EGY KÉTSZEKTOROS NÖVEKEDÉSI MODELL HÁROMDIMENZIÓS DINAMIKÁJA[1]

FARKAS MIKLÓS – HORVÁTH ZSÓFIA – MEYER DIETMAR
Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem

1 Bevezetés

Az elmúlt évtizedben újból nőtt a közgazdászok érdeklődése növekedéselméleti kérdések iránt. Kezdetben főleg Lucas és Romer munkásságának köszönhetően (Lucas 1988, Romer 1990) kapott nagyobb hangsúlyt a gazdasági növekedés, ezen belül elsősorban a humán tőke szerepét elemző megközelítések témaköre. A téma azóta szinte könyvtárnyi méretűvé vált irodalmát több monográfiában foglalták össze (Grossman – Helpman, 1991, Barro – Sala-I-Martin, 1995, illetve magyar nyelven Meyer, 1995).

Az ún. „új növekedéselmélet" egyik központi kérdése a korábbi modellekben már figyelembe vett technikai haladás újszerű endogenizálása. E problémát az 1960-as években a Solow-Swan-modell keretében úgy igyekeztek megoldani, hogy a technika időbeli alakulását valamilyen, a hagyományos modellben szereplő változókra vezették vissza; így például az egyik megközelítésben a munka termelékenységéhez, egy másik tanulmányban a tőke növekedési üteméhez, vagy a vagyon növekedési üteméhez kapcsolták a technikai haladást. Ennek eredményeként megváltozott a Solow-Swan-modell alapegyenlete, amely tartalmazta a technikai haladás jellemzőit kifejező változókat is. Ezzel kétség kívül előrelépés történt a korábban „mennyei ajándékként" kezelt, exogén technikai haladást feltételező modellekhez képest; lehetővé vált a növekedési folyamatok valósághűbb leírása és fontos gazdaságpolitikai következtetések levonása.

Minőségileg új szakasz kezdődött a növekedéselméletben Uzawa cikkével (Uzawa 1964), amely a többszektoros modellek kidolgozására, s ezen keresztül a megvizsgált gazdaság belső szerkezetének részletesebb figyelembevételére, ösztönözte a közgazdaságtan művelőit. Uzawa viszonylag egyszerű modelljén alapul Lucas említett cikke, amelyben az egyik szektor a közönséges javak termelésének —a jövedelem előállításának— a helye, a másikban pedig a humán tőke képződik. E modell és dinamikájának analízisét végzi Barro és Sala-I-Martin, általánosítva az előbbit azzal a feltevéssel, hogy a humán tőke termelésénél fizikai tőke is jelen lehet. Jelen tanulmányunk annyiban tér el Barro és Sala-I-Martin modelljétől, hogy nálunk a fogyasztás növekedési ütemére adott Barro – Sala-I-Martin-féle kikötést explicit módon értelmezzük: mint a nettótőke határtermelékenységének és az időpreferenciának a függvénye.

[1] Beérkezett: 1999. január 8. A kutatást részben az OTKA támogatta T029893 szám alatt.

De főleg más az elemzési módszerünk: míg Barro és Sala-I-Martin a humán tőkére jutó reáltőke, valamint a reáltőkére vetített fogyasztás arányait képezve végül is egy kétdimenziós modell, addig mi az eredeti háromdimenziós modell dinamikai vizsgálatát végeztük. Ezt a dinamikai rendszerek elmélete, a stabilis és az instabilis sokaságokra vonatkozó eredmények alkalmazása tette lehetővé (Hartman 1964, Farkas 1994). Közgazdasági szempontból ez azt jelenti, hogy modellbeli változóink szintjére kapunk megoldásokat, ami Barro és Sala-I-Martin által alkalmazott elemzésnél csak akkor lenne lehetséges, ha valamely, a fent említett arányokban szereplő változóról kiegészítő feltevést tennénk. A technikai haladás figyelembevételét illetően modellünkről a következőt mondhatjuk: az általunk használt megközelítésben a technikai haladás explicit módon ugyan nem szerepel, de mivel a megoldásként adodó pályák a reáltőke, humán tőke és a fogyasztás együttes alakulásától függenek, a háttérben —főleg a reáltőke és a humán tőke fejlődése révén— mégis jelen van, méghozzá —igaz, kezdetleges módon— endogenizált formában.

Írásunkat modellünk bemutatásával kezdjük. Ezt követi dinamikájának vizsgálata, az ott kapott eredmények közgazdasági értelmezése, valamint a gazdaságpolitikai következtetések levonása.

2 A modell

A gazdaságot két szektorra bontjuk, az egyikben a reáltőkét, a másikban a humán tőkét állítják elő. Mindkét tőkefajtát az időtől függő változóként kezeljük, melyeket jelölje $K(t)$, illetve $H(t)$, továbbá a harmadik változó legyen az időegység alatti fogyasztás $C(t)$. A reál- és a humán tőkére felírt egyenletekben a Cobb-Douglas féle termelési függvényt használjuk, azaz az időegység alatt megtermelt reáltőke:

$$Y(K,H) := A(vK)^{\alpha}(uH)^{1-\alpha} ,$$

ahol az $A > 0$ technológiai paraméter, $0 \leq \alpha \leq 1$ tőke rugalmassági együttható, $0 \leq v \leq 1$, illetve $0 \leq u \leq 1$ pedig a reál-, illetve a humán tőkének a reáltőke előállításában résztvevő hányada. (Barro – Sala-I-Martin 1995, 179. old.) A fentihez hasonló termelési függvény alapján határozzuk meg az időegység alatt megtermelt humán tőke mennyiségét, vagyis:

$$Z(K,H) := B\big((1-v)K\big)^{\eta}\big((1-u)H\big)^{1-\eta} ,$$

ahol $B > 0$ szintén technológiai paraméter és $0 \leq \eta \leq 1$. Legyen $0 < \delta < 1$ az értékcsökkenési ráta (melyet az egyszerűség kedvéért a reál- és a humán tőke esetében azonosnak tekintünk). A reáltőke időegység alatti növekedése, azaz az idő szerinti deriváltja megadható úgy, hogy az előállítására vonatkozó termelési függvényből levonjuk a fogyasztást és az amortizációt, azaz:

$$\dot{K} = A(vK)^{\alpha}(uH)^{1-\alpha} - C - \delta K ,$$

ahol a változó feletti pont az idő szerinti derivált jele.

Mivel a humán tőkét nem fordítjuk fogyasztásra, ezért idő szerinti deriváltja az előállított mennyiségének és az elértéktelenedésének különbségével egyenlő:

$$\dot{H} = B\big((1-v)K\big)^{\eta}\big((1-u)H\big)^{1-\eta} - \delta H\,.$$

A fogyasztás növekedési rátáját a reáltőke-állomány nettónövekménye, pontosabban megfogalmazva: annak hozamrátája, $\partial\big((Y(K,H)-\delta K\big)/\partial K$, és egy úgynevezett $\rho > 0$ „időpreferencia" különbségeként felírva:

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\partial\big(Y(K,H)-\delta K\big)}{\partial K} - \rho\,.$$

A fenti képletből látszik, hogy a reáltőke-állomány nettónövekménye saját változásával megegyező irányba módosítja a fogyasztás növekedési ütemét, míg az időpreferencia növekedése csökkentőleg hat a fogyasztás alakulására, azaz minél távolabbi a tervezett fogyasztás időpontja, annál kevésbé befolyásolja a jelen fogyasztás változását.

Ezzel végül is egy háromdimenziós differenciálegyenlet-rendszerhez jutunk:

$$\begin{aligned}
\dot{K} &= A(vK)^{\alpha}(uH)^{1-\alpha} - C - \delta K\\
\dot{H} &= B\big((1-v)K\big)^{\eta}\big((1-u)H\big)^{1-\eta} - \delta H\\
\dot{C} &= \big(A\alpha v(vK)^{\alpha-1}(uH)^{1-\alpha} - \delta - \rho\big)\,C
\end{aligned}\tag{1}$$

(Barro - Sala-I-Martin 1995, 179-180. old.)

Tegyük fel, hogy olyan gazdasági helyzetből indultunk ki, ahol mind a reál-, mind a humán tőke, mind pedig a fogyasztás értékei pozitívak, valamint azt, hogy a paraméterértékek időben állandóak. Továbbá sem a kormány, sem pedig más gazdasági szereplő nincs befolyással a dinamikára, tehát a modellünkben lejátszódó folyamatok teljes mértékben önműködőek, ezért az (1) rendszer matematikai értelemben determinisztikus és autonóm. Így a gazdasági növekedés alakulását az (1) nemlineáris autonóm differenciálegyenlet-rendszer írja le, amelynek endogén változói K, H, C.

Közgazdaságilag indokolt, hogy a K, H, C változók mindig pozitívak legyenek. Nézzük meg tehát, hogy a fenti rendszer megoldásai eleget tesznek-e ennek a feltevésnek. Ha $H = 0$, akkor az (1) rendszer második egyenletének jobb oldala zérus, így a $H = 0$ koordinátasík matematikai értelemben invariáns, vagyis az onnan induló megoldások e síkban maradnak. Ugyanez érvényes a $C = 0$ koordinátasíkra is, így a trajektóriák egyik síkon keresztül sem hagyhatják el a pozitív ortánst. A $K = 0$ koordinátasík azonban nem invariáns, $K = 0$ esetén ugyanis $\dot{K}$ negatív: $\dot{K} = -C$. Továbbá $K = 0$-ra a harmadik egyenlet jobb oldala nem értelmezhető, mivel a K ott negatív hatványon szerepel. Így a $K = 0$ koordinátasík közelében ez a modell nem alkalmas a gazdaság leírására.

Az (1) rendszer kvalitatív vizsgálatának a gondolatmenete következő: először linearizáljuk egy egyensúlyi helyzetében, majd a linearizált rendszernek meghatározzuk a dinamikai tulajdonságait. Ezek alapján jó közelítést kaphatunk az eredeti nemlineáris rendszer viselkedésére a szóban forgó egyensúlyi pont környezetében. Mivel a mi modellünkben az egyensúlyi helyzetek nyeregpont jellegűek, vagyis instabilisak, ezért elemzéseink csak nem túl hosszú időintervallumon lesznek érvényesek. E —közgazdasági szempontból mindenképpen korlátozó jellegű— ténynek tudatában kell lennünk, ha később modellünk alapján gazdaságpolitikai következtetéseket fogalmazzunk meg.

Határozzuk meg tehát a K, H, C tér pozitív ortánsának belsejébe eső egyensúlyi helyzeteket, vagyis tegyük egyenlővé nullával a rendszer egyenleteinek jobb oldalát. Ekkor a második és a harmadik egyenletből

$$\frac{H}{K} = \left(\frac{B(1-v)^\eta(1-u)^{1-\eta}}{\delta}\right)^{\frac{1}{\eta}},$$

illetve

$$\frac{H}{K} = \left(\frac{\delta+\rho}{A\alpha v^\alpha u^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

adódik. A feladatnak akkor van megoldása, ha a fenti két kifejezés megegyezik. Ehhez szükséges, hogy ρ időpreferencia, a többi paraméter rögzítése mellett, a következő értéket vegye fel:

$$\rho = \left(\frac{B(1-v)^\eta(1-u)^{1-\eta}}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{\eta}} A\alpha v^\alpha u^{1-\alpha} - \delta\,, \tag{2}$$

ami lehetséges, ha feltesszük, hogy ez az érték pozitív, azaz

$$\rho > 0\,. \tag{3}$$

Írjuk be a (2) kifejezést a ρ helyére, és helyettesítsük be a H/K képletét az első egyenletbe. Ekkor az adódik, hogy az (1) rendszer a (2) feltétel mellett létező egyensúlyi helyzetei egy egyenesen helyezkednek el:

$$\begin{aligned} L = \Bigg\{ (K,H,C) \in I\!R^3_+ \ :\ H = K\left(\frac{B(1-v)^\eta(1-u)^{1-\eta}}{\delta}\right)^{\frac{1}{\eta}}, \\ C = K\left(Av^\alpha u^{1-\alpha}\left(\frac{B(1-v)^\eta(1-u)^{1-\eta}}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{\eta}} - \delta\right), K>0 \Bigg\}. \end{aligned} \tag{4}$$

Megjegyezzük, hogy ha a (3) feltétel érvényes, akkor (4)-ben a C-re vonatkozó kifejezésben K együtthatója is a fortiori pozitív. Ha ρ nem a (2) kifejezésnek megfelelő értéket venne fel, akkor a rendszernek nincs egyensúlyi helyzete a pozitív ortáns belsejében, ezért a dinamika leírása lényegesen nehezebb. A (2) feltétel fennállása esetén a rendszer egyensúlyi helyzetei egy teljes egydimenziós kontinuumot alkotnak. Bár ez a jelenség nem tipikus, mégis úgy gondoljuk, hogy a dinamikai vizsgálat segítségével sikerül képet kapnunk a kétszektoros gazdaság viselkedéséről.

3 A dinamikai vizsgálat

Ezek után linearizáljuk az (1) rendszert a (4) egyenes pontjaiban, majd meghatározzuk a linearizált rendszer sajátértékeit és a nekik megfelelő sajátvektorokat. A sajátértékek meghatározására vonatkozó részletes számítás a dolgozat függelékében található, ahol megmutatjuk, hogy minden egyensúlyi pontban az egyik sajátérték zérus, a másik pozitív, a harmadik pedig negatív.[2]

Ahhoz, hogy explicit megoldásokat kapjunk, a rendszer paramétereire számértékeket kell felvennünk. Modellünkben az alábbiakat választottuk:

$$A = 1.1\,; \quad B = 1.2\,; \quad v = 0.8\,; \quad u = 0.7\,; \quad \alpha = 0.6\,; \quad \eta = 0.5\,; \quad \delta = 0.06\,.$$

Látható, hogy a termelési függvény együtthatója, amely a technikai haladás exogén részének tekinthető, a humán tőke termelésénél nagyobb értéket kapott; ez fejezi ki a technológia fejlődésének adott pályáját. A reáltőke egységnyi termelésénél e tőkefajta 60%-kal szerepel, míg a humán tőke csak 40%-kal. A humántőke egységnyi termelése a két tőkefajta azonos súlya mellett történik.

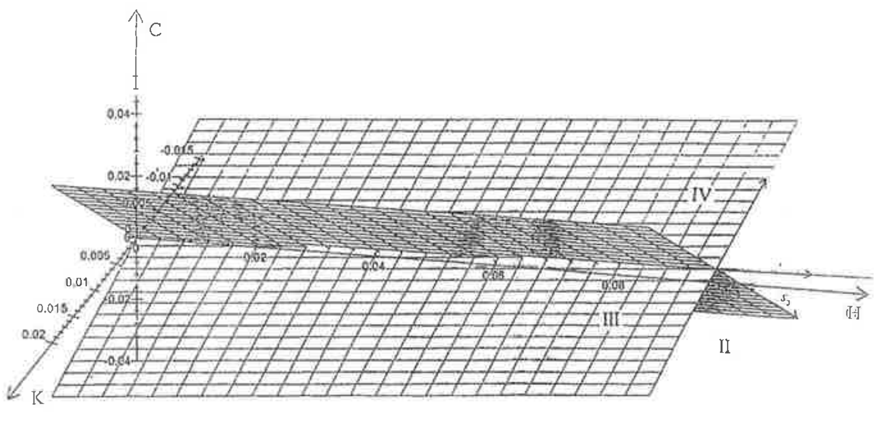
Ekkor a linearizált rendszer sajátértékei, valamint a nekik megfelelő sajátvektorok:

$$\lambda_1 = 0 \quad s_1 = (0.04; 0.96; 0.116)$$

$$\lambda_2 = 2.54 \quad s_2 = (-0.78; -0.217; 0.63)$$

$$\lambda_3 = -0.85 \quad s_3 = (-0.38; 0.34; -0.97)$$

adódnak, az összes egyensúlyi helyzetben. Ábrázoljuk ezt a K, H, C térben:



1. ábra

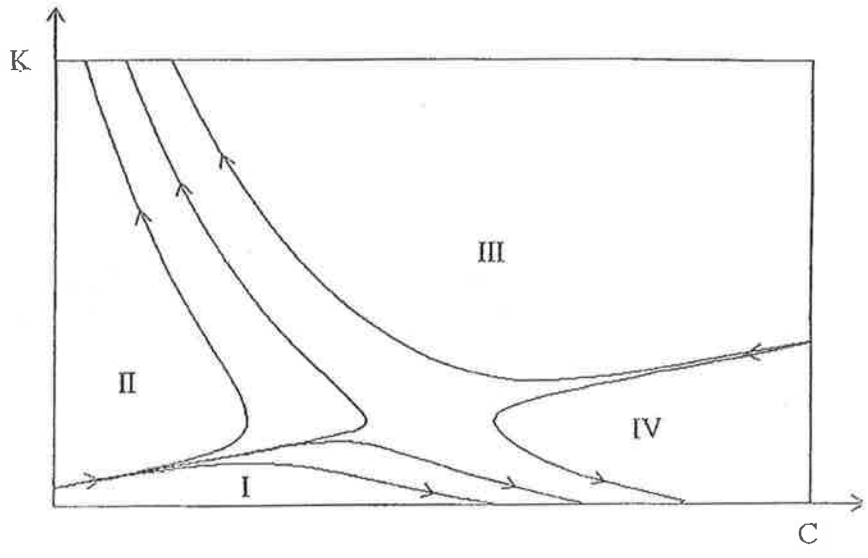
Látható, hogy az L egyenes minden pontjában van egy negatív, illetve egy pozitív sajátérték, és a hozzájuk tartozó sajátvektorok is pontonként megegyeznek. Ez azt jelenti, hogy az egyes egyensúlyi pontoknak van egy egydimenziós stabilis sokasága. Ez egy olyan görbe, ami átmegy az adott ponton,

[2]Belátható, hogy a zérus sajátértékhez tartozó sajátvektor párhuzamos a (4) egyenessel, valamint az is, hogy ez az egyenes „centrum sokaság" minden egyensúlyi pontban.

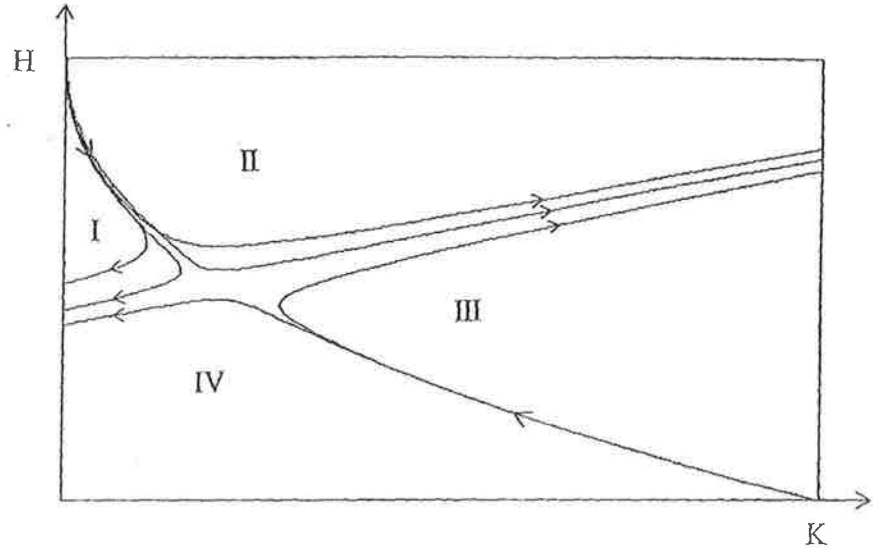
és amely mentén a mozgás az egyensúlyi helyzethez tart. Ezen kívül létezik egy egydimenziós instabilis sokasága, ami pedig olyan, az adott ponton átmenő görbe, amely mentén a mozgás távolodik az egyensúlyi helyzettől. Ezen stabilis és instabilis sokaságok érintői párhuzamosak egymással a különböző pontokban, és ezáltal két, egymást az L egyenesben metsző síkot alkotnak. Ugyanakkor ezen síkok érintősíkjai két, egymást szintén az L-ben metsző felületnek. Az egyik ilyen felületet nevezhetjük "az egyensúlyi helyzetek L egyenese stabilis sokaságának", mivel ezen felület mentén a mozgás tart az L- hez, míg a másik felületet az "L instabilis sokaságának", hiszen e mentén a mozgás távolodik az L-től.

Az L egyenes stabilis és instabilis sokasága a K, H, C tér pozitív ortánsát négy részre bontja. Az I-es, II-es, III-as, illetve IV-es tartományokban lejátszódó dinamika különböző, azaz a gazdaság időbeli változását mutató trajektóriák jellege más és más lesz, attól függően, hogy a négy tartomány melyikében vettük fel a kezdeti értékeket. E helyen hangsúlyozzuk még egyszer, hogy mindez csak az egyensúlyi helyzetek egyenesének környezetében érvényes. Ha a kezdeti értékeket elegendően közel választjuk elhhez az egyeneshez, akkor az (1) rendszer helyettesíthető a linearizáltjával, valamint a stabilis és instabilis sokaságok a saját érintősíkjaikkal, melyek egyben a linearizált rendszer stabilis, illetve instabilis sokaságai.

A 2. és 3. ábrán a trajektóriáknak az egyes kétdimenziós koordinátasíkokra vett vetületei láthatók. Az egyes háromdimenziós tartományok egyik, illetve a másik koordinátasíkra vett vetületét a megfelelő számok feltüntetésével jelezzük az ábrákon. A szükséges számításokat a PHASER nevű differenciálegyenlet-megoldó szoftver segítségével végeztük el.



2. ábra



3. ábra

4 Az eredmények értelmezése

Az előző ábrák a humán tőke, a reáltőke és a fogyasztás alakulását mutatják meg, ha modellezett gazdaságunk az egyensúlyi állapot közelében van. A kezdeti értékektől függően a gazdaság az I-es, II-es, III-as vagy IV-es tartományban érvényesülő dinamikával jellemezhető.

Az I-es tartományban a humán tőke állománya folyamatosan csökken, a fogyasztás növekszik, a reáltőke állománya pedig egy kezdeti növekedés után szintén csökken. Az ellenkező irányú folyamat a III-as tartományban zajlik: a humán tőke nő, a fogyasztás csökken, a reáltőke egy rövid visszaesést követően növekedésnek indul. A II-es tartományban a reáltőke folyamatos növekedés figyelhető meg, egy ideig csökken a humán tőke, majd nő; a fogyasztás a humán tőkével ellentétes mozgást mutat — a kezdeti növekedés után a zérus érték felé tart. Ennek ellenkezője a IV-es tartományra jellemző; a reáltőke állománya állandóan csökken, a fogyasztás növekszik egy kezdeti hanyatlást követően, a humán tőke viszont végül csökken. Vajon milyen gazdasági folyamatok játszódnak le a háttérben, amelyek hatására a rendszer ilyen dinamikus tulajdonságokkal rendelkezik?

Kezdjük az I-es tartománnyal. Itt a humán tőke állományának— a fogyasztáshoz és a reáltőkeállományához— viszonylag magas szintje jellemző. A humán tőke időbeni csökkenése azt jelenti, hogy elhasználódása nagyobb, mint az újonnan megtermelt mennyisége. Ez lefékezi a reáltőke termelését. Mivel azonban az abban való részesedése 40%-os (ld. $\alpha = 0.6$), a reáltőke állománya —saját dinamikájának köszönhetően— ideiglenesen még nőhet, ami elegendő a fogyasztás növekedéséhez. Előbb-utóbb a humán tőke csökkenése és a reáltőke lassabb növekedése megállítja a reáltőke növekedését, a fogyasztás azonban tovább nő. Ez éppen a két tőkefajta csökkenése miatt lehetséges, azaz végül is ezek felélése teszi lehetővé a fogyasztás állandó növekedését.

A fenti folyamat úgy értelmezhető, hogy a szóban forgó gazdaságban a viszonylag magas humán tőke állománya beleütközik a relatíve alacsony reáltőke-állomány korlátjába; a magasan képzett szakemberek a meglévő géppark, laboreszközök és egyéb berendezések elégtelen mennyisége miatt nem foglalkoztathatók hatékonyan. Így az újabb humán tőke képzése mellett az e szektorban dolgozók bére — dinamikáját illetően mindenképpen, de nem elképzelhetetlen, hogy abszolút mértékben is— elmarad a többi szektorban dolgozóké mögött. Ennek hatására a jól képzett munkaerő olyan területek felé áramlik, amely ugyan nagyobb jövedelmet biztosít, de alacsonyabb képzettséget igényel. A magasabb humán tőkét megtestesítő munkaerő új helyén az átlagosnál hatékonyabban fog dolgozni, vagyis a reáltőke állománya nő. Ugyanakkor növekszik jövedelem is, amely újabb keresletet jelent a fogyasztási javak piacán; így nő a fogyasztás. A reáltőke állományának a növekedése akkor ér véget, ha vagy az továbbra is átáramló, illetve most már akár eredeti helyén megmaradó humán tőke annyira leértékelődött, hogy képtelen a meglévő reáltőke fejlesztésére, vagy a reáltőkét használók részéről nem jelentkezik igény a magasabb szintű tőkejavak kifejlesztésére. Ilyen körülmények között a reáltőke alakulása megfordul és a humán tőkével egyetemben csökkenni fog. A fogyasztás növelése csak a vagyon, azaz a tőkejavak rovására lehetséges, amely a leírt folyamatot még felgyorsítja.

Hasonló a helyzet a II-es tartományban. Ott is bekövetkezik a humán tőke átáramlása a reáltőkét gyártó szektorba, ahol szintén hatékonyabban hasznosítható; az említett okból nőni kezd a fogyasztás. Teljesen más azonban a humán tőke és a reáltőke viszonya, hiszen itt a reáltőke szektora ösztönzőleg hat a humán tőke fejlődésére — a reáltőke állományának további növelése kikényszeríti a humán tőke fejlesztését is. Ennek forrása a fogyasztás, amely így egy rövid emelkedés után a korábbi szintre visszatér.

A IV-es tartomány végső eredménye megegyezik az I-es tartományéval: a fogyasztás növekedése a reál- és a humántőke rovására történik. A különbség a kiindulópont, most a reáltőke súlya nagyobb. A saját szektorában relatíve kevésbé hatékonyan felhasznált reáltőke egy részét a humán tőke termelésénél alkalmazzák. Kevesebb jövedelem realizálódik, ezért csökken a fogyasztás. Ennek szinten tartása csak újabb jövedelemképződés mellett képzelhető el. Ez pedig a reáltőke-javakat gyártó szektorban előbb várható, mint a nagyobb megtérülési idő jellemezte humán tőke szektorában, vagyis a tőkefajták áramlása megfordul. A fogyasztás érdekében fokozott reáltőketermelés elégtelen hatékonysága viszont azt jelenti, hogy valójában e tőkefajta felélése történik, amely értelemszerűen nem jelent kihívást a humán tőke termelése számára sem.

Érdekes a III-as tartományból levonható következtetés. A humán tőkéhez képest viszonylag magas reáltőke-állomány — az előző esethez hasonlóan—

tőkeátcsoportosításhoz vezet. A két tőkefajta azonos irányú mozgása arra enged következtetni, hogy köztük pozitív visszacsatolási mechanizmusok léteznek. Ugyanakkor pedig csökken a fogyasztás, amely ellentmondani látszik a modellben hallgatólagosan szerepeltetett feltevésnek, hogy a jövedelem növekedésével a fogyasztási színvonal emelkedése várható volna, azaz a fogyasztás csökkenése alacsonyabb jövedelemmel lenne szinkronban. A III-as tartomány ezért csak úgy képzelhető el, hogy a reáltőke-javakat szinte kizárólag a humán tőke előállításánál használják fel, szinte semmi nem jut a fogyasztásra. Némi iróniával egy ilyen gazdaságot ,,éhező zsenik társadalmának" lehetne nevezni.

Eddigi okfejtésünkben néhányszor már használtunk olyan magyarázatokat, amelyekben a tudatos beavatkozás lehetőségét, szükségszerűségét lehetett sejteni. Éppen ezért szeretnénk végezetül modellünk néhány gazdaságpolitikai tanulságára kitérni. Hangsúlyozni kell azonban ezzel kapcsolatban, hogy a levont következtetések érvényessége igen korlátozott, hiszen ahogyan más helyen már megemlítettük, az elemzések tárgyát képező mozgások modellünk egyensúlyának környezetében zajlanak, az ott megfigyelhető mozgások *iránya* fontos, vagyis az, hogy merre mozdul el a gazdaság.

Az egyes tartományok trajektóriái ebben az értelemben gazdaságpolitikai alternatívákat ábrázolnak: a gazdaságpolitikai vezetés vagy a fogyasztás rovására igyekszik minél nagyobb tőkemennyiségeket termeltetni, vagy a fogyasztás szinten tartását tekinti elsődleges szempontjának. Ez utóbbi esetben viszont a meglévő tőkeállomány elpazarlásának lehetünk tanúi. Függetlenül attól, hogy a humán tőke aránya a reáltőkéhez képest magas vagy alacsony, igaz az, hogy mindkét kívánatos cél —a tőkeállomány és a fogyasztás egyszerre történő növelése— rövid távon nem érhető el.

Mindkét gazdaságpolitikára lehet példákat találni a korábbi, néhány kivételtől eltekintve inkább alacsony humán-reáltőke arány jellemezte szocialista országok életében. Köztudott, hogy a túlzott iparosítás szinte minden említett országban a fogyasztás visszaeséséhez vezetett. A fogyasztás szinten tartásából következő tőkeleértékelődés pedig a technikai elmaradottság kialakulásában, illetve növekedésében, valamint a nem egy esetben tetemes összegű belső és külső eladósodásban jut kifejezésre. Az elmúlt néhány évtized tapasztalatai így alátámasztják az egyszerű modellünkből levont következtetést: az említett, néha felváltva megtett gazdaságpolitikai lépések a szocialista országok fejlődését olyan irányba terelték, amelyből végül is nem volt visszaút.

De ugyanez érvényes a magas humán-reáltőke-arányt mutató országokra is. Úgy gondoljuk, hogy Magyarország ebbe a kategóriába tartozik, vagyis jelenlegi szituációját tekintve ábráinkban valahol az I-es és II-es tartományok közötti határvonal környékén ,,helyezkedik el". A gazdaságpolitikai vezetés, nyilván hosszú távra kiható, de most meghozandó döntése kétféle lehet: vagy a fogyasztás növekedését tekinti elsődleges célnak, vagy saját erőből —a humán tőke átcsoportosításával— igyekszik a reáltőke állományát növelni. Rövid távon az első döntés tűnik előnyösebbnek, hosszú távon pedig nyilván a második. Ebben az esetben a gazdaság olyan irányba mozdul el, hogy először a reál-, később pedig a humántőke állománya nő. Mindkét fejlemény hatására megteremtődik a lehetősége —de csak a lehetősége— annak, hogy hosszabb távon a fogyasztás is növekedjen, hiszen a tőkeállományok növekedése jövedelemnövekedést vált ki, ami növekvő fogyasztási keresletet implikál. Ebben az esetben a siker nem áll be magától, hiszen láttuk, hogy a két tőkefajta együttes növekedése csak jól működő visszacsatolási mechanizmusok révén valósulhat meg. Konkrétan ez azt jelenti, hogy létrehozni, illetve erősíteni kell azon kereteket, amelyek között a gyakorlat —a mindennapos gazdasági élet— és a humán tőke termelésének helyszínei összekapcsolódhatnak, amelyek között az oktatási szektor a kiképzendő szakemberek iránti igényekről értesül.

5 Függelék

Az (1) rendszer linearizáltjának együtthatómátrixa a (4) egyenes pontjaiban:

$$M = \begin{pmatrix} \rho & a(1-\alpha)b^{\frac{-\alpha}{\eta}} & -1 \\ \eta b^{\frac{1}{\eta}}\delta & -\eta\delta & 0 \\ \alpha a(\alpha-1)\left(ab^{\frac{1-\alpha}{\eta}}-\delta\right)b^{\frac{1-\alpha}{\eta}} & \alpha a(1-\alpha)\left(ab^{\frac{1-\alpha}{\eta}}-\delta\right)b^{\frac{-\alpha}{\eta}} & 0 \end{pmatrix}, \tag{F1}$$

ahol $a = Av^{\alpha}u^{1-\alpha}$, illetve $b = \frac{B}{\delta}(1-v)^{\eta}(1-u)^{1-\eta}$. Az M mátrix elemeire a továbbiakban a következő jelölést használjuk:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix},$$

ahol

$$m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{32} > 0; \quad m_{23} = m_{33} = 0; \quad m_{13}, m_{22}, m_{31} < 0. \tag{F2}$$

A karakterisztikus egyenletet felírva:

$$-\lambda^3 + \lambda^2(m_{11}+m_{22}) + \lambda(m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} - m_{31}) - (m_{21}m_{32} - m_{22}m_{31}) = 0$$

látható, hogy az egyik gyök biztosan zérus, hiszen az (F1) megfelelő elemeinek behelyettesítése után $m_{21}m_{32} - m_{22}m_{31} = 0$ adódik. Legyen tehát $\lambda_1 = 0$, ekkor a másik két sajátérték, λ_2, λ_3 a következő egyenletből határozható meg:

$$\lambda^2 - \lambda(m_{11}+m_{22}) - (m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} - m_{31}) = 0 .$$

A gyökök és együtthatók közötti összefüggés alapján tudjuk, hogy

$$\lambda_2\lambda_3 = -(m_{12}m_{21} - m_{11}m_{22} - m_{31}) ,$$

ahol a jobb oldali kifejezés az (F2) feltétel miatt mindig negatív. Tehát λ_2 és λ_3 mindig ellentétes előjelű.

Irodalom

1. Barro, Robert – Sala-I-Martin, Xavier: Economic Growth. McGraw-Hill, Inc., New York, 1995.
2. Farkas, Miklós: Periodic Motions, Spinger-Verlag, New York, 1994.
3. Grossman, Gene M. – Helpman, Elhanan: Innovation and Growth in the Global Economy. The MIT Press, Cambridge (Mass.) - London, 1991.
4. Hartman, Ph.: Ordinary Differential Equations, Wiley, New York, 1964.
5. Lucas, Robert E.: On the Mechanics of Economic Development. Journal of Monetary Economics, vol. XXII (1988), 3–42.
6. Meyer Dietmar: Az új növekedéselmélet. Közgazdasági Szemle, 1995/4, 387–398.
7. Romer, Paul: Endogenous Technological Change. Journal of Political Economy, vol. XCVIII (1990), 71–102.
8. Uzawa, Hirofumi: Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation. Review of Economic Studies, vol. XXVIII (1964), 1–24.

A THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF A TWO-SECTOR MODEL

In this article a growth model describing the time development of human capital, real capital and consumption were analyzed. This was done in the frame of the original three-dimensional model, while the earlier analysis of Barro and Sala-I-Martin based on a reduced two-dimensional form. The model's equilibrium solution is a saddle-point. In its neighborhood consumption remains more or less on the same level, but human capital and real capital can tend to zero or to infinity. From economic point of view this means that for economies with a relatively high ratio of human capital and real capital exist two different paths for development: a nearly constant consumption implied by the joint stimulation of real capital and human capital, or a consumption caused by using up existing human and real capital.