

## RUGALMASSÁG ÉS MINŐSÉG PÁRHUZAMOS FEJLESZTÉSE<sup>1</sup>

VÖRÖS JÓZSEF

*Janus Pannonius Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar*

Ezen tanulmányban egy olyan modell fejlesztése történik, mely figyelembe veszi a termelési folyamat minőségnövelésének valamint az átállítási idők csökkentésének párhuzamos lehetőségét. Mint ismeretes, a korábbi termelési paradigmák kizárták a minőség és tömegtermelés egyidejűségét egészen a Toyota Termelési Rendszer (TTR) megjelenéséig, és mindmáig ismeretlenek olyan modellek, melyek sikeresen fogalmazzák meg a jelenséget. Modellünk megkülönböztető jegye, hogy a gazdaságos sorozatnagyság meghatározásánál véges termelési rátát tételezünk fel, továbbá azt tételezzük fel, hogy zérushoz közeli átállási idők elérésének költsége nem lehet végtelen. Mindemellet, mint ahogy az a TTR-ben is van, a termelő berendezések elrendezése lehetővé teszi az előforduló minőségi problémák azonnali észrevételét és orvoslását. Analízisünk eredménye a fent említett modern termelési paradigmát támogatja, mely szerint a termelési folyamat rugalmasságának és megbízhatóságának növelése egymást erősítő folyamatok.

**Kulcsszavak:** Gazdaságos sorozatnagyság, Just-in-Time (JIT), Total Quality Management (TQM)

### 1. Bevezetés

A rugalmasság tárgyalása a termelés management és vezetéstudomány (management science) irodalmának egyik legrégebbi témája. A termelési sorozat kezdési költségének (átállítási vagy beállítási költségének) és a készletezési költségek egyensúlyát meghatározó modellt még a század elején megfogalmazták, és a jól ismert Wilson formula néven vált népszerűvé a gazdaságos sorozatnagyságot (GSN) meghatározó képlet. A GSN-t meghatározó eredeti modell a tömegtermelést kifejező termelési paradigma formalizált változata

<sup>1</sup>A tanulmány a szerzőnek a "Lot Sizing with Quality Improvement and Setup Time Reduction" címen az European Journal of Operational Research-ben 1998-ban megjelenő cikkének magyarított változata. A szerző köszöni az OTKÁ-tól kapott T 11836 pályázat alatti, valamint az MKM 59/1997 támogatást.

volt. Ez a hetvenes évekig uralta a termelés irányításának elméletét és a specifikációra, a hatalmas termelési volumenre, a hierarchikus irányításra helyezte a hangsúlyt.

A tömegtermelés (nagy sorozatok, specifikáció) eszménye a hetvenes években kezdett el erősen hanyatlani. A termelés irányításával kapcsolatban napjainkban leggyakrabban használt kifejezések a JIT, a TQM, a karcsúsított termelés/vállalat, a flexibilis termelés, az időre alapozott verseny, melyek mindegyike a tömegtermelés eszményével szembeni nézeteket vall. Womack és társai (1990) szerint a karcsúsított termelés nem más, mint "olyan termelési rendszer, amely mindenből kevesebbet használ, mint a tömegtermelés". Stalk (1988) szerint pedig "az idő olyan, mint egy stratégiai fegyver, a pénzzel, termelékenységgel, sőt az innovációval egyenértékű". A Toyota Termelési Rendszere pedig megmutatta a világnak, hogy a flexibilitás, termékminőség, termelékenység nem egymást kizáró kategóriák, hanem egymást erősítő folyamatok. Sőt, a tömegméretű egyéniesített termékek termelésének képessége nélkül a következő évtizedek alig élhetők túl (Pine II et al, (1993) ).

Az említett paradigmaváltásokat a GSN-nel kapcsolatos irodalom is tükrözi. Elsőként kell megemlíteni Porteus (1985, 1986, 1987) munkáit, ahol első ízben történik említés olyan beruházásokról, amelyek célja a beállítási idők csökkentése és a folyamat megbízhatóságának, minőségének javítása. Egyik leglényegesebb megállapítása, hogy a termelési sorozatok nagysága a folyamatminőség javulásával növekszik. Modelljében Porteus azt tételezi fel, hogy a termékek minőségét csak a sorozat megtermelése után ellenőrzik, és ha a sorozat letermelése során hibás terméket állítanak elő, akkor a sorozat még visszalevő termékei mind hibásak lesznek. Goyal és társai szerint (1993) Porteusnak ez a feltevése nem állja meg a helyét dinamikus folyamatirányítás esetén, vagy ha a szóban forgó termék igen értékes.

Porteus tanulmányai azonban igen sok kutatót inspiráltak arra, hogy a minőséggel kapcsolatos kérdésekkel foglalkozzanak.

Tapiero és társai (1987) például egy olyan elméletet fejlesztettek ki, melyben a vezetőknek lehetőségük van arra, hogy mérlegeljék az ár, a megbízhatóság, a terméktervezés és minőségirányítás közötti összefüggéseket. Van Beek és Van Putten (1987) amikor az átállítási költségek csökkentése és az ehhez szükséges beruházásokat hozta összefüggésbe az egységnyi átállítási költségre jutó amortizációs és kamatköltségeket tekintette, mely érelemszerűen a végtelenbe tart, amikor a beállítási költségek a zérust megközelítik. A Cheng (1989) által tervezett modellben a beruházási költségek ismét a végtelen felé tartanak, amikor az átállítási költségek a zérust közelítik meg. Később (1991), hasonló módon, a termékek önköltségét kapcsolatba hozta a minőségbiztosítási rendszerrel és a folyamat minőségével. Goyal és Gunasekaran (1990) pedig dinamikus minőségirányítási folyamatot tanulmányozott egy

többszintű termelési-készletezési rendszerben. 1995-ben a *European Journal of Operational Research* egy teljes különszámot szentelt olyan problémák tárgyalására, melyben a GSN, a minőségellenőrzés és a selejtes darabok javításának kezelése integrált módon történik (80(2)).

Ezen cikk három fő feltételezésben különbözik a korábbi tanulmányoktól. Először is azt tételezzük fel, hogy a termelési ráta véges. Ez a feltételezés lehetővé teszi a folyamatminőség termelékenységre mért hatásának vizsgálatát.

A következő lényeges eltérés, hogy folyamatos fejlesztési lehetőséget tételezünk fel az átállítási idők csökkentésével kapcsolatban. A japán termelési kultúra megmutatta, hogy az úgynevezett kaizen (folyamatos megújulás) elv használatával zérushoz közeli átállítási idők elérése nem irreális célkitűzés, melynek következménye, hogy a zérusközeli átállítási időt megvalósító fejlesztési elképzelések költsége nem lehet végtelen. Logaritmikus vagy hatványfüggvények helyett így valóságghűbb képet nyerhetünk, ha szakaszonként lineáris függvényeket használunk. Ilymódon kifejezzük, hogy ami egy bizonyos időben lehetetlen volt a rendkívül magas költségek miatt, lehetségessé válik áttörő fejlesztések és innováció eredményeként. Ilyenkor a lineáris szakasz irányában alapvető változás áll be, és gazdaságossá válik az új technológia alkalmazása.

Harmadszor, amikor a Toyota termelő berendezéseinek elrendezési tervét vizsgálat tárgyává tesszük, minden további nélkül feltehetjük például, hogy — a dolgozók felhatalmazása (empowerment) által — a dolgozó a hibákat észleli, ezt kötelessége nyilvánvalóvá tenni, és a hibákat kijavítják, illetve megelőzik. Elméletileg hibás termék a szalagot nem hagyhatja el, hiszen ha a hiba nem hozható helyre, a teljes szalag leáll. Ez természetesen nem azt jelenti, hogy a termelési folyamatnak nincsenek minőség problémái, ugyanis a szalag nem állhat folyamatosan.

A tanulmány következő fejezete a minőség figyelembevételének módját tárgyalja a GSN meghatározása során, 3.§ a folyamatminőség javítását elemzi, a 4.§ az átállítási idők csökkentését és a minőség javítását együtt tárgyalja, az 5.§ pedig az összegzést adja.

## 2. A gazdaságos sorozatnagyság meghatározása

Tételezzük fel, hogy a termelés éves rátája  $p$  abban az esetben, amikor a termelési folyamatot egyszer sem szakítja meg valamilyen minőségi probléma. Hátralékot nem engedünk meg, azaz a keresletet mindig ki kell elégíteni. Az éves keresleti volument jelölje  $d$ , egy termék egy éven keresztül történő készleten tartásának költségét pedig  $h$ . Amikor egy átállítás, illetve beállítás költségét  $S$ -sel jelöljük, az éves átállítási költség és készletezési költség összegét

pedig  $C$ -vel, az utóbbi értékét a sorozatnagyság ( $Q$ ) függvényeként az alábbi módon határozhatjuk meg (lásd például Hax és Candea (1984)):

$$C(Q) = \frac{Sd}{Q} + h \left(1 - \frac{d}{p}\right) \frac{Q}{2}. \quad (1)$$

$C$  minimumértékét olyan  $Q_0$  adja, amire:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2Sd}{h} \frac{p}{p-d}} = \sqrt{\frac{2Sd}{h} \left(1 + \frac{d}{p-d}\right)}. \quad (2)$$

Esetünkben azonban az éves termelési rátát a termelési folyamattal kapcsolatos minőségi problémák csökkenthetik, és értelemszerűen minőség problémákra különböző folyamatkialakítások különböző módon reagálnak. Modern folyamatkialakítási rendszerekben, például TQM elveket követve, amikor minőség problémákat észlelnek egy munkaállomáson, illetve cellában, a dolgozókat, mint említettük, felhatalmazzák a problémák jelzésére. Ennek kifejezése a Toyota termelési folyamatában például az úgynevezett andon kötél meghúzásával történik, és a szalagot megállítják a kijavítás idejéig, ha a minőség problémát nem tudják bizonyos időn belül megoldani. Mishina és Takeda (1992) szerint például, egy termelési cellában levő dolgozó egy műszak alatt átlagosan mintegy tucatnyi alkalommal húzza meg az andon kötelet, és ezek közül átlagosan egy a szalag megállításához vezet. A Kentucky állambeli Georgetown-ban levő Toyota gyárban, ahol a Camry modelleket termelik, az összeszerelő üzemben például hetven fő dolgozik összesen, azaz a tanulmány készítése idején körülbelül hetven leállás volt regisztrálható egy műszak alatt (Mishina és Takeda (1992)) ami a szerelőszalag minőségének egyfajta mérőszáma lehet. Megjegyezzük, hogy a ciklusidő abban az időben 57 másodperc volt, míg a kezdés idején 60. Azt mondhatjuk tehát, hogy erről a szerelőszalagról minden percben legördül egy átlagosan 25 ezer dollárt érő Toyota Camry, ami az 1997-es eladási statisztikák szerint az Egyesült Államok legnépszerűbb modellje.

A Toyota termelési rendszere áthatott nagyon sok iparágat. A szerző például egy hasonló elveken működő, de teljesen automatizált termelőszalagot figyelhetett meg a Kodak Boston melletti üzemében, ahol a Vision (Polaroid) fényképezőgépeket termelik. A Sony robotokkal felszerelt üzemben a minőségi problémákat a cellában villogó sárga fény jelzi, a piros pedig a szalag leállítását jelenti. A dolgozók a problémák helyrehozásánál asszisztálnak.

Jelölje  $X$  annak a valószínűségét, hogy a termelési folyamat egy adott időintervallumban, mondjuk egy percben le van állítva minőségi problémák miatt valamelyik műszakban. Ha  $a^*$  a munkapercek számát jelenti egy év alatt, akkor éves szinten annak a várható értéke, hogy a szalag nem működik,

$a^*X$  perc, és ha a ciklusidő egy perc, akkor átlagosan évente  $a^*X$  autó nem készül el a termelési folyamat minőség problémái miatt. Ilymódon  $X$  a folyamatminőség szintjét jelzi: minél kisebb  $X$  értéke, annál jobb a folyamat minősége. Azt mondhatjuk, hogy a termelési folyamat termelékenysége éves szinten ( $aX$ ) volumennel csökken, ahol ( $a/100$ ) azt a termékvolument jelöli, amit akkor nem termelnek meg, amikor annak valószínűsége, hogy a folyamatot leállították minőségi problémák miatt, 1%.

**1. Tulajdonság:** Ha a folyamatnak megvan a minősége, hogy  $p - aX > d$ , akkor az optimális sorozatnagyság

$$Q_0(X) = \sqrt{\frac{2Sd}{h} \left( 1 + \frac{d}{p - d - aX} \right)}, \quad (3)$$

és a minimális költség

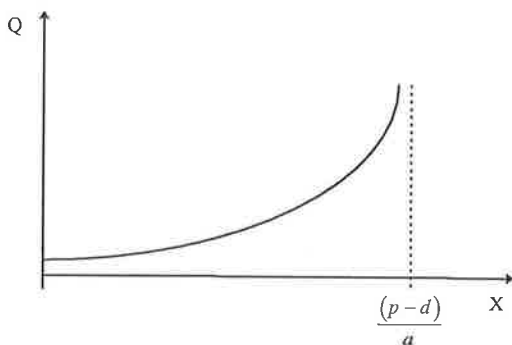
$$C(X) = \sqrt{2Sdh \left( 1 - \frac{d}{p - aX} \right)}; \quad (4)$$

így amikor a folyamatminőség romlik, a sorozatnagyság növekszik, az éves átállítási és készletezési költségek összege pedig csökken. Továbbá, az optimális sorozatnagyság szigorúan konvex, a költségösszeg pedig szigorúan konkáv függvénye  $X$ -nek.

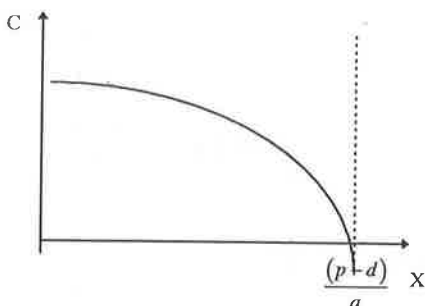
$p$  értékét ( $p - aX$ )-szel helyettesítve (1)-(2)-ben, az 1. Tulajdonság közvetlenül adódik. (3) egyébként pontosan azt a modern termelési paradigmát magyarázza, hogy a rövid termelési ciklusok, a gyors válaszadási idő magas minőségű, megbízható termelési folyamatot igényel.

Bár a (3)-(4) által megfogalmazott összefüggések különböznek Porteus eredményeitől, az éves költségösszeg viselkedése nyilvánvalóvá válik a mi modell rendszerünkben: amikor a folyamatminőség olyan alacsony, hogy az aktuális igény alig elégíthető ki, nincs idő termékváltásra. Az átállítási költségek így csökkennek, de csökken a készlet szint is. A rendszer pedig majdnem "Just-in-Time" rendszerben működik, hiszen a fogyasztó örül, hogy megkapja termékét, és azt rögtön el is viszi, ugyanis a rossz folyamatminőség miatt ( $p - aX$ ) alig különbözik az éves igénytől,  $d$ -től.

Az optimális sorozatnagyság szigorúan konvex, a költségösszeg pedig szigorúan konkáv  $X$ -ben. Ezen két függvény látható az 1a-b. ábrákon.



1a ábra: Az optimális sorozatnagyság



1b. ábra: Az éves átállítási és készletezési költségek összege

### 3. A folyamatminőség javítása

Az (1) alatt megfogalmazott modell nem tartalmazza a minőséggel kapcsolatos összes aspektust. Amikor például a folyamatminőség csökken, a selejtes termékekkel kapcsolatos költségek növekednek, másrésztől magas minőség több beruházást igényel. Legyen a hibás termékek javítási költsége az  $X$ -nek lineáris függvénye, és jelölje ezt  $bX$ , míg a minőségfejlesztéssel kapcsolatos beruházások éves amortizációs költsége  $X$ -nek folytonos, csökkenő, szakaszonként lineáris konvex függvénye, történetesen  $(e_i - f_i X)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , amikor  $x_{i-1} \leq X \leq x_i$ , és  $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_m$ . Értelmeszerűen,  $(b/100)$  azt jelöli, hogy mennyibe kerül éves szinten a selejtjavítás, amikor annak a valószínűsége, hogy a folyamat áll, 1%.  $(f_i/100)$  azt jelöli, hogy mennyi az éves amortizációs költsége annak, amikor 1%-al csökkentjük a termelési folya-

mat leállításának valószínűségét, feltéve, hogy  $x_{i-1} \leq X \leq x_i$ , és  $e_i$  az éves amortizációs költségét jelenti annak a beruházásnak, ami a tökéletes folyamatot megvalósítja, feltéve, hogy nincs töréspont már  $x_i$  alatt. Következik, hogy

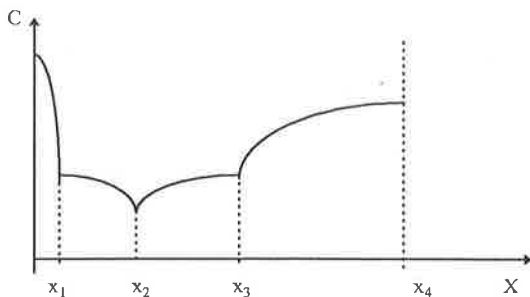
$$e_i - f_i x_i = e_{i+1} - f_{i+1} x_i, \quad i \in \{1, m-1\},$$

$$e_i \geq e_{i+1}, \quad f_i \geq f_{i+1}, \quad i \in \{1, m-1\},$$

ahol  $\langle u, v \rangle = \{u, u+1, \dots, v\}$ . Feltesszük, hogy a  $b$ ,  $e_i$  és  $f_i$  paraméterek pozitívak. Ebben az esetben ezen újabb szempontokat is figyelembe vevő teljes költségfüggvényünk az alábbi formát ölti:

$$C(X) = \sqrt{2Sdh \left(1 - \frac{d}{p - aX}\right)} + bX + e_i - f_i X, \quad x_{i-1} \leq X \leq x_i. \quad (5)$$

Ez az új költségfüggvény szakaszonként konkáv, és egy tipikus formát a 2. ábra mutat.



2. ábra: A teljes költségfüggvény minőségfejlesztési beruházásokkal

Az  $X$  minden intervalluma fölött a költségfüggvény konkáv, ezért a következő tulajdonság könnyen következik:

**2. Tulajdonság:** Az optimális folyamatminőségnek (az (5) alatti kifejezés minimumértékének) — amit  $X_o$ -val jelölünk — az  $x_0, x_1, \dots, x_m$  pontok egyikében kell lennie:

$$C(X_o) = \min_i \{C(x_i)\}.$$

#### 4. A rugalmasság és minőség együttes növelése

A Toyota Termelési Rendszer (Mishina és Takeda (1992)) nem csak propagálja a rugalmasságot, hanem megmutatja, hogy a zérusközeli átállítási idők elérése

nem lehetetlen cél. Ami valamikor csak álom volt, egy napon valósággá válik: valamikor tíz órát igénybe vevő átállások ma néha egy percet vesznek igénybe. A zérusközeli átállási idők megvalósítása, ami végtelenül költségesnek tűnt, a folyamatos tökéletesítés elvének használatával kifizetődőnek tűnik ma. Ily módon, logaritmus költségfüggvény használata, melyek végtelenbe futnak zérusközeli helyzetben, nem lehet helyénvaló. Ezek helyett, a folyamat ismét jobban leírható  $S$  függvényeként szakaszonként lineáris, konvex, csökkenő, folytonos függvénnyel. Legyen ez a függvény:

$$(g_j - v_j S), \quad \text{ha } s_{j-1} \leq S \leq s_j, \quad j \in \langle 1, n \rangle,$$

és  $0 = s_0 < s_1 < \dots < s_m$ . Itt  $v_i$  azt jelöli, hogy mennyi az éves amortizációs költsége annak a beruházásnak, ami az átállítási költséget egységnyivel csökkenteni tudja, feltéve, hogy  $s_{j-1} \leq S \leq s_j$ , és  $g_i$  az éves amortizációs költsége a zérus költséggel járó beállításnak, feltéve, hogy  $s_i$  alatt nincs már több töréspont. Hasonló módon következik, hogy

$$g_j - v_j x_j = g_{j+1} - v_{j+1} x_j, \quad j \in \langle 1, n-1 \rangle,$$

$$g_j \geq g_{j+1}, \quad v_j \geq v_{j+1}, \quad j \in \langle 1, n-1 \rangle.$$

A költségfüggvény az alábbi módon írható fel ekkor:

$$C(X) = \sqrt{2Sdh \left(1 - \frac{d}{p - aX}\right)} + bX + e_i - f_i X + g_j - v_j S, \quad (6)$$

$$x_{i-1} \leq X \leq x_i, \quad s_{j-1} \leq S \leq s_j$$

A következő függvényeket definiáljuk ekkor:

$$\Delta S_j(X) = \sqrt{2dh \left(1 - \frac{d}{p - aX}\right)} \frac{\sqrt{s_j} - \sqrt{s_{j-1}}}{s_j - s_{j-1}}, \quad j \in \langle 1, n \rangle \quad (7a)$$

és hasonló módon:

$$\Delta X_i(S) = \sqrt{2Sdh} \frac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}, \quad i \in \langle 1, m \rangle, \quad (7b)$$

ahol

$$u(x) = \sqrt{1 - \frac{d}{p - ax}}.$$

Az 1. Tulajdonságból következik, hogy  $\Delta X_i(S) < 0$  és  $\Delta S_j(X) > 0$  minden  $i, j$ -re. Most tekintsük a következő egyenlőségeket:

$$\Delta X_i(S) + b - f_i = 0, \quad i \in \langle 1, m \rangle, \quad (8a)$$



és

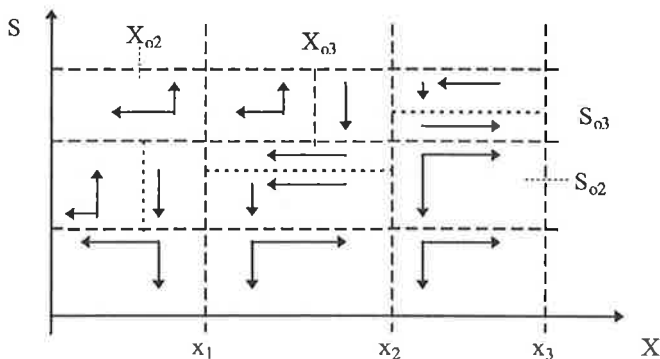
$$\Delta S_j(X) - v_j = 0, \quad j \in \{1, n\}. \quad (8b)$$

**3. Tulajdonság:** Tételezzük fel, hogy a (8b) egyenletnek van megoldása a  $j$ -edik intervallumban,  $j \in \{1, n\}$ , és jelöljük ezt a megoldást  $X_{oj}$ -vel, amikor  $0 < X_{oj} < x_n$ . Ha  $C(X, S_j) > C(X, S_{j-1})$   $X < X_{oj}$ -re, akkor  $C(X, S_j) < C(X, S_{j-1})$   $X > X_{oj}$ -re, vagy fordítva, ha  $C(X, S_j) < C(X, S_{j-1})$   $X < X_{oj}$ -re, akkor  $C(X, S_j) > C(X, S_{j-1})$   $X > X_{oj}$ -re az  $S$   $j$ -edik intervallumban. Máskülönben  $C(X, S_j) > C(X, S_{j-1})$  vagy  $C(X, S_j) < C(X, S_{j-1})$  ebben az intervallumban.

Hasonló tulajdonság érvényes  $X$ -re is. Jelölje  $S_{oi}$  a (8a) megoldását az  $X$   $i$ -edik intervallumban, feltéve, hogy  $0 < S_{oi} < s_n$ .

**4. Tulajdonság:** Ha  $0 < S_{oi} < s_n$  és  $C(X_i, S) > C(X_{i-1}, S)$   $S < S_{oi}$ -re, akkor  $C(X_i, S) < C(X_{i-1}, S)$   $S > S_{oi}$ -re, vagy fordítva, ha  $C(X_i, S) < C(X_{i-1}, S)$   $S < S_{oi}$ -re, akkor  $C(X_i, S) > C(X_{i-1}, S)$   $S > S_{oi}$ -re az  $X$   $i$ -edik intervallumban. Máskülönben,  $C(X_i, S) > C(X_{i-1}, S)$  vagy  $C(X_i, S) < C(X_{i-1}, S)$  ebben az intervallumban.

A 3. és 4. tulajdonság a  $C(X, S)$  függvény jellemzését segíti, így segíti a lokális minimumpontok megkeresését. A 3. ábra egy lehetséges költségfüggvény térképét adja meg és a nyilak iránya a függvény növekedését jelöli  $X$  és  $S$  szerint. Tetszőleges belső pontból kiindulva, majd csökkenő irányokat követve, az  $(x_3, s_3)$  pontba érkezünk, mely a  $C(X, S)$  függvény globális minimumának pontját adja.



3. ábra: Egy lehetséges teljes költségfüggvény térképe

## Egy példa

Tekintsünk egy kisebb autó-összeszerelő üzem, melynek éves kapacitása 45 ezer autó abban az esetben, ha a szalagon minőségi problémák egyáltalán nem merülnek fel ( $p = 45000$ ). A szalag hat alapmodellt termel, mindegyik esetben évi 6 ezres igény kielégítve ( $d = 6000$ ). Minőség problémák miatt amikor annak a valószínűsége, hogy a szalag nem üzemel 1%, éves szinten kilencezer autót nem termelnek meg ( $a = 9000$ ), a munkabéreköltsége és profitartama egy autónak ötezer dollár ( $b = 45$  millió). A készletezési költség, mivel a készletek más problémát is rejthetnek, legyen 10 ezer dollár évente, természetesen autónként. A minőség és az átállítások fejlesztésével kapcsolatos paramétereket az 1. és 2. táblák adják meg.

	$x_i\%$					
	0	0.5	0.5	1	1	1.5
$e_i$	60		50		10	
$f_i$	-60		-40		-20	

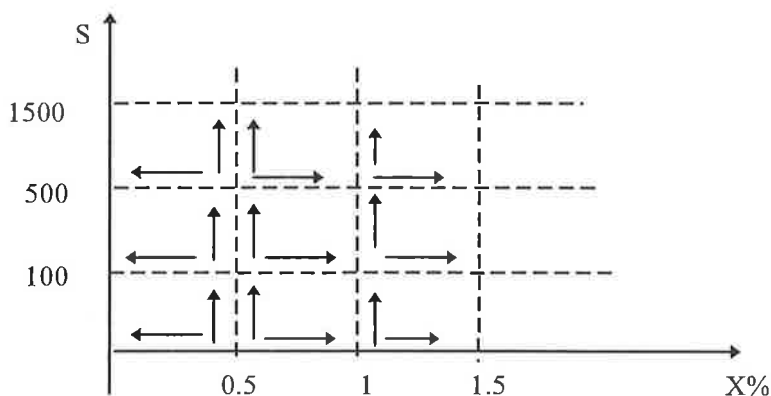
1. tábla: Minőségjavítási paraméterek (millió dollárban)

	$s_j$					
	0	100	100	500	500	1500
$g_j$	100		42.5		10	
$v_j$	0.5		0.075		0.02	

2. tábla: Átállítási idők csökkentésével kapcsolatos paraméterek (ezer dollárban)

A táblában adott paramétereket használva a  $\Delta X_i(S)$  értékei  $i = 1, 2, 3$ -ra rendre az alábbiak:  $-175\sqrt{S}$ ,  $-219\sqrt{S}$ , valamint  $-291\sqrt{S}$ . A  $\Delta S_j(X)$  értékei  $j = 1, 2, 3$ -ra rendre:  $1095u(X)$ ,  $338u(X)$ , valamint  $179u(X)$ .

Ezen értékekből következik, hogy sem  $\Delta X_i$ -nek, sem  $\Delta S_j$ -nek nincsenek olyan értékei, melyre a (8a-b) egyenleteknek lennének megoldásai abban a tartományban, amelyeket az 1. illetve 2. táblák adnak meg. A (8a-b) bal oldali értékeiből következik, hogy a költségfüggvény végig növekvő  $S$ -ben, ugyanakkor csökkenő  $X$ -ben a  $0 < X < 0.5$  tartományban minden  $S$ -re, valamint az  $X > 0.5$  tartományban növekvő minden  $S$ -re. Következésképpen a költségfüggvénynek globális minimuma van az  $S = 0$ ,  $X = 0.5$  pontban. A költségfüggvény ezen jellemzőit a 4. ábra foglalja össze.



4. ábra: A feladat megoldása

## 5. Következtetések

A tanulmány a gazdaságos sorozatnagyságot analizálta oly módon, hogy a rugalmassági és minőségi fejlesztések hatása nyomon követhető. Megállapítottuk, hogy a minőség romlása és a sorozatnagyság között pozitív a korreláció, valamint az átállási és készletezési költségösszeg csökken a minőség romlása következtében. A minőség és rugalmasság fejlesztésének hatását a tanulmány ugyancsak vizsgálja, és a logaritmusos valamint hatvány függvények helyett szakaszonként lineáris függvények használatát javasolja. Egy egyszerű eljárás segítségével ilyenkor a költségfüggvény viselkedése jól feltérképezhető, s a tulajdonságok ismeretében a minimumpontok könnyen meghatározhatók.

## Használt jelölések listája

- $p$  : éves termelési ráta, amikor minőségi problémák egyáltalán nem léteznek,
- $d$  : éves keresleti ráta,
- $h$  : éves készletezési költség,
- $S$  : átállítási/beállítási/sorozatkezdési költség,
- $Q$  : sorozatnagyság,
- $C$  : éves teljes költség,
- $X$  : annak a valószínűsége, hogy az üzemet minőségi problémák miatt leállították a műszak egy időegységében (egy percében),
- $\frac{a}{100}$  : azon termékek száma egy év alatt, amit nem termelnek meg 1%-os szintű folyamatminőség mellett,
- $\frac{b}{100}$  : a selejtek javításának költsége 1%-os folyamatminőség mellett,
- $x_i$  : a folyamatminőség javításával kapcsolatos amortizációs költség függvény töréspontjai,
- $s_j$  : átállítási idők csökkentésével kapcsolatos amortizációs költség függvény töréspontjai,
- $\frac{f_i}{100}$  : 1%-os folyamatminőség javítás éves amortizációs költsége,
- $e_i$  : tökéletes folyamatminőség elérésének amortizációs költsége,
- $g_j$  : zérus költséggel járó átállítás elérésének éves amortizációs költsége,
- $\frac{v_j}{100}$  : egységnyi átállítási költségcsökkentés elérésének éves amortizációs költsége.

## Irodalom

1. Cheng, T. C. E. (1989), An Economic Production Quantity Model with Flexibility and Reliability Considerations, *European Journal of Operational Research*, 39(174-179).
2. Cheng, T. C. E. (1991), EPQ with Process Capability and Quality Assurance Considerations, *Journal of the Operational Research Society*, 42(713-720).
3. Goyal, S. K., A. Gunasekaran, T. Martikainen and P. Yli-Olli, (1993), Integrating Production and Quality Control Policies: A Survey, *European Journal of Operational Research*, 69(1-13).
4. Goyal, S. K., A. Gunasekaran (1990), Effect of Dynamic Process Quality Control on the Economics of Production, *International Journal of Operations and Production Management*, 10(69-77).

5. Hax A., C. and D. Candea, (1984), *Production and Inventory Management*, Prentice Hall.
6. Mishina, K. and K. Takeda, (1992), *Toyota Motor Manufacturing, U.S.A., Inc.*, Harvard Business School, 1-693-019.
7. Pine II, B. J., B. Victor and A. C. Boyton, (1993), *Making Mass Customization Work*, Harvard Business Review, Sept-Oct, 108-119.
8. Porteus, E, (1985), *Investing in Reduced Setups in the EOQ Model*, Mgmt. Sci., 31, 998-1010.
9. Porteus, E, (1986), *Investing in New Parameter Values in the Discounted EOQ Model*, Naval Res. Log. Q., 33, 39-48.
10. Porteus, E, (1986), *Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction*, Operations Res., 34(1), 137-144.
11. Stalk JR, G. (1988), *Time - The Next Source of Competitive Advantage*, Harvard Business Review, July-August, pp. 41-51.
12. Tapiero, C. S., P. H. Ritchken and A. Reisman (1987), *Reliability, Pricing and Quality Control*, European Journal of Operational Research, 31(37-45).
13. Van Beek, P. and C. van Putten (1987), *OR Contribution to Flexibility Improvement in Production/Inventory System*, European Journal of Operational Research, 31(52-60).
14. Womack, J. P., Jones, D. T., and Ross, D., (1990), *The Machine that Changed the World*, Rawson Associates, N.Y.

## QUALITY IMPROVEMENT AND SETUP TIME REDUCTION

In this paper we develop a model that considers process quality improvement and setup cost reduction. The distinctive characteristics of our model are embodied in the assumptions that production rate is finite and cost of attaining close to zero setup time is not infinite. Additionally, the process layout makes possible spotting problems at the place of appearance and these problems can be fixed. The outcome of our analysis under these assumption supports the popular operations paradigm that reducing response time and increasing process reliability are parallel processes.



## TERMELESI ÉS KÖLTSÉGFÜGGVÉNYEK INTERPOLÁCIÓS KÖZELÍTÉSE<sup>1</sup>

BESSENYEI ISTVÁN

*Janus Pannonius Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar*

Ez a dolgozat az ismert, adatigényes statisztikai módszerekkel kívánja szembeállítani az interpoláció egyetlen megfigyelésre támaszkodó módszerét. A módszer a mikroökonómiában szokásos vegyes hozadékú, kvázikonkáv termelési függvény esetén alkalmazható, melyhez U alakú határ- és átlagköltséggörbék tartoznak. Az alkalmazáshoz szükséges egyetlen megfigyelés a technikai maximumhoz tartozó kibocsátás, változó tényezőmennyiség és a változó tényező egységára. A becslés a költséggörbék releváns tartományában, az üzembezárási pont fölött ad jó közelítést.

### 1. Bevezetés

A termelési és költségfüggvények jelentős szerepe az elméleti és alkalmazott közgazdaságtudományokban közismert. Elegendő csupán Kotler [1] és Varian [3] közismert munkáira utalni. Ismertek azok a statisztikai eljárások is, melyek segítségével e függvények becsülhetők. E módszerek azonban nagyszámú megfigyelésre támaszkodnak, s ez nem minden esetben áll rendelkezésre. Elegendő csupán arra az esetre gondolni, amikor egy beruházás nyomán létrejövő üzem rövid távú költséggörbéinek előzetes meghatározása a feladat. Mivel a költséggörbéket ekkor még a termelés megkezdése előtt kell meghatározni, a statisztikai becsléshez szükséges adatállomány nem áll rendelkezésre. Általában ismert azonban a létesítendő üzem maximális kibocsátása, az ennek előállításához szükséges változó tényező mennyisége és a változó tényező egységára. Ezekre az adatokra támaszkodva keressük a változó költség-függvény egy interpolációs közelítését. A közelítést két lépésben végezzük: először az egyetlen változó tényező parciális hozadéki függvényét közelítjük egy harmadfokú polinommal, majd pedig Vörös [4] megjegyzése nyomán e függvény inverzének a változó tényező egységárával vett szorzatát (ami tulajdonképpen a változó költség-függvény) közelítjük egy másik harmadfokú polinommal.

<sup>1</sup>Beérkezett: 1997. szeptember 20.

Jelölje  $Q$  a vállalat kibocsátását,  $K$  a felhasznált tőke,  $L$  pedig a felhasznált munka mennyiségét. Föltesszük, hogy  $K$  nagysága rövid távon rögzített, míg  $L$  értéke szabadon változhat.<sup>2</sup> A kibocsátás és tőke-, munkafelhasználás közti összefüggést fejezi ki általában a  $Q = F(K, L)$  termelési függvény, rövid távon pedig a  $Q = f(L)$  parciális hozadéki függvény. Határtermelékenységen a parciális hozadéki függvény deriváltját értjük, átlagtermelékenységen pedig  $Q$ -val vett hányadosát. Jelölje  $P_L$  a változó tényező, azaz a munka egységárát, ekkor a parciális hozadéki függvény inverzének  $P_L$ -l vett szorzata a változó költség-függvény. A parciális hozadéki függvényről föltesszük az alábbiakat:

1. Változó tényező felhasználása nélkül nincs kibocsátás.
2. Az első egység változó tényező határtermelékenysége zérus.
3. A változó tényező határtermelékenysége eleinte növekszik, majd csökken.
4. Egyértelműen létezik a parciális hozadéki függvény maximumhelye, a technikai maximum.

Ha a parciális hozadéki függvény rugalmassága egységnyi, az üzem technikai optimumáról beszélünk. Jelölje  $L_o$  a technikai optimumhoz,  $L_m$  a technikai maximumhoz tartozó változó tényező-felhasználást,  $Q_o$  pedig a technikai optimumhoz tartozó kibocsátást, míg  $Q_m$  a technikai maximumhoz tartozót. A technikai optimumhoz  $VC_o$ , a technikai maximumhoz pedig  $VC_m$  nagyságú változó költség tartozik. Ismertnek tekintve az  $L_m$ ,  $Q_m$ , és  $P_L$  nagyságokat, keressük a parciális hozadéki és változó költség függvények interpolációs közelítését.

## 2. A parciális hozadéki függvény közelítése

A parciális hozadéki függvényt a  $Q = aL^3 + bL^2 + cL + d$  polinommal közelítjük. Az 1. feltétel miatt  $d = 0$ , a második miatt pedig  $c = 0$ . Mivel a technikai maximumban a változó tényező határtermelékenysége nulla,  $0 = 3aL_m^2 + 2bL_m$  teljesül, amiből

$$L_m = -\frac{2b}{3a}. \quad (1)$$

<sup>2</sup>Természetesen  $K$  és  $L$  tetszőleges termelési tényezőt jelölhet, akár tényezők valamiféle aggregátumát is. Csak azt kell kikötni, hogy elemzésünk során  $K$  értéke fix, míg  $L$  nagysága változhat.



Alkalmazva most az (1) összefüggést a technikai maximumra, a parciális hozadéki függvénybe helyettesítve az alábbi egyenlet adódik:

$$Q_m = -a \frac{8b^3}{27a^3} + b \frac{4b^2}{9a^2} = -0.5aL_m^3,$$

amiből

$$a = \frac{2Q_m}{L_m^3}. \quad (2)$$

Visszahelyettesítve az (1) egyenletbe, a  $b$  paraméter értékét kapjuk:

$$b = -1.5aL_m = 3 \frac{Q_m}{L_m^2}. \quad (3)$$

Amiből rögtön látszik, hogy  $a < 0$  és  $b > 0$ , amint az várható volt.

Az így nyert parciális hozadéki függvény technikai optimumpontjának meghatározásához abból indulunk ki, hogy a keresett pontban a változó tényező határ- és átlagtermelékenysége megegyezik, azaz  $3aL_o^2 + 2bL_o = aL_o^2 + bL_o$ , amiből

$$L_o = -\frac{b}{2a}. \quad (4)$$

Ismét a parciális hozadéki függvénybe helyettesítve a technikai optimumhoz tartozó kibocsátást kapjuk:

$$Q_o = a \left( -\frac{b}{2a} \right)^3 + b \left( -\frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^3}{8a^2}. \quad (5)$$

### 3. A változóköltség-függvény közelítése

Az interpoláció alappontja egyrészt a technikai maximum másrészt a technikai optimum. Felhasználjuk továbbá, hogy ismert a közelítendő függvény deriváltjának értéke a technikai optimumban (Hermite-interpoláció [2]), tehát azt az általánosan ismert ténytet, mely szerint a technikai optimumhoz tartozó kibocsátás előállításánál a határ- és átlagváltozóköltségek megegyeznek. Az interpoláció negyedik alappontja az origó, melyen a változóköltség-függvény definíció szerint keresztülmegy. A függvényt a következő polinommal közelítjük:  $VC(Q) = \alpha Q^3 + \beta Q^2 + \gamma Q$ . Mivel a technikai optimumban a változó tényező határ- és átlagváltozóköltsége megegyezik,

$$3\alpha Q_o^2 + 2\beta Q_o + \gamma = \alpha Q_o^2 + \beta Q_o + \gamma,$$

amiből:

$$\beta = -2Q_o\alpha. \quad (6)$$

$VC(Q_o) = P_L L_o$  miatt továbbá az alábbi egyenletet írhatjuk:

$$\alpha Q_o^3 + \beta Q_o^2 + \gamma Q_o = P_L L_o,$$

amiből a (6) összefüggést felhasználva

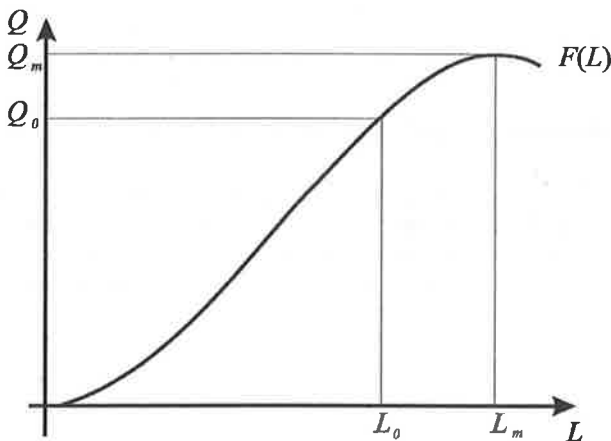
$$\gamma = \frac{P_L L_o}{Q_o} + \alpha Q_o^2 \quad (7)$$

adódik. Végül  $VC(Q_m) = P_L L_m$  felhasználásával

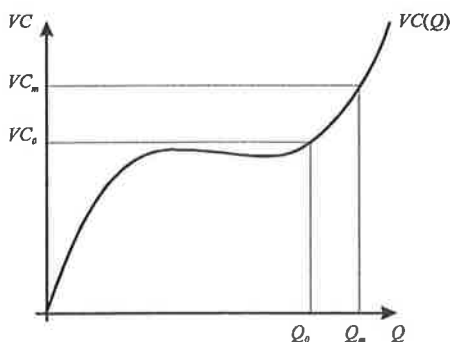
$$\alpha Q_m^3 + \beta Q_m^2 + \gamma Q_m = P_L L_m,$$

amiből a (6) és (7) összefüggést felhasználva

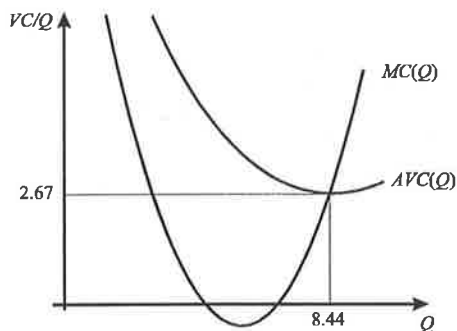
$$\alpha = \frac{P_L \left( L_m - \frac{Q_m}{Q_o} L_o \right)}{Q_m (Q_m - Q_o)^2}. \quad (8)$$



1. ábra A parciális hozadéki függvény



2. ábra A változókölség-függvény



3. ábra A határ- és átlagkölség függvények

#### 4. Egy konkrét példa a hozadéki és költségfüggvények közelítésére, az interpoláció hibája

Legyen a tervezett üzem maximális kapacitása 10 egység, az ennek előállításához szükséges változó tényező mennyisége 6 egység, a változó tényező egységára pedig 5. A (2) és (3) egyenletek felhasználásával a változó tényező hozadéki függvényére a következő formula adódik:

$$Q = -0.0926L^3 + 0.8333L^2.$$

A technikai optimumhoz tartozó változó tényezőfelhasználás a (4) összefüggés szerint:  $L_0 = 4.5$ , az ehhez tartozó kibocsátást az imént nyert hozadéki

függvénybe helyettesítve kapjuk:  $Q_o = 8.4375$ . Ezen adatok ismeretében a változó költség-függvény  $\alpha$  paramétere a (8) egyenletből nyerhető. A (7) összefüggés a  $\gamma$ , a (6) a  $\beta$  paraméter értékét szolgáltatja. Így a változó költség-függvény alábbi közelítő képletéhez jutunk:

$$VC(Q) = 0.1365Q^3 - 2.3040Q^2 + 12.387Q .$$

A parciális hozadéki függvényt az 1. ábra szemlélteti, a változó költség-függvényt a 2. ábra. A változó költség-függvény deriváltját határ költség-függvénynek,  $Q$ -val vett hányadosát pedig átlagváltozó költség-függvénynek nevezik. Ezek láthatók a 3. ábrán. Amint az 1. ábráról megállapítható, a parciális hozadéki függvény a szokásos tankönyvi ábrázolásnak felel meg. Ezt a bevezetőben felsorolt négy feltétel biztosítja. A változó költség-függvény ábrája azonban durva elvi hibát tartalmaz: a függvénynek van negatív meredekségű szakasza. Ez egyértelműen az interpolációs közelítés hibájának tudható be. Könnyen látható,<sup>3</sup> hogy ha a piaci ár nem éri el az átlagváltozó költség-függvény minimumát, a termelést nem érdemes fenntartani, ezért ezt a pontot üzembezárási pontnak nevezik. Amennyiben azonban célunk a költséggörbék releváns tartományba, tehát üzembezárási pont fölé eső darabjának közelítése, itt ez a hiba nem jelentkezik. Ezek után azonban feltétlenül szükséges megvizsgálni, mekkora hibát követünk el a második interpoláció során. Ehhez a technikai optimumhoz és technikai maximumhoz tartozó foglalkoztatási szintek közti intervallumot osztjuk fel ekvidisztáns alappontokkal, és e pontokban számítjuk ki a változó költség-függvény pontos értékét. Az interpoláció során nyert parciális hozadéki függvény segítségével meghatározható továbbá az ezen alappontokhoz tartozó kibocsátás, a változó költség-függvény közelítő formulájának felhasználásával pedig az ezen kibocsátásokhoz tartozó változó költség. A számítások eredményét az 1. táblázat foglalja össze, melynek első oszlopában a változó tényező különböző mennyiségei találhatók a technikai optimum és technikai maximum által meghatározott intervallumban. A második oszlop a változó tényező felhasználásának különböző szintjei mellett előállítható kibocsátás-mennyiségeket tartalmazza. Az itt szereplő adatok kiszámításához az imént nyert

$$Q = -0.0926L^3 + 0.8333L^2$$

függvényt használtuk. A harmadik oszlop a változó költség-függvény "pontos" értékeit tartalmazza. A "pontos" jelző itt arra utal, hogy az adatok kiszámítása a  $VC = P_L L$  formula felhasználásával történt. A negyedik oszlopba a változó költség-függvény  $VC(Q) = 0.1365Q^3 - 2.3040Q^2 + 12.387Q$  közelítő formulával nyert értékei kerültek. Az utolsó oszlop a "pontos" és közelítő értékek közti eltérést tünteti föl, százalékos formában.

<sup>3</sup>lásd pl. Varian [3] pp. 452-454 vagy Vörös [4] pp. 47-50.

Amint a táblázatból kitűnik, a közelítés hibája az interpolációs alappontokban nulla, de ott, ahol a legnagyobb, sem haladja meg az 5%-ot. Helyesnek tűnik tehát Vörös azon megállapítása, mely szerint a hozadéki függvény inverze jól közelíthető egy harmadfokú polinommal.<sup>4</sup> Megjegyezzük még, hogy a költséggörbék releváns szegmensében a költségek becsült nagysága sehol nem kisebb a tényleges nagyságnál, tehát a módszer nem sérti a "kereskedői óvatosság" elvét. Az első sor adataiból az is kitűnik, hogy az üzembeszárasi ponthoz tartozó ár:  $5 \cdot 4.5/8.4375 = 2.67$ .

$L$	$Q$	$VC$	közelítő $VC$	hiba %
4.5000	8.4375	22.5000	22.5000	0.00
4.6000	8.6207	23.0000	23.0282	0.12
4.7000	8.7951	23.5000	23.6071	0.46
4.8000	8.9600	24.0000	24.2273	0.95
4.9000	9.1149	24.5000	24.8775	1.54
5.0000	9.2593	25.0000	25.5451	2.18
5.1000	9.3925	25.5000	26.2162	2.81
5.2000	9.5141	26.0000	26.8764	3.37
5.3000	9.6234	26.5000	27.5104	3.81
5.4000	9.7200	27.0000	28.1028	4.08
5.5000	9.8032	27.5000	28.6386	4.14
5.6000	9.8726	28.0000	29.1030	3.94
5.7000	9.9275	28.5000	29.4825	3.45
5.8000	9.9674	29.0000	29.7651	2.64
5.9000	9.9918	29.5000	29.9402	1.49
6.0000	10.0000	30.0000	30.0000	0.00

1. táblázat

A második interpolációs közelítés során tehát nem követtünk el 5%-nál nagyobb hibát, de mi a helyzet a hozadéki függvény közelítésével? Erre a kérdésre nehezebb választ találni. Az mindenesetre biztos, hogy minél inkább megfelel a valóságnak a bevezetésben felsorolt négy feltétel, annál jobb a függvény közelítése. Az első interpoláció további gyengesége, hogy az origó mint alappont kívül esik a változó tényező technikai optimuma és maximuma által definiált releváns intervallumon. Ráadásul nemcsak ezen irreleváns alapontra támaszkodik az interpoláció, hanem a közelítendő függvény deriváltjának itteni értékére is. Másrészt azt is látni kell, hogy a szokásos tan-

<sup>4</sup>Vörös [4] p.43.

könyvi ábrázolásnak megfelelő<sup>5</sup> hozadéki függvény közelítéséhez minimálisan harmadfokú polinom szükséges, ennek interpolációjához pedig legalább négy független adat kell. Az 1. és 2. feltétel helyettesíthető ugyan két olyan megfigyeléssel, melyek a releváns szférába esnek, ezzel azonban nemcsak a közelítés válik számításigényesebbé, hanem az interpolációs eljárás adatigényessége is nő, célunk pedig egy olyan eljárás bemutatása volt, mely a lehető legkevesebb megfigyelésre támaszkodik.

## 5. Összegzés

Hozadéki és költségfüggvények becslésére az ismert statisztikai módszerek mellett interpolációs eljárások is alkalmazhatók. Ezek az eljárások, ha nem is adnak mindenhol jó közelítést, az üzem működése szempontjából releváns tartományban a gyakorlatban használható eredményt szolgáltatnak. Az eljárás nem különösebben számításigényes, az interpolációs polinomok együtthatói a (2), (3), (6), (7), (8) összefüggések fölhasználásával egyszerűen adódnak. A közelítés pontossága a megfigyelések számának növelésével javítható, ezért azonban — csakúgy, mint a statisztikai módszerek esetében — az input adatok számának növelésével kell “fizetni”.

## Irodalom

1. Kotler P., Marketing management. Műszaki könyvkiadó. Budapest, 1991
2. Stoyan G. és Tako G., Numerikus módszerek. Eötvös Lóránd Tudományegyetem. Budapest, 1993
3. Varian H. R, Mikroökonómia középfokon. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest, 1991
4. Vörös J., Termelés management. Janus Pannonius Egyetemi Kiadó. Pécs, 1991.

---

<sup>5</sup>A szokásos tankönyvi ábrázolásnak megfelelő hozadéki függvényekkel összefüggő költséggörbékről lásd pl. Kotler [1] p. 426 vagy Varian [3] p. 433.

## CUBIC INTERPOLATION OF PRODUCTION AND COST FUNCTIONS

This paper compares the well known data demanding statistical methods with the method of extrapolation based on one observation. The method is applicable at the examination of mixed return, quasiconcave production-functions with U-shaped marginal and average cost curves. The single observation needed by the method is the level of output at the technical maximum, the varying factor and the unit price of the factor. The method gives a good estimation in the relevant domain of the cost curves, above the shutdown point.





## MAKROGAZDASÁGI CÉLOK, GAZDASÁGPOLITIKAI CIKLUSOK<sup>1</sup>

MELLÁR TAMÁS

*Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem*

Ez a tanulmány azt vizsgálja, hogy milyen kapcsolat van a gazdaságpolitikai akciók és a legfontosabb makrováltozók között. Vajon a változók együttmozgásában a piaci erők vagy pedig a kormányzati gazdaságpolitika játsza a döntő szerepet. Egy, a magyar sajátosságokat kifejező, egyszerű makromodell segítségével erre a kérdésre próbálunk meg választ adni. Továbbá azt is megvizsgáljuk, hogy a ciklikus mozgást enyhítendő beavatkozás mennyire ér(het)i el a célját.

### Bevezetés

A gazdaságpolitika alapvető feladata a célok és az eszközök kiválasztása, összehangolása. Az alapvető nehézséget e vonatkozásban az jelenti, hogy a szóbajöhethető célok általában nem függetlenek egymástól, s ráadásul az eszközök, illetve az általuk kiváltott hatásmechanizmusok is szorosan függenek a céloktól. Nincs tehát szabad keze a gazdaságpolitikának sem a célok, sem a hozzákapcsolódó eszközök kiválasztásában. A nehézségek nemcsak abból fakadnak, hogy az aktuális gazdaságpolitika nem, vagy csak korlátozottan tudja feltárni a társadalmi célfüggvényt (a célok kívánatos kombinációját) valamint, hogy az eszközök a mindig meglévő korlátok miatt csak részlegesen alkalmazhatók, hanem a "cél-cél" és "cél-eszköz" kombinációk korlátos voltából is. Ráadásul ehhez jön még az alkalmazás problémája, amely a hibás helyzetértékelések és késlekedések miatt áll elő, valamint a racionális várakozások érvényesülése, amely tovább csökkenti a gazdaságpolitikák hatásosságát.

Hatványozottan jelentkeznek a gazdaságpolitika ezen problémái a rendszerváltás utáni gazdaságokban, ahol sem a megfelelő intézményi háttérrel, sem a jól bejáratott piaci mechanizmusokkal nem lehet számolni. A gazdaságpolitika alapvető céljai itt is a klasszikusnak megfelelően alakulnak: a gazdasági növekedési ütem emelése, a munkanélküliség és az infláció csökkentése, valamint a külső és a belső egyensúlytalanság, a külkereskedelmi mérlegdeficit és az államháztartási hiány csökkentése. Ezen célok közül a

<sup>1</sup>Beérkezett: 1997. október 30.

különböző politikai formációk és kormánykoalíciók mást és mást tartanak fontosnak és ennek megfelelően a gazdaságpolitikájuk prioritásrendszerét is így alakítják. Az 1994-es választások után bekövetkezett politikai irányváltás, melynek során a konzervatív irányultságú kormányt egy szociál-liberális kormány váltotta fel, jó terepet kínál a a gazdaságpolitikai célrendszer ilyen irányú változásának tanulmányozására.

Ebből következően több kérdés is felmerül. Elsőként az, hogy van-e markáns különbség a gazdasági eredményekben (makroadatokban) a különböző gazdaságpolitikáknak megfelelően (s ha van akkor ez milyen eszköz-alkalmazásoknak köszönhető). Ha viszont nincs, akkor — s ez tekinthető a második kérdéskörnek — miért nincs különbség? Vajon azért, mert a deklarált célok ellenére gyakorlatilag nem is alkalmaztak különböző gazdaságpolitikákat (különböző eszközrendszert), vagy mert a politika hatástalan volt (nem lehetett más eszközrendszert használni, illetve a rendelkezésre álló eszközökkel nem lehetett befolyásolni a gazdasági szereplőket)?

A harmadik problémakör a célok közötti kapcsolat és a korlátok jellegével kapcsolatos. A nyugati standard közgazdaságtanban az alapprobléma a munkanélküliség és infláció közötti trade off kérdése, konkrétan, hogy ez érvényesül-e rövidtávon, vagy a racionális várakozásoknak megfelelően már rövidtávon sem lehet számítani a fennállására. A fix átváltás fennállásától függetlenül a rövidtávú konjunktúra- vagy gazdaságpolitikai ciklusok jól leírhatók az infláció és a munkanélküliség változásának függvényében, lásd a Phillips-hurkokat (ahol nincs fix átváltás, hanem változó az átváltás, még irányát tekintve is). A kérdés tehát, hogy nálunk mi a fő trade off, vagyis milyen változók dimenziójában kell (érdemes) felvázolni a rövidtávú konjunktúra ciklust.

Az átváltás kapcsán merül fel a negyedik problémakör, a fő mozgató, illetve az alapvető korlátok kérdése. A keynesi gazdaságtanban a makroegyensúly alapmeghatározó eleme az aggregált kereslet. A monetarista és újklasszikus ellenforradalmak után ez már nem egészen így van, a kínálati oldal ugyanis az egyensúlyi jövedelemszint meghatározódásában effektív korlátot jelent. A keresleti oldal meghatározó jellege azért gyengül, mert a kínálati oldal nem pusztán mennyiségileg alkalmazkodik, hanem számítani kell az ár- és béralkalmazkodásra, valamint az inflációs várakozások módosító szerepére is. Nálunk ez a kérdés úgy merül fel, hogy vajon itt még mindig a kínálati oldal a meghatározó a súlyos szerkezeti válság és az erőforráskorlátos szocialista rendszer öröksége miatt, vagy pedig már a piaci rendszer működésének megfelelően a kínálat képes rugalmasan alkalmazkodni az aggregált kereslethez.

A tanulmányban erre a négy kérdésre kívánunk választ adni, egyfelől a rendelkezésre álló statisztikai adatok alapján, másfelől pedig egy egyszerű

matematikai makromodell segítségével. Igyekszünk megmutatni, hogy milyen a konjunktúra ciklus jellege nálunk, mik a fő mozgatói és a gazdaságpolitika mit tesz ennek erősítése érdekében, illetve mit tehetne az enyhítése érdekében.

## A makrováltozók alakulása

Nézzük először az alapvető makrováltozók alakulását a rendszerváltás utáni Magyarországon, lásd az 1. táblázatot.

1. táblázat: A legfontosabb makrováltozók értékei 1990–96

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
GDP növekedése	-3,5	-11,9	-3,0	-0,8	2,9	1,5	0,7
Ipari term. növ.	-9,6	-14,1	-9,8	4,0	9,2	4,8	2,3
Munkanélküliség	1,7	8,5	9,3	11,3	10,2	9,5	9,2
Infláció	28,9	35,0	23,0	22,5	18,8	28,2	23,6
Államházt. egyenleg	0,3	-4,4	-7,1	-5,4	-8,1	-6,5	-3,3
Elsődleges egyenleg	n.a	n.a	-1,5	-0,8	-2,5	1,8	4,5
Külker. mérleg	2,8	-3,6	-0,1	-8,1	-9,4	-5,5	-7,0
Fizetési mérleg	1,1	1,2	0,9	-9,1	-9,5	-5,4	-3,9

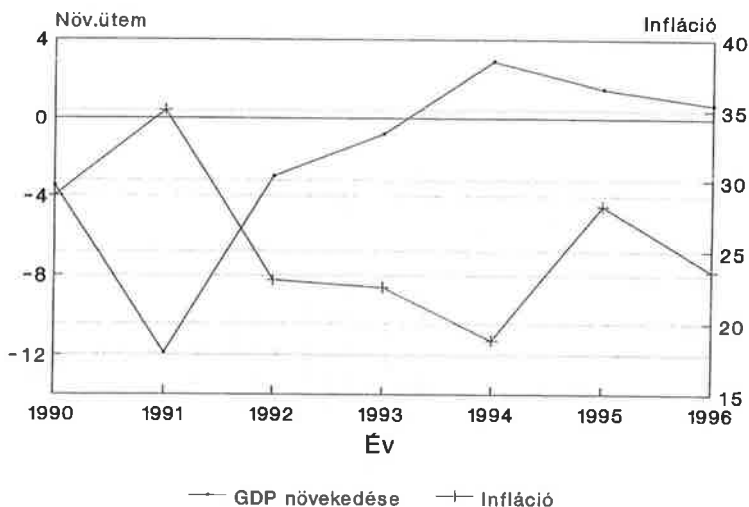
Az egyenlegek és a mérlegek a GDP-hez viszonyított százalékos arányt mutatják. Az adatok forrása: KSH Évkönyvek és MNB havi jelentések.

Az alapvető makrováltozók közül az első három a reálgazdasági (termelési) eredményekkel kapcsolatos, az utolsó négy pedig a (belső és külső) egyensúllyal. A közbülső helyen lévő infláció pedig a pénzügyi egyensúlyt mutatja, reflektálva a reálgazdasági és az egyensúlyi viszonyok alakulására. A makrováltozók értékei elég szerteágazó mozgást végeztek az elmúlt időszakban, ezért nem lehet könnyűszerrel egyértelmű tendenciákat, vagy értékeléseket megállapítani (nevezetesen, hogy melyik időszak eredményei voltak jobbak, ez egyébként nem is szándékunk e helyen). Az adatokra rányomja a bélyegét a rendszerváltás sokkja (a GDP nagy csökkenése és az infláció megugrása), amely csak lassan, több év alatt szívódik fel. Erre tekintettel kell lenni a további vizsgálatoknál, különösen, ha ciklikus elemzést akarunk végezni.<sup>1</sup>

A makroviszonyok és a makroegyensúly alakulása szempontjából kiemelt szerepe van két változónak: a gazdasági növekedési ütemnek és az inflációnak.

<sup>1</sup>A rendszerváltás torzító hatására tekintettel kell lenni, de mégsem célszerű a hatást kiszűrni és az adatokat korrigálni, mert ez önkényes elemeket vihet az elemzésbe.

Ha ugyanis az aggregált kereslet és kínálat által meghatározott makroegyensúlyi helyzeteket tekintjük az általános árszínvonal és a reál GDP dimenziójában, akkor ezen egyensúlyi helyzetek elmozdulását, mozgásirányát és tendenciáját az infláció és a gazdasági növekedés együttes változása mutatja.<sup>2</sup> Éppen ezért nézzük most ezen két változó alakulását egy közös koordináta tengelyen, lásd az 1. ábrán.



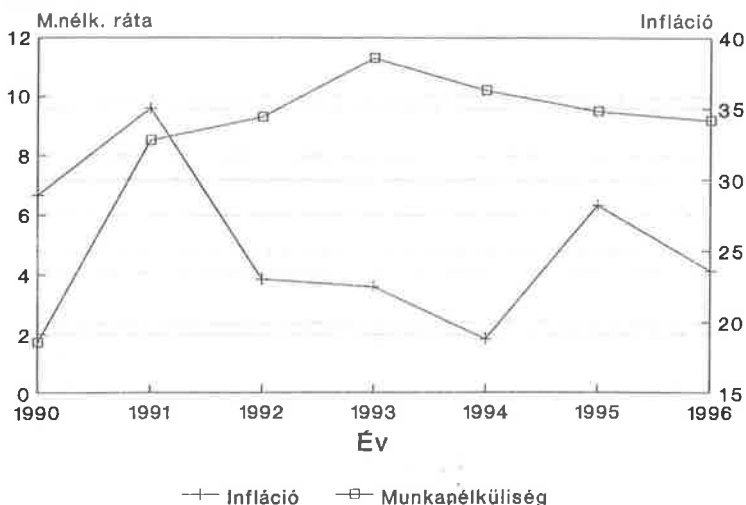
1. ábra: Az infláció és a GDP növekedési ütemének alakulása

Az ábráról jól látszik néhány alapvető jelentőségű dolog. Mindenekelőtt az, hogy szemben a standard makroelmélettel, itt a kapcsolat egy negatív hajlásszögű görbe mentén alakul, a nagyobb infláció kisebb növekedéssel, a kisebb infláció pedig nagyobb növekedéssel jár együtt. A keynesi elmélet szerint a kapcsolat éppen ellentétes: nagyobb infláció, nagyobb növekedést generál az élénkítésnek megfelelően, illetve a kisebb infláció cserébe viszont kisebb növekedést eredményez, a visszafogásnál. A monetaristák és az új-klasszikusok szerint nincs határozott kapcsolat a két változó között, legjobban egy függőleges vonallal lehetne jellemezni, a potenciális növekedésnek megfelelő ütem mellett. Az általunk jelzett "rendellenes" kapcsolat két esetben fordulhat elő a standard elmélet szerint: kínálati sokkhatás esetén, amikor stagfláció lesz, illetve magas infláció esetén, amikor a nagy infláció szétzilálja

<sup>2</sup>Ha az aggregált keresleti és kínálati függvényeket a gyakran alkalmazott logaritmikusan vesszük, akkor az egyensúlyi GDP változása, a  $\Delta \ln y$  éppen a növekedési ütemet adja, s az árszínvonal változása pedig az inflációs rátát,  $\Delta \ln P = \pi$ .

a gazdaságot, illetve a fordított esetben: amikor az inflációs stabilizáció javítja a termelési feltételeket és ezért az infláció csökkenésével párhuzamosan emelkedik a növekedési ütem.<sup>3</sup> Nálunk azonban nem ez a helyzet, mert a két változó közötti sajátos kapcsolat nem esetleges, a rendkívüli eseményeknek megfelelően, hanem meglehetősen stabilan fennáll az egész konjunktúra ciklus során.

Mivel a gazdasági növekedés és az infláció közötti kapcsolat nem a standard elmélet szerint alakul, ezért nem várható, hogy szabályos átváltás legyen a munkanélküliség és az infláció között, lásd a 2. ábrát. De nemcsak szabályos trade off nincs, hanem a Phillips-hurok szerű kapcsolat sem igen figyelhető meg (vagy ha igen, akkor az gyenge, és nem látszik a reálgazdasági konzekvenciája, a termelés változása). Az ábráról az is kitűnik, hogy politikai irányultságú kapcsolat sincs a változók alakulása között. Nem bizonyítja semmi, hogy a konzervatív kormány sokkal inkább preferálta volna az infláció leszorítását, mint a munkanélküliséget, és a szociálliberális kormánynál pedig fordítva lenne a helyzet, vagyis jobban törődik a munkanélküliség enyhítésével, mint az infláció mérséklésével.

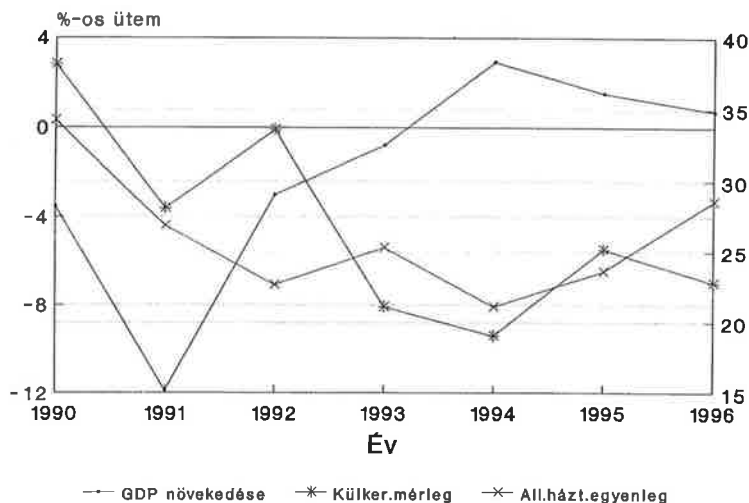


2. ábra: A munkanélküliség és az infláció alakulása

Ezek után az a kérdés merül fel, hogy hol, milyen változók között állapítható meg trade off? Az infláció-gazdasági növekedés kapcsolat már csak azért sem jöhet számításba, mert itt gazdaságpolitikai szempontból egyirányú

<sup>3</sup>Lásd pl. Bruno (1997) tanulmányában az ez irányú fejtegetést 315–317. old.

a kapcsolat, a két változó együtt mozdul el a jó, illetve a rossz irányba. A növekedés és az infláció mellé nyilván csak a külső és a belső egyensúlyi helyzetet mutató makrováltozók jöhetnek számításba. Az államháztartási deficittel kapcsolatban az a probléma merül fel, hogy a magas kamatfizetési kötelezettség miatt erősen eltér egymástól az elsődleges és a teljes deficit, és ezért egyáltalán nem lenne mindegy, hogy melyiket vegyük számításba. Az elmélet ehhez a választáshoz nem ad egyértelmű segítséget. Ráadásul az államháztartási deficit nem mozog lényegesen másként, mint a külkereskedelmi mérlegdeficit (v.ö. a kettős, vagy ikerdeficit elmélettel).<sup>4</sup> Mindezek miatt tehát a külkereskedelmi mérleg egyenleg alakulását vettük a gazdasági növekedés lehetséges trade off változójának. Ez a választás logikai alapon is alátámasztható, s ugyanakkor az adatok sem mondanak ellent neki. A három változó együttes alakulása jól mutatja ezt, lásd a 3. ábrát.



3. ábra: A növekedési ütem, a külkereskedelmi és az államháztartási egyenleg alakulása

Az ábráról jól látszik, hogy a gazdasági növekedés és az infláció között — a korábban tárgyaltaknak megfelelően — ellentétes irányú kapcsolat van. A trade offnak megfelelően a GDP növekedése és a külkereskedelmi mérleg

<sup>4</sup>Érdeemes megemlíteni, hogy a két deficit együttmozgása is ellentétes a standard elmélettel, annak logikája szerint ugyanis a rossz konjunktúrában az államháztartási hiány növekszik, de a külkereskedelmi mérleg egyensúlya javul és fordítva: a jó konjunktúrában az államháztartási deficit csökken, a külkereskedelmi hiány viszont emelkedik.

egyenlegének alakulása között negatív kapcsolat figyelhető meg. A fenti két kapcsolatból következően az infláció és a külkereskedelmi mérleg deficit között is ellentétes irányú kapcsolat regisztrálható. Az ábráról az is kitűnik, hogy a makrofolyamatok alakulásában nem történt lényeges változás a kormányváltás után. Ebből pedig az következik, hogy vagy nem is volt lényegesen eltérő gazdaságpolitikai koncepciójuk a kormányoknak a növekedés és az egyensúly prioritás tekintetében, vagy ha volt, akkor nem tudták érvényesíteni a reál-gazdasági korlátok, a gazdaság alacsony jövedelemtermelő képessége és rossz versenyképessége miatt.

Az imént elmondottak mélyebb és talán szabatossabb elemzése válik lehetővé, ha az adatok egyszerű magyarázata helyett modellszerűen próbáljuk megfogalmazni az összefüggéseket.

## A makromodell jellegzetességei

Az előzőekben leírt helyzet modellezésére egy egyszerű négyegyenletes makromodellt konstruáltunk, amely sok tekintetben ugyan távol van a valóságtól, de feltételezésünk szerint a lényegi elemeket jól kifejezi. A modell készítés során kiindulópontként az adaptív inflációs várakozások jól ismert egyszerű modelljét használtuk fel.<sup>5</sup> Mivel több ponton is lényegesen eltértünk az alapmodelltől, ezért ez nem pusztán egy alkalmazás, módosítás, vagy specifikáció, hanem a modellszalag bővítése egy új taggal.

### A modell felépítése

A modell a következő:

$$y = a_0 + a_1 \frac{M}{P} \quad a_0, a_1 > 0 \quad (1)$$

$$\pi = \pi^e - \psi(y - \bar{y}) \quad \psi > 0 \quad (2)$$

$$\frac{dnx}{dt} = \alpha(\bar{y} - y) + \xi \frac{dR}{dt} \quad \alpha, \xi > 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\pi^e}{dt} = \phi(\pi - \pi^e) - \beta \frac{dnx}{dt} \quad \phi, \beta > 0 \quad (4)$$

ahol a szokásos jelöléseknek megfelelően  $y$  a reál GDP-t,  $\bar{y}$  a potenciális kibocsátási szintet,  $M$  a pénzmennyiséget,  $P$  az árszínvonalat,  $\pi$  az inflációt,  $\pi^e$  a várt inflációt,  $n_x$  a nettó exportot,  $R$  pedig a reálárfolyamatot jelenti.

<sup>5</sup>Lásd bővebben pl. McCafferty (1992) 235–240. old. és Turnovsky (1995) 37–55. old.

Az első egyenlet az aggregált kereslet egyenlete, amely teljesen leegyszerűsített módon az  $a_0$  constans tagban sűríti össze az  $IS$  oldal elemeit: a fogyasztást, a beruházást és a kormányzati kiadást. Az  $LM$  görbére a második tag utal, ahol az  $a_1$  paraméter függvényében az aggregált kereslet a reálpénzmennyiség változásától is függ. A monetáris politika, pontosabban a reálpénzmennyiség növekedésének a keresleti oldalú (multiplikátor) hatását tehát ez a paraméter fejezi ki. A költségvetési politikát, konkrétan a kormányzati kiadások változását pedig az  $a_0$  értékének változásával tudjuk figyelembe venni.

A második egyenlet az infláció meghatározását adja, látszólag a szokásoknak megfelelően a várakozásokkal kibővített Phillips-görbe összefüggés alapján. Ez azonban nem így van, mert az inflációs várakozások mellett az infláció itt éppen ellenkezőleg változik az aktuális és a potenciális GDP eltérése szerint. A standard (keynesiánus) értelmezés szerint, ha a termelés a potenciális szint felett van, akkor ez inflációs nyomást jelent, tehát növeli az inflációt, és fordítva: ha az aktuális GDP a potenciális szint alatt van, akkor ez mérsékli az inflációt. A mi empirikus tapasztalataink azonban ellentétes összefüggést valószínűsítenek: a GDP magas, illetve növekvő szakaszában az infláció mérséklődik, az alacsony, illetve csökkenő GDP mellett pedig fokozódik az infláció. Ezért használtuk ezt a szokásoshoz képest ellenkező irányú összefüggést.

Milyen magyarázat hozható fel erre a látszólag furcsa kapcsolatra? Először is: a nagy és növekvő GDP javítja a kínálati pozíciókat (alacsonyabb egységköltség, növekvő volumenhozadék), s ezért a kínálati függvény jobbra felfelé eltolódik, tehát az árszínvonal csökken. És természetesen az ellenkező irányú változásnál fordított irányban működik a mechanizmus. Másodsor: a nagy és növekvő GDP esetében kisebb a költségvetési deficit, kisebb tehát kevésbé jelent ez inflációs nyomást. Ekkor kisebbek az adóterhek, a költségvetés bevételi igényei, tehát a költségoldalú, költségnyomású infláció. Itt azonban van két ellenérv is: egyrészt a magas GDP-nél bár az adóbevételek nagyok lehetnek, de a nagy költségvetési kiadások miatt mégis inkább nagy deficit lesz, másrészt pedig a nagy GDP-nél jelentős külkereskedelmi mérleg deficit lehet, tehát a kormány restriktív beavatkozást tesz, amely nemcsak az aggregált keresletet csökkenti, hanem az adókat is emeli, és leértékelést csinál, tehát ezért **emeli az inflációt**.

A harmadik egyenlet a nettó export alakulását (változását) magyarázza. Az adott összefüggés szerint a nettó export alapvetően két dologtól függ: a GDP nagyságától és a reálárfolyam alakulásától. A standard közgazdasági



elemzéseknél<sup>6</sup> az export és az import a következő tényezőktől függ:

$$\begin{aligned} ex &= ex(y^f, R) & ex_1 > 0, & \quad ex_2 > 0 \\ im &= im(y, R) & im_1 > 0, & \quad im_2 < 0 \end{aligned}$$

ahol az  $y^f$  a külső (külföldi) jövedelem alakulását mutatja,  $R = \varepsilon \frac{P^f}{P}$  a reálárfolyam, amely az  $\varepsilon$  nominálárfolyam (csereérték) és a külföldi–hazai árszínvonal aránytól függ. Egy olyan kis ország esetében azonban mint Magyarország, nem a külső konjunkturális helyzet jelenti az igazi korlátot, hiszen elenyésző nagyságrendű a kínálatunk súlya a világpiacon. Sokkal inkább az jelenti az exportkorlátot, hogy van-e megfelelő minőségű, versenyképeségű termékünk, illetve az egységnyi exportnak mekkora az import vonzata. A GDP növekedésével párhuzamosan az export is emelkedik, de ennek ára az import jelentős növekedése. Található egy olyan — a külgazdasági viszonyok szempontjából — egyensúlyi GDP szint ( $\bar{y}$ ), amelynél az export és az import megegyezik. A fejlettségben hátramaradt, nyitott, kis országok esetében ezt a szintet tekinthetjük egyfajta potenciális (kívánatos és hosszabb távon fenntartható) kibocsátási szintnek.

Amennyiben a nemzetközi konjunkturális helyzet változásától eltekintünk, viszont helyette bekapcsoljuk az export előállításának hazai korlátját, akkor a nettó export a következő tényezőktől függ:

$$nx = nx(\bar{y}, y, R) \quad nx_1 > 0, \quad nx_2 < 0, \quad nx_3 > 0$$

Ennek az általános összefüggésnek egy konkrét realizációját mutatja a (3) egyenlet. Konkrétan ez azt jelenti, hogy amennyiben a GDP növekedése egy bizonyos szint fölé kerül, akkor az a külkereskedelmi deficit növekedését idézi elő (adott reálárfolyam mellett), mégpedig a túllépéssel arányos mértékben. Ebben az értelemben a potenciális GDP szintje az a termelési szint, amelyet a gazdaság külső egyensúlytalanság növekedése nélkül képes teljesíteni. S mi ebben az értelemben használjuk a potencionális szintet és nem a természetes munkanélküliségi rátával összefüggésben.

A nominális leértékelés — adott külső és belföldi árszínvonal mellett — természetesen javítja a külkereskedelmi mérleget. Ennek megfelelően az  $\varepsilon$  a gazdaságpolitika harmadik döntési paramétere a modellben. A gazdaságpolitika lehetőségeit tekintve két tiszta helyzet képzelhető el: a nominál árfolyam rögzítése, mint egy nominális horgonyként, tehát  $\frac{d\varepsilon}{d\mu} = 0$ , vagy pedig a teljesen rugalmas árfolyampolitika, amelyben a tökéletes alkalmazkodás feltétele mellett a nominális leértékelődés rátája (százalékos változása) mindig

<sup>6</sup>Lásd pl. Buitel [1990], Dernburg [1989], Dornbusch [1988] és Turnovsky [1990] tanulmányköteteit.

megfelel a hazai és a külső (világpiaci) infláció különbségének, vagyis  $\frac{d\varepsilon}{dt} \frac{1}{\varepsilon} = \pi - \pi^f$ . Ez viszont azt jelenti, hogy a reálárfolyam rögzített, tehát  $\frac{dR}{dt} = 0$ .

A negyedik egyenlet az adaptív várakozások formálódását fogalmazza meg. A jobb oldal első része teljes egészében megfelel a standard elméletnek, vagyis az inflációs várakozások a korábbi várakozások beváltóságának függvényében változnak (az adaptív, tanulási folyamatnak megfelelően). A második tagja az összefüggésnek azonban új, s azt fejezi ki, hogy a külkereskedelmi egyensúlytalanság növeli az inflációs várakozásokat. A gazdasági szereplők látva a növekvő importtöbbletet azt várják, hogy a leértékelés, kamatláb emelkedés és adóemelés fog következni az egyensúlyi helyzet javítása érdekében, tehát ezért az infláció is elkerülhetetlenül emelkedni fog.

### Egyensúly és stabilitás

Az (1)–(4) egyenletrendszerben az endogén változók:  $y$ ,  $\pi$ ,  $n_x$  és  $\pi^e$ , egzogén változói pedig  $M$ ,  $P$ ,  $R$  és  $\bar{y}$ . Az egzogén változók közül az első és a harmadik egyben gazdaságpolitikai változó is. A modell egyensúlyi helyzete nyilván az, amikor  $y = \bar{y}$ , és  $\pi = \pi^e = \mu$ , ahol  $\mu = \frac{dM}{dt} \frac{1}{M}$  a pénzmennyiség növekedési üteme.<sup>7</sup> Az alapvető kérdés az, hogy ennek a módosított modellnek a stabilitása megvalósul-e, hiszen éppen az egyensúlyi inflációs alkalmazkodási mechanizmust változtattuk meg. A stabilitásvizsgálathoz két változóra redukáljuk a négyegyenletes rendszert. Az (1) egyenletet deriváljuk idő szerint, majd beírjuk a (2) egyenletet és kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= a_1 \frac{M}{P} (\mu - \pi) \\ &= a_1 \psi [y - \bar{y}] - a_1 [\pi^e - \mu] \end{aligned} \quad (5)$$

ahol az egyszerűség kedvéért a reálegyenleget egységnyiinek vettük, vagyis  $\frac{M}{P} = 1$ . Hasonlóképpen járunk el a másik két egyenlet vonatkozásában is, a (4) egyenletbe — amely már eleve idő szerinti derivált formában van — beírjuk a nettó exportra vonatkozó (3) egyenletet, valamint az inflációra vonatkozó (2) egyenletet, s kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi^e}{dt} &= \phi(\pi - \pi^e) - \beta \left[ \alpha(\bar{y} - y) + \xi \frac{dR}{dt} \right] \\ &= \phi(\pi - \pi^e) + \alpha\beta(y - \bar{y}) - \beta\xi \left( \frac{d\varepsilon}{dt} + \pi^f - \pi \right) \\ &= (\gamma - \phi\psi) [y - \bar{y}] \end{aligned} \quad (6)$$

<sup>7</sup>Az ilyen típusú modellek megoldásának technikáját lásd pl. McCafferty (1992) 4. fejezetében.

ahol  $\gamma = \alpha\beta$  és az egyszerűség kedvéért feltételeztük, hogy a nominális árfolyam induló, bázis értéke egységnyi, vagyis  $\varepsilon = 1$ . A közbülső formába való átírásból az is egyértelműen kiténik, hogy itt most azt a "tisztá" külgazdaságpolitikai esetet választottuk, amelyiknél a reálárfolyam fixen rögzített, tehát  $\frac{d\pi^e}{dt} = 0$ . (Később megvizsgáljuk a másik esetet is, amikor a nominális árfolyam rögzített.)

Az (5)–(6) differenciálegyenleteket mátrix formában a következőképpen írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \frac{dy}{dt} \\ \frac{d\pi^e}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1\psi & -a_1 \\ \gamma - \phi\psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y - \bar{y} \\ \pi^e - \mu \end{bmatrix} \quad (7)$$

A modell stabilitásának az a feltétele egyfelől, hogy az együtttható mátrix főátlóinak összege kisebb legyen, mint nulla, tehát  $tr(A) = a_{11} + a_{22} < 0$ , másrésről pedig, hogy a mátrix determinánsa pozitív legyen, vagyis  $|A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$ . A konkrét esetben tehát ez azt jelenti, hogy az

$$a_1\psi + 0 < 0 \quad (8)$$

$$0 - [-a_1(\gamma - \phi\psi)] > 0 \quad (9)$$

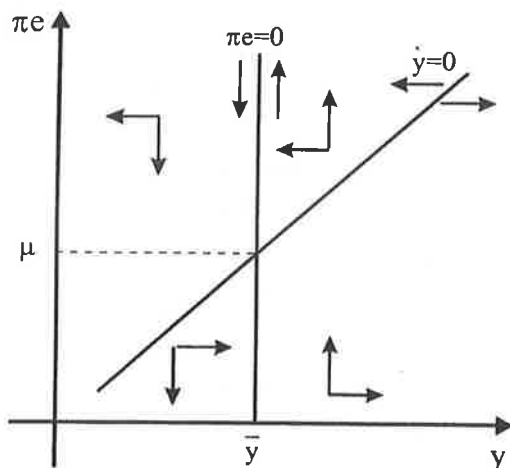
feltételeknek kell teljesülnie. A paraméterekre adott előzetes kikötések szerint megállapítható, hogy az első feltétel semmiképpen nem teljesül, a második feltétel pedig csak akkor, ha  $\gamma > \phi\psi$ , ami közgazdaságilag azt jelenti, hogy a potenciális fölé emelkedő termelés miatt előálló importtöbblet inflációs várakozásokat fokozó hatásának erősebbnek kell lennie, mint az ugyanilyen ok miatt csökkenő infláció következtében — az adaptív várakozások logikából következő — inflációs várakozások csökkenése.

Ha a reálárfolyam helyett a nominálárfolyamot tételezzük fel rögzítettnek, akkor a második feltétel némileg módosul, tehát a  $\gamma > \psi(\phi + \delta)$  relációnak kell fennállnia.<sup>8</sup> A  $\delta = \beta\xi > 0$  paraméter a reálárfolyam változásának a hatását mutatja az inflációs várakozásokra. A módosított feltétel azt jelenti, hogy a potenciális fölé emelkedő termelés miatt megnövekedő import által generált inflációs várakozásnak nemcsak a termelés emelkedése miatti inflációs várakozás csökkenésénél, hanem még a reálárfolyam változás miatti inflációs csökkenésénél is nagyobbak kell lennie. Konkrétan itt a nominálárfolyam rögzítése miatt felértékelődés fog végbemenni az infláció emelkedése miatt, s ebből következően az importtöbblet emelkedni fog, ami az inflációs

<sup>8</sup>A levezetésnél a (6) összefüggés közbülső formáját használtuk, s azzal az egyszerűsítéssel éltünk, hogy a  $\pi^e = \pi^f$ , vagyis a gazdasági szereplők azt várják, hogy a hazai infláció a világgpiaci inflációt követi. Ez nyilván "heroikus" feltételezés, de a levezetésben nincs meghatározó jelentősége.

várákozásokat gerjeszti. Mindezzel együtt azonban a lényeg nem változik, az első stabilitási feltétel továbbra sem áll fenn.

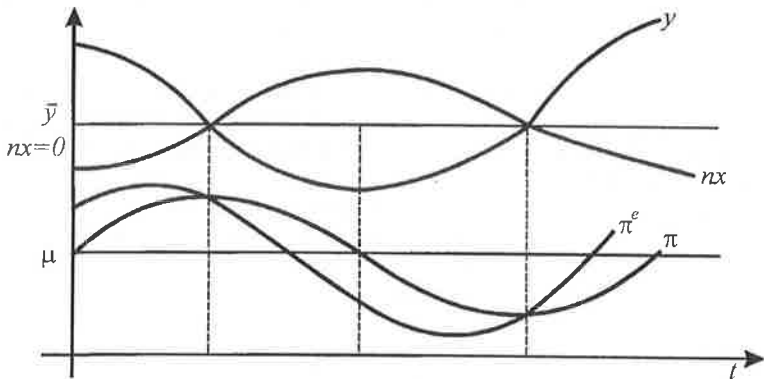
A rendszer működése tehát nem stabil: nem biztosított az egyensúlyi állapot elérése. Sőt még az sem valószínű, hogy adott amplitudóval mozog az egyensúly körül. Jól látható ez az együtttható mátrix segítségével megszerkesztett fázisdiagram, lásd a 4. ábrát. A  $\frac{dy}{dt} = 0$  egyensúlyi pontokat tartalmazó egyenes pozitív hajlásszögű, meredeksége pedig  $-\frac{a_{11}}{a_{12}} = \psi$ . A  $\frac{d\pi}{dt} = 0$  egyensúlyi pontok pedig a potenciális termelési szintnek megfelelő szintnél lévő függőleges egyenes, mivel  $-\frac{a_{21}}{a_{22}} = 0$ . A két egyenes metszéspontja mutatja az egyensúlyi helyzetet, az egyenesek alatt és felett lévő nyilak pedig az adott helyzetnek megfelelő alkalmazkodási irányokat mutatják. A fázisnyilak jól mutatják, hogy a rendszer mozgása nem tart az egyensúly felé.



4. ábra: A stabilitásvizsgálat fázisdiagramja

A stabil egyensúly hiánya ellenére, amennyiben a második feltétel érvényesül, akkor a rendszer nem "robban szét", mind a termelés monoton csökkenése, mind a növekedése előbb-utóbb visszajára fordul. A fordulatot a felfelé menő mozgásban az import többlet miatti inflációs várákozáások és ezen keresztül az infláció növekedése idézi elő, a lefelé menő szakaszban pedig a nagy mértékű külkeresletelmi mérleg javulás egy idő után olyan erőteljesen csökkenti az inflációt, ami a reálkereslet növekedéséhez és ezáltal a termelés újbóli növekedéséhez vezet. Tulajdonképpen tehát a modell keretei között is visszatükröződik az a valóságos világra jellemző kettős korlát: az import többlet egy idő után nem finanszírozható, illetve a másik oldalon a termelésnek legalább a minimális szinten szükséges fogyasztást fedeznie kell.

Az (1)–(4) egyenletekkel definiált modell működési mechanizmusának leírását megkönnyíti egy olyan ábra, amely a négy alapváltozó, a GDP, az exporttöbblet, az infláció és a várt infláció egymáshoz, illetve az egyensúlyi értékekhez viszonyított időbeli változását mutatja, lásd 5. ábrát. Induljunk ki abból a helyzetből, hogy a GDP a potenciális szint felett van, s ennek megfelelően importtöbblet van, az inflációs várakozások erőteljesek, de az infláció nem magas. Ebben a szituációban a (2) egyenlet értelmében az infláció elkezd emelkedni, mert ugyan az összefüggés második tagja a magas GDP miatt csökkentőleg hat, de az igen erőteljes inflációs várakozás ezt bőven felülmúlja. Az exporttöbblet folyamatosan tovább csökken, s nemcsak az  $y > \bar{y}$  helyzet miatt, hanem azért is, mert az infláció emelkedése miatt, adott nominális árfolyam mellett folyamatos felértékelődés megy végbe, ami az exportot csökkenti és az import növekedésének kedvez.



5. ábra: A modell alapváltozóinak egymáshoz viszonyított mozgása

Az infláció növekedése azt jelenti, hogy az általános árszínvonal emelkedik, tehát az (1) egyenletben az  $M/P$  reálegyenleg, adott pénzkínálat mellett csökken, ami az aggregált kereslet és ezért a nemzeti termelés csökkenését idézi elő. A termelés csökkenése miatt a nettó exporttöbblet elkezd emelkedni (az import csökken), az infláció miatti felértékelődés önmagában már nem tudja tovább rontani az egyenleget. Az importtöbblet csökkenése következtében a várt infláció is elkezd csökkenni, s ezért egyre közelebb kerül a tényleges inflációhoz. Az infláció akkor éri el a maximumát és vált át csökkenésbe, amikor a reál GDP a potenciális szintre csökken vissza, s amikor egyenlő lesz a várt inflációval. Ezután már mindhárom változó értéke csökken, csak a nettó export növekszik.

A termelés csökkenése akkor áll meg, amikor az infláció a csökkenése folyamán eléri a pénzkínálatnak megfelelő egyensúlyi szintjét, vagyis  $\pi = \mu$ . Amikor az infláció ez alá a szint alá csökken, akkor az árszínvonal csökkenése már az aggregált kereslet reálértékét emeli, tehát a termelés növekedni kezd. A termelés növekedése tovább csökkenti az inflációt, s ezzel párhuzamosan az inflációs várakozás is csökken még egy darabig, mert a  $\pi > \pi^e$ -ből következő növelő hatást még bőven ellensúlyozza a kedvező külkereskedelmi mérleg hatás. Ahogy növekszik azonban a termelés, a külső egyensúly romlása egyre erőteljesebb lesz, és ezért az inflációs várakozások elkezdnek emelkedni. Amikor az emelkedő inflációs várakozások elérik a csökkenő infláció szintjét, akkor az infláció eléri a minimumát és újból növekedni kezd.

Az infláció növekedése ellenére a termelés még tovább nő (tehát túllendül az egyensúlyi szinten), mert az infláció még a pénzkínálat üteme alatt van, tehát az árszínvonal is alacsonyabb, mint az egyensúlyi szint. A növekvő termelés egyfelől ugyan mérséklőleg hat az inflációra a (2) egyenlet második része értelmében, de mivel itt már a potenciális szint felett van a termelés, ezért az inflációs várakozás hatása már sokkal erősebb, tehát az infláció tovább fog emelkedni. Az egyensúlyi szint fölé emelkedő infláció aztán elkezd csökkenti az aggregált keresletet, s ennek megfelelően a termelés eléri a csúcspontját és csökkenésbe vált át. Ezzel a lépéssel pedig visszaérkeztünk a kiinduló pontunkhoz.

Fontos megjegyezni és felhívni a figyelmet, hogy az imént felvázolt működési mechanizmus nem feltétlenül jelenti az egyensúlyi állapothoz való közelítést, a bármiféle (lokális, globális, asszimptotikus) stabilitás meglétét. A ciklikus mozgás során a kitérések amplitudója csökkenhet és növekedhet is, s erre vonatkozóan semmit nem tételezhetünk fel. A mechanizmus csak annyit tételez fel, hogy az alkalmazkodási folyamat egyszer valamikor eléri az alsó, illetve a másik irányú mozgásnál pedig a felső fordulópontját.

## Gazdaságpolitikai implikációk

A modell működésének és a rendszer stabilitásának elemzése után nézzük a gazdaságpolitikai beavatkozások lehetőségét és hatását. Mindenekelőtt azt a kérdést kell feltenni, hogy miért avatkozik be a kormány a gazdasági működésbe? Egyrészt az egyensúlyi helyzet javítása miatt, mert amikor a magas termelés miatt nagy lesz az importtöbblet, akkor visszafogást fog kezdeményezni, hogy a fizetőképesség fennmaradjon. A másik oldalon pedig, amikor a külső egyensúly rendben van, de a termelés alacsony szinten van, akkor nemcsak a reálgazdasági egyensúly javítása, hanem a népszerűsége miatt is élénkítésbe, termelés ösztönzésbe kezd. Ennek az lesz a következménye,

hogy kisebb lesz a termelés kilengésének az amplitudója és természetesen az egyensúlytalanság mértéke is. Cserébe viszont rövidebb és szabályosabb lesz a periódus. A választási ciklusoknak megfelelően egy négyéves periódushosszra áll be.

Fontos hangsúlyozni, hogy nem a gazdaságpolitikai beavatkozás okozza a ciklikus mozgást, az bármilyen külső zavaró tényező miatt beindulhat, és utána már önmagát gerjesztő folyamatként működik.<sup>9</sup> A kormányzati beavatkozás csak a konkrét formáját befolyásolja, illetve a ciklikus mozgás periódusát határozza meg. A kiváltó alapvető ok Magyarország esetében az elégtelen versenyképesség (az alacsony potenciális termelési szint). Ezt tekintetbe véve, azt állapíthatjuk meg, hogy nincs lényeges különbség a két kormányzati periódus között a ciklikusság vonatkozásában. Mind a kettő az elején az egyensúlyt akarta javítani, majd amikor az javult, akkor a termelési szintet kívánta emelni, nem utolsó sorban azért, mert közeledtek a választások. Az adatok azt mutatják, hogy ugyanaz a mechanizmus és átváltás működik 1995–98 között is mint 1991–94 között. Tehát nem egy új növekedési pályán vagyunk, hanem a régi ciklikus mozgási pályán, most éppen az aktuális felfelé menő szakaszban.

### A költségvetési és a monetáris politika lehetőségei

Az előbb leírtakból következik a gazdaságpolitikai beavatkozás ellentmondása: ha az egyensúly javítása érdekében be lehet avatkozni, akkor miért nem lehet egy erőteljes anticiklikus politikát végigvinni és kiiktatni a ciklusokat. A kérdésre adandó válasz előtt még azt nézzük meg, hogy a modell keretei között elvileg megfogalmazható-e ilyen anticiklikus politika. A válasz attól függ, hogy milyen politikát tekintünk, mert például a költségvetési politikánál igen könnyen megkonstruálható az anticiklikus politika beavatkozási szabálya. Az eddigiekben a költségvetési kiadásokat is magába foglaló  $a_0$  paraméter egzogén tényező volt. Legyen most endogén és a következő módon alakuljon az értéke:

$$\frac{da_0}{dt} = \omega(\bar{y} - y) \quad \omega > 0 \quad (10)$$

Jól látható az összefüggésből az anticiklikus jelleg, a kormányzati kiadás akkor emelkedik, amikor a GDP a potenciális szint alatt van, és akkor csökken,

<sup>9</sup>Az elmúlt évtizedekben kiterjedt vita folyt arról, hogy vajon a magára hagyott gazdaság működéséből (esetleg külső zavaró hatásokból) keletkeznek-e a ciklusok, vagy a kormányzati beavatkozás generálja azokat. E helyütt nem kívánunk állást foglalni a vitában, annál is inkább nem, mert amint látható, egy közbülső álláspontot foglalunk el: a ciklikus mozgásra való hajlam eleve adott a gazdaságban, a kormányzati beavatkozás azonban nem megakadályozza ezt, hanem inkább erősíti.

amikor a termelés a potenciális szint fölé emelkedett.<sup>10</sup> Ezt a magatartási szabályt beírva az (1) termelési egyenletbe és a (2) felhasználásával most az (5) helyett a következő idő szerinti deriváltat kapjuk:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= \frac{da_0}{dt} + a_1\psi[y - \bar{y}] - a_1[\pi^e - \mu] \\ &= (a_1\psi - \omega)[y - \bar{y}] - a_1[\pi^e - \mu]\end{aligned}\quad (5')$$

Ezt figyelembe véve a (7) mátrix formánál, a stabilitás első követelménye most a következőképpen fog kinézni:

$$a_1\psi - \omega < 0 \quad \text{vagyis ha} \quad \omega > a_1\psi.$$

Tehát, ha a költségvetési kiadások nagysága elég erőteljesen függ a potenciális és a tényleges termelési szint különbségétől, akkor a stabilitás biztosított. S így azt kaptuk, hogy a következetes anticiklikus politika képes stabilizálni a gazdaságot.

Ezért most már még inkább érdekes, hogy akkor miért nem alkalmazzák ezt a politikát. Ennek több oka is van. Először is, nincs tökéletes információ, tehát általában nem lehet mindig pontosan tudni, hogy éppen az adott pillanatban a tényleges GDP mennyire tér el a potenciálistól. Tehát a szabályozási egyenletbe egy véletlen, zavaró tényezőt is be kellene illeszteni a valósághoz való jobb közelítés érdekében. Másodszor, gyakorlati szempontból kivihetetlen az állandó visszacsatolás, a gazdaságpolitika a visszacsatolások vezérlés helyett sokkal inkább csak alsó és felső korlátokat állít fel, vagy aktivizál, ha olyannak értékeli a helyzetet. Tehát kilengés lesz, csak az amplitudója fog mérséklődni. Harmadszor, a gazdaságpolitikai akciók megvalósítása mindig időigényes, a döntéshozatalhoz képest a végrehajtás és a tényleges hatás csak jóval később fog jelentkezni. Így aztán könnyen elképzelhető bizonyos aszinkronitás, vagyis akkor fog a kormány élénkíteni, amikor a gazdaság már amúgy is fellendülőben van, és fordítva: akkor fog vissza, amikor már a visszaesés régen elkezdődött. Ezért aztán a végső hatás nem a ciklikus mozgás enyhítése, hanem erősítése lesz.<sup>11</sup>

Végül negyedszer, de nem utolsó sorban, a kormányok általában nem tudnak ellenállni a csábításnak. Az egyensúlyteremtő restriktió után, amikor a külgazdasági egyensúly kedvező értéket mutat, akkor a rövidtávú élénkítésnek komoly pozitív eredményei lesznek. Nemcsak a termelés és a foglalkoztatás nő, hanem az infláció is csökken átmenetileg, s az egyensúlyi feszültségek sem

<sup>10</sup>A költségvetési kiadások csökkenése nem feltétlenül jelent szufficitet, csak a korábbi szinthez képest reálértékben vett csökkenést.

<sup>11</sup>Ez M. Friedman a kormányzati beavatkozásokkal szemben megfogalmazott kritikájának a lényege, lásd pl. Friedman [1969] tanulmánykötetében.



nőnek még gyorsan. Az élénkítés költségei, az importtöbblet, az inflációs várakozások növekedése csak később jelentkezik, amikor már más politikai konstelláció lesz. Egyébként is a jövőbeli veszteségek mindig kisebb súllyal jönnek számításba, mint a ma megszerezhető előnyök.<sup>12</sup>

A monetáris politikánál egészen más a helyzet. Ha a pénzkínálat változtatását tekintjük alapvető beavatkozási eszköznek, akkor a válasz nemleges. Az anticiklikus célokon nyugvó pénzkínálati szabály, bár esetenként javíthat a gazdasági teljesítményen, de általában nem javítja az egyensúlyi helyzetet, sőt inkább rontja, az infláció felpörgetésével destabilizálja a gazdaságot. Itt ugyanis arról van szó, hogy az anticiklikus elvek mellett elkötelezett monetáris politika igyekszik megakadályozni az infláció emelkedése miatt beálló aggregált (reál)kereslet csökkenést. Tehát olyan mértékben emeli a pénzkínálatot, hogy az éppen megfeleljen az árszínvonal emelkedésének, vagyis hogy a reál-egyenleg ne csökkenjen. Ez azt jelenti, hogy minden időpontban fennáll a  $\mu = \pi$  egyenlőség. Amennyiben ezt behelyettesítjük az (5) egyenletbe és így végezzük el a stabilitásvizsgálatot, akkor azt kapjuk, hogy sem a (8), sem a (9) feltétel nem teljesül, mert mindkét esetben 0 lesz az eredmény, annak következtében, hogy az  $A$  mátrix első sora végig 0 értéket vesz fel. Ez az eredmény nyilván közgazdaságilag sem meglepő, hiszen az infláció mindenkori szintjét követő pénzkínálati szabály elfogadása egyértelműen az infláció állandó gyorsulását idézi elő.

### Az árfolyampolitika lehetőségei

Nézzük a másik lehetőséget a monetáris politika vonatkozásában, amikor a nominálárfolyam szabályozásán keresztül kívánja a kormány stabilizálni a gazdaságot. Itt azt tételezzük a pénzkínálat növekedéséről, hogy fixen rögzített nagyságú. Az árfolyam politikánál több szabály is elképzelhető. Talán a legegyszerűbb anticiklikus szabály a következő:

$$\frac{dR}{dt} = \nu(y - \bar{y}) \quad \nu > 0 \quad (11)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \nu(y - \bar{y}) + (\pi - \pi^f) \quad (12)$$

Ez azt jelenti, hogy mivel amikor a termelés a potenciális szint fölé emelkedik, akkor keletkezik importtöbblet, ezért ekkor reál-leértékelést kell végrehajtani, enyhítendő a külgazdasági egyensúlytalanságot. Ez praktikusán azt jelenti, hogy a hazai és a külföldi infláció különbségét meghaladó mértékű nominális

<sup>12</sup>Erre vonatkozóan lásd Alesina [1989] tanulmányát, továbbá Barro és Gordon modelljeit, Barro [1990] könyvének első részében, 9–118. old., valamint Romer [1996] könyvében a 398–409. oldalakat.

leértékelést kell ilyen esetben megvalósítani.<sup>13</sup> Az egyszerűség kedvéért még azt is feltételezzük, hogy a leértékelés közvetlenül nem okoz inflációt, tehát nincs benne az inflációt meghatározó (2) egyenletben.

A (12) összefüggést behelyettesítve a (6)-ba és elvégezve a stabilitásvizsgálatot, azt kapjuk, hogy a rendszer működése ezzel a szabályozással lényegében nem változik: az első feltétel ugyanaz, mint volt és továbbra sem teljesül, a második pedig a

$$\gamma > \phi\psi + \delta\nu \quad (13)$$

alakot ölti. Ez némiképp hasonló a rögzített nominálárfolyamnál kapott feltételhez, de itt is igaz, hogy esetleges fennállása önmagában nem elég a stabilitáshoz. A (13) feltételből azonban az is kiolvasható, hogy a leértékelés nem javítja, hanem inkább rontja az egyensúlyi viszonyokat (ugyanis itt most a  $\gamma$  paraméternek még nagyobbnak kell lennie, hogy ellensúlyozza a leértékelés rontó hatását is). Ennek magyarázata egyszerű: az adott modell feltételek között a leértékelés javítja a külkereskedelmi mérleget, s ezáltal mérsékli az inflációs várakozások növekedését, tehát az infláció csak később és nehezebben éri el azt a szintjét, amely révén már számottevően csökkenni fog az aggregált kereslet. Nyilván ez azért van így, mert az egyszerűsítő feltételezés szerint a leértékelés közvetlenül nem befolyásolja sem az inflációs várakozásokat, sem az infláció alakulását.

A realitásokhoz közelítve a modellt, feloldhatjuk azt a feltételezést, hogy a leértékelés közvetlenül nem okoz inflációt. Ennek megfelelően az inflációt meghatározó (2) egyenletbe egy új elemként be kell iktatni a nominál-leértékelést is. Így a modellünk a következő formát ölti:

$$y = a_0 + a_1 \frac{M}{P} \quad (1)$$

$$\pi = \pi^e - \psi(y - \bar{y}) + \varphi \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \varphi > 0 \quad (2')$$

$$\frac{dn_x}{dt} = \alpha(\bar{y} - y) + \xi\nu(y - \bar{y}) \quad (3')$$

$$\frac{d\pi^e}{dt} = \phi(\pi - \pi^e) - \beta \frac{dn_x}{dt} \quad (4)$$

Jól látható tehát, hogy a módosításnak megfelelően most már az infláció a nominál-leértékeléstől is függ. A további elemzéshez a  $\frac{d\varepsilon}{dt}$  meghatározásához a (12) szabályozási egyenletet használjuk fel, ahogyan tettük azt a (3) egyenletnél is, a  $\frac{dR}{dt}$  helyébe a (11) összefüggést helyettesítettük be. Erre a modellel

<sup>13</sup>Továbbra is feltesszük, hogy az induló nominális árfolyam szintje egységnyi, tehát a  $\frac{d\varepsilon}{dt}$  az árfolyamváltozás rátáját mutatja.

elvégezve a stabilitásvizsgálatot azt kapjuk, hogy a második feltétel megegyezik az előző esettel, amikor az inflációs hatástól eltekintettünk, s amelyet a (13) összefüggés tartalmaz. Az első feltétel viszont a következő lesz:

$$\frac{\varphi\nu - \psi}{1 - \varphi} > 0$$

amely két esetben állhat fenn, ha

$$\begin{array}{l} \varphi\nu > \psi \quad \text{és} \quad \varphi < 1 \\ \varphi\nu < \psi \quad \text{és} \quad \varphi > 1 \end{array} \quad \text{vagy}$$

Megfelelő paraméterértékek esetén — ami a gyakorlatban az egyes reakciók erősségét jelenti — tehát fennáll a stabilitás, ami másként fogalmazva azt jelenti, hogy anticiklikus árfolyampolitikával is stabilá tehető a rendszer.

A reál-leértékelés tehát növeli az inflációt és ezáltal csökkenti az aggregált keresletet, amelyből következően csökkenni fog az egyensúlyi nemzeti termelési szint is. A termelés csökkenése viszont csökkenteni fogja az importigényt, s ezáltal javítja a külkereskedelmi egyensúlyi helyzetet. A modellben ez a külső egyensúlyt javító mechanizmus sokkal erősebb, mint a standard elméletből következő direkt hatás, amelynek értelmében a leértékelés jövedelmezővé teszi az exportot és megdrágítja az importot, s ezért a kettő eredőjeként javul a külkereskedelmi mérleg. A hazai tapasztalatok azonban azt mutatják, hogy az egyensúlyt javító közvetett mechanizmus sokkal erőteljesebb és nagyobb jelentőségű, mint a reálárfolyam változásának közvetlen hatása. A jelentős külkereskedelmi mérleg deficit nálunk alapvetően nem azért jelenik meg, mert a forint erőteljesen felértékelt, hanem azért, mert a gazdaság növekedni kezdett, eltávolodott a potenciális kibocsátási szintjétől. És fordítva, a külkereskedelmi helyzet javulása nem a leértékelés miatt, hanem a visszafogás miatt következik be. Jóllehet a leértékelés az infláció növelésén keresztül besegít a restrikció megvalósításába.

## Irodalom

1. ALESINA, Alberto: Politics and Business Cycles in Industrial Democracies, *Economic Policy*, April 1989. 57–98.
2. BARRO, Robert: *Macroeconomic Policy*, Harvard University Press, Cambridge Massachusetts, 1990.
3. BRUNO, Michael: Inflation and Growth in an Integrated Approach, in: *Understanding Interdependence (The Macroeconomics of the Open Economy)*, ed. by P. Kenen, Princeton University Press, Princeton, 1997.

4. BUITER, Willem: *International Macroeconomics*, Oxford University Press, 1990.
5. DERNBURG, Thomas: *Global Macroeconomics*, Harper and Row Publishers, New York 1989.
6. DORNBUSCH, Rudiger: *Exchange Rates and Inflation*, The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1988.
7. EASTERLY, W.: When is stabilization expansionary? Evidence from high inflation, *Economic Policy*, April, 1996.
8. FRIEDMAN, Milton: *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, MacMillan, New York 1969.
9. McCAFFERTY, Stephen.: *Macroeconomic Theory*, Harper and Row, New York, 1992.
10. ROMER, David: *Advanced Macroeconomics*, McGraw Hill, New York, 1996.
11. TURNOVSKY, Stephen: *Methods of Macroeconomic Dynamics*, The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1995.

#### MACROECONOMIC GOALS, POLITICAL BUSINESS CYCLES

This paper deals with the conflicts among the macroeconomic goals and the political business cycles in Hungary. A simple four equations macro model was constructed to study these problems. The instability of the system is mainly the consequence of structural disequilibrium of the economy. Economic policy and government interventions could moderate this instability, but the direct political interest of the leading parties always prevent to implement this type of stabilization.

# FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

## A NYUGDÍJAK KIIGAZÍTÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI ÉS KORLÁTAI<sup>1</sup>

BOD PÉTER

*MTA Matematikai Kutató Intézet*

Egy korábbi cikkünkben (Bod, 1966) bemutattuk, hogy a társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek pénzügyi egyensúlya rendkívül különböző finanszírozási rendszerek keretei között biztosítható. Felhívtuk a figyelmet arra, hogy a hazai nyugdíjreform szakmai vitáiból néha az a hamis alternatíva sejlett ki, mintha csak felosztó-kirovó típusú vagy teljes tőkefedezettel működő finanszírozás léteznék. Valójában egy kötelező nyugdíjrendszer a tőkésítetttség nagyon eltérő mértékei mellett tartható hosszú távon is egyensúlyban. Az 1998. január 1-jével életbe lépő vegyes finanszírozású magyar nyugdíjrendszer első és második pillére elvben egyaránt egyensúlyban tartható. Ugyanakkor a két pillér bizonyos sajátosságai el fognak térni egymástól, mégpedig éppen a két pillér tőkésítetttségi fokának különbözősége miatt. Ebben a cikkben azt kívánjuk bemutatni, hogy milyen mértékig képesek a különböző finanszírozási modellek alapján működő rendszerek a nyugdíjak értékállandóságának a belső erőforrásaik révén történő biztosítására.

### A nyugdíjvalorizáció problémája

A nyugdíjrendszerek lényegükben fogva igen hosszú időszakon át működnek. Működésük során a gazdaságban számtalan változás következik be. Ezek közül a bérszínvonal és az árszínvonal változásai közvetlenül hatást gyakorolnak a nyugdíjrendszerekre.

Minden biztosított bérhez kötött nyugdíjrendszerben a bérszínvonal változása — ami rendszerint névlegesen növekedésben nyilvánul meg — a járulék bevételek módosulását idézi elő változatlan járulék mérték esetén is. Így a bérszínvonal változása minden beavatkozás nélkül hat a rendszer bevételeire.

---

<sup>1</sup>Beérkezett: 1997. szeptember 8.

Amennyiben a nyugdíjformula is bérfüggő: a bérszínvonal változása automatikusan hat az újonnan megállapításra kerülő nyugdíjak nagyságára.

Ugyanakkor a már megállapított nyugdíjak nem módosulnak pusztán azért, mert a rendszer bevételei megváltoztak. A bérszínvonal névleges megváltozását általában két tényező együttesen idézi elő: egyfelől a gazdasági növekedés, másfelől az árszínvonal változásai.

Amennyiben a névleges bérnövekedés meghaladja az árindex változását: reális bérnövekedés áll fenn. Ellenkező esetben a névleges bérnövekedés mögött reálbér csökkenés húzódik meg. A már megállapított nyugdíjak módosítására mind a két esetben szükség van.

Növekvő reálbér alakulás esetén, ha a nyugdíjak változatlanok maradnak, társadalmi feszültségek keletkeznek, még akkor is, ha a nyugdíjak reálértéke nem csökken. Napjainkban azonban a nyugdíjak reálértékének pusztán fenntartása is nyugdíjmelést igényel, mert az árszínvonal nem marad változatlan. Ha nem igazítják a régi nyugdíjakat legalább az árindexhez, a nyugdíjasok anyagi helyzete romlik. Ha nem igazítják a régi nyugdíjakat a bérekhez, akkor a nyugdíjasok relatív helyzete romlik az aktívokhoz képest.

Különösen súlyos helyzet áll elő akkor, amikor a reálbérek is csökkennek és a nyugdíjak kiigazítása nem éri el a bérek névleges emelkedését. Ebben a helyzetben a nyugdíjasok abszolút értelemben és viszonylagosan egyaránt szegényednek.

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogyan lehet a bérszínvonal egy adott időpontban bekövetkező ugrásszerű emelkedésének a hatását számszerűsíteni. Arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy adott finanszírozással működő nyugdíjrendszerben milyen nyugdíjkiigazítást tesz lehetővé a bérszínvonal emelkedése miatt bekövetkező bevétel növekedés. Vagyis mit lehet tenni a valorizáció érdekében külön anyagi források — mint pl. járulékkulcs emelés, vagy kamatláb emelés — nélkül.

A kérdés egy felosztó-kirovó típusú finanszírozás esetén nem igényel különösebb megfontolást. A bérszínvonal emelkedése lehetővé teszi, hogy változatlan járulékkulcs mellett mind a régi, mind az új nyugdíjakat megfelelően felemeljék. Vizsgálni a tartalékkal működő rendszereket kell. Kiinduló pontunk ezért egy olyan rendszer, amelyben minden időpontban igaz, hogy a tartaléktőke diszkontált értéke megegyezik a rendszer várható kiadásai és bevételei diszkontált értékeinek a különbségével.

A formális tárgyalás során a már hivatkozott cikkünkben bevezetett folyamatos kommutációkkal fogunk operálni. Az alábbi jelölésekkel élünk:

- A rendszer pillanatnyi bevétele:  $B(t)$ .
- A rendszer pillanatnyi kiadása:  $K(t)$ .
- A rendszer pillanatnyi tartaléka:  $V(t)$ .
- A rendszer pillanatnyi járulékkulcsa:  $\Pi(t)$

- A rendszer pillanatnyi járulékbévétele:  $J(t)$
- A pillanatnyi kamatintenzitás:  $\delta(t)$

## A nyugdíjkorrekció általános képlete

Az ekvivalencia elv értelmében pénzügyi egyensúly esetén:

$$\overline{D}_t[V] = \overline{N}_t[K] - \overline{N}_t[B] .$$

A tartalékot két részre bontjuk:

$$V(t) = V_b(t) + V_a(t) ,$$

ahol  $V_b(t)$  a  $t$  időpontban futó nyugdíjak és származékainak a jelen értéke, míg  $V_a(t)$  az aktívák tartaléka, amit egyenlőre mint egy különbséget definiálunk:  $V_a(t) = V(t) - V_b(t)$ . Feltesszük, hogy  $V(t), V_b(t) \geq 0$ .

Adott  $t$  időpont mellett hasonló módon felbontjuk a kiadási függvényt:

$$K(\tau) = K_b(\tau) + K_a(\tau) \quad \tau \geq t ,$$

ahol  $K_b(\tau)$  a  $t$  időpontban már futó nyugdíjak és származékaira fizetett szolgáltatások, míg  $K_a(\tau)$  szolgáltatások, amelyeket a  $t$  időpont után indítottak. Mind a két tartalék részre áll, hogy

$$\overline{D}_t[V_b] = \overline{N}_t[K_b]$$

és

$$\overline{D}_t[V_a] = \overline{N}_t[K_a] - \overline{N}_t[B] .$$

Feltesszük már most, hogy a  $t$  időpontban változatlan járulékmérték mellett megnő a bérszínvonal és ezzel arányosan a járulékalap —  $J(t)$  — és a rendszer bevétele:  $B(t)$ . Legyen a bérszínvonal növekedése:  $(1+k)$ , vagyis  $\tau > t$ -re

$$g^*(\tau) = (1+k)g(t)$$

Legyen a futó nyugdíjak kiigazító tényezője:  $(1+k_1)$ , és az új nyugdíjaké:  $(1+k_2)$ .

A feladat az, hogy adott  $k$  mellett meg kell határozni a kiigazítási rátákat úgy, hogy fennmaradjon a pénzügyi egyensúly. Feltételezve, hogy a  $t$  időpontbeli tartalék annyi, amennyi:  $V(t)$ , az ekvivalencia egyenletből adódik, hogy:

$$\begin{aligned} \overline{D}_t[V] &= \overline{N}_t[K_b] + \overline{N}_t[K_a] - \overline{N}_t[B] = \\ &= (1+k_1)\overline{N}_t[K_b] + (1+k_2)\overline{N}_t[K_a] - (1+k)\overline{N}_t[B] , \end{aligned}$$

vagy átalakítva:

$$\begin{aligned} k_1 \bar{N}_t[K_b] + k_2 \bar{N}_t[K_a] - k \bar{N}_t[B] &= 0 \\ k_1 \bar{D}_t[V_b] + k_2 \bar{N}_t[K_a] - k(\bar{N}_t[K_a] - \bar{D}_t[V_a]) &= 0. \end{aligned}$$

Innen megkapjuk a nyugdíj kiigazítási formuláját:

$$k \bar{D}_t[V_a] = (k - k_2) \bar{N}_t[K_a] - k_1 \bar{D}_t[V_b].$$

Ez a formula teljesen kiírva az alábbi:

$$k V_a(t) = (k - k_2) \int_t^\infty K(\tau) e^{-\int_t^\tau \delta^{(0)} d\theta} d\tau - k_1 V_b(t).$$

A kiigazítási egyenlőség néhány érdekesebb alkalmazása az alábbi:

a.  $k_2 = k$  vagyis az új nyugdíjakat emeljük. Ez rendszerint törvényesen is kötelező. Ebben az esetben, feltéve, hogy  $V(t) > 0$ , adódik:

$$k_1 = -k \frac{\bar{D}_t[V_a]}{\bar{D}_t[V_b]} = -k \frac{V_a(t)}{V_b(t)}.$$

Mivel  $k$  és  $V_b(t)$  pozitívak, csak akkor lehetséges egy pozitív mértékű kiigazítás a régi nyugdíjknál, ha  $V_a(t)$  negatív, vagyis a teljes tartalék,  $V(t)$  kevesebb, mint a futó kötelezettségek diszkontált értéke. A határhelyzetben az aktívak tartaléka 0 és a teljes tartalék a nyugdíjasoké. Ebben a "tőkefedezeti finanszírozásban" tehát ki lehet igazítani a nyugdíjakat, de semmi sem jut a régi nyugdíjak kiigazítására.

b. A másik határhelyzetben, amikor

$$V_a(t) = -V_b(t)$$

$$V(t) = 0,$$

vagyis a felosztó-kirovó rendszerben  $k_1 = k_2 = k$  választható. Ez a már ismert tény, hogy mind az új, mind a régi nyugdíjak kiigazíthatók.

c. Ha  $V_a(t) > 0$ , akkor még a régi nyugdíjak változatlansága esetén is csak korlátozottan lehet az új nyugdíjakat kiigazítani. Legyen ugyanis  $k_1 = 0$ , akkor

$$k_2 \bar{N}_t[K_a] = k(\bar{N}_t[K_a] - \bar{D}_t[V_a]),$$

így

$$k_2 = k \frac{\bar{N}_t[K_a] - \bar{D}_t[V_a]}{\bar{N}_t[K_a]} < k.$$



Abban a határhelyzetben, amikor

$$\overline{D}_t[V_a] = \overline{N}_t[K_a]$$

(ez a díj nélküli biztosítás esete), a formula az alábbi:

$$k_2 \overline{N}_t[K_a] = -k_1 \overline{D}_t[V_b]$$

Mivel mind a négy mennyiségnek nem negatívnak kellene lennie, csak  $k_1 = k_2 = 0$  lehetséges. Vagyis sem a régi, sem az új nyugdíjak nem igazíthatók ki külön források nélkül.

A lehetséges korrekció nagymértékben  $V_a(t)$   $t$  időpontbeli nagyságától függ. Ennek értéke, beleértve az előjelét, bizonyos mértékben felfogható, mint a rendszer tőkésítetttségének a mértéke.

A fogalom jobb megalapozása érdekében tegyük fel, hogy a régi és az új nyugdíjak kiigazítása azonos rátával történik:

$$k_1 = k_2 = \overline{k}$$

Fennállnak a következő összefüggések:

$$\overline{k}(\overline{N}_t[K_b] + \overline{N}_t[K_a]) = k \overline{N}_t[B],$$

vagy

$$\overline{k} = k \frac{\overline{N}_t[B]}{\overline{N}_t[K]} = k \frac{\overline{N}_t[K] - \overline{D}_t[V]}{\overline{N}_t[K]} = k \left( 1 - \frac{\overline{D}_t[V]}{\overline{N}_t[K]} \right).$$

A

$$\kappa(t) = \frac{\overline{D}_t[V]}{\overline{N}_t[K]}$$

kifejezés a teljes tartalék viszonyát fejezi ki a jövőben várható nyugdíjkiadásokhoz. Normális körülmények között:

$$0 \leq \kappa(t) \leq 1.$$

$\overline{k}$ ,  $k$  és  $\kappa(t)$  között fennáll az alábbi egyszerű összefüggés:

$$\frac{\overline{k}}{k} = 1 - \kappa(t).$$

Ez azt jelenti, hogy a viszonylagos valorizáció mértéke ( $\overline{k}/k$ ) és  $\kappa(t)$  komplementerek "1"-re. Minél kisebb  $\kappa(t)$ , annál közelebb lehet az általános nyugdíjkorrekció a bérindexhez, és megfordítva, minél közelebb van  $\kappa(t)$  az 1-hez, annál kisebb a nyugdíjkorrekció lehetősége.

A két szélső eset:

- $V(t) = 0$  és  $\kappa(t) = 0$ . Ez a felosztó-kirovó helyzet, tehát  $\bar{k} = k$ , teljes a korrekció.
- $\bar{D}_t[V] = \bar{N}_t[K]$ , vagyis járulégmentes biztosítás áll fenn. A tőkésítettség foka maximális:  $\kappa(t) = 1$ , és így nincs lehetőség korrekciókra,  $k = 0$ .

A  $\kappa(t)$  hányadost a tőkésítettség fokának nevezzük a  $t$  időpontban. Más alakban is felírható ez a mutató.

$$\kappa(t) = 1 - \frac{\bar{N}_t[B]}{\bar{N}_t[K]} = 1 - \frac{\text{a várható bevételek}}{\text{a várható kiadások}}$$

Abban az időszakban, amikor a folyó kiadások már meghaladják a folyó bevételeket:  $K(t) > B(t)$

$$\kappa(t) = \frac{\text{a tartalékból várható felhasználás}}{\text{a várható kiadások}}$$

## Elhalasztott nyugdíjkorrekció

A nyugdíjakat nem lehet pillanatonként hozzáigazítani a gazdasági változásokhoz. Ezeket a változásokat statisztikailag észlelni kell, ami bizonyos időigényt jelent. Ezen felül a nyugdíjkorrekció végrehajtásának is van ügyviteli időigénye. Így a gyakorlatban rendszerint évente történnek nyugdíjkorrekciók az előző év folyamatainak mérlegelése alapján.

Ugyanakkor felvetődhet az a gondolat is, hogy a korrekciók lassabban kövessék csak a gazdasági változásokat, mint a fenti ütem. Mi történik, ha a korrekciót időben késleltetik?

A felosztó-kirovó finanszírozásban ekkor pénzügyi megtakarítás áll elő, ami elvben a járulékkulcs leszállítását is lehetővé teszi. Legyen az aktuális járulékmérték:

$$\Pi = \frac{K(t)}{J(t)}$$

Tegyük fel, hogy a járulékalap állandó  $\sigma$  intenzitással nő. Vagyis a járulékalap:

$$J^*(\tau) = J(\tau)e^{\sigma\tau}, \quad \tau \geq t.$$

Ha a nyugdíjakat a járulékalap növekedése arányában halasztás nélkül emelénék, a szükséges járulékkulcs változatlan maradna. Tegyük fel, hogy a korrekcióra csak  $n$  éves eltolódással kerül sor. Akkor a szükséges járulékmérték:

$$({}^n)\Pi = \frac{K(t)e^{\sigma(t-n)}}{J(t)e^{\sigma t}}, \quad t \geq n.$$

Az "olcsóbbodás mértéke":

$$\frac{{}^{(n)}\Pi}{\Pi} = e^{-n\sigma},$$

ami láthatóan csak a bérnövekedés mértékétől és az eltolás hosszától függ.

Az ekvivalencia egyenlet segítségével a fenti összefüggés általánosítható az átlagjárulékkal történő finanszírozásra, ha feltesszük, hogy az induló tartalék zérus:

$$V(0) = - \int_0^{\infty} e^{-n\sigma} K(t) e^{-(\delta+\sigma)t} dt + {}^{(n)}\Pi(\sigma) \int_0^{\infty} J(t) e^{\sigma t} e^{-\delta t} dt.$$

Innen  $V(0) = 0$  miatt

$${}^{(n)}\Pi(\sigma) = \frac{e^{-n\sigma} \int_0^{\infty} K(t) e^{-(\delta-\sigma)t} dt}{\int_0^{\infty} J(t) e^{-(\delta-\sigma)t} dt} = e^{-n\sigma} {}^{(0)}\Pi(\sigma),$$

ahol  ${}^{(0)}\Pi(\sigma)$  azt a járulékkulcsot jelöli, amely azonnali korrekcióhoz kell. Ez nyilván függ a bérnövekedés intenzitásától.

Amennyiben a tartalék a rendszerben nem zérus: nem igaz már, hogy az eltolt korrekció járulékkulcsa alacsonyabb, mint a változatlan bérszint melletti járulékmérték. Az azonban igaz, hogy az eltolt korrekció olcsóbb, mint a nem eltolt.

Amennyiben eltekintünk a kezdeti tartalék zérus voltától: Legyen a kezdeti tartalék  $V_1 > 0$ . Jelöljük  ${}^{(0)}\Pi_1$ -val a  $\sigma$  növekedési intenzitás esetén azonnali korrekció mellett szükséges járulékkulcsot és  ${}^{(n)}\Pi_1$ -val az  $n$  éves eltolás esetén szükséges járulékmértéket. Az ekvivalencia egyenletek felhasználásával és a fenti formulák alkalmazásával belátható, hogy:

$${}^{(0)}\Pi_1 - {}^{(n)}\Pi_1 = {}^{(0)}\Pi_0 - {}^{(n)}\Pi_0 = (1 - e^{-n\sigma}) {}^{(0)}\Pi_0,$$

ahol  ${}^{(0)}\Pi_0$  és  ${}^{(n)}\Pi_0$  a zérus tartalékhoz tartozó járulékkulcsok.

Ez a formula bármely tetszőleges induló tartalék mellett teljesül:

$${}^{(0)}\Pi_2 - {}^{(n)}\Pi_2 = {}^{(0)}\Pi_1 - {}^{(n)}\Pi_1.$$

Vagyis a járulékkulcsok különbsége független az induló tartalék nagyságától.

## A nyugdíjkorrekció kapcsolata a tőkésítettség fokával

Az eddigiekben azt láttuk, hogy a felosztó-kirovó rendszerben lehetséges egy azonnali nyugdíjkorrekció a növekvő bérekhez. Ha ezzel szemben  $V(t) > 0$ ,

akkor ez csak pótlólagos eszközökkel lehetséges. Ugyanakkor kiderült, hogy a nyugdíjkorrekció időbeni eltolása csökkenti a szükséges járulékmértéket az azonnali korrekció járulékszükségletéhez képest.

Felvetődik ezért az a kérdés, hogy mekkora lehet a tőkésítettség foka annak érdekében, hogy a rendszer képes legyen egy törvényben rögzített  $n$  év alatti korrekció külön kiegészítő források nélkül történő finanszírozására.

Egy nyugdíjrendszert relatív pénzügyi egyensúlyban levőnek neveznek, ha egy bizonyos időponttól kezdve a tartalék tőke, a járulékalap és a kiadások növekedési rátái megegyeznek. Formálisan:

$$\bar{\rho} = \frac{V'}{V} = \frac{J'}{J} = \frac{K'}{K}.$$

Ha tekintjük a járuléktartalék alapvető differenciálegyenletét:

$$V'(t) = \delta(t)V(t) + B(t) - K(t),$$

és tekintetbe vesszük, hogy relatív pénzügyi egyensúly áll fenn, azt kapjuk, hogy:

$$V(t)(\delta - \bar{\rho}) = K(t) - \Pi J(t).$$

Innen

$$\Pi = \frac{K(t) - V(t)(\delta - \bar{\rho})}{J(t)} = \frac{K_0 - V_0(\delta - \bar{\rho})}{J_0}$$

a megfelelő járulékkulcs.

Térjünk át a járulékalap növekedésére a bérnövekedés miatt és késleltessük a korrekciót  $n$  évvel, akkor megőrizve az induló tartalékot és azt, hogy megmarad a relatív pénzügyi egyensúly: a tartalék  $\bar{\rho} + \sigma$  intenzitással nő.

A járulékalap és a kiadások az alábbiak szerint módosulnak:

$$\begin{aligned} J^*(t) &= e^{\sigma t} J(t) \\ K^*(t) &= e^{\sigma(t-n)} K(t) \end{aligned} \quad t \geq n$$

Az új járulékkulcs:

$${}^{(n)}\Pi = \frac{K_0 e^{-n\sigma} - V_0(\delta - \bar{\rho} - \sigma)}{J_0}.$$

Ha azonban azt akarjuk, hogy az új járulékmérték az eredetivel megegyezzen:

$$\begin{aligned} {}^{(n)}\Pi &= \Pi \\ \frac{K_0 e^{-n\sigma} - V_0(\delta - \bar{\rho} - \sigma)}{J_0} &= \frac{K_0 - V_0(\delta - \bar{\rho})}{J_0} \end{aligned}$$

Így

$$V_0 = \frac{1 - e^{-r_1\sigma}}{\sigma} K_0 = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K_0 e^{-r_1\sigma},$$

szorozva mind a két oldalon  $e^{\bar{r}l} e^{\sigma l}$ -vel:

$$V^*(t) = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K_0 e^{-r_1\sigma} \cdot e^{\bar{r}l} \cdot e^{\sigma l} = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K_0 e^{\sigma(l-r_1)} \cdot e^{\bar{r}l} =$$

$$\frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K(t) e^{\sigma(l-r_1)} = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K^*(t).$$

Legyen

$$\Psi(n, \sigma) = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma}.$$

Látható, hogy

$$\Psi(n, \sigma) = \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} = \frac{V^*(t)}{K^*(t)}.$$

Ez a függvény azt mutatja meg, hogy a tartalék hányszorosa az éves nyugdíjkiadásnak. Ha

$$V^*(t) \leq \frac{e^{r_1\sigma} - 1}{\sigma} K^*(t),$$

akkor megvalósítható egy teljes korrekció  $n$  évvel eltolva minden külön forrás nélkül. Ha a  $<$  reláció áll fenn, lehetséges járulékkulcs csökkentés is.

Ha azonban

$$V^*(t) > \Psi(n, \sigma) K^*(t),$$

akkor pótlólagos források kellene az időben eltolt teljes korrekcióhoz is.

## Irodalom

1. Bod, P.: Társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek lehetséges finanszírozási modelljeiről. Szigma. 1996. XXVII. évf. 4. (207–220).
2. Thullen, P.: Mathematische Formeln zur Rentenanpassung an wirtschaftliche Schwankungen insbesondere im Zusammenhang mit dem Grade der Kapitalisation. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik. Bd. IX. 1970.
3. Thullen, P.: Rechenmethoden zur Rentenanpassung in der sozialen Rentenversicherung. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik. Bd. IX. 1971.
4. Kaiser, E.: A General Approach to Economic and Social Mathematics. Bern. 1972.

## POSSIBILITIES AND LIMITS OF PENSION INDEXATION

We have shown in a former note that compulsory pension schemes can be financed under various level of funding. Between "Pay as You Go" and fully funding of all expected benefits there exists an infinite series of partial founded financial systems which may achieve the equilibrium of a specific scheme. In this note we deal with the pension indexation problem which is due to the fact that wage level is permanently growing in the long run development of the economy. Pension level has to be adjusted sooner or later to the increased wages in order to avoid social tension among active and retired generations. The question is the following: given a certain increase in the wage level what can be done on the pension benefit side? In which extent is it possible to adjust old and new pensions without additional sources — like increase of contribution rate or increase in capital return? Investigations show that the answer depend highly on the capitalization level of the specific scheme. The degree of capitalization at a given time  $t$  can be measured by the ratio of reserve capital at time  $t$  and the expected present value of all future benefits at time  $t$ . It turns out that the possible highest relative indexation of the pensions is complementary to 1 with the ratio of capitalization.

## TUDOMÁNYOS ÉLET

### A 16. Nemzetközi Matematikai Programozási Szimpóziumról (Lausanne, 1997. augusztus 24-29)

1997. augusztus 24-től 29-ig közel másfélezren vettek részt Lausanneban a 16. Nemzetközi Matematikai Programozási Szimpózium tanácskozásain. 25 felkért előadó "State of the Art" típusú összefoglalóikban kísérletet tettek a matematikai programozás aktuális fejlődésében fontos szerepet játszó területek sokoldalú bemutatásával keretet adni annak a szinte parttalan probléma és eredmény áradatnak, ami a konferencia több mint 1000 szekció előadásában megjelent.

A 16. Szimpózium mind a résztvevők számát, mind a bemutatott paperek számát és változatosságát tekintve felülmulta valamennyi korábbi hasonló rendezvényét. Ugyanakkor ez a körülmény a teljes rendezvényt a résztvevők számára áttekinthetetlenné és követhetlenné tette.

A konferencia szervezőinek sikerült a Springer kiadó közreműködésével elérniük, hogy a felkért előadások zömének alapját képező teljes dolgozatok a megnyitó napjára elkészült kötetben nyomtatásban megjelenjenek. A konferencia minden résztvevője a kötetet kedves meglepetésként ajándék formájában megkapta. A szekció előadásokban elhangzottak azonban csak a későbbi publikációk során válnak majd közkinccsé.

A 16. Szimpózium ugyanakkor bizonyos tekintetben ünnepi alkalom volt. Hiszen maga a szakma, a matematikai programozás, minden bizonnyal a simplex módszer kitalálásával vette kezdetét. A matematikai programozási szimpóziumok sorát azok a kutatók indították el, akik ott voltak 1947-ben, amikor George B. Dantzig bemutatta ötletét. A 16. Szimpózium megünnepelte a simplex módszer 50. születésnapját. Sokan gondolkodtak el az elmúlt fél évszázad tapasztalatain és voltak, akik megkísérelték megbecsülni, hogy mit hoz a XXI. század majd a matematikai programozók nemzetközi közösségének.

A lausanne-i csúcs mindenesetre azt bizonyította, hogy a matematikai programozás "kitalálása" termékeny ötletnek bizonyult. Nem véletlen, hogy Neumann János már az első pillanatban felismerte a kezdeményezés jelentőségét és határozottan biztatott az elméleti folytatásra és az eredmények gyakorlati alkalmazására. Talán nem tekinthető nemzeti elfogultságnak, ha azt mondom, hogy ennek az 50 éve elindult matematikai diszciplína fejlődésének előmozdításához a magyar matematikusok a legjobb magyar matematikai

hagyományok szellemében jelentősen hozzájárultak és járulnak.

Most ünnepeljük Farkas Gyula születésének 150. évfordulóját, akinek a munkássága az alapok lerakását szolgálta. Egerváry Jenő és König Dénes közvetlen előfutárok. Aztán a külföldön működtek. Neumann Jánosról már volt szó. De nem lehet említés nélkül hagyni Stephen Vajdát, Vajda Pistát, aki nem régen hagyott itt minket és akinek kiemelkedő szerepe volt a lineáris programozás európai elterjesztésében. Működését a 16. Szimpózium emlékülés keretében méltatta. Nem kis büszkeséggel tekinthetünk ma vissza arra, hogy Európában az elsők között alakult ki Magyarországon a matematikai programozással és annak alkalmazásaival foglalkozó kutatók jelentős számú csapata.

Matematikusok, közgazdászok, mérnökök, majd számítógépes szakemberek munkája nyomán igen rövid idő alatt a hazai kutatások színvonala elérte a nemzetközi színvonalat. Számos itthon, illetve itthonról publikáló kollégánk neve vált ismertté. Az 1964-ben Londonban rendezett és ma 5.-nek nevezett Szimpózium egyik legnagyobb létszámú delegációja a magyar volt. Nem véletlen, hogy amikor 1970-ben felmerült az igény arra, hogy a világon szerteszt dolgozó "matematikai programozók"-nak jöjjön létre egy nemzetközi társasága: a magyar kollégák jelentős szerepet töltek be a Mathematical Programming Society megszervezésében és a Társaság azóta kiterjedélyesedett jeles folyóiratának: a Mathematical Programming-nak az előkészítésében. A matematikai programozás területén működő magyarok száma párhuzamosan bővült magának a szakmának a fejlődésével. Lausanne is világosan tükrözte, hogy ez a számszerű bővülés a nemzetközi közösség keretei között ment végbe. Jelenlétünk töretlen. A 25 felkért előadó között igazából négy magyar volt: két hazai és két romániai magyar. Térségünk általános helyzete alapján nem meglepő, hogy valamennyien amerikai vagy nyugat-európai zászló alatt hajóznak. Általában jellemző azonban, hogy a 16. Szimpózium magyar résztvevőinek jelentős hányada jelenleg tartósan vagy átmenetileg nem itthon alkot. Ez a helyzet természetesen rejt magában bizonyos veszélyeket a hazai szakma jövőjét illetően. Ennek elemzése azonban messze meghaladná egy jól sikerült nemzetközi tudományos tanácskozásról szóló beszámoló kereteit.

Bod Péter