő nők száma,
- a férj és a feleség jellemzően nem egyszerre megy nyugdíjba.

A fenti problémák egy része áthidalható halasztott kétszemélyes járadékok alkalmazásával.

5 Átcsoportosítási megoldások

De addig is, amíg adott a jelenlegi helyzet, szükség van az átcsoportosításra. Mint kifejtettem, a rejtett, unisex tábla útján történő átcsoportosítás problémás, s helyette a nyílt átcsoportosítást ajánlom.¹³ Ennek azonban több fajtája is lehetséges.

5.1 Átcsoportosítás a nyugdíjba vonulás előtt

Az unisex halandósági tábla alkalmazásával is átcsoportosítás történik a férfiktól a nők fele, mégpedig pontosan a megtakarítások járadékra való átváltásakor. Kézenfekvő ezért, hogy a direkt átcsoportosítás is ekkor, vagyis a felhalmozás végén, a járadékra való átváltás előtt történjen. Ez a módszer

¹³A dolgozatban szándékosan lebegtettem azt a —nem egyszerűen megválaszolható— kérdést, hogy az átcsoportosítás milyen körön belül történik. Erre két magától értetődő lehetőség adódik: 1. az egész magyar aktív populáción belül, illetve 2. egy-egy magánpénztár aktív tagságán belül. Maga a gondolatmenet inkább az 1. lehetőséget tartalmazza impliciten, de be kell látni, hogy a pénztárak közötti átcsoportosítás sok adminisztratív problémát vet fel, s ezért célszerűbb lenne a 2. megoldást alkalmazni. Ez viszont „beépítetten” olyan problémákat tartalmaz, mint mondjuk, hogy az iparági pénztárak belső, nem szerinti arányai nagyon eltérhetnek a népesség átlagától (bányászok kontra szövőnők!), s így a pénztáron belüli átcsoportosítás nem oldja meg a problémákat.

ráadásul segít nekünk megmondani, hogy kb. milyen mértékű jelenleg ez az indirekt átcsoportosítás, s egyfajta zsinórmértékül is szolgálhat, hogy más megoldásoknál milyen átcsoportosítási mértékkel számoljunk. Egyben segít nekünk annak eldöntésében is, hogy az unisex halandósági tábla alkalmazása egyáltalán adekvát válasz-e azokra a latens problémákra, amelyek miatt alkalmazzák? Még az is lehetséges, hogy sokkal nagyobb átcsoportosítási mérték lenne indokolt (és persze fordítva is!).

Az unisex tábla által alkalmazott átcsoportosítási mérték becslése

Az alábbiakban szándékosan egyszerű, általános adatokat használok, s jelen írás keretein belül nem próbálok meg pontosan megbecsülni, hogy évről-évre mekkora tőke kerül át a férfiktól a nőkhöz. Ehelyett — a magyar adatokból kiindulva ugyan, de — egy általánosítottabb keretben dolgozom.

Feltevéseim:

- '98-as magyar néphalandósági táblát és '98 január 1-i nemek szerinti népességmegoszlást használok, s felteszem, hogy a magyar '98-as népesség nem szerinti megoszlása megegyezik a nyugdíjba vonulók nem szerinti megoszlásával
- Mindenki azonos korban vonul nyugdíjba
- A járadékszámításhoz a néphalandósági táblából (s nem egy népesség-projekcióból) származó unisex halandósági táblát használok
- A járadékok évesek és nem számolok rájuk költségrést¹⁴
- A járadékot 0%-os technikai kamatlábbal számolom¹⁵

A Mellékletben levezettem egy unisex halandósági táblát, s ebből kalkuláltam ki a 0%-os életjáradékokat. Szintén a mellékletben levezetett képletet használva, a férfiak nyugdíjtőkéjének ennyi %-a kerül át a nőkhöz az alábbi paraméterek (kor és az induló nyugdíjtőkék aránya) mellett:

Nyugdíjba vonulási kor	A férfiak nyugdíjtőkéje hányszorosa a nőkének			
	1	1.2	1.5	2
58	14,9%	13,8%	12,5%	10,8%
59	15,0%	14,0%	12,7%	11,0%
60	15,1%	14,1%	12,7%	11,0%
61	15,1%	14,1%	12,8%	11,1%
62	14,9%	13,9%	12,6%	10,9%

A nők nyugdíjszámlája természetesen emiatt az átcsoportosítás miatt más mértékkel emelkedik saját magához képest, mégpedig:

¹⁴A finomabb feltételezés nem változtatna lényesen a következtetéseimen.

¹⁵Fontos megjegyezni, hogy a technikai kamatlábtól erősen függ az átcsoportosítás mértéke, hiszen minél nagyobb a kamatláb, annál inkább leértékelődnek a későbbi kifizetések, tehát azok, amelyek már főleg csak a nőknek járnak. A 0%-os kamatláb melletti döntést az indokolta, hogy pillanatnyilag egyetértés látszik kialakulni a szakértők között, hogy a magánpénztári járadékot 0%-os kamatlábon kell kiszámítani.

Nyugdíjba vonulási kor	A férfiak nyugdíjtőkéje hányszorosa a nőkének			
	1	1.2	1.5	2
58	12,0%	13,4%	15,2%	17,4%
59	11,7%	13,1%	14,8%	17,1%
60	11,5%	12,9%	14,6%	16,8%
61	11,2%	12,6%	14,3%	16,5%
62	11,3%	12,6%	14,3%	16,5%

Az átcsoportosítás technikája

A fentiek alapján a nyugdíjba vonuláskori átcsoportosításhoz az alábbi algoritmust adhatjuk:

1. Minden naptári évben és minden abban az évben nyugdíjba vonuló korra felbecsülik a nyugdíjba menő férfiak és nők arányát, s koronként az átlagos férfi- és női nyugdíjtőkéket.
2. Minden korra (az adott kortól kiindulva ?-ig) a fentiek alapján elkészítik az unisex kihalási rendet (tehát a különböző súlyok miatt ez eltérő lesz az x és $x+1$ évesekre!), s ebből az unisex díjakat — azt a férfi és női halandósági táblát alapul véve, amelyből egyébként számolnák a járadék-díjakat.
3. Kiszámolják a férfi és női díjakat külön is.
4. A díjak alapján elkészítjük a fenti táblázatokat.
5. A táblázat százalécai alapján átcsoportosításokat hajtanak végre a számlákon.

Mivel akármilyen pontosan becsüljük is a paramétereket, lehetnek (inkább csak időleges!) eltérések a férfaktól levont és a nőknek jóváírt összes összegek között, ezért a lebonyolítás egyszerűsége érdekében az átcsoportosítást valamilyen központi szervnek kell végeznie, amely az átmeneti hiányokat pótolni tudja, illetve kezeli az átmeneti többleteket.

A fenti eljárás problémája — s ez általában az unisex halandósági tábla problémája, nem az átcsoportosításé —, hogy korosztályonként nagyon eltérő lehet az éppen nyugdíjba vonuló férfiak és nők aránya, valamint átlagos nyugdíjtőkéjük aránya is. Már a fenti táblázatok is jelzik, hogy különböző korokban — főleg a nemek létszamarányának változása és az addig felhalmozott átlagos nyugdíjtőkék arányainak különbözősége miatt — nagyon eltérő lehet az átcsoportosítás révén a nők számlájának emelkedése. Ha a nemek létszamarányát jelentősen változtatjuk, akkor ezek a különbségek extrémekké is válhatnak.

Nem jó az eljárás (és egyáltalán az unisex halandósági tábla ilyen konstrukciója), ha szisztematikus eltérés van a férfiak és a nők nyugdíjba meneteli életkora között. Itt ugyanis azok a női korosztályok, akik akkor mennek nyugdíjba, mikor a férfiak zöme, többet kapnak, azok a nők pedig, akik a

náluk szokásos korban mennek nyugdíjba, sokan osztozkodnak a viszonylag csekély számú hasonló korú férfi nyugdíjtőkéjén. Az unisex halandósági tábla konstrukciója során célszerű figyelembe venni ezeket a szisztematikus eltéréseket, de mi itt most, a továbbiakban nem foglalkozunk ezzel!

További probléma ezzel a megoldással (ami megintcsak alapvetően magának az unisex táblának a problémája), hogy csak a nyugdíjkorhatárt megélt férfiak számlájáról csoportosítanak át, s érintetlenül marad a korhatár előtt meghalt férfiak számlája (persze olyan nyugdíjrendszert feltételezve, ahol a meghaltak számlaegyenlegét nem osztják fel a még élő biztosítottak számlái között!), ami további méltányossági problémákat vet fel.

5.2 Folyamatos átcsoportosítás

Jogos elvárás, hogy ami később úgysem lesz az enyém, azt ne mutassák ki úgy, mint az én felhalmozásomat, vagyis, hogy a férfiak számlájáról folyamatosan kerüljön le, ami később úgyis a nőket fogja illetni, s a nők számlájára folyamatosan kerüljön rá, ami az övék. Természetesen egy ilyen metódus esetén nem garantálható, hogy pontosan annyi pénz kerül át (kamataival együtt!) a nők számlájára, mint az előző módszernél, de megadható egy olyan algoritmus, ami hasonló elveken nyugszik. Ez pedig:

1. Minden naptári évben és minden abban az évben megtakarító korra felbecsülik a férfiak és nők arányát, s koronként az átlagos férfi- és női nyugdíjbefizetéseket az adott évre.
2. Minden korra a fentiek alapján elkészítik az unisex kihalási rendet, s ebből az unisex díjakat — azt a férfi és női halandósági táblát alapul véve, amelyből egyébként számolnák a járadék-díjakat.
3. Kiszámolják a férfi és női díjakat külön is.
4. A díjak alapján elkészítjük a fenti táblázatokat.
5. A táblázat százaléakai alapján átcsoportosításokat hajtanak végre a számlákon.

A különbség tehát, hogy mindig csak az adott évi befizetéseket veszik alapul, nem az addigi felhalmozásokat, hiszen abban már benne van a férfiaknál az átcsoportosítás miatti csökkenés, a nőknél pedig a növekedés.

A folyamatosan megtakarító férfi és női korosztályok létszáma és keresete közti eltérés problémája itt is fennáll, de a probléma a folyamatos átcsoportosításnál enyhébb, mint fent, mert itt végülis egy férfi kohorsz végigkísér egy nőt, s az egyes kohorszok belső arányai feltehetőleg hasonlóak egymáshoz, s kevésbé lesz a rendszer kitéve annak a problémának, hogy a férfiak és a nők nyugdíjba vonulási kora szisztematikusán eltér egymástól.

További előnye ennek a megoldásnak, hogy minden férfi számlájáról történik átcsoportosítás, így a később, még a nyugdíjkorhatár elérése előtt meghalók számlájáról is, tehát „méltányosabbnak” tekinthető eljárás.

5.3 „Címzett” átcsoportosítás

A fenti két módszer valójában csak szolgáiban utánozta, azt ami az unisex halandósági tábla alkalmazása esetén történt, de nem azoknak a problémáknak a megoldását célozta, amelyek miatt „méltányos” az unisex halandósági tábla alkalmazása. Ha a problémákra ténylegesen válaszolni akarunk, akkor a fenti —végül is— anonim átcsoportosítás helyett nevesített átcsoportosításokat kell végrehajtani.

A teljesség igénye nélkül ilyen nevesített átcsoportosítások:¹⁶

- A férj és feleség (élettársak) (kötelező) házassági szerződést¹⁷ kötnek, amely szerint a nő (esetleg a férfi) a közös háztartásban felmerülő munkákat végzi, s nem keres munkát, illetve csak részmunkát vállal. Ennek elismeréseként a férj jövedelmének bizonyos százaléka (pl. 40%-a) a háztartásbeli nő jövedelmeként jelentkezik, s ezután saját nyugdíjszámlára utal át összegeket.
- A gyermekkel otthon lévő nő után a férj jövedelmének 50%-ára képződött nyugdíjbefizetés a nő nyugdíjszámlájára kerül.¹⁸
- A gyermektelen személyek nyugdíjbefizetéseinek egy része átkerül az aktuálisan gyermeket nevelő nők (esetleg férfiak) nyugdíjszámlájára.

Ez a fajta megoldás nagyon szerteágazó, de összességében ezeknek a különböző „ágaknak” a végiggondolása jelentené a „végső” megoldást.

6 A direkt átcsoportosítás jövője

A direkt átcsoportosítás sem jó megoldás, mint ahogyan az unisex tábla sem az. Ami az előnye, hogy ez jobban illik az új nyugdíjrendszerhez, s jobban rávilágítja a figyelmet az alapproblémákra. De a végső megoldás az alapproblémák megoldása —a fentebb már vázolt irányokban—, s a globális, nem „címzett” átcsoportosítási szükséglet megszüntetése lehet. A jelenlegi problémák kezelésére azonban a direkt átcsoportosítás alkalmasabb, mint az unisex tábla alkalmazása. Ugyanakkor most, hogy bizonyos becslést adtunk a férfiakról a nők felé irányuló átcsoportosítás mértékére, felvetődik a kérdés: miért pont ennyit? Nem nagyon találunk más választ, mint hogy: csak! S mivel ez enyhén szólva nem kielégítő, ezért a fenti számítás csak a kezdete

¹⁶Ezeket nem feltétlenül együtt kell, vagy lehet bevezetni, hangsúlyozottan csak — kidolgozatlan— ötletek!

¹⁷Egyik bírálóm szerint a házassági szerződés idegen a magyar hagyományoktól. Ezzel a megjegyzéssel nem tudok mit kezdeni, mert a társadalmi fejlődés végülis a korábbi hagyományoktól idegen elemeknek a hagyományokba való beillesztéseként is felfogható.

¹⁸Ez és az előző megoldás azt a méltánytalan helyzetet szándékozik kezelni, hogy két ember közös munkálkodásának a gyümölcse a speciális gazdasági körülmények, illetve a köztük lévő implicit munkamegosztási szerződés miatt csak az egyikük eredményének látszik. Azt is mondhatnánk, hogy a jog eszközeivel ezt az implicit szerződést explicitté akarja tenni. Természetesen ez a fajta megoldás eleve részleges lehet csak, hiszen csak a házassági kapcsolatban lévőkre vonatkozik.

annak, hogy a nemek közti egyenlőtlenségre, mint problémára az unisex halandósági táblánál adekvátabb választ találjunk.

7 Differenciálás a nemeken túl

Természetesen nem csak az unisex járadék, hanem a nemek közt differenciált járadék alkalmazása révén is valósul meg szisztematikus jövedelem-átcsoportosítás különböző rétegek közt. Ezek jövője —legalábbis a TB-n belül— nagyrészt a TB kiterjedésétől és funkcióitól függ majd. Ha pl. a TB nyugdíjrendszerének biztonsági szerepét másfajta megoldások veszik át,¹⁹ s ezért csökken a TB terjedelme, illetve ha —ezzel párhuzamosan— felerősödik a TB segély-rendszer funkciója, akkor más lesz ezen átcsoportosítások szerepe, mint ha kiterjed a TB és visszaszorul a segélyezési funkciója (mondjuk, mert már a társadalom nagyobb része nem szorul rá erre!). Ugyancsak máshogy kell kezelni ezeket a rejtett átcsoportosításokat, ha változik a TB ágak (baleset, betegség, rokkantság, hozzátartozói ellátások — nem feltétlenül a mai felosztás lesz mindig érvényes!) egymáshoz való viszonya, s nyíltabbá fog válni az ágak közti átcsoportosítás,²⁰ s megint más, ha ez —a maihoz hasonlóan— rejtett marad.

Összességében én a magam részéről az egyre pontosabb elszámolást, s ennek megfelelően az egyre kiterjedtebb differenciálást vetítem előre, mint tendenciát. A differenciálás természetesen nem jelenti az átcsoportosítások megszüntetését, de a járadéktábla révén megvalósuló rejtett átcsoportosítást, tendenciájában, egyre inkább a nyílt átcsoportosítás veszi át.

A differenciálás az „Aktuáriusi méltányosság” fejezetben már említett faktorok mentén fog lezajlani. Valószínűleg először az egészségi állapotot fogják felmérni, s a relatíve betegek számára kedvezőbb tőke-járadék átváltási kulcsot állapítanak meg, mint a relatíve egészségesek számára (ugyanakkor nekik növekedni fog az egészségbiztosításhoz való hozzájárulás mértéke, az egészségeseké meg csökkenni, tehát a másik TB alrendszerben a tendencia ellentétes lehet).

Bevezethetik a dohányzók - nem-dohányzók²¹ megkülönböztetést, hasonló kimenettel. Lehetséges az iskolázottsági szint, családi állapot, lakóhely stb. szerinti differenciálás, ha ezek hatásáról a halandóságra elegendő és megbízható statisztika készül, stb.

¹⁹Csak példaként: mondjuk elterjed az önkéntes magánbiztosítás — de nem feltétlenül kell erre gondolni!

²⁰Ebből is látszik, hogy az átcsoportosítás problémája egy olyan komplex probléma, amelyet megnyugtatóan nem lehet egyetlen alrendszeren, a TB nyugdíjrendszerén belül megoldani, mert az érinti a többi alrendszert is. Valójában egy átgondolt összehangolt stratégiára van szükség, amelynek főbb elemei: nyugdíjrendszer, egészségbiztosítás, adórendszer, családjog. Ezekben az alrendszerekben ugyanis mindenhol átcsoportosítások zajlanak, s ezek részben kompenzálják egymást. „Rendet tenni” ezért csak ezek kölcsönös figyelembe vétele révén lehetséges.

²¹Megjegyzés: a férfiak „érdekes” társaságban találják itt magukat, hiszen ugyanúgy, ahogy a férfiktól a nők fele, úgy a dohányosoktól a nem-dohányzók, a betegetől az egészségesek, az alacsonyabb iskolai végzettségűek felől a magasabb, a szegényebbek felől a gazdagabbak felé történik a redisztribúció.

Melléklet: unisex halandósági tábla konstruálása és egyéb számítások

Jelölések

x	belépési kor;
ω	a statisztikákban használt legmagasabb lehetséges életkor (Magyarországon általában 100 év);
a_x	a férfiak aránya az x évesek között (tehát a nők $1 - a_x$);
FT_x	az x éves férfiak által átlagosan felhalmozott nyugdíjtőke;
NT_x	az x éves nők által átlagosan felhalmozott nyugdíjtőke;
lf_x	a férfiak kihalási rendjének értéke x éves korban;
ln_x	a nők kihalási rendjének értéke x éves korban;
lf'_x	az unisex kihalási rend x éves értékén belül a férfiak száma;
ln'_x	az unisex kihalási rend x éves értékén belül a nők száma;
l_x	az unisex kihalási rend értéke x éves korban;
\ddot{a}_x	1 Ft éves életjáradék nettó díja x éves biztosítotttra, az unisex tábla alapján számolva.

Az unisex halandósági tábla megkonstruálása

1. megközelítés

Mivel a járadék-számítás szempontjából csak a belépési kor utáni korok létszámának van jelentősége, ezért az unisex kihalási rendet úgy konstruáljuk meg, hogy a belépési korban (x évnél) az értéke 100 000 fő legyen.

A kihalási rend simítása, valamint a ki- és bevándorlások hatása miatt a népességen belül a férfiak és a nők aránya nem egyezik meg azzal az értékkel, amit tisztán a kihalási rend alapján tudunk kiszámítani. Így a számítás során a tényleges x éves kori férfi-nő arányokból indulok ki, s nagyvonalúan feltételezem, hogy a nyugdíjas népességen belül a férfi-nő arány megegyezik az egész népességen belüli aránnyal. A fentieknek megfelelően:

$$l_x = lf'_x + ln_x = 100\,000$$

$$lf'_x = a_x \cdot 100\,000$$

$$ln'_x = (1 - a_x) \cdot 100\,000$$

$$lf'_{x+k} = lf'_{x+k-1} \cdot \frac{lf_{x+k}}{lf_{x+k-1}} = lf'_x \cdot \frac{lf_{x+k}}{lf_x}$$

$$ln'_{x+k} = ln'_{x+k-1} \cdot \frac{ln_{x+k}}{ln_{x+k-1}} = ln'_x \cdot \frac{ln_{x+k}}{ln_x}$$

2. megközelítés

A fenti a kihalási rend azonban nem biztosítja a befizetések és a járadék-kifizetések ekvivalenciáját, ha a férfiak és nők átlagos felhalmozása x éves

korban nem egyenlő egymással. Ezért ezzel az átlagos felhalmozással is korrigálni kell.

Vezessük be a két alábbi értéket:

$$t_x = \frac{FT_x}{FT_x + NT_x}$$

és

$$T_x = \frac{100\,000}{t_x a_x + (1 - t_x)(1 - a_x)}.$$

Ez utóbbi értékre azért van szükség, hogy az l_x érték a felhalmozások miatti korrekció után is 100 000 legyen. Ugyanakkor meg kell jegyezni, hogy az unisex tábla értékei most már nem egy képzetes létszámadatot mutatnak, hanem a képzetes férfi és női létszámadatok súlyozott átlagát. Maguk a létszámadatok: $a_x T_x$ a férfiak és $(1 - a_x) T_x$ a nők esetében. A fentiek alapján az unisex halandósági tábla kezdő értéke az alábbiak szerint módosul:

$$l'_x = t_x a_x T_x$$

$$l n'_x = (1 - t_x)(1 - a_x) T_x.$$

A további értékek konstruálása változatlan.

A járadék kalkulációja 0%-os technikai kamatlábra

1 Ft nettó éves életjáradék nettó díja:

$$\ddot{a} = \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_x}.$$

Az átcsoportosítás mértéke a férfiktól a nők felé

A férfiak összesen az alábbi tőkét fizetik be nyugdíjra:

$$FT_x \cdot a_x T_x.$$

Az általuk ténylegesen kapott nyugdíj:

$$\frac{FT_x}{\ddot{a}_x} a_x T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_x}.$$

Tehát a férfiak nyugdíjtőkéjének alábbi mértéke kerül át a nőkhöz az unisex halandósági tábla alkalmazása következtében:

$$\frac{FT_x \cdot a_x T_x - \frac{FT_x}{\ddot{a}_x} a_x T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_x}}{FT_x \cdot a_x T_x}.$$

Ez megegyezik azzal a mértékkel, amivel járadékuk csökken amiatt, hogy tőkájüknek nem a férfi járadéktáblából számolt díjjal váltják át járadékra, hanem az unisex járadék-díjjal. Tehát:

$$1 - \frac{\frac{FT_x}{\ddot{a}_x}}{\frac{FT_x}{\frac{1}{l'_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}} = 1 - \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}{\ddot{a}_x l'_x}.$$

És tényleg:

$$\frac{FT_x \cdot a_x T_x - \frac{FT_x}{\ddot{a}_x} a_x T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}{l'_x}}{FT_x \cdot a_x T_x} = 1 - \frac{\frac{FT_x}{\ddot{a}_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}{FT_x} = 1 - \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}{\ddot{a}_x l'_x}.$$

Ugyanez nőknél (természetesen a növekedésre és nem a csökkenésre kihegyezve):

$$\frac{\frac{NT_x}{\ddot{a}_x} (1 - a_x) T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_n} - NT_x \cdot (1 - a_x) T_x}{NT_x \cdot (1 - a_x) T_x} = \frac{\frac{NT_x}{\ddot{a}_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{NT_x} - 1 =$$

$$\frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{\ddot{a}_x l_n} - 1.$$

Ellenőrzés

Ellenőrizzük, hogy az unisex kihalási rend fenti konstrukciója biztosítja-e a befizetések és a kifizetések egyenlőségét?

Az összes befizetés, ha mindenki x éves korban megy nyugdíjba:

$$FT_x \cdot a_x T_x + NT_x \cdot (1 - a_x) T_x.$$

Az összes kifizetés:

$$\frac{FT_x}{\ddot{a}_x} a_x T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k}}{l'_x} + \frac{NT_x}{\ddot{a}_x} (1 - a_x) T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_n}.$$

A járadék nettó díjának képletét kicsit átalakítva:

$$\ddot{a} = \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l_x} = \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} (l'_{x+k} + l'_n)}{l'_{x+k} + l'_n} = \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} \left(l'_{x+k} \frac{l'_{x+k}}{l'_x} + l'_n \frac{l_{x+k}}{l_n} \right)}{l'_{x+k} + l'_n} =$$

$$= \frac{\frac{l'_x}{l'_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k} + \frac{l'_n}{l_n} \sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{l'_{x+k} + l'_n} =$$

$$= \frac{\frac{t_x a_x T_x}{l'_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l'_{x+k} + \frac{(1-t_x)(1-a_x) T_x}{l_n} \sum_{k=0}^{\omega-x} l_{x+k}}{t_x a_x T_x + (1-t_x)(1-a_x) T_x}$$

Behelyettesítve az összes kifizetés képletébe:

$$\frac{t_x a_x T_x + (1 - t_x)(1 - a_x) T_x}{\frac{t_x a_x T_x}{l f_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l f_{x+k} + \frac{(1-t_x)(1-a_x) T_x}{l n_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l n_{x+k}} \times \\ \times \left(F T_x a_x T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l f_{x+k}}{l f_x} + N T_x (1 - a_x) T_x \frac{\sum_{k=0}^{\omega-x} l n_{x+k}}{l n_x} \right).$$

Kérdés, hogy a befizetés és a kifizetés megegyezik-e? Az egyenlőséget eleve átrendezve írjuk fel, úgy, hogy a kifizetés képletének bal oldalán álló tört nevezőjével felszorozunk. Tehát a kérdés: igaz-e az alábbi?

$$(F T_x a_x T_x + N T_x (1 - a_x) T_x) \left(\frac{t_x a_x T_x}{l f_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l f_{x+k} + \frac{(1-t_x)(1-a_x) T_x}{l n_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l n_{x+k} \right) = \\ (t_x a_x T_x + (1 - t_x)(1 - a_x) T_x) \left(\frac{F T_x a_x T_x}{l f_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l f_{x+k} + \frac{N T_x (1 - a_x) T_x}{l n_x} \sum_{k=0}^{\omega-x} l n_{x+k} \right)$$

Ez viszont egy $(A + B)(Cu + Dv) = (C + D)(Au + Bv)$ alakú egyenlőség, ami nyilván teljesül, ha $AD = BC$, azaz, ha

$$F T_x a_x T_x \cdot (1 - t_x)(1 - a_x) T_x = N T_x (1 - a_x) T_x \cdot t_x a_x T_x.$$

Ennek igaz volta pedig azonnal látható az alábbi egyenlőségekből:

$$F T_x \cdot (1 - t_x) = F T_x \cdot \frac{N T_x}{F T_x + N T_x} = N T_x \cdot t_x.$$

Tehát az ily módon korrigált unisex kihalási rend ténylegesen biztosítja a befizetések és kifizetések egyenlőségét!

Irodalom

1. Augusztinovics Mária (2001): Újraelosztás nyugdíj-biztosítási rendszerekben. in: Augusztinovics Mária (szerk.) *Körkép reform után – Tanulmányok a nyugdíjrendszerről*. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest.
2. Banyár József (1994): *Az életbiztosítás alapjai*. Bankárképző – Biztosítási Oktatási Intézet, Budapest.
3. Daykin, C. D. – Pentik inen, T. – Pesonen, M. (1994): *Practical Risk Theory for Actuaries*. Chapman & Hall. London, Glasgow.
4. Denkinger Géza (1978): *Valószínűségszámítás*. Tankönyvkiadó, Budapest.
5. Heilmann, W.-R. (1988): *A kockázatelmélet alapjai*. MKKE Biztosítási Kutató Csoport, Budapest.
6. Mészéna György – Ziermann Margit (1981): *Valószínűségelmélet és matematikai statisztika*. KJK, Budapest.
7. Parmenter, Michael M. (1988): *Theory of Interest and Life Contingencies, with Pension Applications: A Problem-Solving Approach*. (Revised Edition.) ACTEX Publications Inc., Winsted and New Britain, Connecticut.

8. Réti János(2001): Hozzá tartozói ellátások a két pillérben. in: Augusztinovics Mária (szerk.) *Körkép reform után – Tanulmányok a nyugdíjrendszerről*. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest.
9. Simonovits András (2000): Új eredmények a nyugdíjmodellezésben, *Közgazdasági Szemle* 47 (2000) 487–508.
10. Stahl János (2001): Hogyan lesz nyugdíj a magánpénztárba befizetett járulékból? in: Augusztinovics Mária (szerk.) *Körkép reform után – Tanulmányok a nyugdíjrendszerről*. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest.
11. Törökné Matits Ágnes (1989): *Káradatok felhasználása a kockázati díjak kalkulációjában*. Biztosításméleti Füzetek 6. sz. MKKE Biztosítási Kutató Csoport, Budapest.

A NEW APPROACH IN RISK HARMONIZATION BETWEEN GENDERS

The use of unisex annuity table in the social security means a hidden capital transfer from males towards females. This transfer is acceptable from many point of views, but it also causes many problems. The essence of these problems, the unisex table is not really fit to the free provider-choice and to the competition amongst the providers. That is why it is useful to differentiate the premiums of annuities between the genders and to shift from the hidden capital transfer to an open one. The paper tries to analyse the reasons of the transfer, to make the concept of 'actuarially fair' more precise and to make some calculations for the size of the transfer.

MŰHELY

INFORMATIKAI ALKALMAZÁSOKKAL INTEGRÁLT NÖVÉNYTERMESZTÉSI DÖNTÉSTÁMOGATÓ RENDSZER¹

ERTSEY IMRE – NAGY LAJOS – BELLON ZOLTÁN ATTILA
Debreceni Egyetem, Agrártudományi Centrum

1 Bevezetés, előzmények

A növénytermesztési döntéstámogatás gondolata és kutatása, valamint alkalmazása nagy múltra tekint vissza (Tóth 1981, Ertsey 1986). Különösen a számítástechnika fejlődése gyakorolt nagy hatást az operációkutatási módszerekkel támogatott döntéselőkészítésre.

A mezőgazdasági döntések szimulációs módszerrel történő támogatása a 70-es évektől kezdődő CERES modellek kutatásával gyorsult fel, amelynek eredményeként a michigani egyetem programjaként létrejött a DSSAT nevű rendszer, amelynek magyar „változatát”, a 4M szimulációs rendszert használjuk a saját döntéstámogató rendszerünk egyik moduljaként.

A lineáris programozás széleskörű mezőgazdasági alkalmazásának a kezdeti időszakban leginkább a számítógépek kapacitása, illetve a módszer ismeretének hiánya szabott korlátokat. Az 1968-as gazdasági reformot követő vállalati önállóság, és az operációkutatási módszerek oktatásának bevezetése az agrár felsőoktatásban új távlatokat nyitott a módszerek gyakorlati alkalmazása előtt. Az 1970-1980-as években a Tóth József által vezetett debreceni operációkutatási iskola komoly eredményeket ért el az LP-re alapozott, számítástechnikával támogatott tervezési eljárások kidolgozásában és gyakorlati alkalmazásában. A '90-es évek elejétől tapasztalható robbanásszerű számítástechnikai és informatikai fejlődés a döntéstámogatás előtt is új lehetőségeket nyit meg.

Melyek ezek a lehetőségek?

- Az adatfeldolgozás sebessége rendkívüli módon megnőtt
- A számítógépekhez való hozzájutás mindenki számára elérhető
- Az információtechnológiai fejlődés eredményeként nagy mennyiségű információ érhető el

¹Beérkezett: 2002. május 30. e-mail: nagy1@helios.date.hu

- Az intelligens IT eljárásoknak köszönhetően lehetővé vált az informatikai alkalmazások otthoni elérése

Jelenleg több konstrukció is megjelent a piacon, ilyen pl. a Silsoe Farm Modell, amelyet angol kutatók (Bill Day et al.) fejlesztettek ki. Ez modell egy PC-n alapuló tervezői modell, amely a lineáris programozást követi. Mint a lineáris programozási modelleknek általában, ennek is egy növénytermesztési technológiai összehasonlító adatbázis képezi az alapját.

2 Növénytermesztési technológiák

Egy olyan modell összeállításához, amely rendszerszemléletű elemzések révén képes gazdasági döntések megalapozására, a gazdálkodás folyamatát rendszerezni kell. A gazdálkodási tevékenységet — több lépésben — ágazati rendszerekből kell felépíteni, olyan alrendszerekből, melyek könnyen átláthatók, és így a gazdasági szempontok szerint történő menedzselésük is egyszerűbb. Ezek a növénytermesztési ágazati technológiák. Az ágazati tervezési folyamat alapját az adatbázisok képezik, amelyeket a későbbiekben adattörzseknek nevezhetünk.

A két legfontosabb kritérium az adattörzsek megválasztásánál, hogy egyrészt meghatározó szereppel bírjanak a technológiai művelési sor kialakításában, és hogy olyan tulajdonságokkal ruházzuk fel őket, amelyek biztosítják a közöttük fennálló kapcsolatok létrehozását a komplett rendszer működéséhez.

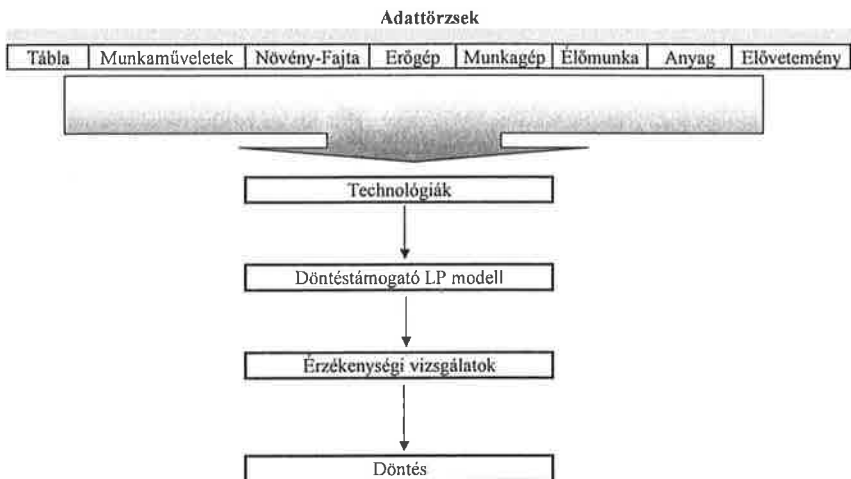
Az előbbi kritériumok tükrében kell kialakítani a föld, az erögépek, a munkagépek, a speciális gépek, a munkaező, a munkaműveletek, a növények és az elővetemények törzsét. A felsorolt törzsek közötti szakmai kapcsolatok és összefüggések segítségével hozzuk létre az ágazati növénytermesztési technológiai modellt.

Az alábbiakban a teljesség igénye nélkül bemutatunk néhány összefüggést az egyes elemek összekapcsolására. A kutatás egyik iránya a technológiai művelési kapcsolatok közül azok kiválasztása, amelyek gazdasági értelemben befolyásolják a gazdálkodás eredményességét.

- A föld adattörzsében kiválasztjuk azt a táblát, illetve táblákat, amelyen az adott növényt termesztetni fogjuk.
- A táblakiválasztás során figyelembe kell venni azt, hogy az előző évben milyen növényt termesztettünk rajta, a vetésváltás szabályainak betartása érdekében. Így az adott táblához kapcsolnunk kell az elővetemény törzs megfelelő állományát, és a szükséges korrekciós tényezőkből készíteni kell egy ideiglenes táblát. E táblának az eredményét fel kell használni majd a gépi munkák műszakórájának, illetve energiaköltségének korrigálására (pl. tarlómaradványok, vagy lejtős területek művelése esetén), majd a tápanyag-visszapótlás és a növényvédő szerek mennyiségének a meghatározásakor.

- A munkaműveleti törzs felhasználásával összeállítjuk a technológiai műveletek sorát, amely eredményeként megkapjuk azt az időkorlátot, amelyet be kell tartani a növény optimális fejlődésének biztosításához.
- A biológiai optimumok ismeretében az egyes műveletekhez hozzákapsoljuk a gépi eszközöket, mégpedig olyan mennyiségben, hogy az adott határidőkre mindig elvégezhetőek legyenek a munkák.
- A gépi üzemórák számának megfelelően, a különböző rakodási és egyéb kiegészítő tevékenységek elvégzéséhez hozzákapsoljuk az élőmunka törzset is az egymás utáni munkaműveletekhez.
- Az anyagok törzsében az egyes műveletekhez szakmai megfontolások alapján kapcsoljuk a műtrágyákat, vegyszereket, egyéb anyagokat, és itt kell bekapcsolni azt a korábban említett korrekciós táblát, amely a terület kultúrállapotától függően szükségessé teheti az egyes anyagfeleségek kijuttatandó mennyiségének növelését, vagy csökkentését.
- A következő lépésben összefoglaljuk a természetendő növényekre vonatkozó hozamokat és értékesítési árakat, amelyekkel az adott évre tervezhetünk, hogy ezáltal kalkulálhatóvá váljon a gazdálkodás termelési értéke.

A technológiák elkészítése után nyílik mód a döntéstámogató LP modell felépítésére, illetve ezen belül az árnyékárak és a határköltségek elemzésére (1. ábra).



1. ábra A döntés-előkészítés folyamata

A lineáris programozás módszerének alkalmazásával megalapozhatjuk azt a termelési programot, amely legeredményesebben szolgálhatja céljaink elérését. A mezőgazdasági tevékenységet azonban számos olyan tényező befolyásolja, amelynek a hatása a véletlentől függ (pl. időjárás, kórokozók, kártevők, áringadozások). A vállalatoknak tehát szembe kell nézni a kockázat, a bizonytalanság tényével, sőt tudomásul kell venni, hogy a mezőgazdaságban a véletlenek szerepe nagyobb, mint a gazdasági élet bármely más területén.

A lineáris programozás módszerével számított program a cselekvés bizonyos feltételek közötti optimális variánsát jelenti, vagyis a modell összeállításakor figyelembe vett költség-, ár- és hozam adatok valamint kapacitások függvényében mutatja meg az optimális termelési programot. Ez a valóság bizonyos mértékű leegyszerűsítése, hiszen kizárja a tényezők véletlenszerűen bekövetkező megváltozásának a lehetőségét (Tóth, 1988.).

A véletlen hatások figyelembevételére többféle metodikai lehetőség létezik. A lineáris programozás keretén belül maradván alkalmazhatjuk az érzékenységi vizsgálatokat, és a bizonytalan döntések megalapozására felhasználható matematikai programozási eljárásokat.

Az érzékenységi vizsgálatok arra felelnek, hogy miként hat az optimális programra a kiinduló feltevések és a számszerű adatok valamely módosítása. Az adott kiindulási feltételek teljesülése esetén, a lineáris programozás módszerével képezünk egy optimális programtervet. Ez a termelési eredmény lesz az a variáns, amely optimális feltételek esetén, valamennyi közreható tényező kedvező alakulása mellett valósul meg.

A modell által optimálisnak javasolt termelési programra vonatkozóan elkészítjük az árnyékárak és az ágazatok versenyhelyzetének elemzését. Az elemzés során vizsgáljuk, hogy az adott feltételektől történő eltérések esetén, illetve a kapacitások változtatásakor miként módosulhat az adott gazdasági rendszer működése, illetve annak hatékonysága.

3 Integrált rendszer létrehozása

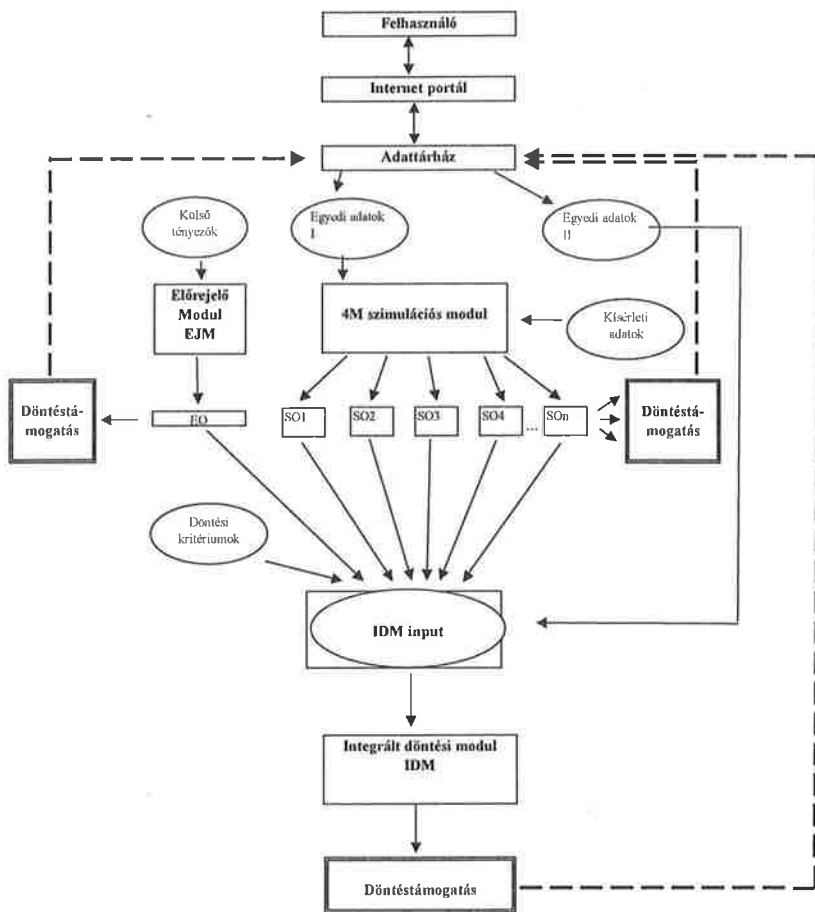
Az előzőekben felvázoltuk, hogy egy jól működő növénytermesztési döntéstámogató rendszer létrehozásához milyen szempontokat kell figyelembe venni, illetve milyen módszereket kívánunk alkalmazni. Azt azonban nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a növénytermesztési, talajtani, földműveléstan kutatások során jelentős természetstechnológiai adatbázisok jöttek létre.

Célunk olyan Növénytermesztési Döntéstámogató Rendszer (NDTR) létrehozása, amely a már létező, de egymástól függetlenül működő adatbázisok közötti szerves kapcsolat megteremtésével, a felhasználók adottságaira alapozott szimulációk és matematikai programozási eljárások révén különféle céloknak alárendelt döntési alternatívákat nyújt.

A szimulációs rendszerek alkalmazása a biológiai-gazdasági folyamatok modellezése során nagyon sok előnnyel jár, azonban a helyes változat kiválasztása a nagyszámú kiinduló variáció és a túl sok megoldás miatt nehézkes, vagy lehetetlen és előtérbe kerül a felhasználó szubjektív értékítélete. Ezért fontos,

hogyan a termelő „egyedi” adottságaihoz adaptált nagyszámú automatizált szimulációs variánst objektív, rendszerszemléletet biztosító matematikai programozási módszerekkel elemezzük és kiküszöböljük a szimuláció hátrányait. Közben valós körülményeket szimulálva és tetszőleges célok kiválasztását lehetővé téve a folyamat eredményeként optimális megoldásokat nyújtunk. A tervezett rendszer három szinten segít a döntések meghozatalában, a külső tényezők statisztikai elemzésével, a szimulációs modul segítségével és az előbbieken strukturált kimenő adatait elemző Integrált Döntési Modul (IDM) lineáris programozással (2. ábra).

A felhasználó egyedi adatai az adattárházba kerülnek, ahonnan két elemzési útra lépnek tovább. Az egyik út a szimulációs rendszer igényeit elégíti ki, a másik az egyéni sajátosságokat figyelembe vevő —de természetesen a kialakított technológiai sémákba illeszkedő— növénytermesztési technológiák kialakítása.



2. ábra Az informatikai alkalmazásokkal integrált növénytermesztési döntéstámogató rendszer modellje

A szimulációk outputjai megfelelő átrendezés után szintén bekerülnek a technológiákba és így együttesen képezik a lineáris programozási modell input adatait.

Fontos és sarkalatos probléma a lineáris programozási modell méretének és a változók számának a meghatározása és a szimulációs rendszer output adatainak a kiválasztása, hisz a szimulációs rendszer input igénye és outputja a biofizikai jellemzők számításának bonyolultsága és összetettsége révén növényfajtól, környezeti adottságoktól, és technológiai elemektől függően több száz elemből álló információhalmazt nyújt. Minden elem felhasználása részben csökkentené az LP modell megoldhatóságát, másrészt az ökonómiai számításokhoz csak korlátozott számú adatra van szükségünk. E feladat megoldását a racionálisan megtervezett növénytermesztési technológiák jelentik. Ezek alapján —növényfajtól, gazdasági, természeti adottságoktól és a rendelkezésre álló technológiától függően— 100×100 -as maximális modellmérettel számolhatunk, amely a változókat tekintve teljes körűen magába foglalja a növénytermesztés technológiai, pénzügyi, beruházási és egyéb (pl. bérmunka) változóit is.

Az ezt követő fázisban történik az LP modell futtatása a döntési kritériumoknak megfelelően, valamint az érzékenységi vizsgálatok elvégzése.

A rendszerben helyet kap még egy úgynevezett előrejelző modul, amellyel az egyes termékekre vonatkozó árelemzéseket végzünk múltbeli összefüggések illetve a tőzsdei árak felhasználásával.

Mindhárom modul önállóan is működik.

Az NDTR műszaki-informatikai szempontból egy 3 szerveres elosztott alkalmazás-rendszer. Az egyes szervereken futó alkalmazások a kutatási terület egyes szakaszaihoz kötődő részfeladatokat látnak el, úgymint:

- a) felhasználói kommunikációs felület és adattárház
- b) szimulációs rendszer (4M)
- c) döntéstámogatási rendszer (IDM).

Az a) szerver koordinálja a rendszer külső és belső működését, fogadja a felhasználói input adatokat és gyűjti az egyéb —nem felhasználói— információkat. Ezeket alkalmas konverzió után átadja a további komponenseknek, elemzés után tárolja és továbbítja a kapott output adatokat, mindeközben biztosítja a rendszer biztonságos működését (hozzáférés-felügyelet és archiválási funkciók révén).

A b) szerveren futó 4M szimulációs modul a kapott —felhasználói input, tárolt, más rendszerből gyűjtött— adatok alapján meghatározza a lehetséges termelési modelleket. Ezek azonban —a rendszer funkcionalitása miatt— további elemzés nélkül nem adnak támpontot a felhasználói döntés meghozatalához, csupán az összes lehetséges alternatívát adják meg.

A c) szerver 4M-től kapott modell-halmazon megadott és tárolt döntési kritériumok alapján meghatározza az optimális termelési modell(ek)e)t, amelyek aztán egyrészt —későbbi elemzések alapját képezve— beépülnek az a) komponens tudásbázisába, másrészt alkalmas formában eljutnak a felhasználóhoz.

A projekt során a 3 alkalmazás-szerver és a szükséges kapcsolat-rendszer kerül kialakításra. Elkészülnek a feldolgozó-kommunikációs-megjelenítési alkalmazások, kidolgozásra kerülnek a kommunikációs folyamatokhoz szükséges adatkonverziós eljárások. A rendszer háttéréül egy 3 szerveres Windows 2000 alapú tartomány szolgálg, az adatbázis-kezelési funkciókat az Oracle adatbázis-kezelő rendszer, a szimulációs folyamatokat a DSSAT alapú 4M alkalmazás, a döntési eljárásokat, a statisztikai elemzéseket és az adatbányászati feladatokat az SAS programcsomag statisztikai célú lineáris programozási és Enterprise Miner komponensei végzik. A felhasználói felület —ami lényegében egy Internet portál— kialakítása és a külső információs forrásokból származó automatizált adatgyűjtés a Windows 2000 eszközei mellett az Internet Security and Accelerator Server-re alapul.

A rendszer külső felülete —felhasználói felület és adattárház— két alapvető komponense az adattárház, amelynek célja a strukturált adatbázisok tárolása és a közöttük levő összefüggések adatbányászati eszközökkel történő feldolgozása, illetve az információ-szolgáltató rendszer, egy Internetes portál, az ellenőrzött hozzáférés (címtár-alapú ügyfél-rendszer) és az automatizálható adatszolgáltatás (e-business technológiák, XML) lehetőségével.

Az egyes tematikus ismeretbázisokat és egyéb szolgáltatásokat egy központi hierarchikus címtár (directory) fogja össze. A szolgáltatások tetszőleges szempontok alapján automatikusan kigyűjthetők és az eligazodás megkönnyítésére a megfelelő formában prezentálhatók. A címtár alkalmas a változások, új adatok jelzésére a felhasználók számára, egyéni igények szerint megadott profilok alapján is.

A címtár portálként működik az Internet felől, lehetővé téve a szolgáltatások téma szerinti keresését, és a megfelelő szolgáltatás felé történő egyszerű továbbhaladást. Alkalmas felhasználói azonosításra, minősített —pl. nem ingyenes— szolgáltatások kezelésére is.

Az automatikus keresési, gyűjtési, funkciókat háttérben futó robotok végzik, amelyek alkalmasak a rendszeren kívüli, releváns információk felderítésére és beillesztésére. Ennek érdekében a rendszer nyílt szabványokra épül: felhasználók és a robotok a címtárat azonos módon LDAP (X. 500) protokoll segítségével érhetik el.

A rendszerben a projekt résztvevői a fenti célokat egy növénytermesztési döntéstámogatási rendszer megvalósításán keresztül kívánják bemutatni, de a projekt fejlesztése, illetve elkészülte után újabb területeken is megkezdődhet a rendszer tartalmi feltöltése, más profilú tartalomszolgáltatás és a rendszer szolgáltatásainak igény szerinti bővítése.

4 A rendszer alkalmazásával kapcsolatos egyéb feladatok

A rendszer alkalmazása mind a társas, mind a versenyképesen működtethető családi gazdaságok számára alkalmas. Természetesen a birtoknagyság determinálja a használhatóság hatékonyságát. A 100 ha feletti szántóterülettel

rendelkező gazdaságok a rendszer összes előnyét ki tudják használni. Az ennél kisebb területűek elsősorban a szimulációs rendszer lehetőségeit és a technológiákat alkalmazhatják sikeresen.

A teljes rendszert egy informatikai keretrendszer foglalja egységbe, amely lehetővé teszi a felhasználók számára, hogy akár on-line módon igénybe vehessék a szolgáltatásokat.

Természetesen a megjelenési formának felhasználóbarátnak kell lennie, azonban nem kerülhető ki, hogy a termelők, akik élnek a felkínált lehetőséggel, a rendszer működtetéséhez szükséges operációkutatási alapismeretekkel rendelkezzenek. Ennek érdekében biztosítani kell az ehhez szükséges képzést, ami a növénytermesztési döntéstámogató rendszer alkalmazásával lehetővé teszi, hogy a mezőgazdasági termelésben alacsony szintű informatikai felhasználás, és a döntéstámogatásban elhanyagolt matematikai programozási módszerek a termelés, gazdálkodás sikerét szolgálják. Fentiek miatt a tudásbázisnak mindenképpen a Debreceni Egyetem Agrártudományi Centrumában kell lennie, a terjesztést, marketingmunkát viszont egy erre szakosodott, piacorientált vállalkozásnak kell végeznie.

Irodalom

1. Csáki - Meszáros: 1981. *Operációkutatási módszerek alkalmazása a mezőgazdaságban*. Budapest. Mezőgazdasági Kiadó. 534. p.
2. Ertsey Imre: 1974. *A lineáris programozás alkalmazása a termelőszövetkezetek távlati fejlesztési tervének készítésében*. Doktori értekezés kézirat. Debreceni Agrártudományi Egyetem, 134 p.
3. Ertsey Imre: 1986. *A növénytermelési technológiák ökonómiai vizsgálata a gépkapcsolatok és az ágazattársítás függvényében*. Kandidátusi értekezés. Debrecen. 180 p.
4. Ertsey Imre: 1986. Some methodological problems of modelling crop production. *Bulletin for Applied Mathematics* XLIII. köt.
5. Ertsey–Dinya–Iványi–Szelény: 1983. *Ágazattársítási modellek a szántóföldi növénytermesztésben*. Szerk. Szabó J. Budapest. Mezőgazdasági Kiadó. 240 p.
6. Ertsey–Kárpáti: 1981. *Növénytermesztési ágazatok számítógépes interaktív tervezési-elemzési rendszere*. XI. Magyar Operációkutatási Konferencia előadás-kivonatai. Miskolc.
7. Ertsey–Tóth: 1985. **The application of an automated technological planning system and linear programming in the foundation of decisions relating to the utilization of machines**. *Bulletin for Applied Mathematics* XXXVIII. köt.
8. Hanks, R. J. and Ritchie, J.T. (eds.) 1991. Modelling plant and soil systems. *Agronomy* No. 31.
9. Harnos Zsolt: 1995. *Az agrárgazdálkodást támogató informatikai és döntéstámogató rendszer*. "AGRO-21" füzetek 1995. 8. 3-14. p.
10. Herdon Miklós: 1983. *Software támogatás lineáris programozási modellek létrehozására és kezelésére*. Számítástechnika alkalmazása a mezőgazdaságban Konferencia. Agrártudományi Egyetem. Debrecen. 40-44. p.
11. Jame, Y. W. and Cutforth, H. W. 1996. Crop growth models for decision support systems. *Can. J. Plant Sci.* (In press January 1996).

12. Jones, J. W. 1993. Decision Support Systems for agricultural development. In: F.W.T. de Vries, P. Teng and K. Metsellaar (eds.) *System Approach for Agricultural Development*. 459–471. Kluwer Academic Publisher.
13. Pitlik–Pásztor–Popovics: 1998. *Tanulmány a Magyarországi Integrált Mezőgazdasági Információs Rendszer megvalósítására*. Agroconsult Kft., Gödöllő.
14. Podmaniczky–Illés: 1997. *Gazdasági Szaktanácsok* No. 12, A számítógépes tervezés lehetőségei a mezőgazdaságban, PATE Georgikon MGK Nyomdaüzeme, Gödöllő.
15. Szenteleki Károly: 1999. Döntéstámogatási módszerek a mezőgazdaságban, *Agrárinformatika '99*, Debrecen. Internet: <http://www.date.hu/rendez/ia99/kiadvany/pdj/e01.pdf>
16. Tóth József: 1981. *Mezőgazdasági vállalatok automatizált tervezése*. Budapest. Mezőgazdasági Kiadó, 245 p.
17. Tsiji, G. Y., Uehara, G. and Balas, S. (eds.) 1994. *DSSAT: A Decision Support System for Agrotechnology Transfer*. Version 3. Volume 1, 2, and 3. University of Hawaii, Honolulu, Hawaii.

ONLINE ÉS LOKÁLIS DÖNTÉSTÁMOGATÁSI MODELLEK FEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEI ÉS VÁRHATÓ HATÁSAIK¹

PITLIK LÁSZLÓ – PÁSZTOR MÁRTA – POPOVICS ATILA –
BUNKÓCZI LÁSZLÓ – PETŐ ISTVÁN

Szent István Egyetem Gödöllő, Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar

1 Bevezetés

A SZIE GTK GMI GINT kutatásainak előzményei mintegy 15 évre nyúlnak vissza. Ezen idő alatt az alábbi súlypontok alakultak ki:

- Mesterséges intelligencia kutatás és hasonlóságelemzés (különös tekintettel az előrejelzési célzatú, kombinatorikai elvű automatikus összefüggés generálásra a general problem solving (GPS) elvárásait közelítendő, OTKA támogatással),
- Agrárszektor-modellezés (kapcsolódva az IDARA, EU 5 keretprogramhoz, illetve egyedi gazdasági előrejelzési, elemzési feladatokhoz),
- Online adatbázisok és online elemző módszerek fejlesztése (szponzori, valamint PHARE, FVM K+F, illetve IKTA támogatással, a lokális eredmények közhasznúvá tétele érdekében).

Az alábbi tanulmány célja a saját kísérleti jellegű eredmények bemutatása révén annak érzékeltetése, hogy az online döntéstámogatás módszertanában és filozófiájában jellegzetesen eltér a lokális megoldásoktól.

2 Eredmények

A szisztematikusan egymásra épülő alkalmazási, módszertani és technológiai fejlesztések révén az alábbi eredmények, illetve folyamatok érdemelhetnek említést:

Online tőzsdei árfolyam előrejelzés (StockNet by EcoControl)

Az esetalapú következtetés (CBR) és autonóm adaptív ágensek (AAA) az emberi gondolkodás jó algoritmikus közelítéseinek tekinthetők. A múltban tapasztaltak között mindig található egy-egy olyan szituáció, mely jobban hasonlít a jelenlegi problémára, mint a többi. S ennek következményeivel kapcsolatban pedig elvárható, hogy a jelenlegi helyzet megoldását jól reprezentálja

¹Beérkezett: 2002. május 30. e-mail: pitlik@miau.gau.hu

(CBR). A gondolatvilág lényege a hasonlóság fogalma, mely egyszerre misztikusan bonyolult és kézenfekvően egyszerű. Az autonóm adaptív ágensek ugyanezen gondolatvilág termékei.

A SZIE GTK GMI Gazdasági Informatika Tanszéke 1997 óta áll kutatási kapcsolatban az EcoControl Kft-vel (<http://www.ecocontrol.hu>). Az együttműködés célja egy olyan tőzsdei döntéseket megalapozó szoftvermodul (STOCKNET) létrehozása volt, mely képes a szerver oldalon, vagyis tőzsdei adatszolgáltatók (pl. <http://www.fornax.hu>) által rendelkezésre bocsátott részvények, illetve gazdasági mutatószámok idősorait a kliens oldalon szelektálni. Emellett lehetővé teszi, hogy ismét csak a szerver oldalon fejlesztett —eset alapú következtetést (CBR) felhasználó és optimalizáló jellegű, context free, fundo-chartista— algoritmust a felhasználó kliens oldalon saját igényei szerint felparaméterezhesse (pl. felhasználandó idősor hossza, előrejelzendő időtáv és objektumok, hasonlósági kritérium, kilépési feltétel). Miután a szerver Interneten keresztül megkapta a kliensoldaltól a beállításokat, lefuttatja az adatleválogatás, illetve az adatelemzés kijelölt lépéseit, majd a kapott eredményt, esetünkben a várható árfolyam-ingadozások görbéit (táblázatait) visszaküldi a kliens oldali szoftvernek, mely ennek komfortos tovább-felhasználását is lehetővé teszi. Az eset alapú következtetés, mint eljárás a múltban előfordult esetek jelenlegihez való hasonlításán keresztül egyszerű és gyors algoritmus formájában biztosítja a valósághű (valaha már előfordult) alapmintázatok hozzáigazítását az utolsó ismert adathoz. Egy referencia értékű elemzés szerint elérhető, hogy a jövőre prognosztizált trendek és a ténylegesen bekövetkező trendek 70-80%-ban fedik egymást, ami más megközelítésben azt jelenti, hogy egy 10 elemű portfólióból 7-8 papír valóban helyesen került beválasztásra a vizsgált időtávot tekintve.

ikTAbu (adatbányászati technológiák online jelleggel)

Az ikTAbu (Információs és Kommunikációs Technológiák Alkalmazása a Területfejlesztés Támogatása Adatbányászat Útján) projekt célja, hogy a vidék- és területfejlesztésben dolgozók, illetve a vállalkozásfejlesztésben, mezőgazdasági termelésben, szaktanácsadásban érdekeltek számára olyan adatbázisokat, módszertani elveket alakítson ki és tegyen már elemzett módon elérhetővé, melyek ma az országban lényegében nem, vagy csak részben ismertek. A projekt közvetlen célja (know how) tehát nem a primer adatszolgáltatás, hanem az elemzési és módszertani kínálat kialakítása, alapvetően online szolgáltatás formájában az OMFB IKTA támogatásával, a TDC Kft. és a SZIE/Agro-Consult Kft. együttműködésében.

Az 1999-ben elnyert IKTA projekt konzorciumán belül a gödöllői know how centrum feladata az online adatbázisok tervének kialakítása mellett az volt, hogyan lehet egyszerűbb induktív szakértői keretrendszereket, illetve mesterséges neurális hálókat úgy felkínálni a módszertanilag még nem minden szempontból felkészült alkalmazóknak is annak érdekében, hogy relatíve magas találati arányok legyenek elérhetőek az alkalmazó hipotézisének megerősítésekor/elvetésekor az online rendelkezésre álló adatok szelektálása

és modellé formálása során.

Ezen jelenleg fejlesztésének utolsó fázisában lévő projektbe beépítésre került a egyrészt a DEA (Data Envelopment Analysis) eljárás egyszerűsített, online változata, mely objektumok (országok, megyék, kistérségek, üzemek) hatékonysági rangsorait képes megadni.

Másrészt az ikTabu szolgáltatás részévé vált a WAM (Weight & Activity Model) eljárás online változata, mely lehetővé teszi az online rendelkezésre álló adatok alapján összeállított hipotézis-mátrix (objektum-attribútum esetgyűjtemény) előrejelzési célú feldolgozását úgy, hogy számos magyarázó tényező (pl. ráfordítások) alapján a magyarázandó tényező (pl. hozam) adott küszöbértéke tekintetében a küszöbérték alattiság és felettség, mint várható következmény valószínűbb változatát adja meg tanulási és teszt helyességi értékekkel együtt. A WAM lokális változata egy Excel parancsokkal működtethető induktív szakértői rendszernek, illetve egyszerű, de szabadon befolyásolható szerkezetű neurális hálónak tekinthető. A WAM átlátható és korlátlanul alakítható összefüggés-szerkezete révén kiegészíthető olyan szöveg-generátorral (WAM.TXT), mely képes egyszerű szöveges indoklás formájában visszaadni a legjobbnak ítélt összefüggést, egy fajta magyarázó alrendszerként támogatva a felhasználó eredmény-értelmezési folyamatait. A white box jelleg azért is fontos, mert a lokális WAM könnyen oktatható (programozási ismeretekkel nem rendelkezők számára is, illetve a jól képzett szakértő kezében —kísérleti eredmények alapján— szignifikánsan jobb eredményekre vezet a black box jellegű, piacon is beszerezhető megoldásokkal szemben.

Weight and Activity Model (WAM)

OTKA kutatások keretében tovább folyik a saját fejlesztésű (WAM) módszerek tesztelése a mostanában piacra került adatbányászati, kommerciális eszközökkel szemben, mely tesztek eredményei szerint a saját (Excel-ben forráskód nélkül is kialakítható) keretrendszerek szisztematikusan képesek jobb találati arányú modelleket kialakítani, mint a nemzetközi fejlesztésekre alapozó keretrendszerek.

A WAM tehát egy induktív szakértői rendszereket (hibrid rendszereket) MS Excel-ben, programozás nélkül is előállítani képes módszertan (lépéssor), mely átlátható szerkezete és asszociatív vezérelhetősége miatt jól oktatható, s egyedi fejlesztések alapjául szolgál. A WAM egyike az emberi gondolkodási mintákat algoritmikus formában legegyszerűbben visszatükrözni képes eljárásoknak. A WAM így egyben CBR (case-based reasoning)-nek is tekinthető.

Fontos kiemelni, hogy a WAM —szemben az alapvetően black box jellegű, teljesen vagy nagy részben automatizált függvényépítési eljárásokkal (vö. generátormodellcsalád)— a felhasználó által intuitívan/heurisztikusan definiált, viszonylag szűk —bár párhuzamos egyszerre több— mozgástérben már csak a magyarázó változók elhagyását/bevonását, a skála-transzformációk (logikai műveleteken keresztüli) manipulálását és érzékeny paraméterkombinációk feltárását végzi. A WAM —Excel-ben és programozás nélkül— nem képes tetszőleges és automatikus forráskód-építésre, azonban a felhasználó

nálói hipotézisek teljes körét képes lépésről-lépésre követni, így adva lehetőséget tetszőleges számú magyarázó tényező és tetszőlegesen helyes, de tovább finomítandó külső megoldás egyedi kezelésére/pontosítására.

A WAM nemcsak a kapott összefüggések szabad definiálásában, hanem a célfüggvény egyedi és komplex megadásában is szabad kezdet ad a felhasználónak — szemben a piacon ma ismert szoftveres megoldásokkal. A WAM —a célfüggvényen keresztül vezérelve— képes numerikus és/vagy nem metrikus becslések elkészítésére. A legegyszerűbb WAM eredményként egy olyan viszonylag egyszerű logikai és numerikus elemeket ötvöző megoldás jön létre, mely megadja:

- mely magyarázó változók kerültek bevonásra az összefüggésbe,
- ezek milyen küszöbértékek esetén (aktivitások),
- milyen súllyal hatnak,
- a súlyok, mint pontszámok összeadása révén kialakuló becslési értékekre.

A WAM lépései —kellő Excel-alapismeret birtokában— néhány óra alatt oktathatók és elsajátíthatók. A hatékony alkalmazás azonban egyfajta készséget kíván meg, szemben a függvény-építést magasabb szinten automatizáló megoldásokkal. A kapott eredmények magyarázhatósága (white box) és web-es megjeleníthetősége azonban kellő kompenzációt jelenthet.

AGROPLAN@ (online növénytermesztési tervező és szaktanácsadási rendszer)

A PHARE forrásokot elnyert konzorcium know how adaptációi 2001-ben kezdődtek meg. A cél egy MCM (Monte Carlo Módszer) alapú (így online is biztonságosan üzemeltethető) optimalizálási eljárás család kialakítása volt, mely szaktanácsadási funkcióját elsősorban alapvetően konzisztens (ÁKM elveket, mérlegszerűséget, szakmai koefficienseket visszatükröző) agrárstatisztikák alapján töltheti be, noha a know how sorozatban már az online szakértői rendszerek első kísérletei is rendelkezésre állnak. A konzisztens adatbázisok amerikai és EU támogatással létrejött országos és megyei szintű, revideált és kompletté tett agrárstatisztikák alapján kerülhetnek feltöltésre. A tervezett rendszer egyszerű kezelése által az agrár vállalkozóknak személyesen is lehetővé teszi az eddigi lokális elemzések, optimalizálási feladatok, üzleti tervek, gazdálkodással kapcsolatos tervek elkészítését. Az online LP gondolata azért került elvetésre, mert a meg nem oldható kiindulási mátrixok esetében nagyon bonyolult lenne egy olyan online szakértői rendszert kialakítani, mely segítené a felhasználót a hibák feloldásában. Az MCM ezzel szemben, ha a legtöbb esetben nem adja is meg a számszerű optimumot, azonban mindenkor értelmezhető eredményt ad vissza, illetve az optimumhoz közeli, de mégis szakmailag jelentős különbséggel bíró alternatív megoldások nem vesznek el.

Felhasználó csoportra szabott esély/veszély jelzés

A Gazdasági Informatika Tanszéken folyó legújabb kutatás kapcsolódik az NKFP 2001 4/032 pályázat informatikai kérdésköréhez (agrárvállalkozások információs szövetkezés jellegű külső információs rendszere). A legújabb szolgáltatás-prototípus a Magyar Agrárinformatikai Újság (MIAU) cikk- és hír-állományának olyan módon való katalogizálását jelenti, mellyel meg lehet felelni (természetesen a feldolgozhatóság határain belül) egy tetszőleges ágazatban vagy szektorban tevékenykedő cég igényeinek. Ennek érdekében a hagyományos adatbázis-elemek mellé —például: szerző, dátum, téma— létrehozunk egy veszély-esély típusú (szakértői) indexálást potenciális ügyfélcsoportonként (például: növénytermesztő, állattenyésztő, szaktanácsadó, érdekvédelmi szervezet, állam, stb.)

A szolgáltatás kapcsán a felhasználó oldaláról meg kell teremteni annak lehetőségét, hogy ezt az adatbázist tetszőleges címről (esetleg WAP szolgáltatásként, illetve SMS szolgáltatásként) meghívva az ügyfél megkapja a kategóriájának megfelelő bejegyzést. Ezt a gondolatmenetet folytatva, következő lépésként a felhasználó olyan szabványos (EDI), s így továbbfeldolgozható üzenetet kap, mely egyrészt figyelmezteti, hogy az adatbázis-rekord tartalma alapján az adott szektorban/ágazatban veszély vagy lehetőség mutatkozik, másrészt (különösen számadat jellegű hír felmerülésekor esetlegesen) az információt integrálhatja a belső információáramlási folyamatokhoz is. Hasonló módon kerülnek feldolgozásra a közeljövőben a Tanszéken az évek során összegyűlt, hallgatói egyéni feladatként létrejött - szakmailag releváns - szakértői rendszerek (ágazat, fő kérdés, kombinatorikai tér nagysága, stb. alapján), valamint szintén önálló feladatok útján létrejövő (jelenleg „csupán”) gazdasági informatikai szótár és tezaurusz is. Ez utóbbi amellett, hogy a leggyakrabban használt kifejezésekhez, rövidítésekhez kínál magyarázatot és szakirodalmat, felvázolja a legfontosabb kapcsolódó kifejezéseket is, így könnyítve meg az eligazodást (vö. információs brókerség) a terminológiában.

A következő lépésként a MIAÚ-ban szereplő vagy a jövőben szerepeltetni kívánt számadatok, adatsorok hasonló alapon történő feldolgozása, és egyfajta (Java-alapú) szakértői rendszer kialakítása után a veszélyek és lehetőségek előrejelzése ebben az irányban is kibővíülhet. Ezek után kerülhet(ne) sor az NKFP projekt keretében arra, hogy megállapodások köttessenek más információ-gyűjtő (szolgáltató) szervezetekkel (pl. AKII, KSH, FÖMI, FOR-NAX), hogy az ott tárolt adatok hasonló szabványos alapokon nyugvó modulokba tömörítve a szolgáltatás köre nagymértékben bővülhessen.

HOM-E/O-MINING (központban a technológiát virtuóz módon kezelő ember)

A HOM-E/O-MINING koncepciója, mely értelmében a döntéstámogatás ideális módja az, amikor egy stabil számítástechnikai és matematikai háttérrel rendelkező adatelemező (információs bróker, data mining expert) ember (homo) saját (modellalkotási) hipotéziseit az alapvetően online (otthonról, home) rendelkezésére álló adatbázisok (esetgyűjtemények) alapján olyan nyitott mo-

dellezési keretrendszerekben tudja verifikálni (pl. WAM), melyekben az adatleválogatás, a függvényalkotás és a célfüggvény-képzés szinte teljesen szabadon, mégis hatékonyan befolyásolható. Ezen gép+ember szimbiózis (homeo) eredményeként előáll egy olyan intuitív gondolkodókból álló társadalmi réteg, mely képes tetszőleges (vö. GPS, tőzsde) döntési (előrejelzési) problémák esetén nagy valószínűséggel a változások várható irányát (s mértékét) saját modelljei és adatai alapján hitelesen meghatározni.

3 Összefoglalás

Az online és a lokális döntéstámogatás összevetése csak abban az esetben célszerű, ha feltételezzük, hogy online módon tetszőleges tartalmú és minőségi, tovább-feldolgozásra alkalmas struktúrában rendelkezésre bocsátott adatbázist érhetünk el jórészt közhasznúan. Ebben az esetben az emberi hipotézisnek megfelelő adatok leválogatása után két utat járhatunk be. Egyrészt —letöltve az adatokat— a korábban beszerzett, kifejlesztett feldolgozó algoritmusokkal elemezzük ezeket. Másrészt olyan szolgáltatókat keresünk, melyek az adatbázisok mellé azonnal felkínálják az online elemzés lehetőségeit. Az előbbi (hagyományos) út feltételezi a stabil programozói ismereteket, illetve egyfajta tökeerősséget, hiszen a legtöbb piacon kapható lokális megoldás (licence) drága és hardverigényes. A lokális elemzés általában részletesebb, illetve sokszínűbb lehet. Az online elemzések algoritmusai ezzel szemben inkább leegyszerűsítőek (pl. a szerver kapacitásaival való takarékoság okán, illetve a megoldások minden esetre való biztosítása érdekében).

A lokális licence elavul, illetve bonyolultabb a karbantartása. Az online kínálat az adattartalomhoz hasonlóan központilag bővül és kerül karbantartásra. Az online feldolgozási lehetőségekhez való hozzáférés, hasonlóan az adatok közhasznúságához, állami szerepvállalást tételez fel, a gazdasági folyamatok egyfajta tanácsadási jellegű támogatása révén. A lokális feldolgozás (pl. a scenáriók kialakítása és a lokális programok specialitásai miatt) további kiegészítő jellegű adatmanipulációkat igényelhet még akkor is, ha a webes megoldás alapvetően ügyel az adatok tovább-feldolgozható formában történő átadására. Az integrált online szolgáltatások az adatok és módszerek kompatibilitását automatikusan biztosítják.

Az online döntéstámogatás lehetőségét (talán nem túlzás és nem tévedés), ha a menedzsment információs rendszerek (különös tekintettel a vállalati külső információs rendszerek) LINUX-aként értelmezzük. Az online megoldások esetén a nyílt forráskódúság minden előnyével számolhatunk, noha nem kényeszerű a know how felfedése. Az online döntéstámogatás egyben az információs társadalom demokratizálódásának egyik eszköze is lehet, hiszen az adatokhoz és a feldolgozó módszerekhez való (korlátlan?) hozzáférés egyben a továbbgondolkodás szabadságát is megadja a hálózati polgároknak (ennek minden előnyével és várható konfliktusaival együtt).

Irodalom

1. <http://miau.gau.hu> Az online full text jelleggel közhasznúan rendelkezésre álló (eset)tanulmányok a tanszék saját online agrárinformatikai újságjában, digitális kiskönyvtárában érhetők el pl. vastagon szedett kifejezésekre való szerverkeresés alapján.

