TÖBBKRITÉRIUMOS DÖNTÉSI MODELL ALKALMAZÁSA A VILLAMOSENERGIA IPARBAN[1]

MOLNÁR SÁNDOR – SZIDAROVSZKY FERENC – TAKÁCS TIBOR
MTA SZTAKI – Arizona Egyetem – Systemexpert Tanácsadó Kft.

1 Bevezetés

Az alábbiakban ismertetendő módszert új áramtermelő kapacitások létesítésére kiírt tenderek kiértékelésére fejlesztettük ki. A módszer azonban alkalmazható tetszőleges többcélú kiértékelésre is.

1997-ben a Magyar Villamos Művek Rt. (MVM Rt) két tendert írt ki az új kapacitások megépítésére a 2002-2006 időszakban. Az első tender kis, azaz 200 MW_e-nál nem nagyobb kapacitások létesítésére, a második 200 MW_e-nál nagyobb erőművek üzembe állítására vonatkozott. Az ajánlatok kiértékelésének alapja az 1994-es Villamosenergia Törvény. Eszerint az MVM Rt az áramot a legkisebb költségek elve alapján kell, hogy beszerezze. Természetesen nincs egyetlen olyan költségjellemző, amely alapján az erőműveket egyértelműen rangsorolni lehetne. A beszerzéssel kapcsolatban felmerülnek fix és változó költségek, amelyek további költségelemekre bonthatók. A beruházások tervezett földrajzi helye szintén befolyásolja a költségeket a hálózatra való csatlakozás miatt.

A kiértékelés során természetesen egyéb szempontokat is figyelembe kell venni. Az egyik ilyen szempont az erőművi termelés okozta kibocsátások mennyisége. Nemzetközi kötelezettségvállalásainkból következően az MVM Rt-vel kapcsolatban álló erőművek egyedi és összes SO_2 és NO_x kibocsátását a jövőben korlátozni kell megadott határértékek alapján.

A módszer kialakításakor a többkritériumos döntéshozatal bizonyos fogalmait és módszereit használtuk fel. A témakör alapvető fogalmait és összefüggéseit pl. az [1] tartalmazza. A döntéshozók preferenciáira vonatkozó információktól függően különböző ismert módszerek alkalmazhatók, mint pl. a szekvenciális optimalizáció, az E-korlátos módszer, a súlyozás stb. A többkritériumos problémákra gyakran a többváltozós hasznosság-elméletet alkalmazzák ([3]), de nem minden preferenciarendezést lehet egyértékű hasznossági függvénnyel jellemezni. Például a lexikografikus rendezés nem ekvivalens a valós értékű értékfüggvény által generált bármely rendezéssel ([4]). Az olyan döntési problémákat, ahol több döntéshozó szerepel, általában kooperatív, vagy nem kooperatív játékok segítségével modellezik, amelyek magukban foglalják a csoport döntéshozatalt és a konfliktus feloldást. A játékelméleti megközelítést pl. [5], ill. [6] foglalták össze. Ha az egyes érdekcsoportokat tekintjük döntéshozóknak, akkor a játékelméleti módszerek közvetlenül nem

[1] Beérkezett: 1999. május 5.

alkalmazhatók, mivel mindegyikük több célfüggvénnyel rendelkezik. A legutóbbi időkben [7] írta le a több kifizetőfüggvényű játékok vizsgálatának általános elveit.

A jövőbeni igényeket és a gazdasági feltételeket nem tudjuk pontosan előrejelezni, így ezeket a bizonytalanságokat be kell építeni a metodológiába. A döntési modellekben általában a sztochasztizálást, illetve a fuzzifikálást alkalmazzák. Mindkét megközelítésről áttekintést nyújt [1].

A fentiekben említett módszerek elemeinek kombinálásával alakítottuk ki a tenderkiértékelésben javasolt metodológiát. Az alábbiakban a kiértékelés egyes lépéseit adjuk meg.

2 A kiértékelési folyamat lépései

1. lépés

A gazdasági helyzet alakulására vonatkozó szcenáriókat kell meghatározni a kiértékelendő ajánlatokra ható mutatók (pl. tüzelőanyag ár, makrogazdasági mutatók, szabályozási változatok) különböző alakulása alapján. Jelölje $k = 1, 2, \ldots, N$ ezeket a szcenáriókat. A különböző érdekcsoportok számára a választott szcenáriók különbözőek lehetnek. Az elemzés során három változatban vizsgáljuk mind a tüzelőanyag ár, mind pedig a villamosenergia igények alakulását. Eszerint kilenc szcenáriót vizsgálunk:

1. alacsony árnövekedés alacsony igénynövekedés mellett $(F_L \cap D_L)$
2. alacsony árnövekedés közepes igénynövekedés mellett $(F_L \cap D_M)$
3. alacsony árnövekedés magas igénynövekedés mellett $(F_L \cap D_H)$
4. közepes árnövekedés alacsony igénynövekedés mellett $(F_M \cap D_L)$
5. közepes árnövekedés közepes igénynövekedés mellett $(F_M \cap D_M)$
6. közepes árnövekedés magas igénynövekedés mellett $(F_M \cap D_H)$
7. magas árnövekedés alacsony igénynövekedés mellett $(F_H \cap D_L)$
8. magas árnövekedés közepes igénynövekedés mellett $(F_H \cap D_M)$
9. magas árnövekedés magas igénynövekedés mellett $(F_H \cap D_H)$

Ezeket a szcenáriókat vesszük alapul az új áramtermelő kapacitásokra vonatkozó ajánlatok kiértékeléséhez (azaz egyik változóban sem tételezünk fel csökkenést), így $N = 9$.

2. lépés

Ezután becsüljük az egyes szcenáriók megvalósulásának p_k valószínűségeit. Az egyedi $p(F_i)$ és $p(D_i)$ $i, j = L, M, H$ valószínűségeket a rájuk leginkább ható gazdasági változók előrejelzése alapján becsüljük. Jelölje x_1, x_2, ..., x_n ezeket a változókat, és tegyük fel, hogy ezek a tüzelőanyagárat (fp) és az igényt (de) az

$$fp = f(x_1, \ldots, x_n) \tag{2.1}$$

$$de = g(x_1, \ldots, x_n) \tag{2.2}$$

összefüggések szerint határozzák meg. Először ezeket a függvényeket kell becsülni. A függvényeket tényadatok alapján nemlineáris (vagy speciális esetben lineáris) legkisebb négyzetek módszerével történő illesztéssel idősor adatok alapján határozzuk meg.

Miután az f és a g függvényeket meghatároztuk, a gazdasági változókat kell becsülnünk. Az előrejelzés eredménye minden változó esetében egy valószínűségeloszlás lesz. Az előrejelzés módszerétől függően kapunk diszkrét, vagy folytonos eloszlást. Jelöljék $\tilde{x}_1, \ldots, \tilde{x}_n$ ezeket a véletlen változókat. Eloszlásaik alapján az fp és a de valószínűségeloszlását az alábbiak szerint határozhatjuk meg.

Tegyük fel, hogy $\tilde{x}_i$ változók diszkrét eloszlásúak p_{i1}, p_{i2}, ..., p_{ir_i} valószínűségekkel. Ekkor az

$$fp(j_1, j_2, \ldots, j_n) = f(x_{1j_1}, \ldots, x_{nj_n}) \tag{2.3}$$

és a

$$de(j_1, j_2, \ldots, j_n) = g(x_{1j_1}, \ldots, x_{nj_n}) \tag{2.4}$$

értékeket tekintjük a $p_{1j_1} \cdot p_{2j_2} \cdot \ldots \cdot p_{nj_n}$ valószínűségekkel. Figyeljük meg, hogy itt kihasználtuk a gazdasági változók függetlenségét. Ezt a függetlenséget a vizsgált változók kiválasztásakor szem előtt kell tartanunk. (Ennek egyik lehetséges eszköze a faktoranalízis).

Legyenek most $[a_L, b_L]$, $[a_M, b_M]$, $[a_H, b_H]$, az alacsony, a közepes és a magas tüzelőanyagárnak megfelelő intervallumok. Az igények esetében legyenek a megfelelő intervallumok $[A_L, B_L]$, $[A_M, B_M]$ és $[A_H, B_H]$. Ekkor $\alpha = L, M, H$-ra és $\beta = L, M, H$-ra az α tüzelőanyagár és a β igénynövekedés valószínűsége

$$P(\alpha, \beta) = \sum_{j_1} \sum_{j_2} \cdots \sum_{j_n} p_{1j_1} p_{2j_2} \cdots p_{nj_n} \,, \tag{2.5}$$

ahol

$$fp(j_1, \ldots, j_n) \in [a_\alpha, b_\alpha] \quad \text{és} \quad de(j_1, \ldots, j_n) \in [A_\beta, B_\beta]$$

Ha a gazdasági változók folytonos eloszlásúak, az fp és a de eloszlásfüggvényét nehéz meghatározni, mert ahhoz egy n-dimenziós integrált kell kiszámítani. Ezért egy sztochasztikus szimuláció alkalmazását javasoljuk a következő módon. Szimuláljuk az $x_1, \ldots, x_n$ véletlen értékeket, és minden érték n-eshez számítsuk ki a megfelelő fp és de értékeket a már meghatározott f és g

függvények alapján. Ezt a szimulációt N^*-szor megismételve N^* (fp, de) párt kapunk. A programmal kiszámoltatjuk, hogy az (fp, de) pár hányszor esik az (α, β) kategóriába, $\alpha, \beta = L, M, H$. Jelölje ezt az értéket $N^*(\alpha, \beta)$. Ekkor a keresett valószínűségeket a

$$P(\alpha, \beta) \approx \frac{N^*(\alpha, \beta)}{N^*} \tag{2.6}$$

relatív gyakorisággal közelítjük. Így a 2. lépés végén $P(\alpha, \beta)$ valószínűségek sorozatát kapjuk, amelyek az egyes szcenáriók bekövetkezésének valószínűségeit adják (a korábbi jelölésünknek megfelelően legyenek ezek P_1, P_2, …, P_9).

3. lépés

Ezután a kiértékelés kritériumait határozzuk meg. Ehhez először végig kell gondolni a tender célját, illetve azokat a feltételeket, amelyeket a kiválasztáskor teljesíteni kell. Ezek a célok és feltételek nem feltétlenül kvantifikálhatók. Például villamosenergia igények kielégítésének célját, vagy a környezetbarát módon való termelés feltételét csak verbálisan lehet megfogalmazni. Ezután minden célt és feltételt tovább bontunk. Például a környezetbarát termelés feltételét a levegőminőségre, talajvízállapotra, zajszintre stb.

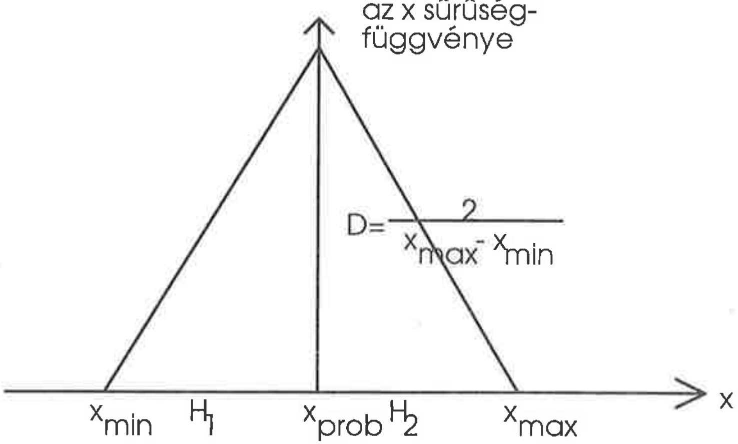
Végül meghatározzuk azokat a mérhető kritériumokat, amelyeket figyelembe lehet venni a konkrét kiértékelés során. A levegőminőség esetében tekinthetjük a kibocsátott CO_2, SO_2, NO_x stb. mennyiségeket. Hasonlóan járunk el a többi cél és feltétel esetében is.

A gyakorlatban az alábbi eljárás látszik megvalósíthatónak. A különböző kockázatviselők (vagy érdekcsoportok) képviselői először meghatározzák a célokat és feltételeket. Minden cél és feltétel esetén meghatározzuk, hogy abban mely csoportok érdekeltek elsősorban. Ezek a csoportok fogják egymással egyeztetve elvégezni a meghatározott célok és feltételek további felbontását. A mérhető kritériumok meghatározását az egyes csoportok külön végzik, a felbontás alapján. Megjegyezzük, hogy a fenti eljárást sikeresen alkalmazták Észak-Arizona erdészeti stratégiájának kialakításában ([8]).

4. lépés

Minden egyes (esetünkben a kilenc) szcenárióhoz meghatározzuk a kifizetési mátrixot.

Ha egy célváltozó teljesen kvantifikálható, és nem kell figyelembe vennünk bizonytalanságot, a kifizetési mátrixba a tényleges adat kerül. Bizonytalan adatok esetén a várható értéket tekintjük. Ha a bizonytalanság esetén nem rendelkezünk adatsorral, általában a következő szerint szoktunk eljárni. Szakértőkkel készíttessünk becslést a legvalószínűbb értékre, és az adott változó lehetséges minimumára és maximumára vonatkozóan. Ekkor az *1. ábrán* látható háromszög-eloszlást választjuk.



1. ábra. Háromszög eloszlás adatbizonytalanság esetén

Legyen D a sűrűségfüggvénynek az x_{prob} pontban felvett értéke. Mivel a sűrűségfüggvény integrálja 1, ezért

$$\frac{(x_{\max} - x_{\min})D}{2} = 1 ,$$

ahonnan

$$D = \frac{2}{x_{\max} - x_{\min}} . \tag{2.7}$$

Így a sűrűségfüggvény

$$f(x) = \begin{cases} (x - x_{\min})\frac{D}{H_1} & \text{ha } x_{\min} \le x \le x_{\text{prob}}; \\ (x_{\max} - x)\frac{D}{H_2} & \text{ha } x_{\text{prob}} \le x \le x_{\max}; \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{2.8}$$

ahol $H_1 = x_{\text{prob}} - x_{\min}$ és $H_2 = x_{\max} - x_{\text{prob}}$. A várható értéket egyszerű integrálással kapjuk:

$$\overline{x} = \int_{x_{\min}}^{x_{\text{prob}}} (x^2 - x \cdot x_{\min}) \frac{D}{H_1}\, dx + \int_{x_{\text{prob}}}^{x_{\max}} (x \cdot x_{\max} - x^2) \frac{D}{H_2}\, dx =$$

$$\frac{D}{H_1}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}x_{\min}\right]_{x_{\min}}^{x_{\text{prob}}} + \frac{D}{H_2}\left[\frac{x^2}{2}x_{\max} - \frac{x^3}{3}\right]_{x_{\text{prob}}}^{x_{\max}} =$$

$$\frac{D}{H_1}\left[\frac{1}{3}x_{\text{prob}}^3 + \frac{1}{6}x_{\min}^3 - \frac{1}{2}x_{\min}x_{\text{prob}}^2\right] + \frac{D}{H_2}\left[\frac{1}{6}x_{\max}^3 - \frac{1}{2}x_{\max}x_{\text{prob}}^2 + \frac{1}{3}x_{\text{prob}}^3\right] \tag{2.9}$$

amelyet könnyen kiszámolhatunk. Megjegyezzük, hogy $\overline{x} = x_{\text{prob}}$ akkor és csak akkor, ha

$$x_{\text{prob}} = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}, \tag{2.10}$$

azaz, amikor a legvalószínűbb érték a legkisebb és a legnagyobb érték átlaga. Így ebben az esetben a fenti számolás elhagyható. Ha a kifizetési mátrix bármely elemére rendelkezünk adatsorral, várható értéknek az átlagukat tekinthetjük. Ismétlődő értékek esetén súlyozott átlagot veszünk:

$$\overline{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_s x_s}{m_1 + m_2 + \ldots + m_s}, \tag{2.11}$$

ahol $m_1, m_2, \ldots, m_s$ az előforduló értékek multiplicitásai.

A nem kvantifikálható célváltozók esetében szubjektív mértékeket tekintünk. Esztétikai szempontokat például a $[0, 100]$ intervallumon mérhetjük. Ezeket az értékeket az adott célhoz kijelölt csoport határozza meg (az egyéni ítéletek átlagát vesszük). A fenti eljárást a kifizetési mátrix minden egyes elemére végrehajtjuk.

A mátrixokat minden egyes szcenárióra meghatározzuk. Megjegyezzük, hogy egyes szcenáriók nem hatnak minden egyes mátrixelemre, így ezeket elég egyszer meghatározni. A további elemzésekhez biztosítanunk kell, hogy minden egyes célfüggvény maximumát keressük (ha szükséges a változó (-1)-szeresét tekintjük).

5. lépés

Minden egyes célváltozóhoz hozzárendelünk egy hasznossági függvényt. Ezek becslését az egyes változókhoz kijelölt csoportok (kockázatviselők) végzik. Az alábbiakban ismertetendő eljárást az összes célváltozóra végrehajtjuk.

Az első lépés a legrosszabb célfüggvényérték meghatározása. Ha a célfüggvény nem korlátos, választunk egy értéket, amely gyakorlatilag minimumnak tekinthető. Jelölje ezt az értéket $g_{\min}$. Hasonlóan állapítsunk meg egy $g_{\max}$ értéket. Ha U az asszociált hasznossági függvény, akkor legyen

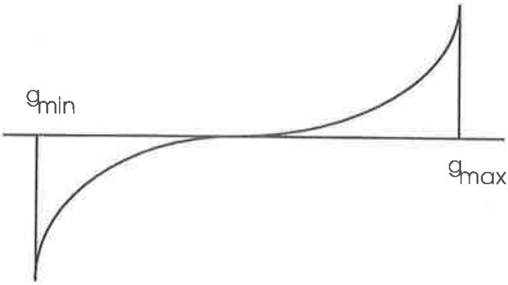
$$U(g_{\min}) = 0 \quad \text{és} \quad U(g_{\max}) = 1\,. \tag{2.12}$$

Egy közbenső g_{mid} értéket egyszerű felezéssel jelölünk ki:

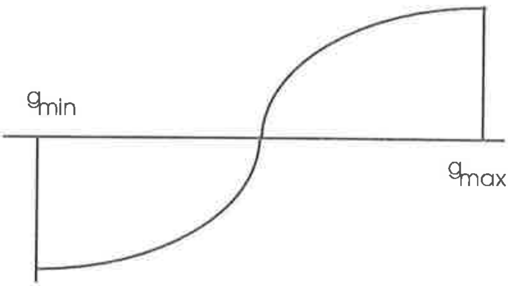
$$g_{\text{mid}} = \frac{g_{\min} + g_{\max}}{2}\,. \tag{2.13}$$

A csoporttal készíttessünk becslést az $U(g_{\text{mid}})$ értékre. Ekkor két részintervallumunk van. Ismételjük meg mindkettőre az eljárást. Ezt tovább folytatva a k-adik lépés után 2^k részintervallum lesz.

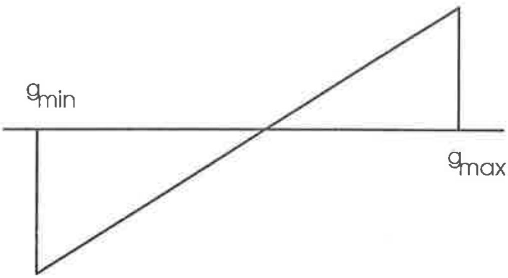
Ekkor véges számú pontban ismerjük a hasznossági függvény értékeit. Ezekre egy folytonos függvényt illesztünk. Az irodalomban (ld. például [1]) három hasznossági függvény típust szoktak megkülönböztetni: a kockázatkereső, a kockázatelhárító és a kockázattal szemben közömbös hasznossági függvényt. Ezeket a függvénytípusokat a 2-4. ábrák mutatják be.



2. ábra. Kockázatkereső hasznossági függvény



3. ábra. Kockázatelhárító hasznossági függvény



4. ábra. Kockázattal szemben közömbös hasznossági függvény

A gyakorlati alkalmazásoknál gyakran a fenti típusok kombinációit tekintik, így nem a fenti típusok valamelyikének alkalmazását javasoljuk. A keresett folytonos függvény legyen a szomszédos pontokat összekötő legsimább interpolációs függvény. A numerikus analízis irodalmából ismert (ld. például [9]), hogy ez a természetes harmadfokú spline-interpolációs függvény. Ez az alábbiak szerint állítható elő. Tegyük fel, hogy a $g_1 < g_2 < \ldots < g_n$ független változókhoz tartozó értékek $u_1, u_2, \ldots u_n$. Legyen

$$\begin{aligned} h_k &= g_{k+1} - g_k \,, \\ s_k &= \frac{U_{k-1} - U_k}{h_k} \end{aligned} \qquad (k = 1, \ldots, n-1) \tag{2.14}$$

Legyen továbbá $c_1 = c_n = 0$ és a $c_2, \ldots, c_{n-1}$ ismeretlenekre oldjuk meg a

$$c_{k-1}h_{k-1} + 2c_k(h_{k-1} + h_k) + c_{k+1}h_k = 3(s_k - s_{k-1}) \tag{2.15}$$

lineáris tridiagonális egyenletrendszert, ahol $k = 2, 3, \ldots, n-1$. Miután a c_k értékeket meghatároztuk, definiáljuk az

$$a_k = U_k \tag{2.16}$$

$$b_k = s_k - \frac{h_k}{3}(2c_k + c_{k+1}) \tag{2.17}$$

és

$$d_k = \frac{c_{k+1} - c_k}{3h_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1) \,. \tag{2.18}$$

Végül, a $[g_k, g_{k+1}]$ intervallumban a természetes spline interpolációs függvény:

$$a_k + b_k(g - g_k) + c_k(g - g_k)^2 + d_k(g - g_k)^3 \,. \tag{2.19}$$

Miután meghatároztuk minden egyes célváltozóra és minden egyes részintervallumra a természetes spline interpolációs függvény szegmenseit, a folytonos hasznossági függvényeket teljes egészében előállítottuk. Ekkor ezek ábráit még egyszer véleményeztetjük a csoportok szakértőivel, szükség esetén módosítjuk. Ezt az utólagos korrekciós lehetőséget feltétlenül szükségesnek tartjuk.

6. lépés

Ebben a lépésben többváltozós hasznossági függvényeket állítunk elő. Tegyük fel, hogy az egyes célfüggvényekhez az $U_1, U_2, \ldots, U_s$ egyedi hasznossági függvényeket határoztuk meg. Feltesszük továbbá, hogy ezekre a függvényekre teljesül a kölcsönös hasznossági függetlenség feltétele, vagyis bármely célfüggvény hasznossági függvénye független a többi hasznosság konkrét értékétől (a pontos definíciót ld. [1]). Ebben az esetben a többváltozós hasznossági függvény vagy additív:

$$U = k_1U_1 + k_2U_2 + \ldots + k_sU_s \tag{2.20}$$

vagy multiplikatív:

$$kU + 1 = (kk_1U_1 + 1)(kk_1U_2 + 1)\cdots(kk_sU_s + 1) \tag{2.21}$$

ahol $k_1, k_2, \ldots, k_s$ és k ismeretlen konstansok ([3]). A fő probléma ezen ismeretlen értékek meghatározása. Itt a gyakorlatban leginkább bevált két eljárást vázolunk: a legkisebb négyzetek és a szisztematikus becslés módszerét.

Tegyük fel először, hogy a többváltozós hasznossági függvény lineáris. A legkisebb négyzetek módszerénél az egyes csoportok szakértőivel becslést készíttettünk az $U_1, U_2, \ldots, U_s$ adott értékei alapján a többváltozós hasznossági függvény értékeire. Minden egyedi hasznossági függvényre öt értéket javaslunk: 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1. Így 5^s pontot kapunk. Ha ez túl sok, akkor tekintjük a 0, 1/2, 1 értékeket (összesen 3^s pont). Minden egyes $U_1^{(j)}$, ..., $U_s^{(j)}$ pontra legyen a becsült többváltozós hasznossági érték $U^{(j)}$, $j = 1, 2, \ldots, 3^s$ vagy 5^s. A (2.20)-beli ismeretlen k_i értékeket ekkor sztenderd lineáris legkisebb négyzetek módszerével való becslés alapján kapjuk.

A szisztematikus becslésnél a kockázatviselők a többváltozós hasznossági függvényt s pontban becsülik:

$$U_1 = 0\,, \ldots\,, U_{i-1} = 0\,, U_i = 1\,, U_{i+1} = 0\,, \ldots U_s = 0\,, \tag{2.22}$$

$i = 1, 2, \ldots, s$. A többváltozós érték annak felel meg, ha az i-edik hasznosság a maximális, a többi a minimális szinten van. Ha $U^{(i)}$ jelöli a becsült többváltozós hasznossági értéket, akkor egyszerű helyettesítéssel kapjuk, hogy

$$k_i = U^{(i)}\,. \tag{2.23}$$

Tekintsük most a multiplikatív formát. A fenti jelöléssel a legkisebb négyzetek módszere a

$$\sum_j \left[kU^{(j)} + 1 - (kk_1U_1^{(j)} + 1)(kk_2U_2^{(j)} + 1)\ldots(kk_sU_s^{(j)} + 1)\right]^2 \tag{2.24}$$

kifejezést minimalizálja. A feltétel nélküli optimalizációs problémát sztenderd, pl. gradiens típusú algoritmusokkal oldhatjuk meg. A részleteket ld. [10]-ben. Az optimalizáció végrehajtásához számos ismert szoftver eszköz áll rendelkezésre: MATLAB, IMSL stb. A szisztematikus becslési eljárásban a (2.22) pontokat a (2.21) egyenletbe helyettesítjük. Ekkor $i = 1, 2, \ldots, s$-re

$$kU^{(i)} + 1 = kk_i + 1\,, \tag{2.25}$$

mivel $j \neq i$, $kk_jU_j + 1 = kk_j \cdot 0 + 1 = 1$ és $kk_iU_i + 1 = kk_i \cdot 1 + 1 = kk_i + 1$. A (2.25)-ből következik, hogy a lineáris esethez hasonlóan

$$k_i = U^{(i)}\,. \tag{2.26}$$

A k_i értékek előállítása után helyettesítsük az $U_1 = \ldots U_s = 1$-et a (2.21) multiplikatív formulába, és a többváltozós hasznossági függvényt normalizáljuk 1-re, hogy a k ismeretlen értékére kapjuk a

$$k + 1 = (kk_1 + 1)(kk_2 + 1)\ldots(kk_s + 1) \tag{2.27}$$

egyenletet. Figyeljük meg, hogy a $k = 0$ mindig megoldás, amely a multiplikatív formát lineárissá redukálja. Ha $k \neq 0$, akkor a (2.27) egyenletet k-ra megoldjuk. Egyszerű számolással a k-val való osztás után

$$k^{s-1}k_1k_2\ldots k_s + k(k_1k_2 + k_1k_3 + \ldots + k_{s-1}k_s) + (k_1 + k_2 + \ldots + k_s - 1) = 0$$

amely a k-ra polinomiális egyenlet. Többszörös gyökök esetén a legjobb megoldást úgy kapjuk, hogy választunk egy további pontot a következő módon. Válasszuk például az $U_1 = U_2 = \dots U_s = 1/2$-et, és legyen az ennek megfelelő többváltozó hasznossági érték $U^{(1/2)}$. Ekkor a minimalizálandó a

$$\left| kU^{(1/2)} + 1 - \left(\frac{kk_1}{2} + 1\right)\left(\frac{kk_2}{2} + 1\right) \dots \left(\frac{kk_s}{2} + 1\right) \right|, \tag{2.28}$$

vagy egy ponthalmazt választva a legkisebb négyzetek módszere szerinti (2.24) alapján választjuk meg a k legjobb értékét a megoldáshalmazból.

7. lépés

Minden egyes szcenárióra és ajánlatra kiszámítjuk a megfelelő többváltozós hasznossági függvény értékét. Tekintsünk most egy rögzített szcenáriót és egy konkrét ajánlatot. Legyenek a 4. lépésben kiszámított célfüggvény értékek $g_1, \dots, g_s$. Az 5. lépésben meghatározott egyedi hasznossági függvényeket felhasználva könnyen kiszámíthatjuk az

$$U_1^* = U_1(g_1),\ U_2^* = U_2(g_2),\ \dots,\ U_s^* = U_s(g_s)$$

hasznossági értékek sorozatát. Ezután a 6. lépés eredménye alapján az U^* vagy a (2.20) vagy a (2.21) egyenlet alapján határozható meg, attól függően, hogy melyik eredményezett jobb illesztést a 6. lépésben. Ha az ajánlatokat PR_1, PR_2, …, PR_p-vel jelöljük, a számítás végeredménye az 1. táblázat, ahol U_{ij}^* az i-edik ajánlat j-edik szcenárió melletti többváltozós hasznossági értéke.

Tender	Szcenárió			
	1	2	…	9
1	U_{11}^*	U_{12}^*	…	U_{19}^*
2	U_{21}^*	U_{22}^*	…	U_{29}^*
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
p	U_{p1}^*	U_{p2}^*	…	U_{p9}^*

1. táblázat. A hasznossági értékek mátrixa

Végül mindegyik ajánlatra kiszámíthatjuk a fenti hasznossági értékek várható értékét:

$$U_i^* = \sum_{j=1}^{9} P_j U_{ij}^*$$

(a P_j valószínűségeket a 2. lépésben határoztuk meg).

A fenti lépéseket minden csoportra megismételve kapjuk a kifizetési mátrixot, amelyben a sorok a csoportoknak, az oszlopok pedig az ajánlatoknak felelnek meg, az U_{kl} általános elem az l-edik ajánlat k-adik csoport általi végső értékelést adja. Ezt a táblázatot egy olyan diszkrét csoportdöntési probléma kifizetési táblázatának tekinthetjük, amelyben a sorok a tagoknak, az oszlopok a döntési lehetőségeknek felelnek meg.

3 A végső kiválasztási eljárás

Figyeljük meg, hogy minden csoport esetén a hasznossági függvények normalizáltak, így a végső kiválasztási eljárásban nincs szükség normalizálásra. Ezt a végső kiválasztást a következő egyszerű algoritmus alapján javasoljuk lebonyolítani.

Csoport	Tender			
	1	2	...	p
1	U_{11}	U_{12}	...	U_{1p}
2	U_{21}	U_{22}	...	U_{2p}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
K	U_{K1}	U_{K2}	...	U_{Kp}

2. táblázat. Csoport döntési kifizetési mátrix

A különböző csoportok fontosságát a végső döntést hozók értékelik. Legyenek az ezt kifejező tényezők α_1, α_2, ..., α_K, ahol $\alpha_i \geq 0$ minden i-re, és $\alpha_1 + \ldots + \alpha_K = 1$. Akkor minden ajánlatra számítsuk ki az

$$U_l^F = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k U_{kl}^2 \tag{3.1}$$

értékeket, és válasszuk közülük a legnagyobbat.

Megjegyezzük, hogy bármely más többcélú eljárást, vagy konfliktus feloldási módszert választhatjuk a végső döntéshozatal során [2,6,11]. A (3.1) egyenlet az origótól való l_2-távolságot maximalizálja.

Irodalom

1. Szidarovszky, F., M. Gerslon, and L. Duckstein (1986) *Techniques for Multiobjective Decision Making in Systems Management.* Elsevier, Amsterdam.
2. Szidarovszky, F. and S. Molnár (1986) *Game Theory with Engineering Applications* (in Hungarian). Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
3. Kenney, R. L. and H. Raiffa (1976) *Decisions with Multiple Objectives: Preference and Value Trade-off.* Wiley, New York.
4. Fishburn, P. (1970) *Utility Theory for Decision Making.* Wiley, New York.
5. Selten, R. (ed.) (1991) *Game Equilibrium Models,* Vol. 1-4. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York.
6. Myerson, R. B. (1991) *Game Theory: Analysis of Conflict.* Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass.
7. Szidarovszky, F. and A. Eskandari (1996) A Note on Pareto Equilibria. *Pure Math. and Appl.,*, Vol. 7, No. 1-2, pp. 191–195.

8. Eskandari, A., P. Ffolliott, and F. Szidarovszky (1995) Uncertainty in Multicriterion Watershed Management Problems. *Technology*, Vol. 332A, pp. 199-207.
9. Ya[illegible]itz, S. and F. Szidarovszky (1986) *Introduction to Numerical Computations.* Macmillan, New York (2nd editor 1989)
10. Hadley, G. (1964) *Nonlinear and Dynamic Programming.* Addison-Wesley, Reading, Mass.
11. Taylor, A. D. (1995) *Mathematics and Politics.* Springer-Verlag, New York.
12. Argonne National Laboratory - Systemexpert Consulting Ltd: Final audit report prepared for the Hungarian Power Companies Ltd. (megjelenés alatt)

MULTIOBJECTIVE DECISION MAKING IN ENGINEERING APPLICATIONS

The paper presents a method evaluating tenders to bring on-line new power generating capacities. However, this methodology can be applied to all kind of multiobjective evaluation problems. In 1997, the Hungarian Power Companies (HPC) issued two tenders for installing new capacities in the period of 2002–2006, one for big capacities (200 MW¡), and one for smaller ones. HPC is responsible for the electricity supply of the country. It buys power from plants and sells it to distributors. Bid evaluations in Hungary are governed by the Electric Power Act passed in 1994. This act basically requires the HPC to ensure that any future power acquisitions abide by the principle of least cost.