KÉSZLETELOSZTÁSI JÁTÉK ÉS OPTIMÁLIS ÖSSZMENNYISÉG MESTERSÉGES PIACOKON [1]

UJHELYI GERGELY
CEU Economics Department és Rajk László Szakkollégium, Budapest

A dolgozat különböző piacszerkezetek esetén tárgyalja a mesterséges piacok kialakításának két kulcsproblémáját: a piaci jószág összes mennyiségének meghatározását és e jószágmennyiség szétosztását a szereplők között. Az elosztás modellezéséhez használt "készletelosztási játék" segítségével a hatékonyságtól különböző elosztási elvek tulajdonságai is vizsgálhatók Megmutatom, hogy ezek a tulajdonságok a piaci szerkezettel változnak. Az összes mennyiség meghatározását egy társadalmi tervező feladataként tárgyalom. Belátom, hogy az optimális összmennyiség módosul a piaci szerkezet és az elosztási szabály változásával. A következtetések alkalmazási lehetőségeit egy gyakorlati példán, a szennyezési jogok nemzetközi kereskedelmén keresztül mutatom be.

1 Bevezetés

A gazdasági szabályozás egyes területein egyre nagyobb szerephez jut a mesterséges piacok kialakítása. Ilyen a környezetszabályozás, ahol a tulajdonjogok (szennyezési jogok, vízhasználati jogok) kereskedelmére épülő különböző rendszerek terjedőben vannak. Egy másik terület a mezőgazdaság, ahol egyes termékek (pl. tej, dohány) termelési kvótáinak kereskedelmére van sokhelyütt lehetőség. A szerződéselvű politikai filozófia megközelítésében az emberi társadalom egésze is egy mesterségesen (az emberek szerződésén keresztül) létrehozott piacot alkot.

E piacok kialakításának három kulcslépése a következő: 1. a piaci jószág összes mennyiségének meghatározása; 2. e jószágmennyiség szétosztása a szereplők között; 3. a piac működése (a piaci szerkezet). A különböző alkalmazásokban az összmennyiséggel kapcsolatos legfontosabb kérdések, hogy mekkora annak optimális nagysága, valamint hogy ezt milyen körülmények befolyásolják. Mekkora legyen a szétosztandó szennyezési jogok összes mennyisége? A gazdasági környezet mely jellemzőit vegyük figyelembe a teljes tejkvóta megállapításakor? Előfordulhat-e, hogy a teljes jószágmennyiség

[1] Beérkezett: 2002. február 19. A tanulmány a BKÁE-n készített szakdolgozatom átdolgozott változata (Ujhelyi, 2001). Szeretném megköszönni Forgó Ferenc észrevételeit és támogatását, köszönöm továbbá Kaderják Péter, Reiff Ádám, Simonovits András, Szabó Andrea, Szakadát László, Váradi Balázs és Virág Gábor megjegyzéseit a korábbi változatokhoz. A kutatás során sokat segített a Rajk László Szakkollégium inspiráló légköre is.
Levelezési cím: 1118 Budapest, Háromszék u. 17/B. E-mail: ujhelyi@rajk.bke.hu

optimális marad, ha változnak a piac működési feltételei – például tranzakciós költségek jelennek meg? A jószág kezdeti szétosztásával kapcsolatban elsősorban a különböző elosztási elvek tulajdonságai fontosak. Milyen kapcsolatban áll a szennyezési jogok vagy a termelési kvóták hatékony elosztása az „igazságosság" különböző kritériumaival? Hogyan változnak ezeknek az elveknek a jellemzői, ha módosul a piac működése? Ezek olyan, a gyakorlati alkalmazásokban lényeges kérdések, amelyek általában kimaradnak a közgazdasági elemzésekből.

A mesterséges piacokkal foglalkozó közgazdasági kutatások jellemzően a 3. lépcsőre összpontosítanak, és a különböző piacszerkezetek tulajdonságait vizsgálják – az olyan alapművekre, mint Hahn (1984) vagy Stavins (1995) részletesen fogok hivatkozni a későbbiekben. Ezek az összmennyiséget egzogén adottságként kezelik, az elosztási elvek tárgyalásánál pedig nem lépnek túl a hatékonyságon. Ebben a tanulmányban ezért a piacszerkezetek hagyományos modelljeire építve az összmennyiség meghatározását és az elosztást, illetve ezek kölcsönhatásait vizsgálom. Az összmennyiség meghatározását egy társadalmi tervező optimumfeladataként írom fel, az elosztás modellezésére pedig egy kooperatív alkujátékot, „készletelosztási játékot" használok. Ez utóbbi segítségével a hatékonyság mellett lehetőség nyílik különféle „méltányos" elosztási elvek vizsgálatára is.

E tanulmány szelleméhez közel áll Amacher-Malik (1996) és (1998), akik kooperatív alkujátékot használnak vállalatok és egy környezetszabályozó hatóság közti kapcsolat leírására. Náluk az alku a vállalatok szennyezésére és a szabályozás módjára vonatkozik. Egy másik előzménynek a klímaváltozási egyezmények elméleti irodalma tekinthető, ahol a kooperatív játékelmélet az elemzés hagyományos eszközei közé tartozik (lásd pl. Carraro - Siniscalco, 1993; Barrett, 1994; Chander - Tulkens, 1997). Ebben a megközelítésben az országok koalíciókat alkotva, vagy kooperatív alkufolyamatokon keresztül határozzák meg a szennyéscsökkentéseket. Ugyanakkor a szennyezési jogok kereskedelme, vagyis a piac hiányzik ebből az irodalomból. A modellekben az országok nem indulókészletekről, hanem magáról a szennyezőanyag-fogyasztásról alkudoznak. Ez az irodalom tesz utalást az összes szennyezés endogén meghatározására is, azonban itt sem használja a piac modelljeit.

A dolgozat felépítése a következő. A 2. szakaszban megadom a vizsgált három piac-modellt. A 3. szakasz a jogok elosztását elemzi: bevezeti a jogok elosztását leíró "készletelosztási játékot" és a vizsgált megoldási elveket. Ezek után leírom a különböző megoldások alapján nyert eredményeket a három piacon. A 4. szakasz tárgyalja az összmennyiség meghatározását versenyző, majd tökéletlen piacok esetén. Az 5. szakaszban az elmondottak egy fontos alkalmazási lehetőségét mutatom be a szennyezési jogok nemzetközi kereskedelmével kapcsolatban. Végül a 6. szakasz az összefoglalást és az elemzés további lehetőségeit tartalmazza. A 3. és 4. szakaszok végén egy számpélda szemlélteti a leírtakat. A kevésbé érdekes bizonyítások függelékben szerepelnek.

2 A piac

Ebben a szakaszban bevezetem a (mesterséges) piac három egyszerű modelljét, amelyekre a későbbiek során építeni fogok. Ezek a versenyzői, a tranzakciós költségeket tartalmazó, és az ármeghatározó játékossal működő modellek.

A versenyzői piac

A piac résztvevője n db $i = 1, \ldots, n$ indexszel jelölt játékos. A piacon adott a q jószág $\overline{q}$ összes mennyisége és $\mathbf{q}^0 = (q_1^0, \ldots, q_n^0)$ elosztása, $\sum q_i^0 = \overline{q}$. Termelés nincs. Jelölje $u_i(q_i)$ folytonos, kétszer deriválható, szigorúan konkáv függvény a q_i nagyságú (pozitív) fogyasztásból származó hasznosságot az i-edik játékos számára. Legyen q_i^u az i-edik játékos telítődési pontja, méghozzá $u_i'(q_i^u) = 0$, $u_i'(q_i) > 0$ $q_i \in [0, q_i^u)$, $u_i'(q_i) \leq 0$ $q_i \in (q_i^u, \infty)$, és legyen $u_i(0) = 0$. A piacon a játékosok értékesíthetik az el nem fogyasztott készletet, illetve további jószágegységeket vásárolhatnak a p piaci áron. Felteszem, hogy a játékosok hasznossága a pénzben lineáris, vagyis az i-dik játékos feladata

$$\max_{q_i} u_i(q_i) - p(q_i - q_i^0) .$$

A versenyző piacok egyensúlyát jellemző szokásos elsőrendű feltétel a következő:

$$u_i'(q_i) = p , \tag{2.1}$$

amely szerint optimumban a határhasznok kiegyenlítődnek. Látszik továbbá, hogy a játékosok indulókészletüktől függetlenül hozzák meg fogyasztási döntéseiket.

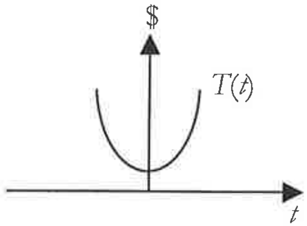
Tranzakciós költségek

A piac működésével járó tranzakciós költségek nagyok lehetnek a mesterségesen létrehozott piacok esetén. A piacra való belépés, az információhoz való hozzájutás és a tranzakciók lebonyolítása nehézkes lehet (Stavins, 1995). Különösen a működés kezdetén, a játékosok számára magas költségekkel járhat a szabályok megismerése, elsajátítása (OECD, 1998).

A tranzakciós költségeket tartalmazó modell Stavins (1995)-ön alapul. Tegyük fel, hogy a piaci tranzakcióban résztvevő játékosok a tranzakció volumenétől függően költségeket szenvednek el. Az i-edik játékos által vásárolt (vagy eladott) összes mennyiség legyen $t_i := q_i - q_i^0$. $T(t_i)$ jelöli a nemnegatív, folytonos és differenciálható tranzakciós költségfüggvényt, amelyre $T(t_i) \equiv T(-t_i)$, vagyis a költség szempontjából mindegy, hogy a játékos vevőként vagy eladóként jelenik meg a piacon. Ez utóbbi feltételből könnyen látszik, hogy $T'(0) = 0$, vagyis a tranzakciós határköltség 0 tranzakció esetén zérus.[2]

---

[2] $T(t) \equiv T(-t)$ miatt $dT(t)/dt = -dT(-t)/dt$ teljesül. Ha $T'(0)$ létezik, akkor $dT(0)/dt = -dT(0)/dt$, ahonnan $T'(0) = 0$.



2.1. ábra. Monoton tranzakciós költségfüggvény

Kétféle tranzakciós költséget vizsgálok: *állandó tranzakciós költség:* $T'(t) \equiv 0$ $\forall t$-re; *monoton tranzakciós költség:* $T'(t)t > 0$, ha $t \neq 0$. Egy monoton tranzakciós költségfüggvényt szemléltet a *2.1. ábra.*

Az i-edik játékos feladata most

$$\max_{q_i} \; u_i(q_i) - p(q_i - q_i^0) - T(q_i - q_i^0) \, ,$$

az elsőrendű feltétel pedig

$$u_i'(q_i) - T'(q_i - q_i^0) = p \, . \tag{2.2}$$

(A másodrendű feltétel teljesüléséhez tegyük fel, hogy $u_i'' - T'' < 0$.) (2.2) szerint tranzakciós költségek esetén a piac nem a piaci jószágra vonatkozó határhasznokat egyenlíti ki, hanem a határhasznok és a tranzakciós határköltségek összegét. (2.2)-ből láthatóan monoton tranzakciós költségek esetén a játékosok optimális fogyasztása indulókészletüktől is függ, míg állandó tranzakciós költségek esetén továbbra is független tőle.

Ármeghatározó játékos

A tranzakciós költségek mellett az irodalomban sokat tárgyalt másik piaci tökéletlenség a piaci erőfölény esete. Bár a gyakorlatban megfigyelt mesterséges piacok esetében eddig sehol nem tapasztaltak jelentős erőfölényt, laboratóriumi szimulációk esetén erre volt példa (Muller - Mestelman, 1998). A nemzetközi szennyezési piaccal kapcsolatban is sokan hangot adtak azon aggodalmuknak, hogy a piacot néhány nagy eladó/vevő dominálhatja (Nordhaus - Boyer, 1998). Az itt megadott modell Hahn (1984)-et követi, aki az erőfölényt az ármeghatározás képességeként definiálta.

Tegyük föl, hogy az 1-gyel jelölt játékos ármeghatározóként viselkedik a piacon abban az értelemben, hogy képes megválasztani a számára legkedvezőbb árat, feltéve, hogy nem sérül a $\overline{q}$ aggregált korlát. Az $i = 2, \ldots, n$ játékosok feladata továbbra is

$$\max_{q_i} \; u_i(q_i) - p(q_i - q_i^0) \, ,$$

és a hasznosságfüggvény szigorú konkavitása miatt lokálisan létezik az (2.1) elsőrendű feltételek által definiált $q_i^* = q_i(p)$ negatív meredekségű,[3] folytonos

[3] Alkalmazva az implicit függvény tételt a $p - u_i'(q_i) = 0$ egyenletre $q_i'(p) = 1/u_i''(q_i) < 0$ adódik.

és differenciálható függvény (a játékosok keresleti függvénye). Az 1-gyel indexelt játékos ekkor a többi játékos optimális reakcióját adottnak véve határozza meg a költségét minimalizáló árat és fogyasztást, feltéve, hogy a teljes fogyasztás nem lépi túl az aggregált korlátot:

$$\max_{p,q_1} \quad u_1(q_1) - p(q_1 - q_1^0)$$

$$\text{k. f.} \quad q_1 + \sum_{i=2}^{n} q_i(p) = \overline{q}\,.$$

Behelyettesítve a korlátot a célfüggvénybe és megoldva, a következőt kapjuk (vö. Hahn (1984) 756. o.):

$$[u_1'(q_1^*) - p] \cdot \sum_{i=2}^{n} q_i'(p) + q_1^* - q_1^0 = 0 \tag{2.3}$$

$$q_1^* = \overline{q} - \sum_{i=2}^{n} q_i(p)\,. \tag{2.4}$$

A feltételekből jól látszik, hogy a piaci árra, következésképpen az egyensúlyi fogyasztásokra döntő befolyást gyakorol az ármeghatározó játékos q_1^0 induló-készlete. Ennek fontos következményei lesznek a későbbiekben.

3 A kezdeti elosztás

Ebben a szakaszban egy kooperatív alkujátékot javaslok az elosztás modellezésére. Először felírom a „készletelosztási játékot", majd ismertetem a vizsgálandó megoldásokat és a hozzájuk tartozó elosztási elveket. Ezután mutatom be az elemzés eredményeit a versenyző, a tranzakciós költségeket tartalmazó, majd az ármeghatározó játékossal zajló készletelosztási játékra.

A készletelosztási játék

A készletelosztási játékban a játékosok egy alkufolyamat során rögzített nagyságú összkészletet osztanak szét egymás között. Ez a szétosztás egy piaci játék indulókészleteit alkotja, amelyre az előző részben tárgyalt forgatókönyvek valamelyike mellett kerül sor. Itt nyílik lehetőség a szétosztott készletek adás-vételére. A játékosok tökéletesen informáltak: a készletek szétosztásánál figyelembe veszik a következő időszakban várható piaci helyzetet. Mint a 2. szakaszban láttuk, a piacon az i-edik játékos hasznát maximalizálja, adottnak véve a $\mathbf{q}^0 = (q_1^0, \ldots, q_n^0)$ készletvektort ($\sum q_i^0 = \overline{q}$).

Jelölje $v_i(\mathbf{q}^0)$ a célfüggvény optimális értékét a $\mathbf{q}^0$ elosztás függvényében. $v_i(\mathbf{q}^0)$ lesz az i-edik játékos kifizetőfüggvénye a készletelosztási játékban, ahol a játékosok a $\mathbf{q}^0$ készletvektorról alkudoznak.[4] Tegyük fel, hogy amennyiben

[4]Elosztáson a továbbiakban mindig megvalósítható elosztást fogunk érteni, vagyis teljesül, hogy $\sum q_i^0 = \overline{q}$ és $q_i^0 \geq 0$.

nem jön létre egyezség, az i-edik játékos kifizetése $-D_i$ $(D_i \geq 0)$.[5] Hogy az alkunak értelme legyen, feltesszük, hogy van olyan $\mathbf{q}^0$ elosztás, amelyben $-D_i < v_i(\mathbf{q}^0)$ minden i-re, vagyis mindig létezik olyan elosztás, amely mellett minden játékosnak érdekében áll részt venni az alkuban. A későbbiekben fontos szerepe lesz annak a nettó nyereségnek, amelyre a játékosok a megegyezés következtében szert tesznek. Jelöljük ezt R-rel:

$$R_i(\mathbf{q}^0) = v_i(\mathbf{q}^0) + D_i \,.$$

Mindez az első periódusra egy $(V, -\mathbf{D})$ alkujátékot definiál, ahol

$$V = \mathrm{con}\left(\{\, \mathbf{v}(\mathbf{q}^0) = (v_1(\mathbf{q}^0), \ldots, v_n(\mathbf{q}^0)) \mid \sum q_i^0 = \overline{q},\ q_i^0 \geq 0 \,\}\right)$$

a lehetséges kifizetésvektorok konvex burka, $-\mathbf{D} = (-D_1, \ldots, -D_n)$ pedig a fenyegetési pont. Jelölje $\mathcal{B}$ az összes alkujáték halmazát. A $\varphi : \mathcal{B} \to \Re^n$ függvény az alkujáték egy (lehetséges) megoldása, amennyiben $\varphi(V, -\mathbf{D}) \in V$ teljesül. A megoldás tehát egy függvény, amely adott játékhoz egyértelműen hozzárendeli a lehetséges kifizetésvektorok valamelyikét.

Definíció. *Ha* $\mathbf{q}^0$*-ra* $\mathbf{v}(\mathbf{q}^0) = \varphi(V, -\mathbf{D})$, *akkor azt mondjuk, hogy a* $\mathbf{q}^0$ *elosztás a* $\varphi(V, -\mathbf{D})$ *megoldást valósítja meg.*

A készletelosztási játékban tehát a játékosok adott nagyságú összkészletet osztanak szét egymás között, az így kapott indulókészletek pedig a következő időszakban a piacon keresztül valósítják meg az alkujáték megoldásait. 1950-es alapművében Nash bizonyos értelemben éppen fordított logikával teremtett kapcsolatot kooperatív és nem-kooperatív játékok között. Nála a kooperatív alkujátékot megelőzően a játékosok egy nem-kooperatív játék keretében rögzítették a D_i fenyegetési pontokat. Ha az alku nem valósult meg, a játékosok csak a nem-kooperatív játék megoldásaként kapott fenyegetési pontokat használhatták fel (fogyaszthatták el). Az itt leírt modell éppen fordítva működik. Itt a nem kooperatív piaci játékot előzi meg egy kooperatív alkufolyamat, amelynek során kialakulnak a piac indulókészletei. Amennyiben valamelyik játékos ezek után nem vesz részt a piacon, csak indulókészletét használhatja föl. Itt tehát a nem kooperatív játék „fenyegetési pontjai” alakulnak ki egy kooperatív játékon keresztül.[6]

Elosztási elvek

Háromfajta elosztási szabályt vizsgálok: az *utilitarista,* a *Nash-,* és az *egyenlő nyereségeket biztosító (Equal Gains - EG)* elosztást.

[5] Ebben a témakörben a fenyegetési pontban a kifizetés tipikusan nem-pozitív lesz – gondoljunk például a szabályozás elmaradása esetén a játékosokat érő környezeti kárra.

[6] Mindez hasonlóságot mutat a szerződéselvű politikai filozófia szemléletmódjával. Rawls (1971) híres elméletében például a játékosok a tudatlanság fátyla mögött (kooperatívan) állapodnak meg a kialakuló társadalom (a piac) alapelveiről, és bizonyos alapvető javak elosztásáról.

Definíció (utilitarista elosztás). *Egy* $\mathbf{q}^0$ *elosztást utilitaristának fogunk nevezni, ha maximalizálja a játékosok kifizetéseinek összegét, vagyis*

$$\mathbf{q}^0 = \arg\max_{\mathbf{q}^0} \sum_{i=1}^{n} v_i(\mathbf{q}^0)\,.$$

A társadalmi hasznot maximalizáló utilitarista elosztás alapvető jelentőségű a közgazdaságtanban, vizsgálata viszonyítási pontként fog szolgálni más típusú elosztások elemzéséhez.

Definíció (Nash elosztás). *Egy* $\mathbf{q}^0$ *elosztást Nash-elosztásnak fogunk nevezni, ha az általa megvalósított* $\varphi(V, -\mathbf{D})$ *megoldás a* $(V, -\mathbf{D})$ *alkujáték Nash-megoldása.*[7]

Mint ismeretes, a Nash-megoldást a következő axiómák határozzák meg egyértelműen (lásd pl. Forgó et al., 1999):

1. (Racionalitás) $\varphi(V, -\mathbf{D}) \geq -\mathbf{D}$.
2. (Pareto-hatékonyság) Ha $\mathbf{v} \in V$ és $\mathbf{v} \geq \varphi(V, -\mathbf{D})$ akkor $\mathbf{v} = \varphi(V, -\mathbf{D})$.
3. (Kedvezőtlen alternatíváktól való függetlenség) Ha $V^1 \subset V$, $\varphi(V, -\mathbf{D}) \in V^1$, akkor $\varphi(V^1, -\mathbf{D}) = \varphi(V, -\mathbf{D})$.
4. (Kovariancia a hasznosságreprezentációk lineáris transzformálására nézve) Ha $V' = \{(\alpha_1 v_1 + \beta_1, \ldots, \alpha_n v_n + \beta_n) \mid (v_1, \ldots, v_n) \in V\}$ és $\mathbf{D}' = (\alpha_1 D_1 + \beta_1, \ldots, \alpha_n D_n + \beta_n)$, akkor $\varphi(V', -\mathbf{D}') = (\alpha_1 \varphi_1 + \beta_1, \ldots, \alpha_n \varphi_n + \beta_n)$.
5. (Szimmetria) Ha valamely (i, j) indexpárra igaz, hogy $\mathbf{v} \in V$ akkor és csak akkor, ha $\mathbf{v}' \in V$ (ahol $v_k = v'_k$ $k \neq i, j$, $v_i = v'_j$, $v_j = v'_i$), továbbá $D_i = D_j$, akkor teljesül, hogy $\varphi_i = \varphi_j$.

Ezek mindegyike fontos elv lehet a mesterséges piacok kialakítása során. Az 1-2. axiómák alapvető fontosságúak. Az adott elosztási szabályt a „Racionalitás" teszi egyénileg, míg a „Pareto-hatékonyság" társadalmilag elfogadhatóvá. A 3-4. követelmények egyfajta stabilitást testesítenek meg. A 3. axióma azt a követelményt fogalmazza meg, hogy amennyiben a lehetséges kifizetések halmaza irreleváns alternatívákkal bővül, ez ne változtasson az elosztási szabályon. Ehhez hasonlóan a 4. axióma azt írja elő, hogy a lehetséges kifizetések és a fenyegetési pontok változásakor (pl. más pénznemre történő átszámításkor, vagy a hasznok lineáris változásával) az elosztás „természetes módon" változzon. Mesterséges piacok létrehozásánál, ahol a modell számos paramétere igen bizonytalan lehet, sokat nyerhetünk azzal, ha új, esetleg irreleváns információk esetén nem kell, vagy nem kell radikálisan

[7] Az irodalomban a Nash-megoldást is az „utilitarista" jelzővel szokták ellátni, miután kiszámítása egy (speciális) jóléti függvény maximalizálását teszi szükségessé. Én az „utilitarista elosztást" az imént definiált szűkebb értelemben használom, vagyis a Nash-elosztás itt nem feltétlenül utilitarista.

változtatni a szabályokon. Végül az 5. axióma egyfajta igazságosságot fejez ki. Egyenlő bánásmódot ír elő olyan azonos helyzetben lévő játékosok esetén, akiknek a lehetőségei is hasonlóak.

Definíció (EG elosztás). *Egy* $\mathbf{q}^0$ *elosztást egyenlő nyereségeket biztosító (EG) elosztásnak fogunk nevezni, ha az általa megvalósított megoldásra* $\forall j, k \in \{1, \dots, n\}$ *esetén teljesül, hogy*

$$\varphi_j(V, -\mathbf{D}) + D_j = \varphi_k(V, -\mathbf{D}) + D_k$$

vagy másképpen

$$R_j(\mathbf{q}^0) = R_k(\mathbf{q}^0)\,.$$

Az EG elosztás azt írja elő, hogy minden játékosnak egyformán kell részesednie a piac felállításával keletkező összes haszonból. Ez az elv egyfajta méltányosságot testesít meg.

A versenyző készletelosztási játék

Az imént megadott három elosztást és ezek kapcsolatát először versenyző készletelosztási játék esetén jellemzem. Mint az 1. szakaszban láttuk, tökéletes verseny esetén a szereplők célfüggvénye a piacon

$$\max_{q_i} u_i(q_i) - p(q_i - q_i^0)\,. \tag{3.1}$$

Az optimális q_i^* minden i-re eleget tesz az elsőrendű feltételnek:

$$u_i'(q_i^*) = p\,. \tag{3.2}$$

A célfüggvény optimális értéke ekkor csak a saját indulókészlettől függ, mégpedig lineárisan:

$$v_i(\mathbf{q}^0) \equiv v_i(q_i^0) \equiv u_i(q_i^*) - p(q_i^* - q_i^0)\,.$$

Az első periódus készletelosztási játékában a játékosok a fent leírt módon a $\mathbf{q}^0 = (q_1^0, \dots, q_n^0)$ készletvektorról alkudoznak. Amennyiben nem jutnak egyezségre, D_i nagyságú kárt szenvednek el ($D_i \geq 0$). A játékosoknak a megegyezésből származó nettó nyeresége

$$R_i(\mathbf{q}^0) \equiv R_i(q_i^0) \equiv u_i(q_i^*) - p(q_i^* - q_i^0) + D_i \equiv v_i(q_i^0) + D_i\,. \tag{3.3}$$

Mindez az első periódusra egy $(V, -\mathbf{D})$ alkujátékot definiál, ahol

$$V = \{\, \mathbf{v}(\mathbf{q}^0) = (v_1(q_1^0), \dots, v_n(q_n^0)) \mid \sum q_i^0 = \overline{q},\ q_i^0 \geq 0 \,\}$$

a lehetséges kifizetésvektorok kompakt, konvex halmaza,[8]

$$-\mathbf{D} = (-D_1, \dots, -D_n)$$

[8] V kompakt és konvex, hiszen q_i^0 $\forall i$-re a $[0, \overline{q}]$ szakaszról vesz fel értékeket, és $v_i(q_i^0)$ lineáris q_i^0-ban.

pedig a fenyegetési pont. V elemeinek definíciójából világos, hogy versenyző esetben az elosztások és az általuk megvalósított megoldások kölcsönösen egyértelmű viszonyban állnak egymással. Ha ugyanis $\varphi(V, -\mathbf{D}) = [\varphi_i(V, -\mathbf{D})]$ egy megoldás, akkor $\varphi(V, -\mathbf{D}) \in V$ miatt $\varphi_i(V, -\mathbf{D})$ fölírható a következő alakban:

$$\varphi_i(V, -\mathbf{D}) = u_i(q_i^*) - p(q_i^* - q_i^0) \quad i = 1, \ldots, n\,.$$

Innen q_i^0 és $\varphi_i(V, -\mathbf{D})$ kölcsönösen egyértelműen meghatározhatók. Az alábbi lemma az EG és a Nash elosztások létezésével kapcsolatos.

3.1 Lemma. *A versenyző készletelosztási játékban legfeljebb egy EG elosztás létezik, továbbá mindig létezik pontosan egy Nash elosztás.*

Bizonyítás. A lemma első fele abból adódik, hogy a nyereségfüggvények lineárisak az indulókészletekben. A Nash elosztás egyértelmű létezése a Nash megoldás egyértelmű létezéséből és az elosztások és a megoldások egy-egyértelmű megfeleltetéséből következik. □

Mint az a következő állításból kiderül, utilitarista elosztásból végtelen sok van. Az állítás a közgazdaságtan híres Első jóléti tételének adaptációja.

3.2 Állítás. *A versenyző készletelosztási játékban minden elosztás utilitarista.*

Bizonyítás. Minden elosztás esetén $\sum v_i(q_i^0) = \sum u_i(q_i^*)$ teljesül. □

A 3.2. állítás szerint a piac tetszőleges indulókészletekből kiindulva hatékony (sőt, társadalmi összhasznot maximalizáló) eredményre vezet. Ez ugyanakkor azt is jelenti, hogy az utilitarista szempont nem segít a lehetséges elosztások közötti választásban. Annál inkább segítségünkre lehet a következő állítás.

3.3 Állítás. *Egy versenyző készletelosztási játékban a* $\mathbf{q}^N$ *Nash elosztásban minden* $q_i^N > 0$ *esetén teljesül, hogy*

$$|R(q_j^N) - R(q_i^N)| \leq |R(q_j^0) - R(q_i^N)| \quad \forall q_j^0\text{-}ra\,. \tag{3.4}$$

Továbbá, ha létezik EG elosztás, akkor az pontosan a Nash elosztás, vagyis ilyenkor

$$R(q_j^N) - R(q_i^N) = 0 \quad \forall (i, j)\text{-}re\,.$$

Bizonyítás. A Nash-megoldást a következő optimumfeladat adja:

$$\begin{aligned} \max_{q_1^0, \ldots, q_n^0} \quad & \prod_{i=1}^{n} R_i(q_i^0) \\ \text{k. f.} \quad & \sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q} \\ & q_i^0 \geq 0 \quad i = 1, \ldots, n \end{aligned}$$

λ-val jelölve a korlát Lagrange-szorzóját, az elsőrendű feltételek a következők:

$$p \prod_{j \neq i} R_j(q_j^0) - \lambda \leq 0 \quad q_i^0 \geq 0 \text{ komplementaritással}, \quad i = 1, \ldots, n \tag{3.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q} \,.$$

(3.5)-öt átrendezve kapjuk, hogy

$$R(\mathbf{q}^N) := \frac{\prod_{j=1}^{n} R_j}{\lambda} \leq R_i(q_i^0) \quad q_i^0 \geq 0 \text{ komplementaritással}, \quad i = 1, \ldots, n \,.$$

Vagyis egyrészt

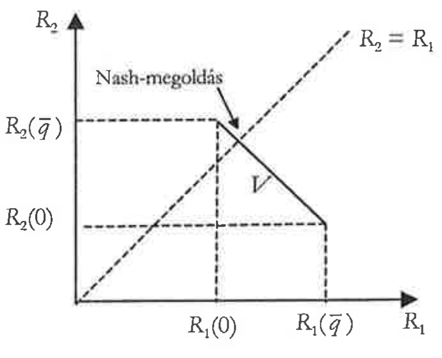
$$R_i(q_i^N) = R(\mathbf{q}^N)$$

minden i: $q_i^N > 0$ mellett, másrészt

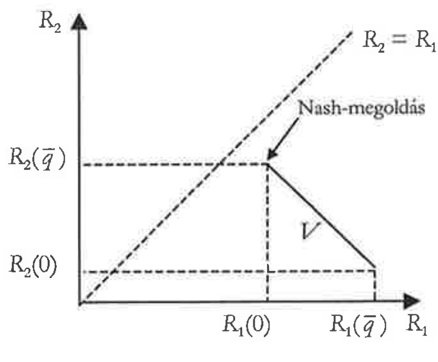
$$R_j(q_j^N) > R(\mathbf{q}^N)$$

esetén $q_j^N = 0$. Eszerint az $R(\mathbf{q}^N)$ értéknél nagyobb nyereségeket a Nash elosztás minimálisra csökkenti, vagyis (3.4) teljesül. Továbbá ha létezik EG elosztás, ez (3.5)-ből adódóan egyben a —3.1. lemma szerint egyértelmű— Nash elosztás is. □

A 3.3 állítás szerint a Nash-megoldás EG elosztásra vezet, amennyiben létezik ilyen. Ellenkező esetben biztosítja, hogy a pozitív indulókészletben részesülők nyereségéhez viszonyítva a játékosok nyereségének eltérése minimális legyen. A Nash elosztás e szerint egyfajta irigység-mentesség *(no-envy)* tulajdonsággal rendelkezik, ami számos alkalmazásban igen vonzóvá teheti a Nash megoldást a mesterséges piacok készletelosztási problémáiban. A Nash-megoldást $n = 2$-re a *3.1. ábra* szemlélteti.



(a) létezik EG elosztás



(b) nem létezik EG elosztás

3.1. ábra. Nash-megoldás a készletelosztási játékban

Készletelosztási játék tranzakciós költségek esetén

Áttérünk a készletelosztási játék vizsgálatára abban az esetben, ha a piacon tranzakciós költségek jelentkeznek. Emlékeztetőül, a piaci egyensúly feltételei tranzakciós költségek mellett a következők voltak:

$$u_i'(q_i) - T'(q_i - q_i^0) = p \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.2}$$

és

$$\sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q} \,.$$

A másodrendű feltételek teljesülése esetén lokálisan léteznek az alábbi folytonos és differenciálható függvények:

$$q_i^* = q_i(p, q_i^0) \quad i = 1, \ldots, n,$$

és

$$p = p(\mathbf{q}^0) \,.$$

Mint a 2. szakaszban láttuk, a szereplők optimális fogyasztása az ár mellett indulókészletüknek is függvénye lesz, ebből adódóan az ár is a $\mathbf{q}^0$ szétosztástól függően fog alakulni. Tranzakciós költségek esetén a célfüggvény optimális értékét ez alapján

$$v_i(\mathbf{q}^0) \equiv u_i(q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0)) - p(\mathbf{q}^0) \cdot [q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0) - q_i^0] - T(q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0) - q_i^0)$$

adja, az R_i nyereségfüggvények definíciója pedig

$$R_i(\mathbf{q}^0) \equiv u_i(q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0)) - p(\mathbf{q}^0) \cdot [q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0) - q_i^0] - T(q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0) - q_i^0) + D_i \,.$$

A $(V, -\mathbf{D})$ alkujátékban

$$V = \operatorname{con}\left(\{\, \mathbf{v}(\mathbf{q}^0) = (v_1(\mathbf{q}^0), \ldots, v_n(\mathbf{q}^0)) \mid \sum q_i^0 = \overline{q},\ q_i^0 \geq 0 \,\}\right)$$

a lehetséges kifizetések halmazának konvex burka.

Az alábbi állítás Stavins (1995) eredményének megfelelője a készletelosztási játékban.

3.4 Állítás. *Monoton tranzakciós költségek esetén a készletelosztási játékban egy* $\mathbf{q}^0$ *elosztás pontosan akkor utilitarista, ha* $q_i^0 = q_i^*$ *teljesül minden i-re.*

Bizonyítás. Pontosan ez biztosítja, hogy (2.2) az $u_i'(q_i) = p$ optimumfeltételre egyszerűsödjön. □

A 3.4. állítás meglehetősen intuitív. Monoton tranzakciós határköltségek következtében egyéni és társadalmi szempontból egyaránt költségessé válik a piacon való részvétel. Minden egyes lezajló tranzakció erőforrások elpazarlásával jár. A társadalmi optimumot egy olyan elosztás biztosítja, amely mellett a játékosoknak nem kell részt venniük a piacon, hanem pusztán indulókészletük elfogyasztásával egyensúlyi helyzetbe juthatnak.

Miközben versenyző esetben minden lehetséges elosztás utilitarista volt, addig a 3.4. állításból adódóan monoton tranzakciós költségek esetén pontosan egy utilitarista elosztásunk lesz.[9] Az EG és a Nash elosztások egyértelműsége ezzel szemben nem biztosított. Ez abból adódik, hogy nincs többé egy-egyértelmű megfeleltetés az elosztások és az általuk megvalósított megoldás között.

A továbbiakhoz szükség lesz a Nash illetve az utilitarista elosztásokat jellemző következő két lemmára.

3.5 Lemma. *Tranzakciós költségek esetén a készletelosztási játék Nash-megoldását meghatározó feltételek a következők:*

$$-\frac{dp}{dq_i^0}\sum_{j=1}^{n}\frac{q_j-q_j^0}{R_j}+\frac{p+T'(t_i)}{R_i}\le\frac{\lambda}{R_1\cdot\ldots\cdot R_n} \tag{3.6}$$

$$q_i^0\ge 0 \textit{ komplementaritással, } i=1,\ldots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n}q_i^0=\overline{q}\,, \tag{3.7}$$

ahol λ a (3.7) korláthoz tartozó Lagrange-szorzó.

Bizonyítás. Lásd A függelék. □

3.6 Lemma. *Monoton tranzakciós költségek esetén $T'(t_j)=T'(t_k)$ $\forall j,k\in N$ pontosan akkor teljesül, ha az elosztás utilitarista.*

Bizonyítás. Elégségesség. A 3.4. állításból és a tranzakciós költségfüggvény tulajdonságaiból utilitarista elosztás esetén $T'(t_i)=T'(0)=0$ minden i-re. *Szükségesség.* Tegyük fel, hogy $T'(t_j)=T'(t_k)$ $\forall j,k\in N$, miközben az elosztás nem utilitarista. Ekkor szükségképpen létezik $t_u>0$ és $t_v<0$ is, de a monoton tranzakciós költségek definíciójából ekkor $T'(t_u)>0$ és $T'(t_v)<0$, vagyis a tranzakciós határköltségek nem egyezhetnek meg. □

Az iménti lemmák segítségével megvizsgálhatjuk, hogyan alakul a vizsgált elosztások kapcsolata tranzakciós költségek esetén.

3.7 Állítás. *Monoton tranzakciós költségek esetén az alábbi két eset közül pontosan az egyik teljesül:*

(a) *Létezik egy és csakis egy utilitarista és EG Nash-elosztás.*

(b) *Egy adott elosztás vagy utilitarista, vagy EG, vagy Nash-elosztás, vagy ezek egyike sem.*

Bizonyítás. Megmutatom, hogy ha egy elosztás az állításban említett három típus közül kettőbe tartozik, akkor a harmadikba is tartozik.

[9] Az utilitarista elosztás egyértelmű létezését a versenyzői egyensúly egyértelmű léte biztosítja.

(i) *Az utilitarista Nash-elosztás EG elosztás.* Ekkor, mivel az utilitarista elosztásban minden indulókészlet szigorúan pozitív, (3.6) minden i-re egyenlőségre teljesül. Az egyenletek a 3.4. állítás és a 3.6. lemma értelmében a következő alakra egyszerűsödnek:

$$\frac{(p+T')R_1 \cdot \ldots \cdot R_n}{\lambda} = R_i \quad \forall i\text{-re},$$

vagyis EG elosztást kapunk.[10]

(ii) *Az utilitarista EG elosztás Nash-elosztás.* $q_j^* = q_j^0$ és $R_j = R_k$ $\forall(j,k)$-ra kielégíti (3.6)-ot.

(iii) *Az EG Nash-elosztás utilitarista.* (3.6)-ot ekkor kielégíti $q_j^* = q_j^0$ (amely mellett a 3.5. lemma szerint $T'(t_j) = T'(t_k)$ teljesül minden (j,k) párra). □

Megjegyzés. *Monoton tranzakciós költségek esetén pontosan akkor létezik egyenlő nyereségeket biztosító Nash-elosztás, ha a* $\mathbf{q}^0$ *utilitarista elosztásnál* $\forall j,k$ *indexpárra*

$$-c_j(q_j(\mathbf{q}^0)) + D_j = -c_k(q_k(\mathbf{q}^0)) + D_k\,.$$

Hátra van még az állandó tranzakciós költségeket tartalmazó eset jellemzése, amit a következő egyszerű állítással tehetünk meg.

3.8 Állítás. *A 3.2 és 3.3 állítások állandó tranzakciós költségek esetén is fennállnak.*

Bizonyítás. Nyilvánvaló. □

A fentiek értelmében a Nash elosztás versenyző esetben tapasztalt kedvező tulajdonságai tranzakciós költségek mellett csak speciális esetekben érvényesülnek. Egyrészt állandó tranzakciós költségek esetén mindig teljesül, hogy a Nash-megoldás axiómái EG elosztást eredményeznek. Másrészt monoton költségek mellett, ha a speciális paraméter-együttes következtében az utilitarista elosztás éppen egyenlő nyereségeket ad, akkor ez egyben Nash elosztás is. Általános esetben azonban nem várhatjuk, hogy a Nash elosztás rendelkezzen az EG és az utilitarista elosztások vonzó tulajdonságaival is. Ilyenkor választani kell a nyereségek egyenlősége, a Nash-megoldás stabilitási és igazságossági axiómái, és az utilitarista hatékonyság között. Valamennyi szempont együttes kielégítésére nincs lehetőség.

Készletelosztási játék ármeghatározó játékossal

Végül az ármeghatározó játékost tartalmazó piacmodell esetén jellemzem a készletelosztási játékban vizsgált elosztásokat. Tegyük föl, miként a 2. szakasz harmadik modelljében, hogy az 1-gyel indexelt játékosnak hatalmában

[10] Mivel a Nash és az utilitarista elosztások egzisztenciája biztosított, ilyenkor EG elosztás is biztosan létezik.

áll ármeghatározóként viselkedni a piacon. Mint láttuk, elsőrendű feltétele ilyenkor

$$(u_1'(q_1^*) - p) \cdot \sum_{i=2}^{n} q_i'(p) + \left(\overline{q} - \sum_{i=2}^{n} q_i(p) - q_1^0\right) = 0\,, \tag{3.8}$$

ahol $q_i(p)$ a többi játékos (2.1) elsőrendű feltételéből adódó keresleti függvény. A másodrendű feltételek teljesülése esetén lokálisan létezik a $p = p(q_1^0)$ folytonos és differenciálható, monoton növekvő függvény.[11] Az első időszakban a játékosok most is egy alku során osztják el maguk között a $\overline{q}$ nagyságú összkészletet, és most is D_i nagyságú kárral jár, ha nem sikerül megegyezniük. Ármeghatározó játékos esetén a következő módon alakul a játékosok nettó nyeresége az alkuból:

$$R_i(\mathbf{q}^0) \equiv R_i(q_1^0, q_i^0) \equiv u_i(q_i(p(q_1^0))) - p(q_1^0)[q_i(p(q_1^0)) - q_i^0] + D_i\,. \tag{3.9}$$

A Nash-megoldást az alábbi lemmával jellemezhetjük.

3.9 Lemma. *Ármeghatározó játékos esetén a készletelosztási játék Nash-megoldását a következő feltételek határozzák meg.*

$$R(\mathbf{q}^N) := \frac{p\prod_{j=1}^{n} R_j}{\lambda} \leq R_i(q_i^0) \quad q_i^0 \geq 0 \textit{ komplementaritással}, i = 2, \ldots, n \tag{3.10}$$

$$\frac{p}{R_1} - \frac{dp}{dq_1^0} \sum_{j=2}^{n} \frac{q_j - q_j^0}{R_j} \leq \frac{p}{R(\mathbf{q}^N)} \quad q_1^0 \geq 0 \textit{ komplementaritással} \tag{3.11}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q}\,, \tag{3.12}$$

ahol λ a (3.12) korláthoz tartozó Lagrange-szorzó.

Bizonyítás. Lásd B függelék. □

A következő állítás Hahn (1984) eredményének felel meg.

3.10 Állítás. *Ármeghatározó játékos mellett egy elosztás pontosan akkor utilitarista, ha teljesül, hogy $q_1^0 = q_1^*$.*

Bizonyítás. Pontosan ez biztosítja, hogy (2.3) $u_1' = p$ alakúra egyszerűsödjön. □

Miként az imént tranzakciós költségek esetén, úgy most is igen intuitív eredményt kaptunk. Az ármeghatározó játékos minden egyes piaci tranzakciója társadalmi veszteséget okoz, hiszen hasznát maximalizálva túl alacsony vagy túl magas árat fog kiszabni az egyes jószágegységekért. A társadalmi optimumot az biztosíthatja, ha az ármeghatározó játékos egyensúlyban nem vesz részt a piacon, hanem pusztán indulókészlete elfogyasztásával jut optimális helyzetbe. Belátható, hogy minél távolabb esik a kritikus játékos

[11] (3.8)-ból $\partial p/\partial q_1^0 = \left[(u_1' - p)\sum q_i'' - \sum(q_i')^2 u_1'' - 2\sum q_i'\right]^{-1} > 0$, ha teljesül a másodrendű feltétel.

indulókészlete az egyensúlyi fogyasztástól, annál messzebb kerülünk a társadalmi optimumtól, vagyis annál nagyobb lesz a társadalmi haszonveszteség.

3.11 Állítás. *Tegyük föl, hogy az utilitarista elosztásban minden indulókészlet pozitív. Ekkor ármeghatározó játékos esetén az alábbi két eset közül pontosan az egyik teljesül:*

(a) *Létezik egy és csakis egy utilitarista és EG Nash-elosztás.*

(b) *Egy adott elosztás vagy utilitarista, vagy EG, vagy Nash elosztás, vagy ezek egyike sem.*

Bizonyítás. Ugyanúgy járunk el, mint a 3.7. állítás bizonyításánál.

(i) *Az utilitarista Nash-elosztás EG elosztás.* Ekkor, mivel az utilitarista elosztásban minden indulókészlet pozitív, a (3.10) és (3.11) kifejezések egyenlőségre teljesülnek. Az $R_i = R(\mathbf{q}^0)$ $i = 2, \ldots, n$ egyenleteket behelyettesítve (3.11)-be, és kihasználva a 3.10 állítást, kapjuk, hogy

$$\frac{p}{R_1} = \frac{p}{R(\mathbf{q}^N)} ,$$

vagyis az elosztás valóban egyenlő nyereségeket biztosít.

(ii) *Az utilitarista EG elosztás Nash-elosztás.* $q_1^* = q_1^0$ és $R_j = R_k$ $\forall (j,k)$-ra kielégíti (3.10) és (3.11)-et.

(iii) *Az EG Nash-elosztás utilitarista.* A (3.10) egyenleteket behelyettesítve (3.11)-be

$$\frac{dp}{dq_1^0} \frac{q_1 - q_1^0}{R(\mathbf{q}^N)} = 0$$

adódik. Mivel $p'(q_1^0) > 0$ (lásd 11. lábjegyzet), a Nash-megoldásban $q_j^* = q_j^0$ szükségképpen. □

Megjegyzés. *Ármeghatározó játékos esetén pontosan akkor létezik EG Nash-elosztás, ha az utilitarista elosztás $q_1^0 = q_1^*$ komponenséhez létezik $(q_2^0, \ldots, q_n^0) \mid \sum q_i^0 = \overline{q}$, amelyre*

$$u_1(q_1^*) + D_1 = u_i(q_i(p(q_1^*))) - p(q_1^*)[q_i(p(q_1^*)) - q_i^0] + D_i \quad i = 2, \ldots, n .$$

A 3.11 állítás szerint tehát akárcsak monoton tranzakciós költségek esetén, ugyanúgy ármeghatározó játékos mellett is két eset lehetséges. Speciális helyzetben egyértelműen létezik egy elosztás, amely mindhárom általunk vizsgált elosztás vonzerejét egyesíti. Általában azonban ha kiválasztunk egy elosztási szabályt a három közül, ezzel egyúttal le kell mondanunk a másik két szabály előnyeiről.

Ebben a szakaszban bevezettem a „készletelosztási játékot", amely lehetővé tette különböző elosztási elvek vizsgálatát a mesterséges piacokon. A versenyző, a tranzakciós költségeket tartalmazó, majd az ármeghatározó játékossal zajló játékokat elemezve azt találtam, hogy a vizsgált elosztások tulajdonságai különböznek a piac eltérő forgatókönyveiben. Láttuk például, hogy a Nash (illetve az EG) elosztás igen vonzó jellemzőkkel bír versenyző piacon, ám ezek csak speciális helyzetben teljesülnek tökéletlen piacok esetén. Mindez a piac kialakításának két szakasza —az elosztás és a piac működése— közti összefüggésekre világít rá. A következő részben megvizsgálom, hogyan függ e két szakasztól egy még korábbi fázis: a szétosztandó összes mennyiség meghatározása. Mielőtt azonban továbbmennénk, tekintsünk egy példát az eddigiek szemléltetésére.

Egy példa

Az elmondottak szemléltetésére tekintsünk egy kétszereplős szennyezési piacot, ahol a q jószág a szennyezés (illetve az erre vonatkozó jog), a hasznosság pedig a szennyezéssel járó elhárítási költségek ellentettje: $u_i(q_i) = -c_i(q_i)$. Legyenek ezek a költségfüggvények kvadratikusak:

$$c_i(q_i) = (q_i - a_i)^2 \quad i = 1, 2 ,$$

ahol a_i pozitív paraméter.[12] Ekkor a számunkra releváns fogyasztások (szennyezések) a $(0, a_i)$ intervallumba esnek. Az i-dik játékos feladata versenyzői piacon

$$\max_{q_i} \; -(q_i - a_i)^2 - p(q_i - q_i^0) ,$$

a játékosok szennyezésére és a $q_1 + q_2 = \overline{q}$-t biztosító piactisztító p árra

$$q_i^* = (a_i - a_j + \overline{q})/2 \quad i, j = 1, 2;\; i \neq j$$
$$p = a_1 + a_2 - \overline{q}$$

adódik. Ezek biztosítják, hogy a $\overline{q}$ összmennyiség megvalósításának összes haszna maximális (összköltsége minimális) legyen, méghozzá

$$c_1(q_1^*) + c_2(q_2^*) = 1/2(a_1 + a_2 - \overline{q})^2$$

az indulókészletektől függetlenül.

A játékosok nettó nyereségfüggvénye:

$$R_i(q_i^0) = -1/4(A - \overline{q})^2 - (A - \overline{q})(a_i - a_j + \overline{q} - 2q_i^0)/2 + D_i \quad i = 1, 2$$

(ahol $A = a_1 + a_2$). A készletelosztási játék Nash-megoldását (pozitív indulókészleteket feltételezve) a következő feladat adja:

$$\max_{q_1^0, q_2^0} \; R_1(q_1^0) R_2(q_2^0)$$
$$\text{k. f.} \;\; q_1^0 + q_2^0 = \overline{q} ,$$

a Nash elosztás innen

$$q_i^0 = \frac{a_i - a_j + \overline{q}}{2} + \frac{D_j - D_i}{2(A - \overline{q})} \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j .$$

[12] $a_i = q_i^u$, értelmezése pedig: a szabályozás hiányában a játékosok számára egyénileg optimális szennyezés.

Egyszerű behelyettesítéssel ellenőrizhető, hogy a Nash elosztás valóban egyenlő nettó nyereségeket biztosít a játékosoknak.

Vezessünk most be egyszerű (monoton) tranzakciós költségfüggvényeket, a következő módon:

$$T_i(t_i) = 1/2(q_i - q_i^0)^2 \quad i = 1, 2 \,.$$

Az i-edik játékos feladata ekkor

$$\max_{q_i} \; -(q_i - a_i)^2 - p(q_i - q_i^0) - 1/2(q_i - q_i^0)^2 \,,$$

a játékosok szennyezésére és a piactisztító p árra pedig

$$q_i^* = (a_i - a_j + q_i^0 + \overline{q})/3 \quad i = 1, 2;\; i \neq j$$
$$p = a_1 + a_2 - \overline{q}$$

adódik. Látható, hogy míg ebben a speciális esetben a jogok egyensúlyi ára független az elosztástól,[13] addig az optimális szennyezéseket befolyásolják az indulókészletek. A szennyezéscsökkentés összes költsége az elosztástól függően (eltekintve maguktól a tranzakciós költségektől)

$$c_1(q_1^*) + c_2(q_2^*) = 1/9(-a_2 - 2a_1 + q_1^0 + \overline{q})^2 + 1/9(-a_1 - 2a_2 + q_2^0 + \overline{q})^2 \,.$$

Ebben a modellben

$$p(\mathbf{q}^0) = p = A - \overline{q}$$

és

$$q_i(p(\mathbf{q}^0), q_i^0) = q_i(q_i^0) = (2a_i + q_i^0 - A + \overline{q})/3 \quad i = 1, 2 \,,$$

ahonnan a játékosok nettó nyereségfüggvénye

$$R_i(\mathbf{q}^0) = R_i(q_i^0) = -\frac{(-2a_i - a_j + q_i^0 + \overline{q})^2}{9} - \frac{(A - \overline{q})(a_i - a_j - 2q_i^0 + \overline{q})}{3} - \frac{(a_i - a_j - 2q_i^0 + \overline{q})^2}{18} \,.$$

Az EG elosztást a következő egyenletek határozzák meg:

$$R_1(q_1^0) = R_2(q_2^0) \qquad \text{és} \qquad q_1^0 + q_2^0 = \overline{q} \,.$$

Innen

$$q_i^0 = \frac{a_i - a_j + \overline{q}}{2} + \frac{D_j - D_i}{2(A - \overline{q})} \quad i, j = 1, 2; i \neq j \,.$$

Ebben a példában az EG elosztás egyértelmű, és megegyezik a tökéletes piac EG elosztásával. Ugyanakkor az EG elosztás mellett adódó nettó nyereség különbözik a versenyző esetben kapott eredménytől:

$$R = \frac{D_1 + D_2}{2} - \frac{(A - \overline{q})^2}{4} - \frac{(D_1 - D_2)^2}{12(A - \overline{q})^2} \,.$$

[13] Ez minden olyan esetben teljesül, amikor a játékosok elhárítási és tranzakciós határköltség függvényeinek együttes meredeksége megegyezik.

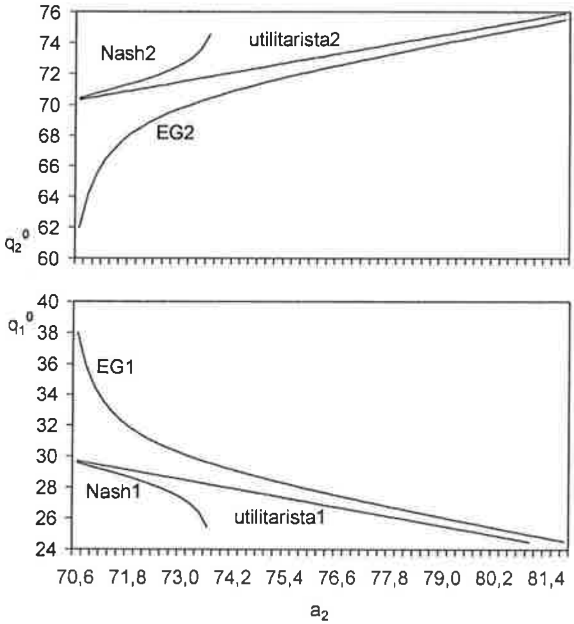
Mint látható, a nettó nyereségek kisebbek lesznek, mint versenyző esetben – ahogyan ezt el is vártuk. Az utilitarista elosztásban

$$q_i^0 = a_i - (A - \overline{q})/2 \quad i = 1, 2 ,$$

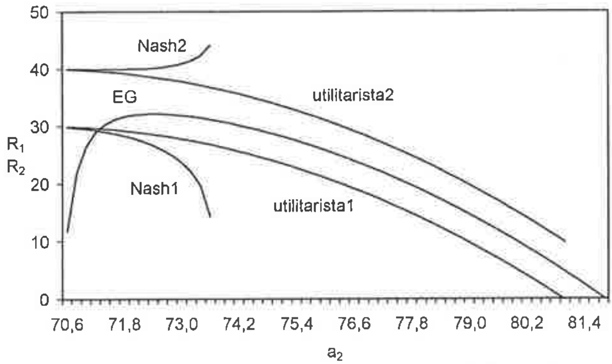
amely megegyezik a játékosok versenyző piacon kapott optimális szennyezéseivel. A Nash-megoldás feltételei egy q_1^0-ban harmadfokú egyenletet eredményeznek – mint láttuk, tranzakciós költségek esetén a Nash-elosztás általában nem egyértelmű.

Tekintsünk egy számpéldát. Legyen $\overline{q} = 100$, $D_1 = 30$, $D_2 = 40$ és $a_1 = 30$. Ekkor ahhoz, hogy létezzen a modell feltételei szerint értelmes EG elosztás (nem-negatív változók, $R_i > 0$, $c_i'(q_i) < 0$), $a_2 \in (70.49, 81.83)$ kell. A három különböző elosztás mellett e paraméterek esetén adódó indulókészleteket és nettó nyereségeket mutatják a *3.2 – 3.3. ábrák.*

Mint az ábrákból látható, bizonyos paraméter-értékek esetén nem létezik Nash-elosztás (komplex indulókészletek adódnak), és a_2 növelésével egy idő után az utilitarista elosztás is értelmetlenné válik (az első játékos nyeresége negatív lesz). Látszik továbbá, hogy ebben a példában a 3.7. állítás (b) része teljesül: vizsgált elosztásaink közül semelyik kettő nem esik egybe. Ha ilyenkor az EG elosztás mellett döntünk, ezzel lemondunk az utilitarista hatékonyságról és a Nash-féle axiómákról is. A nyereségek közötti különbség nem elhanyagolható az egyes elosztások esetén, vagyis a játékosok szempontjából sem lényegtelen kérdés, hogy milyen elveket követ majd az elosztás.



3.2. ábra. Indulókészletek tranzakciós költségek esetén
("Nash1" = q_1^0 Nash-elosztás mellett, "Nash2" = q_2^0 Nash-elosztás mellett stb.)



3.3. ábra. Nettó nyereségek tranzakciós költségek esetén
("Nash1" = R_1 Nash-elosztás mellett, "Nash2" = R_2 Nash-elosztás mellett stb.)

4 Az összmennyiség meghatározása

Az eddigiekben külső adottságként kezeltem a $\overline{q}$ összes mennyiséget. Mesterséges piacok esetén azonban az egyik fontos kérdés éppen ennek a nagysága. Ebben a szakaszban ezért megvizsgálom, hogyan határozza meg a $\overline{q}$ összmennyiséget egy társadalmi összhasznot maximalizáló társadalmi tervező a három különböző piacmodell mellett. Ehhez felteszem, hogy egy $\overline{q}$ összmennyiséget biztosító piac felállításának költsége $d_i(\overline{q})$ az i-dik játékos számára, ahol d_i kétszer folytonosan differenciálható, monoton növekvő, szigorúan konvex függvény. A környezetszabályozás témakörében d_i tipikusan a környezetszennyezés következtében a játékosokat érő kár, egy mezőgazdasági kvótarendszernél pl. a nagyobb kínálat okozta árcsökkenésből származó profitkiesés.

A társadalmilag kívánatos összmennyiség versenyzői piacon

Mint azt a 2. szakaszban láttuk, versenyző piacon a játékosok egyénileg optimális fogyasztását a p ár függvényében $q_i(p)$ alakban kaptuk. Ha most kihasználjuk a

$$\sum q_i(p) = \overline{q}$$

egyenletet, úgy a megfelelő másodrendű feltételek teljesülése esetén lokálisan létezik a piactisztító árat a $\overline{q}$ összmennyiség függvényében meghatározó $p(\overline{q})$ folytonos és differenciálható függvény. Ezek alapján az új modellben a játékosok hasznosságát az összmennyiség függvényében így írhatjuk:

$$\begin{aligned} U_i(\overline{q}) &= u_i(q_i^*) - d_i(\overline{q}) \\ \text{ahol } q_i^* &= q_i(p(\overline{q})) \, . \end{aligned} \tag{4.1}$$

A társadalmi tervező feladata ezután a következő:

$$\max_{\overline{q}} \sum_{i=1}^{n} \Big[u_i(q_i(p(\overline{q}))) - d_i(\overline{q}) \Big] \, .$$

A minimum szükséges és elégséges feltétele[14]

$$\sum_{i=1}^{n}\left[u_i'(q_i)\frac{dq_i(p)}{d\overline{q}} - d_i'(\overline{q})\right] = 0 . \tag{4.2}$$

Kihasználva, hogy a szennyezési piacon egyensúlyban $u_i'(q_i) = p$ teljesül $\forall i$-re, továbbá $\sum q_i(p) = \overline{q}$, kapjuk, hogy

$$\sum_j d_j'(\overline{q}) = p = u_i'(q_i^*) \quad i = 1, \dots, n . \tag{4.3}$$

A (4.3) kifejezés bal oldalán az i-edik játékos egységnyi fogyasztás-növekedésének társadalmi határköltsége, míg a jobb oldalon ennek határhaszna áll. Az optimális $\overline{q}$ összmennyiség kiegyenlíti a társadalmi határköltségeket és határhasznokat. A piactisztító p ár megegyezik mindkettővel. A társadalmi optimum meghatározásában sehol nem játszik szerepet a jogok elosztása. Mint láttuk, versenyzői piacon az elosztás nem befolyásolja a piac kimenetét, ezért ilyenkor az optimális összmennyiség tetszőleges elosztási szabály esetén ugyanaz lesz. Ez nem más, mint a híres Coase-tétel:

4.1 Állítás (Coase, 1963). *(a) Az összes szennyezés optimális meghatározását követően a szennyezési jogok tökéletes versenyzői piaca implementálja a társadalmi optimumot.*

(b) Az összmennyiség optimuma független az elosztási szabálytól.

A 4.1. állítás értelmében, ha versenyző piacra számítunk, egymástól függetlenül kezelhető az összmennyiség meghatározása és annak szétosztása. A következő szakaszokban megvizsgálom, hogy vajon ez az eredmény tökéletlen piacok esetén is áll-e.

A társadalmilag kívánatos összmennyiség tranzakciós költségek esetén

Ebben a szakaszban megvizsgálom a társadalmilag kívánatos összmennyiséget, amennyiben a játékosok tranzakciós költségekkel szembesülnek a piacon. Megmutatom, hogy az optimális összmennyiség általában nem független az ezt követően megvalósuló elosztási szabálytól. Mindenekelőtt tegyük fel, hogy létezik egy folytonos és differenciálható általános elosztás-függvény, $\mathbf{q}^0(\overline{q}) = [q_1^0(\overline{q}), \dots, q_n^0(\overline{q})]$ alakban, amely adott összmennyiséghez megadja az egyes játékosok részesedését, egy rögzített elosztási szabály szerint. Idézzük fel ezek után a tranzakciós költségek mellett zajló készletelosztási játékot. Mint láttuk, az optimális fogyasztások az ár mellett az indulókészletektől is függtek, $q_i^* = q_i(p, q_i^0)$, míg az ár nem csupán az összes jószág, hanem az elosztás függvénye volt: $p = p(\mathbf{q}^0, \overline{q})$. Ezek alapján a (4.1) hasznosság most

[14]Feltesszük, hogy $0 < \overline{q} < \sum q_i^u$, ahol $u_i'(q_i^u) = 0 \ \forall i$-re.

a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} U_i(\overline{q}) &= u_i(q_i^*) - T(q_i^* - q_i^0) - d_i(\overline{q}) \\ \text{ahol } \; q_i^0 &= q_i^0(\overline{q}) \\ p &= p(\mathbf{q}^0, \overline{q}) \\ q_i^* &= q_i(p, q_i^0) \, . \end{aligned}$$

A társadalmi haszonmaximumot ennek megfelelően a következő feladat megoldása adja:

$$\begin{aligned} \max_{\overline{q}} \quad & \sum_{i=1}^{n} \Big[u_i(q_i^*) - T(q_i^* - q_i^0) - d_i(\overline{q}) \Big] \\ \text{k. f.} \quad & \mathbf{q}^0 = \mathbf{q}^0(\overline{q}) \\ & p = p(\mathbf{q}^0, \overline{q}) \\ & q_i^* = q_i(p, q_i^0) \quad i = 1, \ldots, n \, . \end{aligned}$$

Az elsőrendű feltétel $0 < \overline{q} < \sum q_i^u$ esetén:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{du_i}{dq_i} \frac{dq_i}{d\overline{q}} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \frac{dq_i}{d\overline{q}} - \frac{\partial T}{\partial q_i^0} \frac{dq_i^0}{d\overline{q}} - d_i'(\overline{q}) \right] = 0 \, . \tag{4.4}$$

Kihasználva, hogy a játékosok egyéni optimumában (2.2) szerint

$$\frac{du_i}{dq_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = p \, ,$$

és átrendezve, (4.4) az alábbi egyenletre egyszerűsödik:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i'(\overline{q}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial T}{\partial q_i^0} \frac{dq_i^0}{d\overline{q}} = p(\mathbf{q}^0, \overline{q}) \, . \tag{4.5}$$

A $\overline{q}$ összmennyiség növelésekor tranzakciós költségek esetén is találkozunk a versenyző esetben tapasztalt hatásokkal: a $\sum d_i$ tagon keresztül jelentkező költséggel és az áron keresztül jelentkező haszonnal. Megjelenik azonban egy új hatás is: az összmennyiség hat a tranzakciós költségekre, méghozzá az elosztási szabálytól függően. Ha az adott szabály mellett a megnövekedett $\overline{q}$ újraosztásával növekszik a kezdőkészletek és a q_i^* egyensúlyi fogyasztások közti távolság, akkor a tranzakciós költségek emelkedni fognak. Ha ez a távolság csökken, vagyis az összmennyiség növelése csökkenti a piaci tranzakciók volumenét, ezáltal a tranzakciós költségek is csökkenni fognak. Minthogy ezek a hatások az elosztási szabálytól függnek, az optimális összmennyiség meghatározása tranzakciós költségek esetén általában nem lehet független az elosztási szabálytól.

Piactervezési szempontból érdeklődésre tarthatnak számot azok a speciális esetek, amikor az optimális $\overline{q}$ nem változik az elosztás függvényében, vagy esetleg a piac működési feltételeitől is független. Ha nem ismerjük pontosan a kialakuló piac jellegzetességeit, sokat nyerhetünk azzal, ha egy téves várakozás (pl. a tranzakciós költségek jellegére vonatkozóan) nem rontja el a folyamat legelején meghatározott összmennyiség optimális voltát. Az alábbi állítás két ilyen esetre mutat rá.

4.2 Állítás. *Tranzakciós költségek mellett az optimális összmennyiség pontosan akkor egyezik meg a versenyzői optimummal, ha az alábbi feltételek közül legalább az egyik teljesül:*

(a) az elosztás utilitarista;

(b) állandóak a tranzakciós költségek.

Bizonyítás. Kihasználjuk a (2.2) egyensúlyi feltételeket, amikből

$$p - u_i'(q_i^*) = -T'(q_i^* - q_i^0) = \partial T(q_i^* - q_i^0)/\partial q_i^0 .$$

Ezt behelyettesítve (4.5)-be a következőt kapjuk:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i'(\overline{q}) - \sum_{i=1}^{n} \frac{du_i(q_i^*)}{dq_i^*}\frac{dq_i^0}{d\overline{q}} = 0 .$$

Összehasonlítva (4.3)-mal, a két optimális összmennyiség egyenlőségének feltétele, hogy

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{du_i(q_i^*)}{dq_i^*}\frac{dq_i^0}{d\overline{q}} = u_j'(q_j^*)$$

teljesüljön $\forall j \in N$-re. (2.2) szerint ez pontosan akkor áll fenn, ha

$$T'(q_u^* - q_u^0) = T'(q_v^* - q_v^0) \quad \forall u, v \in N ,$$

aminek a 3.6. lemma értelmében szükséges és elégséges feltétele, hogy (a) és (b) közül legalább az egyik teljesüljön. □

Ha versenyző piacot várva határoztuk meg a társadalmilag kívánatos összmennyiséget, az csak akkor marad optimális tranzakciós költségek fölbukkanása esetén, ha ezek a költségek állandóak és/vagy az elosztás utilitarista volt. Ellenkező esetben $\overline{q}$ már nem biztosítja a jólét-maximumot.

A társadalmilag kívánatos összmennyiség ármeghatározó játékos esetén

Most megvizsgálom, hogyan határozódik meg a társadalmilag optimális összmennyiség, amennyiben ismert, hogy az egyik játékos ármeghatározóként fog viselkedni a piacon. Megmutatom, hogy a versenyző esettel ellentétben általában itt sem lesz közömbös a jogok elosztása.

Az 1. szakasz harmadik modelljében az 1-gyel indexelt játékosnak hatalmában áll megválasztani a számára optimális piactisztító árat, amely így a $p = p(q_1^0, \overline{q})$ alakban írható. Az ár az összmennyiségen kívül az első játékos indulókészletétől is függ. Az $i = 2, \ldots, n$ játékosok egyensúlyi szennyezését ezek után a $q_i^* = q_i(p(q_1^0, \overline{q}))$ módon kaptuk, míg az első játékosra a

$$q_i + \sum_{i=2}^{n} q_i(p) = \overline{q} \tag{4.6}$$

feltételből $q_1^* = q_1(p(q_1^0, \overline{q}), \overline{q})$ adódott. A társadalmi feladat ezek után a következő alakba írható:

$$\begin{aligned} \max_{\overline{q}} \quad & \sum_{i=1}^{n} \Big[u_i(q_i) - d_i(\overline{q}) \Big] \\ \text{k. f.} \quad & \mathbf{q}^0 = \mathbf{q}^0(\overline{q}) \\ & p = p(q_1^0, \overline{q}) \\ & q_i^* = q_i(p) \quad i = 2, \ldots, n \\ & q_1^* = q_1(p, \overline{q}) \, , \end{aligned}$$

ahol $\mathbf{q}^0(\overline{q})$ ismét egy tetszőleges egyértelmű elosztást jelöl. Az elsőrendű feltétel

$$\frac{du_1(q_1^*)}{dq_1} \left[\frac{\partial q_1}{\partial \overline{q}} + \frac{\partial q_1}{\partial p} \frac{dp}{d\overline{q}} \right] + \sum_{i=2}^{n} \frac{du_i(q_i^*)}{dq_i} \frac{dq_i}{dp} \frac{dp}{d\overline{q}} = \sum_{i=1}^{n} d_i'(\overline{q}) \, . \tag{4.7}$$

Kihasználva a (2.1) egyensúlyi feltételeket, valamint hogy (4.6)-ből $\partial q_1 / \partial \overline{q} = 1$ adódik, (4.7) a következő alakban írható:

$$\frac{du_1(q_1^*)}{dq_1} - (u_1' - p) \sum_{i=2}^{n} \frac{dq_i}{dp} \frac{dp}{d\overline{q}} = \sum_{i=1}^{n} d_i'(\overline{q}) \, .$$

Az ármeghatározó játékos (2.3) optimumfeltételének segítségével tovább egyszerűsíthetünk:

$$\frac{du_1(q_1^*)}{dq_1} + (q_1 - q_1^0) \frac{dp}{d\overline{q}} = \sum_{i=1}^{n} d_i'(\overline{q}) \, . \tag{4.8}$$

Ármeghatározó játékos esetén a $\overline{q}$ összmennyiség egységnyi növelésének társadalmi költsége itt is a $\sum d_i$ tagon keresztül jelentkezik, és a haszon itt is a játékosok magasabb hasznosságaiban ölt testet. Ez az esetleges haszon egyfelől az első játékos egyensúlyi fogyasztására gyakorolt közvetlen, másrészt a valamennyi játékos fogyasztására gyakorolt közvetett, az áron keresztül jelentkező hatásként adódik. A társadalmi optimum feltétele az így értelmezett határköltség és határhaszon (4.8) által előírt egyenlősége. Egyáltalán nem biztos azonban, hogy az összmennyiség növekedése esetén az egyensúlyi fogyasztások valóban növekedni fognak, növelve ezáltal a hasznosságokat. Az egyensúlyi fogyasztások természetesen az ár függvényében alakulnak, amelyet viszont az első játékos indulókészlete határoz meg. Minden olyan elosztás esetén, amikor a növekvő összmennyiség az első játékos indulókészletének növekedését vonja maga után, növelve ezáltal az egyensúlyi árat, a többi játékos egyensúlyi fogyasztása csökkeni fog, ami csökkenti haszosságukat. Ebből adódóan az elosztási szabály ármeghatározó játékos esetén is döntő befolyással lesz az optimális összmennyiségre. Akárcsak az imént tranzakciós költségek esetén, most is érdekes megvizsgálni, előfordulhat-e, hogy a tökéletes verseny esetén adódó összmennyiség tökéletlen piacon is optimális marad. (4.8)-ból adódik a következő állítás.

4.3 Állítás. *Ármeghatározó játékos esetén az optimális összmennyiség pontosan akkor egyezik meg a versenyzői optimummal, ha az alábbi feltételek közül legalább az egyik teljesül.*

(a) az elosztás utilitarista;

(b) teljesül, hogy

$$-\sum_{i=2}^{n} \frac{u_1''(q_1^*)}{u_i''(q_i^*)} = \sum_{j=2}^{n} \frac{dq_j^0}{d\overline{q}} . \tag{4.9}$$

Bizonyítás. Az optimális összmennyiség (4.3) szerint pontosan akkor a versenyzői optimum, ha (4.8)-ban

$$(q_1 - q_1^0)\frac{dp}{d\overline{q}} = 0 .$$

A szorzat első tagja pontosan (a) esetén zérus. Belátható ezen kívül, (lásd C függelék), hogy $dp/d\overline{q} = 0 \Leftrightarrow$ (4.9) fönnáll. □

Hasonlítsunk össze például egy versenyző és egy ármeghatározó esetet, amelyekben a kritikus játékos elhárítási hasznossága lineáris. A 4.3 (b) állítás szerint ekkor annak feltétele, hogy a versenyző esetben kapott optimális összmennyiség valamely (nem utilitarista) elosztás esetén optimális maradjon az ármeghatározó esetben is, az, hogy $\sum_{i=2}^{n} dq_i^0/d\overline{q} = 0$ teljesüljön. Ez azt jelenti, hogy az adott elosztási szabálynak az optimális $\overline{q}$-nál az összmennyiség teljes növekményét az 1. játékosra kell osztania ($dq_1^0/d\overline{q} = 1$). A többi játékos között csak a már korábban is náluk lévő készletek oszthatók újra.

Ebben a részben az összmennyiség endogén meghatározásával bővítettem a korábbi modellt. A tökéletes és a tökéletlen piacokat elemezve azt találtam, hogy az optimális összmennyiség meghatározása általában függ az elosztási szabálytól és a piac jellemzőitől. Míg tökéletes verseny esetén a kívánatos összmennyiség minden elosztás estén ugyanakkora, addig ez tökéletlen piacokon általában nem teljesül. Elmozdulva továbbá a versenyző piac feltevésétől, az optimális összmennyiség csak utilitarista elosztás, vagy speciális függvényformák mellett marad változatlan. Mindezek szemléltetésére szolgál az alábbi példa.

Egy példa

Korábbi példánkat kibővítve válasszunk kvadratikus $d_i(\overline{q})$ kárfüggvényeket a következő módon:

$$d_i(\overline{q}) = b_i\overline{q}^2/2 \quad i = 1, 2 ,$$

ahol b_i pozitív paraméter. Versenyző esetben ekkor az optimális $\overline{q}$ összmennyiséget a következő feladat megoldásaként kapjuk

$$\min_{\overline{q}} \sum_{i=1}^{2}\Big[c_i(q_i(p(\overline{q}))) + d_i(\overline{q})\Big] = \min_{\overline{q}} \sum_{i=1}^{2}\left[\left(\frac{A-\overline{q}}{2}\right)^2 + \frac{b_i}{2}\overline{q}^2\right] ,$$

ahonnan

$$\overline{q} = \frac{A}{B+1}$$

$(B = b_1 + b_2)$ az elosztástól függetlenül.

Tökéletlen piacon az elmondottak alapján általában más optimális összmennyiségek adódnak. Tekintsük például a tranzakciós költségek esetét, és válasszuk a paramétereket a 3. szakasz példájához hasonlóan, valamint legyen $B = b_1 + b_2 = 0{,}1$. A *4.1. táblázat* szemlélteti az EG, az utilitarista és a Nash elosztás esetén adódó társadalmilag optimális összes szennyezést. A versenyző eset optimális összmennyiségei a 4.2. állításnak megfelelően pontosan a középső oszlop értékei.

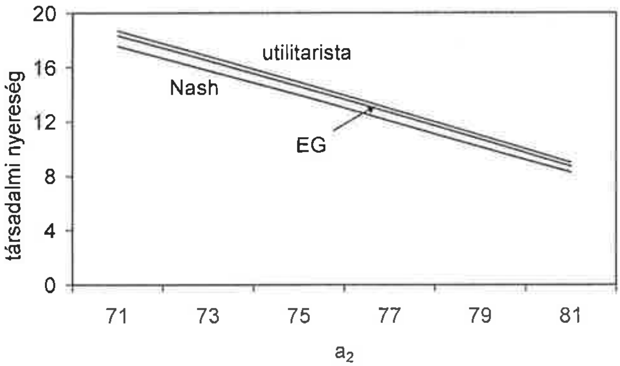
a_2	EG	utilitarista	Nash
71	91,8183	91,8182	91,7419
73	93,6365	93,6364	93,5662
75	95,4546	95,4545	95,3910
77	97,2728	97,2727	97,2160
79	99,0909	99,0909	99,0352
81	100,9090	100,9091	100,8625

4.1. táblázat. Optimális összmennyiség tranzakciós költségek esetén

Mivel az utilitarista és a másik két vizsgált elosztás közti fő különbség abból fakad, hogy az utóbbiak figyelembe veszik a D_i károk különbségeit, és példánkban ez a különbség viszonylag kicsi $(40 - 30 = 10)$, az optimális $\overline{q}$ értékek nagyon közel esnek egymáshoz. A *4.1. ábra* mutatja az egyes elosztások mellett a szennyezési piac révén elérhető maximális társadalmi nyereséget, vagyis a

$$D_1 + D_2 - \min_{\overline{q}} \sum_{i=1}^{2} \left[c_i(q_i^*) + T(q_i^* - q_i^0) + d_i(\overline{q})\right]$$

értékeket. Az utilitarista elosztás mellett kapott nyereségek egyúttal a versenyző esetben, tetszőleges elosztás mellett elérhető társadalmi nyereségeket adják.



4.1. ábra. Maximális társadalmi nyereségek tökéletes verseny, illetve tranzakciós költségek esetén (A versenyző eset nyereségeit az utilitarista elosztás értékei adják)

5 Alkalmazás: szennyezési jogok nemzetközi kereskedelme

A leírtak segítségével módunk nyílik értékelni a nemzetközi környezetszabályozás intézményeinek néhány jellemzőjét. Az 1992-ben a New York-i ENSZ találkozón elfogadott Klímaváltozási Keretegyezmény jegyében zajló nemzetközi környezetszabályozás a következő módon jellemezhető. Az egyezmény célja „az üvegházhatású gázok koncentrációjának stabilizálása az atmoszférában egy olyan szinten, amely még nem képez veszélyes emberi beavatkozást a klímarendszerbe" (UNFCCC, 1992). Ennek érdekében a tárgyalópartnerek elfogadtak egy, a globális szinten elérni kívánt szennyezéscsökkentésre vonatkozó ajánlást, vagyis meghatározták az összes szennyezést ($\overline{q}$). E „szennyezési jogok" szétosztására ($\mathbf{q}^0$) 1997-ben a kiotói tárgyaláson (kooperatív környezetben) került sor.

Az elosztással kapcsolatban legtöbbet hangoztatott elv mindig is a méltányosság volt: a szabályozásnak e szerint „az erőfeszítések és kötelezettségvállalások kiegyensúlyozott és méltányos megosztásán kell alapulnia" (UNEP, 1995, p. 71, idézi Bierman, 1999), és a terhek egyenlő elosztását (equitable burden-sharing) kell szem előtt tartania (Tóth, 1999). Az ún. Kiotói Jegyzőkönyv rendelkezik egy nemzetközi szennyezési piac kialakításáról is, amelynek a részleteit azonban későbbi egyeztetések tárgyává teszi – ezek az egyeztetések ma is tartanak.

Hogyan értékelhetjük a nemzetközi környezetszabályozásnak ezt a folyamatát? Először is, amennyiben versenyző szennyezési piac kialakulása várható, számos pozitívumot tudunk kiemelni. Bárhogyan is osztották el Kiotóban az országok egymás között a szennyezési jogokat, a tárgyalásokat megelőzően meghatározott összmennyiség ilyenkor minden elosztás mellett optimális marad. Továbbá, ha a jogok elosztásának méltányossága az itt definiált egyenlő nyereségeket jelentette, akkor ez egyúttal kielégíti Nash vonzó axiómáit is. Sajnos azonban ezek a megállapítások általában érvényüket vesztik, ha a szennyezési piacon nem tökéletes verseny érvényesül majd. Mint láttuk, ilyenkor az összmennyiség optimális volta az elosztási szabályon múlik, például egy versenyző piacot feltételezve megállapított, majd az EG szabály alapján szétosztott összmennyiség nem lesz optimális tökéletlen piacokon. Ráadásul az egyenlő nyereségeket biztosító elosztás sem a Nash-axiómáknak, sem az utilitarista kritériumnak nem tesz eleget.

Mivel a Kiotói Jegyzőkönyv csupán általános irányelveket tartalmaz a szennyezési piacra vonatkozóan, feltehetőleg mind a globálisan kívánatos összes szennyezéscsökkentés meghatározása, mind pedig az elhárítási kötelezettségek szétosztása anélkül történt, hogy ismertek lettek volna a kialakuló piac működési feltételei, becslések születtek volna a várható tranzakciós költségekről stb. Nehéz tehát elképzelni, hogy a kiotói egyezményben rögzített elvek és mennyiségek valóban a kívánt eredményre vezessenek. Eredményeink szerint ez egyedül utilitarista elosztás esetén lenne biztosítva, azonban világos, hogy a jelenlegi nemzetközi környezetpolitikában az utilitarista elosztásban testet öltő költséghatékonyság háttérbe szorul az igazságosság különböző megközelítéseivel és a politikai megvalósíthatóság szempontjaival szemben (Nordhaus - Boyer, 1998).

6 Összefoglalás

A dolgozatban a versenyző és a tökéletlen cserepiacok hagyományos modelljeit kibővítettem az indulókészletek kooperatív alkufolyamat során történő elosztásával, és az összmennyiség endogén meghatározásával. A különböző piacmodellek esetén jellemeztem három fontos készletelosztási szabályt, az utilitarista, a Nash-, és az egyenlő nyereségeket biztosító elosztást. Megvizsgáltam továbbá az optimális összmennyiség meghatározását ezeken a piacokon. Fő eredményeim a következők voltak.

1. *Az elosztás elvei és a piac jellemzői nem kezelhetők egymástól függetlenül.* Az adott elvek szerint történő elosztás más eredményre vezet attól függően, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkezik majd az elosztás nyomán kialakuló piac. Megfordítva, ha adott elosztási elveket érvényesítetve jött létre a jogok elosztása valamilyen piaci forgatókönyv mellett, ezek az elvek már nem érvényesek többé, ha megváltoznak a piac működési feltételei. Láttuk, hogy míg tökéletes piacon minden elosztás utilitarista (3.1 állítás), addig tranzakciós költségek vagy ármeghatározó játékos esetén a költséghatékonyság csak speciális elosztások mellett teljesül (3.4 és 3.10 állítás). Megmutattam, hogy versenyzői piacon a Nash elosztás igen vonzó tulajdonságokkal bír, nevezetesen egyenlő (vagy „legegyenlőbb") nyereségeket biztosít a játékosoknak (3.3 állítás). Tökéletlen piacokon ez azonban csak speciális költségfüggvények és fenyegetési pontok esetén teljesül (3.7 és 3.11 állítás).

2. *A társadalmilag kívánatos összmennyiség nem határozható meg az elosztási szabály és a piac jellemzőitől függetlenül.* A társadalmi összhaszon maximalizálása általában más összmennyiséget kíván attól függően, hogy melyik piaci forgatókönyv valósul meg, és hogy milyen szabály szerint fogják szétosztani az adott összkészletet. Ebből adódóan egy adott piacra, adott elosztási szabály figyelembevételével meghatározott összmennyiség nem lesz optimális, amennyiben módosulnak a piac jellemzői, vagy a játékosok más elosztási elvekre térnek át. Láttuk, hogy tökéletes piacon, vagy állandó tranzakciós költségek esetén az optimális összmennyiség minden elosztás esetén ugyanakkora (4.1 és 4.2 (b) állítás). Tökéletlen piacon azonban az optimális összmennyiség csak utilitarista elosztás, vagy speciális függvényformák és paraméterek mellett egyezik meg a versenyző piacnál kapott összmennyiséggel (4.2 és 4.3 állítás). Az eredmények segítségével értékelhettük a nemzetközi szennyezési piaccal kapcsolatban felvetett elveket, és a Kiotói Jegyzőkönyv néhány rendelkezését.

Az elmondottak kiterjesztésének egy kézenfekvő módja más típusú elosztások figyelembe vétele a készletelosztási játékban. A kooperatív alku-elmélet sok egyéb megoldást tárgyal, és ezek axiomatizálása is előrehaladott. A fontos kérdés itt az, vajon melyik megoldás-koncepció elveit részesítsük előnyben, illetve melyik írja le jobban az adott helyzetben (pl. a klímaváltozási tárgyalásokon) követett szempontokat. Egy elméleti és gyakorlati szempontból egyaránt izgalmas kiterjesztési lehetőséget jelent, ha bevezetjük a termelést is a piac modelljeibe. Végül a piac ábrázolásánál figyelembe lehet venni számos további forgatókönyvet, amelyek döntően befolyásolhatják az elosztások és az optimális összmennyiség tulajdonságait. Két, az irodalomban megtalálható jelölt lehet a rendelkezésre álló készletnél magasabb fogyasztás lehetősége (a szabályok áthághatósága) és az ehhez kapcsolódó büntetés figyelembe vétele (Malik, 1990), valamint a vizsgált jószág piacának kölcsönhatása más termékpiacokkal, és a tökéletlen termékpiacok következményei (Sartzetakis, 1997).

Függelékek

A függelék. *A 3.5 lemma bizonyítása.*

A játék Nash-megoldását az alábbi optimumfeladat adja.

$$\begin{aligned} \max_{q_1^0,\dots,q_n^0} \quad & \prod_{i=1}^{n} R_i(\mathbf{q}^0) \\ \text{k.f.} \quad & \sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q} \\ & q_i^0 \geq 0 \quad i = 1,\dots,n\,. \end{aligned}$$

Az elsőrendű feltételek (λ-val jelölve a pozitív Lagrange-szorzót)

$$\sum_{i=1}^{n} \prod_{k\neq j} R_k \frac{dR_j}{dq_i^0} - \lambda \leq 0 \quad q_i^0 \geq 0 \text{ komplementaritással,} \quad i = 1,\dots,n\,, \tag{A.1}$$

és

$$\sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q}\,. \tag{A.2}$$

Az (A.1) alatti elsőrendű feltételeket leosztva $R_1 \cdot \ldots \cdot R_n$-nel és átrendezve ezt írhatjuk:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \frac{dR_j}{dq_u^0} \leq \frac{\lambda}{R_1 \cdot \ldots \cdot R_n}\,. \tag{A.3}$$

(A.3) egyszerűsítéséhez kihasználjuk, hogy a burkológörbe-tétel szerint

$$\frac{dR_i}{dq_i^0} = \frac{\partial R_i}{\partial p}\frac{dp}{dq_i^0} + \frac{\partial R_i}{\partial q_i^0} = -\frac{dp}{dq_i^0}(q_i - q_i^0) + p + T'(q_i - q_i^0) \quad \forall i\text{-re} \tag{A.4}$$

és

$$\frac{dR_j}{dq_i^0} = \frac{\partial R_j}{\partial p}\frac{dp}{dq_i^0} = -\frac{dp}{dq_i^0}(q_j - q_j^0) \quad i \neq j\,. \tag{A.5}$$

(A.4)-et és (A.5)-öt behelyettesítve (A.3)-ba és átrendezve adódik (3.6). □

B függelék. *A 3.9 lemma bizonyítása.*

A játék Nash-megoldását az alábbi feladat optimuma adja:

$$\begin{aligned} \max_{q_1^0,\ldots,q_n^0} \quad & \prod_{i=1}^{n} R_i(q_1^0, q_i^0) \\ \text{k.f.} \quad & \sum_{i=1}^{n} q_i^0 = \overline{q} \\ & q_i^0 \geq 0 \quad i = 1, \ldots, n \,. \end{aligned}$$

Az elsőrendű feltételek $i = 2, \ldots, n$-re a következők:

$$\prod_{j \neq i} R_j(q_1^0, q_i^0) p - \lambda \leq 0 \quad q_i^0 \geq 0 \text{ komplementaritással} . \tag{B.1}$$

Innen, $R_1 \cdot \ldots \cdot R_n$-nel leosztva és átrendezve adódik (3.10).

Az elsőrendű feltétel $i = 1$-re

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{dR_j}{dq_1^0} \prod_{k \neq j} R_k - \lambda \leq 0 \quad q_1^0 \geq 0 \text{ komplementaritással} . \tag{B.2}$$

(B.2)-t leosztva $R_1 \cdot \ldots \cdot R_n$-nel kapjuk, hogy

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{dR_j}{dq_1^0} \frac{1}{R_j} \leq \frac{\lambda}{R_1 \cdot \ldots \cdot R_n} = \frac{p}{R(\mathbf{q}^0)} . \tag{B.3}$$

(B.3) egyszerűsítéséhez kihasználjuk, hogy a burkológörbe tétel értelmében

$$\frac{dR_1}{dq_1^0} = \frac{\partial R_1}{\partial q_1} \frac{dq_1}{dq_1^0} + \frac{\partial R_1}{\partial p} \frac{dp}{dq_1^0} + \frac{\partial R_1}{\partial q_1^0} = \frac{\partial R_1}{\partial q_1^0} = p \,, \tag{B.4}$$

és $i = 2, \ldots, n$-re

$$\frac{dR_i}{dq_1^0} = \left(\frac{\partial R_i}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dp} + \frac{\partial R_i}{\partial p} \right) \frac{dp}{dq_1^0} = \frac{\partial R_i}{\partial p} \frac{dp}{dq_1^0} = -(q_i - q_i^0) \frac{dp}{dq_1^0} \,. \tag{B.5}$$

(B.4)-et és (B.5)-öt behelyettesítve (B.3)-ba, és átrendezve adódik (3.11). □

C függelék. $dp/d\overline{q} = 0 \Leftrightarrow$ (4.9) *teljesül.*

Először is vegyük észre, hogy

$$\frac{dp}{d\overline{q}} = \frac{\partial p}{\partial \overline{q}} + \frac{\partial p}{\partial q_1^0} \frac{dq_1^0}{d\overline{q}} \,. \tag{C.1}$$

Jelöljük Z-vel az ármeghatározó játékos (2.3) határhasznának p szerinti deriváltját (ez a másodrendű feltétel értelmében negatív). Ekkor (2.3)-ból adódnak a következők:

$$\frac{\partial p}{\partial \overline{q}} = -\frac{1 + u_1''(q_1^*) \sum_{i=2}^{n} q_i'(p)}{Z}$$

és

$$\frac{\partial p}{\partial q_1^0} = \frac{1}{Z}.$$

Ezt kihasználva, (C.1) szerint

$$\frac{dp}{d\overline{q}} = 0 \Leftrightarrow \frac{1 + u_1''(q_1^*) \sum_{i=2}^n q_i'(p)}{Z} = \frac{1}{Z} \frac{dq_1^0}{d\overline{q}}. \tag{C.2}$$

Használjuk most fel, hogy $q_i'(p) = 1/u_i''(q_i)$ (lásd a 3. lábjegyzetet) és hogy $dq_1^0/d\overline{q} = 1 - \sum_{i=2}^n dq_i^0/d\overline{q}$. (C.2)-ben Z-vel egyszerűsítve, és behelyettesítve adódik (4.9). □

Irodalom

1. Amacher, G. S. - Malik, A. S. (1996): Bargaining in Environmental Regulation and the Ideal Regulator, *Journal of Environmental Economics And Management*, (30) 233–253.
2. Amacher, G. S. – Malik, A. S. (1998): Instrument Choice When Regulators and Firms Bargain, *Journal of Environmental Economics And Management*, (35) 225–241.
3. Barrett, S. (1994): Self-enforcing international environmental agreements, *Oxford Economic Papers*, (46) 878–894.
4. Biermann, F. (1999): Justice in the Greenhouse: Perspectives from International Law, in: Tóth (1999), 160–173.
5. Carraro, C. - Siniscalco, D. (1993): Strategies for the international protection of the environment, *Journal of Public Economics*, (52) 309–328.
6. Chander, P. - Tulkens, H. (1997): The Core of an Economy with Multilateral Environmental Externalities, International *Journal of Game Theory*, (26) 379–401.
7. Coase, R. (1963): The problem of social cost, *Journal of Law and Economics*, (3) 1–44.
8. Forgó F. - Szép J. - Szidarovszky F. (1999): *Introduction to the Theory of Games*: Concepts, Methods, Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
9. Hahn, R. W. (1984): Market Power and Transferable Property Rights, *The Quarterly Journal of Economics*, November 753–765.
10. Malik, A. (1990): Markets for pollution control when firms are noncompliant, *Journal of Environmental Economics and Management*, (18) 97-106.
11. Muller, R. A. - Mestelman, S. (1998): What Have We Learned from Emissions Trading Experiments?, *Managerial and Decision Economics*, (19) 225–238.
12. Nash, J. F. (1950): The Bargaining Problem, *Econometrica*, (18) 155–162.
13. Nordhaus, W. D. - Boyer, J. (1998): Requiem for Kyoto: An Economic Analysis of the Kyoto Protocol, *The Energy Journal*, Kyoto Special Issue.
14. OECD (1998): *Lessons from Existing Trading Systems for International GHG Emission Trading*, Paris.
15. Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*, Harvard University Press, Cambridge MA.

16. Sartzetakis, E. S. (1997): Tradeable Emission Permits Regulations in the Presence of Imperfectly Competitive Product Markets: Welfare Implications, *Environmental and Resource Economics*, (9) 65–81.
17. Stavins, R. N. (1995): Transaction Costs and Tradeable Permits, *Journal of Environmental Economics and Management*, (29) 133–148.
18. Tóth F. L. (1999) (szerk): *Fair Weather? Equity Concerns in Climate Change*, Earthscan, London.
19. Ujhelyi G. (2001): Készletelosztási játék és optimális összmennyiség a szennyezési jogok piacán (szakdologzat), Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem, Matematikai Közgazdaságtan és Ökonometria tanszék.
20. UNEP (1995), Report of the Seventh Meeting of the Parties to the Montreal Protocol on Substances that Deplete the Ozone Layer (Vienna, 5-7 December 1995), 27 December
21. UNFCCC (1992): United Nations Framework Convention on Climate Change, New York, http://www.unfccc.org/resource/conv/

ENDOWMENT GAME AND OPTIMAL TOTAL QUANTITY IN ARTIFICIAL MARKETS

The paper deals with twó key issues related to the creation of artificial markets: determining the total quantity of the market good, and the initial allocation of these goods among the participants. Various market structures are considered, and the "Endowment Game" allows for allocation principles different from efficiency to be examined. I show that the characteristics of these principles vary with the market structure. Total quantity is chosen by a social planner. I show that the optimal total quantity varies with market structure and the allocation principle. The results have implications for the international emission trading system.