FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

A NYUGDÍJAK KIIGAZÍTÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI ÉS KORLÁTAI[1]

BOD PÉTER
MTA Matematikai Kutató Intézet

Egy korábbi cikkünkben (Bod, 1966) bemutattuk, hogy a társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek pénzügyi egyensúlya rendkívül különböző finanszírozási rendszerek keretei között biztosítható. Felhívtuk a figyelmet arra, hogy a hazai nyugdíjreform szakmai vitáiból néha az a hamis alternatíva sejlett ki, mintha csak felosztó-kirovó típusú vagy teljes tőkefedezettel működő finanszírozás léteznék. Valójában egy kötelező nyugdíjrendszer a tőkésítettség nagyon eltérő mértékei mellett tartható hosszú távon is egyensúlyban. Az 1998. január 1-jével életbe lépő vegyes finanszírozású magyar nyugdíjrendszer első és második pillére elvben egyaránt egyensúlyban tartható. Ugyanakkor a két pillér bizonyos sajátosságai el fognak térni egymástól, mégpedig éppen a két pillér tőkésítettségi fokának különbözősége miatt. Ebben a cikkben azt kívánjuk bemutatni, hogy milyen mértékig képesek a különböző finanszírozási modellek alapján működő rendszerek a nyugdíjak értékállandóságának a belső erőforrásaik révén történő biztosítására.

A nyugdíjvalorizáció problémája

A nyugdíjrendszerek lényegüknél fogva igen hosszú időszakon át működnek. Működésük során a gazdaságban számtalan változás következik be. Ezek közül a bérszínvonal és az árszínvonal változásai közvetlenül hatást gyakorolnak a nyugdíjrendszerekre.

Minden biztosítotti bérhez kötött nyugdíjrendszerben a bérszínvonal változása — ami rendszerint névlegesen növekedésben nyilvánul meg — a járulék bevételek módosulását idézi elő változatlan járulék mérték esetén is. Így a bérszínvonal változása minden beavatkozás nélkül hat a rendszer bevételeire.

[1]Beérkezett: 1997. szeptember 8.

Amennyiben a nyugdíjformula is bérfüggő: a bérszínvonal változása automatikusan hat az újonnan megállapításra kerülő nyugdíjak nagyságára.

Ugyanakkor a már megállapított nyugdíjak nem módosulnak pusztán azért, mert a rendszer bevételei megváltoztak. A bérszínvonal névleges megváltozását általában két tényező együttesen idézi elő: egyfelől a gazdasági növekedés, másfelől az árszínvonal változásai.

Amennyiben a névleges bérnövekedés meghaladja az árindex változását: reális bérnövekedés áll fenn. Ellenkező esetben a névleges bérnövekedés mögött reálbér csökkenés húzódik meg. A már megállapított nyugdíjak módosítására mind a két esetben szükség van.

Növekvő reálbér alakulás esetén, ha a nyugdíjak változatlanok maradnak, társadalmi feszültségek keletkeznek, még akkor is, ha a nyugdíjak reálértéke nem csökken. Napjainkban azonban a nyugdíjak reálértékének puszta fenntartása is nyugdíjemelést igényel, mert az árszínvonal nem marad változatlan. Ha nem igazítják a régi nyugdíjakat legalább az árindexhez, a nyugdíjasok anyagi helyzete romlik. Ha nem igazítják a régi nyugdíjakat a bérekhez, akkor a nyugdíjasok relatív helyzete romlik az aktívokhoz képest.

Különösen súlyos helyzet áll elő akkor, amikor a reálbérek is csökkennek és a nyugdíjak kiigazítása nem éri el a bérek névleges emelkedését. Ebben a helyzetben a nyugdíjasok abszolút értelemben és viszonylagosan egyaránt szegényednek.

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogyan lehet a bérszínvonal egy adott időpontban bekövetkező ugrásszerű emelkedésének a hatását számszerűsíteni. Arra vagyunk kiváncsiak, hogy egy adott finanszírozással működő nyugdíjrendszerben milyen nyugdíjkiigazítást tesz lehetővé a bérszínvonal emelkedése miatt bekövetkező bevétel növekedés. Vagyis mit lehet tenni a valorizáció érdekében külön anyagi források — mint pl. járulékkulcs emelés, vagy kamatláb emelkedés — nélkül.

A kérdés egy felosztó-kirovó típusú finanszírozás esetén nem igényel különösebb megfontolást. A bérszínvonal emelkedése lehetővé teszi, hogy változatlan járulékkulcs mellett mind a régi, mind az új nyugdíjakat megfelelően felemeljék. Vizsgálni a tartalékkal működő rendszereket kell. Kiinduló pontunk ezért egy olyan rendszer, amelyben minden időpontban igaz, hogy a tartaléktőke diszkontált értéke megegyezik a rendszer várható kiadásai és bevételei diszkontált értékeinek a különbségével.

A formális tárgyalás során a már hivatkozott cikkünkben bevezetett folyamatos kommutációkkal fogunk operálni. Az alábbi jelölésekkel élünk:

- A rendszer pillanatnyi bevétele: $B(t)$.
- A rendszer pillanatnyi kiadása: $K(t)$.
- A rendszer pillanatnyi tartaléka: $V(t)$.
- A rendszer pillanatnyi járulékkulcsa: $\Pi(t)$

- A rendszer pillanatnyi járulékbevétele: $J(t)$
- A pillanatnyi kamatintenzitás: $\delta(t)$

A nyugdíjkorrekció általános képlete

Az ekvivalencia elv értelmében pénzügyi egyensúly esetén:

$$\overline{D}_t[V] = \overline{N}_t[K] - \overline{N}_t[B] \; .$$

A tartalékot két részre bontjuk:

$$V(t) = V_b(t) + V_a(t) \; ,$$

ahol $V_b(t)$ a t időpontban futó nyugdíjak és származékainak a jelen értéke, míg $V_a(t)$ az aktívak tartaléka, amit egyenlőre mint egy különbséget definiálunk: $V_a(t) = V(t) - V_b(t)$. Felteszzük, hogy $V(t)$, $V_b(t) \geq 0$.

Adott t időpont mellett hasonló módon felbontjuk a kiadási függvényt:

$$K(\tau) = K_b(\tau) + K_a(\tau) \qquad \tau \geq t \; ,$$

ahol $K_b(\tau)$ a t időpontban már futó nyugdíjak és származékaira fizetett szolgáltatások, míg $K_a(\tau)$ szolgáltatások, amelyeket a t időpont után indítottak. Mind a két tartalék részre áll, hogy

$$\overline{D}_t[V_b] = \overline{N}_t[K_b]$$

és

$$\overline{D}_t[V_a] = \overline{N}_t[K_a] - \overline{N}_t[B] \; .$$

Feltesszük már most, hogy a t időpontban változatlan járulékmérték mellett megnő a bérszínvonal és ezzel arányosan a járulékalap — $J(t)$ — és a rendszer bevétele: $B(t)$. Legyen a bérszínvonal növekedése: $(1+k)$, vagyis $\tau > t$-re

$$g^*(\tau) = (1+k)g(t)$$

Legyen a futó nyugdíjak kiigazító tényezője: $(1+k_1)$, és az új nyugdíjaké: $(1+k_2)$.

A feladat az, hogy adott k mellett meg kell határozni a kiigazítási rátákat úgy, hogy fennmaradjon a pénzügyi egyensúly. Feltételezve, hogy a t időpontbeli tartalék annyi, amennyi: $V(t)$, az ekvivalencia egyenletből adódik, hogy:

$$\overline{D}_t[V] = \overline{N}_t[K_b] + \overline{N}_t[K_a] - \overline{N}_t[B] =$$
$$(1+k_1)\overline{N}_t[K_b] + (1+k_2)\overline{N}_t[K_a] - (1+k)\overline{N}_t[B] \; ,$$

vagy átalakítva:

$$k_1\overline{N}_t[K_b] + k_2\overline{N}_t[K_a] - k\overline{N}_t[B] = 0$$

$$k_1\overline{D}_t[V_b] + k_2\overline{N}_t[K_a] - k\big(\overline{N}_t[K_a] - \overline{D}_t[V_a]\big) = 0 \,.$$

Innen megkapjuk a nyugdíj kiigazítási formuláját:

$$k\overline{D}_t[V_a] = (k - k_2)\overline{N}_t[K_a] - k_1\overline{D}_t[V_b] \,.$$

Ez a formula teljesen kiírva az alábbi:

$$kV_a(t) = (k - k_2)\int_t^{\infty} K(\tau)e^{-\int_t^{\tau} \delta(\theta)d\theta} d\tau - k_1V_b(t) \,.$$

A kiigazítási egyenlőség néhány érdekesebb alkalmazása az alábbi:

a. $k_2 = k$ vagyis az új nyugdíjakat emeljük. Ez rendszerint törvényesen is kötelező. Ebben az esetben, feltéve, hogy $V(t) > 0$, adódik:

$$k_1 = -k\frac{\overline{D}_t[V_a]}{\overline{D}_t[V_b]} = -k\frac{V_a(t)}{V_b(t)} \,.$$

Mivel k és $V_b(t)$ pozitívak, csak akkor lehetséges egy pozitív mértékű kiigazítás a régi nyugdíjaknál, ha $V_a(t)$ negatív, vagyis a teljes tartalék, $V(t)$ kevesebb, mint a futó kötelezettségek diszkontált értéke. A határhelyzetben az aktívak tartaléka 0 és a teljes tartalék a nyugdíjasoké. Ebben a "tőkefedezeti finanszírozásban" tehát ki lehet igazítani a nyugdíjakat, de semmi sem jut a régi nyugdíjak kiigazítására.

b. A másik határhelyzetben, amikor

$$V_a(t) = -V_b(t)$$

$$V(t) = 0 \,,$$

vagyis a felosztó-kirovó rendszerben $k_1 = k_2 = k$ választható. Ez a már ismert tény, hogy mind az új, mind a régi nyugdíjak kiigazíthatók.

c. Ha $V_a(t) > 0$, akkor még a régi nyugdíjak változatlansága esetén is csak korlátozottan lehet az új nyugdíjakat kiigazítani. Legyen ugyanis $k_1 = 0$, akkor

$$k_2\overline{N}_t[K_a] = k\big(\overline{N}_t[K_a] - \overline{D}_t[V_a]\big) \,,$$

így

$$k_2 = k\frac{\overline{N}_t[K_a] - \overline{D}_t[V_a]}{\overline{N}_t[K_a]} < k \,.$$

Abban a határhelyzetben, amikor

$$\overline{D}_\iota[V_a] = \overline{N}_\iota[K_a]$$

(ez a díj nélküli biztosítás esete), a formula az alábbi:

$$k_2\overline{N}_\iota[K_a] = -k_1\overline{D}_\iota[V_b]$$

Mivel mind a négy mennyiségnek nem negatívnak kellene lennie, csak $k_1 = k_2 = 0$ lehetséges. Vagyis sem a régi, sem az új nyugdíjak nem igazíthatók ki külön források nélkül.

A lehetséges korrekció nagymértékben $V_a(t)$ t időpontbeli nagyságától függ. Ennek értéke, beleértve az előjelét, bizonyos mértékben felfogható, mint a rendszer tőkésítettségének a mértéke.

A fogalom jobb megalapozása érdekében tegyük fel, hogy a régi és az új nyugdíjak kiigazítása azonos rátával történik:

$$k_1 = k_2 = \overline{k}$$

Fennállnak a következő összefüggések:

$$\overline{k}\left(\overline{N}_\iota[K_b] + \overline{N}_\iota[K_a]\right) = k\overline{N}_\iota[B] ,$$

vagy

$$\overline{k} = k\,\frac{\overline{N}_\iota[B]}{\overline{N}_\iota[K]} = k\,\frac{\overline{N}_\iota[K] - \overline{D}_\iota[V]}{\overline{N}_\iota[K]} = k\left(1 - \frac{\overline{D}_\iota[V]}{\overline{N}_\iota[K]}\right) .$$

A

$$\kappa(t) = \frac{\overline{D}_\iota[V]}{\overline{N}_\iota[K]}$$

kifejezés a teljes tartalék viszonyát fejezi ki a jövőben várható nyugdíjkiadásokhoz. Normális körülmények között:

$$0 \leq \kappa(t) \leq 1 .$$

$\overline{k}$, k és $\kappa(t)$ között fennáll az alábbi egyszerű összefüggés:

$$\frac{\overline{k}}{k} = 1 - \kappa(t) .$$

Ez azt jelenti, hogy a viszonylagos valorizáció mértéke ($\overline{k}/k$) és $\kappa(t)$ komplementerek "1"-re. Minél kisebb $\kappa(t)$, annál közelebb lehet az általános nyugdíjkorrekció a bérindexhez, és megfordítva, minél közelebb van $\kappa(t)$ az 1-hez, annál kisebb a nyugdíjkorrekció lehetősége.

A két szélső eset:

- $V(t) = 0$ és $\kappa(t) = 0$. Ez a felosztó-kirovó helyzet, tehát $\overline{k} = k$, teljes a korrekció.
- $\overline{D}_t[V] = \overline{N}_t[K]$, vagyis járulékmentes biztosítás áll fenn. A tőkésítettség foka maximális: $\kappa(t) = 1$, és így nincs lehetőség korrekciókra, $k = 0$.

A $\kappa(t)$ hányadost a tőkésítettség fokának nevezzük a t időpontban. Más alakban is felírható ez a mutató.

$$\kappa(t) = 1 - \frac{\overline{N}_t[B]}{\overline{N}_t[K]} = 1 - \frac{\text{a várható bevételek}}{\text{a várható kiadások}}$$

Abban az időszakban, amikor a folyó kiadások már meghaladják a folyó bevételeket: $K(t) > B(t)$

$$\kappa(t) = \frac{\text{a tartalékból várható felhasználás}}{\text{a várható kiadások}}$$

Elhalasztott nyugdíjkorrekció

A nyugdíjakat nem lehet pillanatonként hozzáigazítani a gazdasági változásokhoz. Ezeket a változásokat statisztikailag észlelni kell, ami bizonyos időigényt jelent. Ezen felül a nyugdíjkorrekció végrehajtásának is van ügyviteli időigénye. Így a gyakorlatban rendszerint évente történnek nyugdíjkorrekciók az előző év folyamatainak mérlegelése alapján.

Ugyanakkor felvetődhet az a gondolat is, hogy a korrekciók lassabban kövessék csak a gazdasági változásokat, mint a fenti ütem. Mi történik, ha a korrekciót időben késleltetik?

A felosztó-kirovó finanszírozásban ekkor pénzügyi megtakarítás áll elő, ami elvben a járulékkulcs leszállítását is lehetővé teszi. Legyen az aktuális járulékmérték:

$$\Pi = \frac{K(t)}{J(t)}$$

Tegyük fel, hogy a járulékalap állandó σ intenzitással nő. Vagyis a járulékalap:

$$J^*(\tau) = J(\tau)e^{\sigma\tau}\,, \qquad \tau \geq t\,.$$

Ha a nyugdíjakat a járulékalap növekedése arányában halasztás nélkül emelnénk, a szükséges járulékkulcs változatlan maradna. Tegyük fel, hogy a korrekcióra csak n éves eltolódással kerül sor. Akkor a szükséges járulékmérték:

$$^{(n)}\Pi = \frac{K(t)e^{\sigma(t-n)}}{J(t)e^{\sigma t}}\,, \qquad t \geq n\,.$$

Az "olcsóbbodás mértéke":

$$\frac{^{(n)}\Pi}{\Pi} = e^{-n\sigma} ,$$

ami láthatóan csak a bérnövekedés mértékétől és az eltolás hosszától függ.

Az ekvivalencia egyenlet segítségével a fenti összefüggés általánosítható az átlagjárulékkal történő finanszírozásra, ha feltesszük, hogy az induló tartalék zérus:

$$V(0) = -\int_0^\infty e^{-n\sigma} K(t) e^{(-\delta+\sigma)t} dt + {}^{(n)}\Pi(\sigma) \int_0^\infty J(t) e^{\sigma t} e^{-\delta t} dt .$$

Innen $V(0) = 0$ miatt

$$^{(n)}\Pi(\sigma) = \frac{e^{-n\sigma} \int_0^\infty K(t) e^{-(\delta-\sigma)t} dt}{\int_0^\infty J(t) e^{-(\delta-\sigma)t} dt} = e^{-n\sigma}\, {}^{(0)}\Pi(\sigma) ,$$

ahol $^{(0)}\Pi(\sigma)$ azt a járulékkulcsot jelöli, amely azonnali korrekcióhoz kell. Ez nyilván függ a bérnövekedés intenzitásától.

Amennyiben a tartalék a rendszerben nem zérus: nem igaz már, hogy az eltolt korrekció járulékkulcsa alacsonyabb, mint a változatlan bérszint melletti járulékmérték. Az azonban igaz, hogy az eltolt korrekció olcsóbb, mint a nem eltolt.

Amennyiben eltekintünk a kezdeti tartalék zérus voltától: Legyen a kezdeti tartalék $V_1 > 0$. Jelöljük $^{(0)}\Pi_1$-val a σ növekedési intenzitás esetén azonnali korrekció mellett szükséges járulékkulcsot és $^{(n)}\Pi_1$-val az n éves eltolás esetén szükséges járulékmértéket. Az ekvivalencia egyenletek felhasználásával és a fenti formulák alkalmazásával belátható, hogy:

$$^{(0)}\Pi_1 - {}^{(n)}\Pi_1 = {}^{(0)}\Pi_0 - {}^{(n)}\Pi_0 = (1 - e^{-n\sigma})\,{}^{(0)}\Pi_0 ,$$

ahol $^{(0)}\Pi_0$ és $^{(n)}\Pi_0$ a zérus tartalékhoz tartozó járulékkulcsok.

Ez a formula bármely tetszőleges induló tartalék mellett teljesül:

$$^{(0)}\Pi_2 - {}^{(n)}\Pi_2 = {}^{(0)}\Pi_1 - {}^{(n)}\Pi_1 .$$

Vagyis a járulékkulcsok különbsége független az induló tartalék nagyságától.

A nyugdíjkorrekció kapcsolata a tőkésítettség fokával

Az eddigiekben azt láttuk, hogy a felosztó-kirovó rendszerben lehetséges egy azonnali nyugdíjkorrekció a növekvő bérekhez. Ha ezzel szemben $V(t) > 0$, akkor ez csak pótlólagos eszközökkel lehetséges. Ugyanakkor kiderült, hogy a nyugdíjkorrekció időbeni eltolása csökkenti a szükséges járulékmértéket az azonnali korrekció járulékszükségletéhez képest.

Felvetődik ezért az a kérdés, hogy mekkora lehet a tőkésítettség foka annak érdekében, hogy a rendszer képes legyen egy törvényben rögzített n év alatti korrekció külön kiegészítő források nélkül történő finanszírozására.

Egy nyugdíjrendszert relatív pénzügyi egyensúlyban levőnek neveznek, ha egy bizonyos időponttól kezdve a tartalék tőke, a járulékalap és a kiadások növekedési rátái megegyeznek. Formálisan:

$$\overline{\rho} = \frac{V'}{V} = \frac{J'}{J} = \frac{K'}{K} .$$

Ha tekintjük a járuléktartalék alapvető differenciálegyenletét:

$$V'(t) = \delta(t)V(t) + B(t) - K(t) ,$$

és tekintetbe vesszük, hogy relatív pénzügyi egyensúly áll fenn, azt kapjuk, hogy:

$$V(t)(\delta - \overline{\rho}) = K(t) - \Pi J(t) .$$

Innen

$$\Pi = \frac{K(t) - V(t)(\delta - \overline{\rho})}{J(t)} = \frac{K_0 - V_0(\delta - \overline{\rho})}{J_0}$$

a megfelelő járulékkulcs.

Térjünk át a járulékalap növekedésére a bérnövekedés miatt és késleltessük a korrekciót n évvel, akkor megőrizve az induló tartalékot és azt, hogy megmarad a relatív pénzügyi egyensúly: a tartalék $\overline{\rho} + \sigma$ intenzitással nő.

A járulékalap és a kiadások az alábbiak szerint módosulnak:

$$\left.\begin{aligned} J^*(t) &= e^{\sigma t} J(t) \\ K^*(t) &= e^{\sigma(t-n)} K(t) \end{aligned}\right. \qquad t \geq n$$

Az új járulékkulcs:

$${}^{(n)}\Pi = \frac{K_0 e^{-n\sigma} - V_0(\delta - \overline{\rho} - \sigma)}{J_0} .$$

Ha azonban azt akarjuk, hogy az új járulékmérték az eredetivel megegyezzék:

$${}^{(n)}\Pi = \Pi$$

$$\frac{K_0 e^{-n\sigma} - V_0(\delta - \overline{\rho} - \sigma)}{J_0} = \frac{K_0 - V_0(\delta - \overline{\rho})}{J_0}$$

Így

$$V_0 = \frac{1-e^{-n\sigma}}{\sigma} K_0 = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K_0 e^{-n\sigma} ,$$

szorozva mind a két oldalon $e^{\overline{\rho}t} e^{\sigma t}$-vel:

$$V^*(t) = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K_0 e^{-n\sigma} \cdot e^{\overline{\rho}t} \cdot e^{\sigma t} = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K_0 e^{\sigma(t-n)} \cdot e^{\overline{\rho}t} =$$

$$\frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K(t) e^{\sigma(t-n)} = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K^*(t) .$$

Legyen

$$\Psi(n,\sigma) = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} .$$

Látható, hogy

$$\Psi(n,\sigma) = \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} = \frac{V^*(t)}{K^*(t)} .$$

Ez a függvény azt mutatja meg, hogy a tartalék hányszorosa az éves nyugdíjkiadásnak. Ha

$$V^*(t) \leq \frac{e^{n\sigma}-1}{\sigma} K^*(t) ,$$

akkor megvalósítható egy teljes korrekció n évvel eltolva minden külön forrás nélkül. Ha a $<$ reláció áll fenn, lehetséges járulékkulcs csökkentés is.

Ha azonban

$$V^*(t) > \Psi(n,\sigma) K^*(t) ,$$

akkor pótlólagos források kellenek az időben eltolt teljes korrekcióhoz is.

Irodalom

1. Bod, P.: Társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek lehetséges finanszírozási modelljeiről. Szigma. 1996. XXVII. évf. 4. (207–220).
2. Thullen, P. : Mathematische Formeln zur Rentenanpassung an wirtschaftliche Schwankungen insbesondere im Zusammenhang mit dem Grade der Kapitalisation. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik. Bd. IX. 1970.
3. Thullen, P.: Rechenmethoden zur Rentenanpassung in der sozialen Rentenversicherung. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik. Bd. IX. 1971 .
4. Kaiser, E.: A General Approach to Economic and Social Mathematics. Bern. 1972.

POSSIBILITIES AND LIMITS OF PENSION INDEXATION

We have shown in a former note that compulsory pension schemes can be financed under various level of funding. Between "Pay as You Go" and fully funding of all expected benefits there exists an infinite series of partial founded financial systems which may achieve the equilibrium of a specific scheme. In this note we deal with the pension indexation problem which is due to the fact that wage level is permanently growing in the long run development of the economy. Pension level has to be adjusted sooner or later to the increased wages in order to avoid social tension among active and retired generations. The question is the following: given a certain increase in the wage level what can be done on the pension benefit side? In which extent is it possible to adjust old and new pensions without additional sources — like increase of contribution rate or increase in capital return? Investigations show that the answer depend highly on the capitalization level of the specific scheme. The degree of capitalization at a given time t can be measured by the ratio of reserve capital at time t and the expected present value of all future benefits at time t. It turns out that the possible highest relative indexation of the pensions is complementary to 1 with the ratio of capitalization.