RELATÍV DEPRIVÁCIÓ ÉS SZEGÉNYSÉG: A JÖVEDELMI TRANSZFER DEPRIVÁCIÓS HATÁSA[1]

HAJDU OTTÓ
BKE Statisztikai Tanszék

1. Bevezetés

Egy társadalomban a szegénység fokának megítélésekor alapvető szempont a szegények létszámarányának, továbbá a szegények körében a jövedelmek szóródásának, a szegények jövedelemeloszlásának a figyelembevétele. A szegények jövedelmi eloszlásának egyik alapvető jellemzője átlagos jövedelmük szintjének a szegénységi küszöbhöz való viszonya, vagyis a szegénység intenzitása. Úttörő munkájában *Amartya Sen (1976)* hívta fel a figyelmet arra, hogy a szegénység mérése során – a szegénységi index összetevőjeként – figyelmet kell szentelnünk a szegények körében értelmezett jövedelmi szóródás mértékének is. A szóródás mértéke azonban többféle aspektusból is megközelíthető. Egyrészt kézenfekvő a jövedelmek szóródását jövedelmi egyenlőtlenségként, egyenlőtlenségi mutatóval jellemezni. A jövedelmek különbözőségéből fakadó érzetek jellemzésére másrészt az ún. *relatív depriváció*[2] jelenségének a vizsgálata is kínálkozik. Ugyanakkor mind a szegénységi, mind az egyenlőtlenségi mérőszámoknak eleget kell tenniük egy olyan követelményrendszernek, amely követelmények *axiomatikusan* azt mondják ki, hogy a jövedelmi viszonyokban bekövetkezett nevezetes elmozdulások hatására egy szegénységi mérőszámnak, illetve egy egyenlőtlenségi indexnek növekedést, csökkenést, vagy szinten maradást kell jeleznie. Az egyik leghangsúlyosabb axióma az ún. *transzfer axióma*, amely szerint egy *regresszív transzfer*[3] nyomán mind a szegénységi, mind az egyenlőtlenségi index értékének – egyéb feltételek változatlansága esetén – növekednie kell. Ez a követelmény azonban – mint az a későbbiekben látható lesz – a relatív deprivációs mérőszámokkal szemben ilyen egyértelműen nem rögzíthető. Ezen a ponton tehát fölmerül a kérdés, hogy a szegénység mérése során, a jövedelmi szóródásból következő

---

[1]Beérkezett 1995. november 5.

[2]Deprivation: valamitől való megfosztottság. A jelenség definiálását lásd a későbbiekben.

[3]Regresszívnek nevezzük a transzfert, ha a jövedelemátcsoportosítás során a transzfert adó és kapó jövedelme közti különbség növekszik.

fenti két jelenség közül melyiket számszerűsítsük. Ha ugyanis azt preferáljuk, hogy a szegénységi index megfeleljen a transzfer axiómának, akkor célszerű egyenlőtlenségi mértékkel jellemezni a szegények jövedelmeinek a szóródását. Ha ellenben az egyenlőtlenségnél tágabb értelmű relatív depriváció fokát akarjuk a szegénységi mértékben figyelembe venni, akkor föl kell adnunk azt a követelményt, hogy a szegénységi index minden körülmények között feleljen meg a transzfer axiómának. E probléma kapcsán jelen tanulmány alapvetően a regresszív jövedelmi transzfernek a relatív depriváció érzetére gyakorolt hatását vizsgálja, egy a szerző által javasolt újszerű deprivációs mérőszám tükrében.[4]

2. A jövedelmi transzfer hatása az egyenlőtlenség és a relatív depriváció fokára

Tekintsük egy n tagú társadalom egyedeinek a jövedelmeit tételesen felsoroló

$$Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_P, \ldots, Y_i, \ldots, Y_R, \ldots, Y_n)$$

eloszlást, ahol az egyes jövedelmek *nemcsökkenő* sorba rendezve követik egymást.[5] A jövedelemegyenlőtlenség és a relatív depriváció közötti különbségtétel érdekében tekintsük e két jelenség rövid meghatározását.

Jövedelmi egyenlőtlenség alatt egyszerűen azt az állapotot értjük, hogy az egyes jövedelmek szóródnak, nem egyenlők egymással. Adott összjövedelem mellett teljes egyenlőségről beszélnénk, ha valamennyi jövedelem egyenlő lenne egymással, és teljes egyenlőtlenségről, ha egyetlen személy mondhatná magáénak az összjövedelmet. Ezzel szemben a relatív depriváció egy összetettebb jelenség, amelynek tárgya nemcsak a jövedelem, hanem bármely "jószág" lehet. A relatív depriváció érzete két összetevő eredőjeként alakul ki. Az egyik a depriváció érzete, a másik pedig annak relatív megítélése. Egy adott jószág tekintetében deprivált személy *Runciman*-féle kritériumai az alábbiak:[6]

---

[4]Egy későbbi tanulmányában a szerző a szegénységi indexeknek egy olyan újszerű körét tárgyalja, mely a szegények jövedelmi szóródásának jellemzéseként éppen a fent említett új relatív deprivációs mértéket építi magába.

[5]Az egyes jövedelmek i indexe egyben az illető személyek *neveit* is jelenti. Mivel a jövedelmek között egyenlők is lehetnek, ezért a nevek nem rangszámként, hanem az eloszláson belüli sorszámként értelmezendők! A P és R elnevezések a *poorer* és *richer* megkülönböztetést szolgálják, de jövedelmük egyenlő is lehet. Bár a tanulmány a relatív deprivációt a szegénység mérése érdekében vizsgálja, a relatív deprivációra vonatkozó megállapításai a társadalom egészére is érvényesek.

[6]Lásd Runciman(1966).

(1) nem rendelkezik az illető jószággal, (2) más személyeket lát, akik ezen jószág birtokában vannak, (3) birtokolni akarja ezt a jószágot, (4) megvalósíthatónak tartja, hogy e jószág birtokába jusson.

A depriváció érzetére az (1) és (3) kritériumok utalnak, míg a koncepció relatív voltát a (2) és (4) feltételek nyújtják. A Runciman-féle megközelítés magában foglalja, hogy az emberek inkább a társadalom egyes csoportjaihoz, mint a társadalom egészéhez viszonyítják magukat. Azon egyének körét, amelyekhez i viszonyítja magát, i *referencia* csoportjának nevezzük. A relatív depriváció tárgya természetesen egy konkrét jövedelmi szint is lehet, s a relatív depriváció érzete ekkor a jövedelmek szóródásából fakad. Ha a relatív depriváció tárgya a jövedelem, akkor az Y_i nagyságú jövedelemmel rendelkező i személy *deprivált* mindazon $j \neq i$ egyénekkel szemben, akiknek a jövedelme legalább Y_i:[7]

$$\{ i \preceq j \mid Y_j \geq Y_i \} .$$

Az egyenlő jövedelműek egymással szembeni depriváltsága megállapodás szerint *zérus*, és köztük nincs értelme referencia csoportok elhatárolásának. Ebből következően i referencia csoportjába csak nála gazdagabb személyek tartozhatnak. Valamely személy tehát nála szegényebb személlyel szemben nem lehet deprivált, és a depriváltságot mindig az egyének közt értelmezzük. Amennyiben a zérus deprivációval jellemzett relációkat figyelmen kívül hagyjuk, úgy a *szűkített körű* deprivációs viszonylatokat definláljuk:[8]

$$\{ i \prec j \mid Y_j > Y_i \} .$$

Tételezzük fel ezen a ponton, hogy az $\mathbf{Y}$ jövedelmi eloszlás egy regresszív transzfer nyomán az $\tilde{\mathbf{Y}}$ jövedelmi eloszlássá módosul úgy, hogy a regresszív transzfer a P egyéntől egy d *pozitív* jövedelmet a nála nem szegényebb $R > P$ személyhez csoportosít át:[9]

$$\tilde{Y}_i = Y_i \mid i \neq P, R$$

$$\tilde{Y}_P = Y_P - d$$

$$\tilde{Y}_R = Y_R + d .$$

Fölmerül ezen a ponton a kérdés, hogy a fenti regresszív transzfer miként befolyásolja a jövedelemegyenlőtlenség, és miként a relatív depriváció fokát.

[7] Az öndeprivációt nem értelmezzük. Ugyanakkor látható, hogy a konvencionális egyenlőtlenségi mértékek alkalmazása mögött az a feltevés húzódik meg, hogy a társadalom egésze képezi a referencia csoportot.

[8] Mivel az öndeprivációt nem értelmezzük, ezért mind az $i \prec j$, mind az $i \preceq j$ relációkból $i \neq j$ következik.

[9] Amennyiben szükséges, a transzfer nagyságát az $\tilde{Y}^{(d)}$ módon tüntetjük fel.

A transzfer hatásának a vizsgálata céljából célszerű a populációt két csoportra bontani: egyrészt azon személyekre, akiknek a jövedelmét nem érintette a transzfer, másrészt a transzfert adó és kapó P és R egyének kétfős csoportjára.

Egyfelől nyilvánvaló, hogy azok körében, akiknek a jövedelmét a transzfer nem érintette, mind az egyenlőtlenség, mind a relatív depriváció foka változatlan maradt, ugyanakkor a transzfert adó P és transzfert kapó R személy között mind az egyenlőtlenség, mind a relatív depriváció foka növekedett. A transzfer hatása szempontjából tehát az egyenlőtlenség és a relatív depriváció közötti alapvető különbség abban rejlik, hogy mit értünk a transzfer által érintett és nem érintett két népességcsoport *közötti* egyenlőtlenség, illetve relatív depriváció mértéke alatt.

Érthetjük egyrészt a két csoport összjövedelmének az egymáshoz való viszonyát, de érthetjük az egyedi jövedelmek egymáshoz való, minden lehetséges csoportközi párosítását figyelembevevő, átlagos viszonyát is. Az előbbi elv a csoportközi jövedelmi egyenlőtlenség számszerűsítésének megszokott elve, az utóbbi pedig a csoportközi relatív depriváció jellemzésére kínálkozik, mivel a relatív depriváció érzete alapvetően egyének közötti kategória.

A transzfer egyenlőtlenségi hatását tekintve, ha két csoport jövedelmi egyenlőtlensége alatt a két csoport összjövedelme közti egyenlőtlenséget értjük, akkor a két csoport közötti egyenlőtlenség esetünkben változatlan marad, mivel a transzfer az érintett P és R személyek jövedelmeinek az összegét változatlanul hagyja. Elfogadva továbbá, hogy az egyenlőtlenség az átlagos csoporton belüli, és a csoportközi egyenlőtlenség eredője, egy regresszív transzfer nyomán a teljes populációra vonatkozó egyenlőtlenség foka természetesen növekszik:[10]

Nem ilyen egyértelmű viszont a helyzet a relatív depriváció érzete esetében, mikor a transzfert adó és kapó két személyt a transzfer által érintetlen jövedelmek tulajdonosaival hasonlítjuk össze. Ekkor ugyanis mind a transzfert adó és kapó személy által, mind a velük szemben érzett depriváltság mértéke változik. E változások eredőjére természetesen az is befolyással van, hogy a transzfer eredményeként megváltozik-e az eloszlás *referencia csoportjainak a struktúrája.*

Az egyszerűség kedvéért első megközelítésben tekintsünk el a referencia csoportok struktúrájának a megváltozásától. Jelölje $d \in \underline{\mathbf{d}}$ a transzfer nagyságának azon *pozitív* tartományát, amely mellett a transzfert adó jövedelme nem süllyed nála szegényebb jövedelme alá, a transzfert kapóé pedig nem

[10] Dezaggregálható egyenlőtlenségi indexek esetében (pl. Atkinson index, entropia mutató, variancia) a változás iránya nyilvánvaló, azonban igaz ez bármely olyan mérőszám esetében is, amely bár nem dezaggregálható, de felírható a jövedelmek valamely konvex függvényének számtani átlagaként. (Ilyen pl. a Gini-index. A bizonyítást lásd Kakwani (1980): 67–68. old.)

emelkedik nála gazdagabbé fölé:[11]

$$\underline{d} = \{ 0 < d \leq \min(\overline{Y}_{\overline{P}} - \overline{Y}_{\overline{P}-1}, \overline{Y}_{\overline{R}+1} - \overline{Y}_{\overline{R}}) \} ,$$

ahol pl. $\overline{Y}_{\overline{P}}$ az előforduló, egymástól különböző, növekvő sorba rendezett jövedelmi *szintek* közül azt jelöli, amellyel a transzfert adó is rendelkezett a transzfer előtt.

Ez esetben a transzfert adó egyénnél szegényebbek által a transzfert adóval szemben érzett, valamint a transzfert kapó által érzett depriváltságok csökkennek, viszont a transzfert kapóval szemben, illetve a transzfert adó által érzett depriváltságok nőnek. E hatások eredőjeként egy regresszív transzfer nyomán a relatív depriváció érzetének foka – esetlegesen – növekedhet, de csökkenhet is. E probléma illusztrálására vegyük a Gastwirth-féle

$$GW = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i<j} \frac{|Y_i - Y_j|}{Y_i + Y_j}$$

egyenlőtlenségi mértéket[12] és az $\mathbf{Y} = (1, 4, 10, 20, 35)$ jövedelmi eloszlást, amelyre $GW = 0.6319$. Csoportosítsunk át 10 egységnyi transzfert a *4.* személytől az *5.* személyhez. Ezután $GW = 0.616$, vagyis e regresszív transzfer hatására a Gastwirth index *csökkenést* jelez.[13]

A depriváltság egyéni érzeteken alapuló jellegét méginkább hangsúlyozandó, elméletileg indokolt lenne a relatív depriváció tárgyaként nem a jövedelmet magát, hanem annak hasznosságát szerepeltetni. Másik megközelítésből azonban, mivel az egyének haszonfüggvényei különbözők, ezért az Y_P jövedelem birtokában P nem tudja megítélni a referencia csoportja egyetlen tagjának, így a transzfert kapóénak a depriváltsági érzetét sem. Következésképpen, a teljeskörű depriváltság mérése egy mindenkire közös haszonfüggvény érvényét feltételezné. Egy ilyen közös haszonfüggvény feltételezése mellett azonban, annak konkáv (esetleg konvex) volta különböző mértékű haszonváltozást eredményezne egy adott személy esetében egy transzfer nyomán pusztán attól függően, hogy az illető éppen a transzfert adó, vagy a transzfert kapó szerepét tölti-e be. E problémát megkerülendő, a továbbiakban –

[11] Természetesen a referencia csoportok struktúrája csak akkor marad teljesen változatlan, ha $d \in \underline{d}$ mellett az Y_P jövedelmi szinttel csak P, az Y_R jövedelmi szinttel pedig csak R bír. Ellenkező esetben P referencia csoportja az Y_P jövedelműekkel, az Y_R jövedelműek referencia csoportja pedig az R személlyel bővül.

[12] A mutató bevezetését lásd Gastwirth(1975). Gastwirth e mutatót egyenlőtlenségi mérőszámként javasolta, melynek legfőbb erénye, hogy csoportosított populáció esetén dezaggregálható, miközben analógiája a nem dezaggregálható Gini-féle egyenlőtlenségi mértéknek.

[13] A fenti gondolatmenet alapján fölmerül a kérdés, hogy a Gastwirth-index egyenlőtlenségi, vagy relatív deprivációs mérőszámnak tekinthető-e inkább.

speciális *lineáris* haszonfüggvényként – magukat a *jövedelmeket* tekintjük. Így a transzfert adó személy az $u(Y_P) - u(Y_P - d)$ haszoncsökkenését saját szemszögéből megítélve, egyben a transzfert kapó haszonnövekményeként is értelmezi, és így a vele szembeni depriváltsága változásában is ezt veszi figyelembe.

A fentieknek megfelelően az i egyénnek az $Y \geq Y_i$ jövedelemmel szembeni deprivációját jellemző $r(\cdot)$ deprivációs függvényét a jövedelmek függvényében definiáljuk, s úgy választjuk meg, hogy magasabb referencia jövedelemmel szemben magasabb legyen a depriváltsági érzet, de a határdepriváltság a jövedelmi szint növekedésével csökkenjen, s ez a csökkenés a jövedelmi szint növekedésével egyre nagyobb legyen.[14]

Lineáris haszonfüggvényt és konkáv deprivációs függvényt feltételezve, ekkor a jövedelmi transzfer által okozott *deprivációs* változásokkal szemben az alábbi követelmények teljesülését várjuk el $d \in \underline{\mathbf{d}}$ esetén:[15]

A deprivációs függvény konkáv volta miatt, a transzfert adóval szemben érzett depriváltságok csökkenése összességében haladja meg ugyanezen egyéneknek a transzfert kapóval szembeni depriváltságuk növekményét.

Mivel a depriváció tárgya a jövedelmi szint, ezért a transzfert kapó személy által érzett depriváltság csökkenését egyenlítse ki a transzfert adó által ugyanezen referencia személlyel szemben realizált növekedés.

Nyilvánvaló, hogy $d \in \underline{\mathbf{d}}$ esetén a relatív depriváció fokában a transzfer hatására bekövetkezett *globális* változás iránya attól függ, hogy a transzfert adónál szegényebbek (ha vannak ilyenek) depriváltságában mutatkozó csökkenés összességében túl tudja-e szárnyalni a többi deprivációs viszonylatban bekövetkezett növekedést.

Tegyük fel ezután, hogy a transzfer hatására vagy P valamely nála szegényebb alá, vagy R valamely nála gazdagabb fölé kerül a jövedelmi rangsorban. Ezzel együtt vagy a transzfert adó referencia csoportja bővül, vagy a transzfert kapó referencia csoportja szűkül. Ha mindkét hatás egyidejűleg bekövetkezik, akkor mindazoknak, akik bekerülnek P referencia csoportjába, megszűnik P-vel szembeni depriváltsága és megjelenik P velük szembeni depriváltsága. Ugyanakkor megjelenik mindazoknak az R-rel szembeni depriváltsága, akik kiesnek R referencia csoportjából, miközben eltűnik R velük szembeni depriváltsága. Látható tehát, hogy a jövedelmi transzfer deprivációt növelő vagy csökkentő hatása attól is függ, hogy a transzfer után a jövedelmi rangsorban P mennyivel kerül lejjebb, és R mennyivel feljebb.

---

[14] Feltesszük tehát, hogy az $r(Y)$ deprivációs függvény a társadalom minden tagjára azonos, és $r' > 0$, $r'' < 0$, $r''' > 0$. Ilyen függvény lehet pl. az $r(Y) = 1 - c/Y (Y > c)$ deprivációs függvény, ahol c egy konstans jövedelmi szint.

[15] E két követelmény indoklását a 3. tábla struktúrája szemlélteti.

3. A relatív depriváció mérése

A relatív depriváció mérésére *Yitzhaki(1979)* az átlagos jövedelmi szintnek, és a jövedelmek *Gini*-féle egyenlőtlenségi indexének a szorzatát javasolta:[16]

$$D_Y = \overline{Y} G$$

ahol

$$\overline{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

az átlagos jövedelem és

$$0 \leq G = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} |Y_i - Y_j| \leq 1 - \frac{1}{n}$$

a Gini-féle egyenlőtlenségi mutató. Nyilvánvaló, hogy egy regresszív transzfer nyomán a D_Y mérték növekszik, hiszen a jövedelmek átlagos szintje változatlan, miközben a Gini-index értéke – Dalton transzfer axiómáját kielégítve[17] – nő. E mérőszám szerint tehát a transzfer hatásaként a relatív depriváció érzetében bekövetkezett csökkenés nem szárnyalhatja túl a növekményt.

Ezzel szemben a fentiekben már példát láttunk arra (lásd Gastwirth-index), hogy regresszív transzfer hatására egy egyenlőtlenségi mutató értéke nem föltétlenül nő. Az alábbiakban azt vizsgáljuk, hogy milyen transzfer szituációk esetén jelzi egy relatív deprivációs mutató egy regresszív transzfer nyomán a relatív depriváció csökkenését, illetve növekedését.

Vezessük be ennek érdekében a relatív depriváció mérésére a *deprivációs hányad* fogalmát, mely valamennyi deprivációs viszonylat alapján százalékos formában azt fejezi ki, hogy a deprivált személyek a javaknak átlagosan mekkora hányadával szemben depriváltak. Amennyiben a jövedelem a relatív depriváció tárgya, úgy deprivációs hányadként a *deprivációs jövedelmi hányad* mutatót számítjuk, mely az egyes jövedelmeket hasonlítja egymáshoz relatív módon valamennyi deprivációs viszonylatban, azt számszerűsítve, hogy a szegényebbek jövedelmei a gazdagabbak jövedelmeinek *átlagosan* hány százalékával maradnak el a gazdagabbak jövedelmi szintjétől:

$$\overline{Q}(\mathbf{Y}) = \overline{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i \preceq j} \left(1 - \frac{Y_i}{Y_j}\right)$$

[16] A levezetést lásd Yitzhaki(1979).

[17] Lásd Dalton(1920).

ahol
$$N = n(n-1)/2$$
az összehasonlítások száma, és $Y_i \leq Y_j$. E mutató az egyenlő jövedelműek közötti zérus deprivációt is tartalmazza.[18]

A deprivációs jövedelmi hányad adott esetben csökkenhet is egy regresszív transzfer után. Tekintsük ugyanis a már alkalmazott $\mathbf{Y}_1 = (1{,}4{,}10{,}20{,}35)$ jövedelmi eloszlást, amelyre $\overline{Q} = 0.75$, valamint az $\mathbf{Y}_2 = (1, 4, 10, 34, 35)$ eloszlást, amelyre $\overline{Q} = 0.74088$. Módosítsuk továbbá a fenti eloszlásokat különböző nagyságú jövedelmi transzferekkel, a jövedelemtulajdonosok valamennyi párosítását tekintve. A transzferált eloszlások deprivációs jövedelmi hányadait $\mathbf{Y}_1$ esetén az *1. tábla*, $\mathbf{Y}_2$ esetén pedig a *2. tábla* közli.[19] A táblákban a deprivációs jövedelmi hányadok d növelése mellett addig kerültek kiszámításra, amíg a transzfert adó jövedelme nem vált negatívvá, illetve aláhúzás határolja el d azon tartományát, amely mellett a jövedelmi rangsor még változatlan marad. Emellett kiemelten jelennek meg azok a d értékek, amelyek a deprivációs jövedelmi hányadnak a $d = 0$ *eredeti állapothoz* viszonyított magasabb értékét az alacsonyabbtól elválasztja.

Az 1. és 2. táblák eredményei alapján az alábbi tendenciák rajzolódnak ki. Mindaddig, míg a transzfer a jövedelmi rangsort változatlanul hagyja:

- Ha a transzfert adónál nincsenek szegényebbek a jövedelmi rangsorban ($P = 1$), akkor a deprivációs jövedelmi hányad értéke a transzfer növekedésével együtt minden esetben nő, de ez a növekedés annál csekélyebb mértékű, minél közelebb van a rangsorban a transzfert kapó a transzfert adóhoz.

- Amennyiben viszont a transzfert adó nem a legszegényebb, úgy a deprivációs jövedelmi hányad csökkenése is lehetséges, mégpedig kétféle módon. Egyrészt úgy, hogy d fokozatos növelésével először a deprivációs jövedelmi hányad is nő, majd elérve egy maximumot, attól kezdve csökken a $d = 0$ eredeti állapothoz tartozó szintre, majd az eredeti állapothoz képest is csökken. Ez a helyzet pl. az 1. táblában a $(P, R) = (2,3), (2,4), (2,5)$ transzfer pozícióknál a $d \leq 3$ tartományon, a $(P, R) = (3,4), (3,5)$ relációkban a $d \leq 6$ tartományon, végül a $(P, R) = (4,5)$ párosításban a $d \leq 10$ tartományon. Másrészt a deprivációs jövedelmi hányad a $d = 0$ szintről indulva, d növelésével rögtön elkezdhet csökkeni. Ez történik a 2. táblában a $(P, R) = (3,4)$ relációban, a $d \leq 1$ tartományon.

[18] Jelen mutatót más megközelítésből már tárgyalta Hajdu(1986).

[19] Természetesen a deprivációs jövedelmi hányad értékeit a transzfer után újólag sorbarendezett jövedelmek felhasználásával határoztuk meg.

1. tábla: $\overline{Q}(\tilde{\mathbf{Y}})$ *értékek az* $\mathbf{Y}_1 = (1, 4, 10, 20, 35)$ *eloszlásra,* $\overline{Q}(\mathbf{Y}_1) = 0.75$

d	A transzfert adó és kapó személyek *(P,R)*									
	1,2	1,3	1,4	1,5	2,3	2,4	2,5	3,4	3,5	4,5
0.2	.7559	.7579	.7587	.7591	.7516	.7524	.7528	.7507	.7511	.7504
0.4	.7614	.7658	.7674	.7683	.7530	.7546	.7555	.7513	.7522	.7507
0.6	.7663	.7735	.7761	.7774	.7541	.7567	.7580	.7519	.7532	.7510
0.8	.7708	.7811	.7847	.7865	.7549	.7585	.7602	.7524	.7541	.7513
1.0	.7750	.7886	.7933	.7955	.7553	.7600	.7622	.7528	.7550	.7516
1.2					.7554	.7612	.7639	.7531	.7558	.7518
1.4					.7550	.7620	.7652	.7533	.7565	.7520
1.6					.7540	.7623	.7661	.7534	.7572	.7522
1.8					.7524	.7620	.7663	.7535	.7578	.7524
2.0					*.7500*	.7609	.7658	.7534	.7583	.7525
2.2					.7465	.7588	.7643	.7532	.7587	.7526
2.4					.7415	.7552	.7613	.7530	.7590	.7526
2.591					.7349	*.7500*	.7567	.7526	.7592	.7526
2.6					.7345	.7497	.7564	.7526	.7593	.7526
2.768					.7263	.7428	*.7500*	.7521	.7594	.7526
2.8					.7245	.7412	.7485	.7520	.7594	.7526
3.0					.7096	.7278	.7358	.7514	.7594	.7525
3.2					.7314	.7511	.7597	.7506	.7592	.7525
3.333					.7458	.7667	.7757	*.7500*	.7591	.7524
3.4					.7531	.7744	.7837	.7497	.7589	.7523
3.6					.7747	.7977	.8076	.7486	.7585	.7522
3.8					.7963	.8209	.8316	.7473	.7579	.7520
4.0					.8179	.8442	.8555	.7458	.7572	.7518
5.0								.7350	*.7500*	*.7500*
6.0								.7154	.7343	.7471
6.5								.7268	.7477	.7452
7.0								.7370	.7600	.7429
7.5								.7452	.7703	.7403
8.0								*.7500*	.7772	.7372
8.5								.7480	.7774	.7336
9.0								.7293	.7609	.7295
9.5								.7939	.8277	.7248
10								.8583	.8944	.7194
15										.7350
20										.8977

2. tábla: $\overline{Q}(\bar{\mathbf{Y}})$ *értékek az* $\mathbf{Y}_2 = (1, 4, 10, 34, 35)$ *eloszlásra,* $\overline{Q}(\mathbf{Y}_2) = 0.74088$

	A transzfert adó és kapó személyek *(P,R)*									
d	1,2	1,3	1,4	1,5	2,3	2,4	2,5	3,4	3,5	4,5
0.2	.7468	.7488	.7487	.7498	.7425	.7424	.7435	.7407	.7418	.7420
0.4	.7522	.7566	.7566	.7588	.7439	.7438	.7460	.7405	.7427	.7431
0.6	.7572	.7644	.7644	.7677	.7450	.7450	.7483	.7402	.7435	.7441
0.8	.7617	.7720	.7722	.7766	.7457	.7459	.7503	.7398	.7442	.7452
1.0	.7659	.7795	.7800	.7855	.7462	.7467	.7521	.7394	.7449	.7462
1.2					.7462	.7482	.7536	.7401	.7455	.7472
1.4					.7458	.7494	.7548	.7407	.7461	.7482
1.6					.7449	.7500	.7554	.7412	.7466	.7492
1.8					.7433	.7502	.7555	.7417	.7469	.7501
2.0					*.7409*	.7495	.7547	.7420	.7472	.7511
2.2					.7374	.7478	.7530	.7423	.7474	.7520
2.4					.7324	.7447	.7498	.7424	.7475	.7529
2.6					.7254	.7396	.7447	.7425	.7476	.7538
2.705					.7206	.7358	*.7409*	.7425	.7475	.7543
2.8					.7154	.7315	.7366	.7424	.7475	.7547
3.0					.7005	.7187	.7236	.7423	.7472	.7556
3.2					.7222	.7425	.7474	.7420	.7469	.7564
3.4					.7439	.7663	.7711	.7415	.7464	.7572
3.6					.7656	.7900	.7948	.7409	.7457	.7580
3.8					.7872	.8138	.8186	.7401	.7449	.7588
4.0					.8087	.8375	.8423	.7392	.7439	.7596
4.459								.7362	*.7409*	.7613
5.0								.7310	.7356	.7633
6.0								.7143	.7186	.7665
7.0								.7389	.7431	.7694
8.0								.7550	.7591	.7719
9.0								.7375	.7414	.7741
10								.8698	.8736	.7758
15										.7780
20										.7651
23.286										*.7409*
24										.7326
26										.7448
28										.7483
30										.7308
32										.7796
34										.9032

- Minél közelebb van a transzfert adó a transzfert kapóhoz, annál szélesebb d azon tartománya, amelyre a deprivációs jövedelmi hányad értéke az eredeti állapothoz képest csökken.

Abban az esetben, mikor a transzfer nagysága miatt a jövedelemtulajdonosok rangpozíciója megváltozik, a deprivációs jövedelmi hányad növekedése és csökkenése d függvényében váltogathatja egymást, tehát a csökkenés a transzfer nagyságának több tartományán is bekövetkezhet. Ezt tapasztaljuk az 1. táblában a $(P,R) = (3,4)$ párosításban, a $d \geq 8$ tartományon.

4. A deprivációs jövedelmi hányad tulajdonságai

Az alábbiakban a deprivációs jövedelmi hányadnak a regresszív jövedelmi transzferre való érzékenységét vizsgáljuk a transzfer nagyságának, illetve a transzfert adó és kapó személyek jövedelmének, továbbá rangpozíciójának a függvényében. Az egyszerűbb tárgyalásmód kedvéért a deprivációs jövedelmi hányadnak nem az átlagos, hanem az összesített

$$Q = \sum_{i \preceq j} \left(1 - \frac{Y_i}{Y_j}\right)$$

értékében mutatkozó változás körülményeit elemezzük. Az egyszerűség kedvéért továbbá első megközelítésben a transzfereknek csak a $d \in \underline{\mathbf{d}}$ tartományát értelmezzük.

Tekintsük ennek érdekében – rögzített P és R egyének közötti d transzfer végrehajtása után – Q értékének az egyedi, páronkénti depriváltságokra bontott, 3. táblában megjelenő struktúráját![20] A $d = 0$ eset a transzfer előtti állapotot jelenti, s így az azzal való összehasonlítást teszi lehetővé.

Figyelembe véve, hogy a transzfert adó személynek a transzfert kapónál gazdagabbakkal szembeni depriváltsága növekményét éppen *kiegyenlíti* a transzfert kapó depriváltságának a csökkenése, a $d \in \underline{\mathbf{d}}$ megszorítás mellett a

[20] Bár az egymással egyenlő jövedelmek tetszőleges sorrendben követhetik egymást, nem megy az általánosság rovására, ha a P és R személyek sorszámát úgy rögzítjük, hogy P a *legkisebb* legyen az Y_P jövedelműek, R pedig a *legnagyobb* az Y_R jövedelműek sorában, ha e jövedelmi szintekkel többen is rendelkeznek. A transzfer után ugyanis úgyis ez az elrendezés alakul ki.

transzfer hatására a Q mutató értékében bekövetkezett változás mértéke:

$$f(d) = Q(\mathbf{Y}) - Q(\tilde{\mathbf{Y}}) = \sum_{i \prec P}(1 - \frac{Y_i}{Y_P}) + \sum_{i \preceq R}(1 - \frac{Y_i}{Y_R}) + \sum_{P \preceq j \preceq R}(1 - \frac{Y_P}{Y_j}) - \\ \Big(\sum_{i \prec P}(1 - \frac{Y_i}{Y_P - d}) + \sum_{i \preceq R}(1 - \frac{Y_i}{Y_R + d}) + \frac{d}{Y_R + d} + \sum_{P \preceq j \preceq R}(1 - \frac{Y_P - d}{Y_j})\Big) . \tag{1}$$

3. tábla: A $Q(\tilde{\mathbf{Y}})$ mutató struktúrája a regresszív transzfer nyomán

$\tilde{\mathbf{Y}}$	Y_2	...	$Y_P - d$	...	$Y_R + d$	...	Y_n
Y_1	$1 - \frac{Y_1}{Y_2}$	...	$1 - \frac{Y_1}{Y_P - d}$	...	$1 - \frac{Y_1}{Y_R + d}$	...	$1 - \frac{Y_1}{Y_n}$
$\vdots$			$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
Y_{P-1}			$1 - \frac{Y_{P-1}}{Y_P - d}$	...	$1 - \frac{Y_{P-1}}{Y_R + d}$	...	$1 - \frac{Y_{P-1}}{Y_n}$
$Y_P - d$			0	...	$1 - \frac{Y_P - d}{Y_R + d}$	...	$1 - \frac{Y_P - d}{Y_n}$
Y_{P+1}				...	$1 - \frac{Y_{P+1}}{Y_R + d}$	...	$1 - \frac{Y_{P+1}}{Y_n}$
$\vdots$					$\vdots$		$\vdots$
Y_{R-1}					$1 - \frac{Y_{R-1}}{Y_R + d}$	...	$1 - \frac{Y_{R-1}}{Y_n}$
$Y_R + d$					0	...	$1 - \frac{Y_R + d}{Y_n}$
Y_{R+1}						...	$1 - \frac{Y_{R+1}}{Y_n}$
$\vdots$							$\vdots$
Y_{n-1}							$1 - \frac{Y_{n-1}}{Y_n}$

A deprivációs jövedelmi hányad értékében a regresszív transzfer hatására bekövetkezett változás irányát – csökkenését, szinten maradását vagy növekedését – $f(d)$ előjele, illetve zérus volta jelzi. Q transzferérzékenységének a vizsgálata tehát az $f(d)$ függvény vizsgálatát igényli. Mivel $f(0) = 0$, ezért $f(d)$ *Maclaurin*-sorba fejtésével

$$f(d) = a_1 d + a_2 d^2 + a_3 d^3 + a_4 d^4 + \ldots + \varepsilon = \tag{2}$$

$$f'(0)d + \frac{1}{2!}f^{(2)}(0)d^2 + \frac{1}{3!}f^{(3)}(0)d^3 + \frac{1}{4!}f^{(4)}(0)d^4 + \ldots + \varepsilon \tag{3}$$

ahol $f'(0)$ és $f^{(k)}(0)$ az $f(d)$ függvény d szerinti első, illetve magasabb rendű deriváltjainak a $d = 0$ helyen vett értékeit jelenti. A sorbafejtés érdekében tekintsük a $\partial f(d)/\partial d$ deriváltakat:

$$f'(d) = \frac{1}{(Y_P - d)^2} \sum_{i \prec P} Y_i - \frac{1}{(Y_R + d)^2} \sum_{i \preceq R} Y_i - \frac{Y_R}{(Y_R + d)^2} - \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{1}{Y_j} \quad (4)$$

$$f^{(2)}(d) = \frac{2}{(Y_P - d)^3} \sum_{i \prec P} Y_i + \frac{2}{(Y_R + d)^3} \Big(\sum_{i \preceq R} Y_i + Y_R \Big)$$

vagy az elsőnél magasabb fokú deriváltak általában[21]

$$f^{(k)}(d) = \frac{k!}{(Y_P - d)^{k+1}} \sum_{i \prec P} Y_i + (-1)^k \frac{k!}{(Y_R + d)^{k+1}} \Big(\sum_{i \preceq R} Y_i + Y_R \Big) \quad (k > 1) \quad (5)$$

A (4) és (5) szerinti deriváltakat a (3) egyenletbe helyettesítve $f(d)$ egy végtelen sor formájában is felírható, amelynek összege éppen $f(d)$:

$$f(d) =$$

$$f'(0)d + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{Y_P^{k+1}} \sum_{i \prec P} Y_i + (-1)^k \frac{1}{Y_R^{k+1}} \Big(\sum_{i \preceq R} Y_i + Y_R \Big) \right) d^k = \quad (6)$$

$$d \Bigg[f'(0) + \sum_{k=2,4,6}^{\infty} \Bigg(\Big(\frac{d^{k-1}}{Y_P^{k+1}} + \frac{d^{k-1}}{Y_P^{k+1}} \frac{d}{Y_P} \Big) \sum_{i \prec P} Y_i +$$

$$\Big(\frac{d^{k-1}}{Y_R^{k+1}} - \frac{d^{k-1}}{Y_R^{k+1}} \frac{d}{Y_R} \Big) \Big(\sum_{i \preceq R} Y_i + Y_R \Big) \Bigg) \Bigg] = \quad (7)$$

$$d \Bigg[f'(0) + \frac{1}{Y_P^2} \sum_{i \prec P} Y_i \Big(1 + \frac{d}{Y_P} \Big) \sum_{k=2,4,6}^{\infty} \Big(\frac{d}{Y_P} \Big)^{k-1} +$$

$$\frac{1}{Y_R^2} \Big(\sum_{i \preceq R} Y_i + Y_R \Big) \Big(1 - \frac{d}{Y_R} \Big) \sum_{k=2,4,6}^{\infty} \Big(\frac{d}{Y_R} \Big)^{k-1} \Bigg] = \quad (8)$$

$$d \big[f'(0) + \Sigma_P + \Sigma_R \big] \quad (9)$$

ahol $d \in \underline{\mathbf{d}}$ mellett $\Sigma_P + \Sigma_R$ mindig pozitív, és

$$f'(0) = \frac{1}{Y_P^2} \sum_{i \prec P} Y_i - \frac{1}{Y_R^2} \sum_{i \preceq R} Y_i - \frac{1}{Y_R} - \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{1}{Y_j} \quad (10)$$

[21] Vegyük észre, hogy $f^{(2)}(0 < d < Y_P) > 0$ mindig teljesül, tehát $f(d \in \underline{\mathbf{d}})$ mindig konvex, és $f'(d \in \underline{\mathbf{d}})$ mindig növekvő!

független a d transzfer nagyságától.

Nézzük ezután, hogy miként függ $f(d)$ előjele és mértéke d nagyságától. Tekintsük elsőként $f(d)$ *előjelének* a kérdését!

Látható, hogy $f'(0) \geq 0$ esetén $f(d) > 0$, vagyis ez esetben bármely $d \in \underline{\mathbf{d}}$ mellett Q *csökken* a transzfer előtti állapothoz képest. Ezzel szemben $f'(0) < 0$ esetén $f(d)$ pozitív és negatív is lehet, $f'(0)$ abszolút értékének, és d értékének megfelelően. Következésképpen Q növekedésének szükséges, de nem elégséges feltétele $f'(0)$ negatív volta, amely mellett még meg kell keresnünk d-nek azon tartományát, amelyre $f(d)$ is negatív, mert csak ez esetben fogja a deprivációs jövedelmi hányad egy regresszív transzfer nyomán a relatív depriváltság fokának növekedését jelezni.

Vizsgáljuk meg elsőként, hogy milyen tényezőktől függ $f'(0)$ előjele. A kérdéses előjelet az adott $\mathbf{Y}$ jövedelmi eloszlásra vonatkozóan a P és R személyeknek a jövedelmi rangsorban elfoglalt pozícióinak, továbbá az Y_P és Y_R jövedelmeik értékeinek az egymáshoz való viszonya határozza meg. A rangpozíciókat illetően pl., ha nincsenek a transzfert adó P személynél szegényebbek a populációban, vagyis $P \preceq j$ bármely j-re, akkor a transzfert adóval szemben nem lép fel depriváltsági csökkenés, miközben a transzfert kapó által érzett depriváció csökkenést éppen kiegyenlíti a transzfert adó által a transzfert kapónál gazdagabbakkal szemben érzett depriváció növekedése, tehát a Q mérőszám értéke biztosan növekszik ebben az esetben, függetlenül a transzfert kapó R pozíciójától.[22] Ha viszont vannak, akik depriváltak a transzfert adóval szemben, akkor $f'(0)$ előjele kérdéses. Ekkor a P és R személyek pozícióinak a rögzítésével egyben azok referencia csoportjait is rögzítjük, a megfelelő konkrét jövedelmekkel egyetemben. Mindezek birtokában $f'(0)$ előjelét Y_P és Y_R egymáshoz való viszonya szabályozza, hiszen adottnak véve pl. az Y_P jövedelmi szintet, Y_R értékének megfelelő megválasztásával $f'(0)$ előjele – esetlegesen – átváltható. Rögzítsük tehát P és Y_P értékét, majd keressünk olyan Y_{R_0} *küszöbértéket*, amelyre $f'(0) = 0$. A zérushely meghatározása érdekében tekintsük a

$$g(Y_R) = f'(0) Y_P Y_R^2 = \Big(\sum_{i \prec P} \frac{Y_i}{Y_P} - \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{Y_P}{Y_j} \Big) Y_R^2 - Y_P Y_R - Y_P \sum_{i \preceq R} Y_i \quad (11)$$

függvényt, amely Y_R tekintetében másodfokú, és pozitív zérushelyének léte a

$$C = \sum_{i \prec P} \frac{Y_i}{Y_P} - \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{Y_P}{Y_j} \quad (12)$$

[22] Ez abból is látszik, hogy ekkor a transzfert adónál szegényebbek ($i \prec P$) köre üres halmaz, ebből következően a (4) formula szerinti $f'(d \in \underline{\mathbf{d}})$ biztosan negatív, tehát az $f(d)$ függvény a $d \in \underline{\mathbf{d}}$ tartományon csökkenő, és $f(0) = 0$ miatt negatív.

együttható előjelének a függvénye. Láthatóan C jelentése nem más, mint az $i \preceq R$ személyek körében a transzfert adóval szemben, illetve az általa *eliminált depriváció egyenlege.*[23] Ha ez az egyenleg nem pozitív, akkor $g(Y_R)$ mindig negatív, s így Y_R értéke közömbös $f'(0)$ előjele szempontjából: ekkor $f(d)$ előjelét d értéke dönti el.[24]

Ezzel szemben $C > 0$ mellett $g(Y_R)$ pozitív gyöke[25]

$$Y_{R_0} = \frac{Y_P + \sqrt{Y_P^2 + 4CY_P \sum_{i \preceq R} Y_i}}{2C}$$

és ekkor

$$f'(0 \mid Y_R = Y_{R_0}) = 0$$

$$f'(0 \mid Y_R > Y_{R_0}) > 0$$

és

$$f'(0 \mid Y_R < Y_{R_0}) < 0\,.$$

Amikor tehát $Y_R \geq Y_{R_0} \mid C > 0$, akkor $f'(0) \geq 0$, amiből egyrészt az következik, hogy ez esetben a mindig konvex $f(d)$ függvény pozitív[26], másrészt pedig, hogy a d növelésével mindig növekvő $f'(d > 0)$ is pozitív, tehát $f(d)$ pozitív és növekvő, vagyis a deprivációs jövedelmi hányad *alacsonyabb* a transzfer előtti szintnél és $d \in \underline{\mathbf{d}}$ növelésével *gyorsuló ütemben csökkenő*, tekintet nélkül a transzfer nagyságára mindaddig, míg a transzfer nem okoz rangpozíció változást.

Minden más esetben – mikor $Y_R < Y_{R_0} \mid C > 0$, vagy $C \leq 0$ – akkor Q értéke $f'(0) < 0$ miatt növekedhet is, de csökkenhet is a transzfer előtti állapothoz képest, d értékének megfelelő megválasztása mellett.

Nézzük tehát, hogy $f'(0) < 0$ esetén mely d_0 érték(ek)re teljesül az $f(d_0) = 0$ egyenlőség. A triviális megoldás természetesen $d_0 = 0$. A triviálistól különböző $d_0 \in \underline{\mathbf{d}}$ gyök(ök) meghatározásához alapvető fontosságú, hogy az $f(d)$ függvénynek a $d \in \underline{\mathbf{d}}$ tartományon vett zérushelye egybeesik a d-ben *harmadfokú*

$$h(d) = f(d)(Y_P - d)(Y_R + d) \tag{13}$$

[23]A továbbiakban C értékére mint P eliminációs egyenlegére hivatkozunk.

[24]Ez az egyenleg biztosan nem pozitív, ha a transzfert adónál nincsenek szegényebbek a társadalomban, és zérus, ha emellett a transzfert adó és kapó személyek szomszédos helyet foglalnak el a rendezett jövedelmi eloszlásban.

[25]A másik gyök természetesen 0, amit nem értelmezünk. Ugyanakkor az eliminációs egyenleg biztosan pozitív, ha vannak szegényebbek a transzfert adónál a populációban, miközben a transzfert adó és kapó szomszédosak a jövedelmi rangsorban.

[26]Mivel (9)-ben $\Sigma_P + \Sigma_R$ mindig pozitív.

polinom $d_0 \neq Y_P$ zérushelyével, mivel vizsgálatunkban $(Y_P - d)(Y_R + d) \neq 0$. Keressük tehát $h(d)$ zérushelyét. Mivel $h(0) = 0$, ezért sorbafejtéssel

$$h(d) = b_1 d + b_2 d^2 + b_3 d^3 = d(b_1 + b_2 d + b_3 d^2) , \tag{14}$$

amelynek együtthatói (1)-ből egyszerű átalakítások, átrendezések után:

$$b_1 = \frac{Y_R}{Y_P} \sum_{i \prec P} Y_i - \frac{Y_P}{Y_R} \sum_{i \preceq R} Y_i - Y_P - Y_P Y_R \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{1}{Y_j} \tag{15}$$

$$b_2 = \frac{1}{Y_P} \sum_{i \prec P} Y_i + \frac{1}{Y_R} \sum_{i \preceq R} Y_i + 1 + (Y_R - Y_P) \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{1}{Y_j} \tag{16}$$

$$b_3 = \sum_{P \preceq j \preceq R} \frac{1}{Y_j} . \tag{17}$$

Mivel $b_2 > 0$ és $b_3 \geq 0$, ezért $d_0 \in \underline{\mathbf{d}}$ gyök csak $b_1 < 0$ esetén lehetséges. Ugyanakkor nem nehéz észrevenni, hogy

$$b_1 = h'(0) = f'(0) Y_P Y_R , \tag{18}$$

vagyis rögzített Y_P mellett mikor $f'(0)$ negatív, akkor b_1 is negatív. Ekkor pedig, feltéve, hogy $b_3 > 0$, a keresett $d_0 \in \underline{\mathbf{d}}$ gyök a

$$b_1 + b_2 d + b_3 d^2 = 0 \tag{19}$$

egyenlet megoldásaként adódik, ahol $b_1 < 0$, $b_2 > 0$ és $b_3 \geq 0$.

Mivel ez esetben $f'(0) < 0$, $f(0) = f(d_0) = 0$, és $f(d)$ mindig konvex, ezért a $0 < d < d_0$ tartományon $f(d)$ negatív és minimumhelye, a deprivációs jövedelmi hányadnak pedig *maximumhelye* van. Mivel továbbá $b_2 > 0$ és $b_3 \geq 0$, ezért a $(d > d_0) \in \underline{\mathbf{d}}$ tartományon $f(d)$ pozitív és növekvő, ami azt jelenti, hogy e tartományon a deprivációs jövedelmi hányad *alacsonyabb* a transzfer előtti szinthez képest, és *csökkenő*.

Speciális esetben, mikor a transzfert adó és kapó *szomszédos* helyet foglalnak el a jövedelmi rangsorban, akkor $b_3 = 0$, és így

$$d_0 = -\frac{b_1}{b_2} = Y_P - Y_R \frac{\sum_{i \prec P} Y_i}{\sum_{i \prec P} Y_i + Y_P} .$$

Ekkor pedig a kritikus d_0 értéket az alábbi tényezők növelik:

- egyrészt a transzfert adónál szegényebbek összjövedelmét adottnak véve Y_P növelése és Y_R csökkenése,

- másrészt a transzfert adó és kapó személyek jövedelmeit rögzítve a transzfert adónál szegényebbek összjövedelmének a csökkenése.

A fenti jellemzőknek az $\mathbf{Y}_1$ és $\mathbf{Y}_2$ eloszlások esetén számított értékeit a *4, 5. táblák* közlik. (Az e táblákban foglaltak összhangban vannak az 1. és 2. táblák tartalmával.)

4. tábla Az $f(d)$ függvény vizsgálata az $\mathbf{Y}_1 = (1, 4, 10, 20, 35)$ jövedelmi eloszlás esetén

P, R	C	Y_{R_0}	b_1	b_2	b_3	$(d_0 \neq Y_P) \in \underline{\mathbf{d}}$
1,2	0	-	-1.25	1.25	0	-
1,3	-0.25	-	-4	3.75	0.25	-
1,4	-0.35	-	-8.75	8.4	0.35	-
1,5	-0.40	-	-16	15.6	0.4	-
2,3	0.25	20	-3.5	1.75	0	2
2,4	-0.15	-	-10	3.6	0.1	2.59126
2,5	-0.35	-	-20.25	6.9	0.15	2.768197
3,4	0.50	30	-7.5	2.25	0	3.333333
3,5	0	-	-20	3.75	0.05	5
4,5	0.75	46.66666	-13.75	2.75	0	5

5. tábla Az $f(d)$ függvény vizsgálata az $\mathbf{Y}_2 = (1, 4, 10, 34, 35)$ jövedelmi eloszlás esetén

P, R	C	Y_{R_0}	b_1	b_2	b_3	$(d_0 \neq Y_P) \in \underline{\mathbf{d}}$
1,2	0	-	-1.25	1.25	0	-
1,3	-0.25	-	-4	3.75	0.25	-
1,4	-0.35	-	-13.34118	12.99118	0.35	-
1,5	-0.3794	-	-15.67942	15.3	0.379412	-
2,3	0.25	20	-3.5	1.75	0	2
2,4	-0.15	-	-10.8647	4.69118	0.1	-
2,5	-0.2676	-	-18.96768	6.661772	0.129412	2.7050918
3,4	0.5	30	2.58823	1.94118	0	-
3,5	0.2059	78.7822	-16.7942	3.6353	0.029412	4.4588994
4,5	0.4412	111.0667	-66.15882	2.84118	0	23.28568

Vegyük észre, hogy ha a transzfer a $(P, R) = (3, 4)$ személyek jövedelmeit érinti, akkor a transzfert kapó kritikus Y_{R_0} szintje mindkét eloszlás esetén *30*, C értéke pedig mindkét eloszlás esetén *pozitív* $(C = 0.5)$, viszont a transzfert kapó $R = 4$ személy jövedelme az $\mathbf{Y}_1$ eloszlásban *20*, vagyis alacsonyabb, az $\mathbf{Y}_2$ eloszlásban pedig *34*, vagyis magasabb, mint a kritikus érték. Ez a magyarázata annak, hogy a $(P, R) = (3, 4)$ relációban a deprivációs jövedelmi hányad értéke d pozitív környezetében $\mathbf{Y}_1$ esetén *(1. tábla)* növekedni, $\mathbf{Y}_2$ esetén pedig *(2. tábla)* csökkenni kezd.

Az eddigiekből az is látható továbbá, hogy a relatív depriváció fokában bekövetkezett változás mértéke nemcsak a transzfer nagyságának, hanem a *jövedelmi eloszlás struktúrájának* és a transzfer által érintett jövedelmek *rangpozícióinak* is függvénye. Tekintsük egyrészt (8) és (10) alapján az

$$f(d)/d = (w_P - w_R)\sum_{i\prec P} Y_i - w_R\left(\sum_{P\preceq i\preceq R} Y_i + Y_P + Y_R\right) - \sum_{P\preceq i\preceq R}\frac{1}{Y_i} \quad (20)$$

kifejezést, ahol

$$w_P = \frac{1}{Y_P^2}\left(1 + \left(1+\frac{d}{Y_P}\right)\sum_{k=2,4,6}^{\infty}\left(\frac{d}{Y_P}\right)^{k-1}\right),$$

$$w_R = \frac{1}{Y_R^2}\left(1 - \left(1-\frac{d}{Y_R}\right)\sum_{k=2,4,6}^{\infty}\left(\frac{d}{Y_R}\right)^{k-1}\right).$$

Rögzített d transzfer, valamint rögzített (P, R) személyek és (Y_P, Y_R) jövedelmek mellett – fölismerve, hogy mind $(w_P - w_R)$, mind w_R pozitív – a transzfer által *nem érintettek* oldaláról, egyéb feltételek változatlansága esetén a deprivációs jövedelmi hányad csökkenését az alábbi tényezők növelik:

- ha minél több olyan $i \prec P$ személy van, aki a transzfert adóval szemben deprivált, és, ha e személyek minél kevésbé depriváltak a transzfert adóval szemben,
- ha a transzfert adó és kapó *szomszédos* helyet foglalnak el a jövedelmi rangsorban.

Képezve másrészt az $f(d)$ függvény Y_P és Y_R szerinti parciális deriváltjait:

$$\frac{\partial f(d)}{\partial Y_P} = \left(\frac{1}{Y_P^2} - \frac{1}{(Y_P-d)^2}\right)\sum_{i\prec P} Y_i - \left(\frac{1}{Y_R} - \frac{1}{Y_R+d}\right)$$

$$\frac{\partial f(d)}{\partial Y_R} = \left(\frac{1}{Y_R^2} - \frac{1}{(Y_R+d)^2}\right)\sum_{i\preceq R} Y_i + \frac{d}{(Y_R+d)^2}$$

– rögzített transzfer mellett – a transzfer által *érintettek* oldaláról a deprivációs jövedelmi hányad csökkenését növeli

- a transzfert adó jövedelmének csökkenése, mivel $\frac{\partial f(d)}{\partial Y_P}$ *negatív*, és

- a transzfert kapó jövedelmének növelése, mivel $\frac{\partial f(d)}{\partial Y_R}$ *pozitív.*

Az eddigiekben a transzfer hatását a $d \in \underline{\mathbf{d}}$ rangsorőrző megszorítás mellett vizsgáltuk. Oldjuk fel e megkötést, és tételezzük fel, hogy a transzfer nagysága a $0 \leq d \leq Y_P$ tartományon bármely értéket fölvehet.

Hajtsuk végre a d egységnyi transzferálást ezt követően transzferek *sorozataként* úgy, hogy minden lépésben – attól függően, hogy melyik igényeli a kisebbik mértékű transzfert – vagy P, vagy R jövedelme a vele szomszédos jövedelmi szinttel váljon egyenlővé. Jelölje Δ_{Pj} azt a transzfert, amely a j-edik lépésben P jövedelmét éppen a vele szomszédos jövedelmi *szintre* süllyeszti, Δ_{Rj} pedig azt a transzfert, amely ugyanebben a lépésben R jövedelmét éppen a vele szomszédos jövedelmi szintre emeli. Tegyük fel, hogy e lépéssorozat m lépést igényel. Ekkor a transzfer felbontható a

$$d = \sum_{j=1}^{m} d_j$$

módon, ahol $d_j = \min(\Delta_{Pj}, \Delta_{Rj})$, és lépésenként az

$$\tilde{\mathbf{Y}}_j = \tilde{\tilde{\mathbf{Y}}}_{j-1}^{(d_j)}$$

eloszlásokhoz jutunk, ahol $\tilde{\mathbf{Y}}_0 = \mathbf{Y}$. A fenti jelölések mellett a transzfer hatása végül

$$f(d) = \sum_{j=1}^{m} f(d_j)$$

ahol

$$f(d_j) = Q(\tilde{\mathbf{Y}}_j) - Q(\tilde{\mathbf{Y}}_{j-1}).$$

Mivel az előzőekben megmutattuk, hogy $f(d_j)$ előjeles, ezért a relatív deprivációt lépésenként növelő, illetve csökkentő hatások erősíthetik is, de gyengíthetik is egymást attól függően, hogy az adott lépésben hogyan alakul e növelő és csökkentő tényezők struktúrája. Nem állítható egyértelműen tehát sem az, hogy a „helycserék" számának a növekedése növeli, sem az, hogy csökkenti a relatív depriváció fokát. Mindazonáltal nagyobb mértékű transzfer mellett a helycserék nagyobb száma várható, és lépésről lépésre egyre inkább a relatív depriváció *növekedését* eredményező tényezők hatása erősödik.

5. Összefoglalás

A tanulmány mondanivalóját összefoglalva megállapíthatjuk, hogy bizonyos jövedelmi szituációkban egy d mértékű regresszív, az egyenlőtlenséget növelő jövedelmi transzfer hatásaként a társadalom egészére értelmezett relatív depriváció mértéke *csökkenhet is,* ha a relatív depriváció fokát a *deprivációs jövedelmi hányad* mutatóval mérjük.

A referencia csoportok változatlan struktúrája esetén csökken a relatív depriváció globális érzete egyrészt akkor, mikor a transzfert kapóval szemben depriváltak körében a transzfert adóval szemben eliminált depriváció *túlszárnyalja* a transzfert adó által eliminált depriváltságot, miközben a transzfert kapó Y_R jövedelme nem kisebb az ő kritikus Y_{R_0} szintjénél. Másrészt akkor, ha a transzfer nagysága meghalad egy kritikus d_0 szintet.

A relatív deprivációban bekövetkezett változás *mértékét* illetően továbbá, mikor a deprivációs jövedelmi hányad biztosan alacsonyabb az eredeti szintjénél, a transzfer növelése a relatív depriváció fokát tovább csökkenti. Egyébként d hatása a d_0 értékhez való viszonyának a függvénye: $d < d_0$ esetén d növelése előbb növeli, majd csökkenti a relatív depriváció fokát, míg $d \geq d_0$ esetén d növelése egyértelműen csökkenti azt. Biztosan nő viszont a relatív depriváció foka a transzfer hatására akkor, ha a transzfert adó személlyel szemben a társadalom egyetlen tagja sem deprivált.

Rögzített d transzfer mellett továbbá – a transzfer által *nem érintettek* oldaláról – a deprivációs jövedelmi hányad csökkenését növeli, ha minél több olyan személy van, aki a transzfert adóval szemben deprivált, ha e személyek minél kevésbé depriváltak a transzfert adóval szemben, és ha a transzfert adó és kapó *szomszédos* helyet foglal el a jövedelmi rangsorban. A transzfer által *érintettek* oldaláról pedig a deprivációs jövedelmi hányad csökkenését növeli a transzfert adó jövedelmének csökkenése, és a transzfert kapó jövedelmének növelése, egyéb feltételek változatlansága esetén.

Ha viszont a transzfer nagysága a referencia csoportok struktúrájának a megváltozását eredményezi, akkor minél nagyobb transzfer mellett következik ez be, annál inkább a relatív depriváció fokának a növekedése várható.

Irodalom

1. Atkinson, Anthony B. (1970): On the Measurement of Inequality. Journal of Economic Theory, 2, 244–263.

2. Atkinson, Anthony B. (1987): On the Measurement of Poverty. Econometrica, Vol. 55, No. 4, 749–764.

3. Blackorby, Charles – Donaldson, David (1980): Ethical Indices for the Measurement of Poverty. Econometrica, Vol. 48, No. 4, 1053–1060.

4. Cowell, Frank, A. – Kuga, Kiyoshi (1981): Inequality Measurement. An Axiomatic Approach. European Economic Review, 15, 287–305.

5. Dalton, Hugh (1920): The Measurement of the Inequality of Incomes. The Economic Journal, 30, 348–361.

6. Foster, James E. (1984): On Economic Poverty: A Survey of Aggregate Measures. Advances in Econometrics, Vol. 3, 215–251.
7. Gastwirth, Joseph L. (1975): A New Index of Income Inequality. Proceedings of the International Statistical Institute, Wien, 368–372.
8. Hajdu, Ottó (1986): A jövedelemeloszlások újszerű egyenlőtlenségi mutatója. Statisztikai szemle, 64. évf., 10. sz., 990–1008. old.
9. Kakwani, Nanak (1980): Income Inequality and Poverty. Methods of Estimation and Policy Applications. Oxford University Press.
10. Pigou, A. C. (1912): Wealth and Welfare. Macmillan, London.
11. Rothschild, Michael – Stiglitz, Joseph E. (1973): Some Further Results on the Measurement of Inequality. Journal of Economic Theory, 6, 188–204.
12. Runciman, W. E. (1966): Relative Deprivation and Social Justice: A Study of Attitudes to Social Inequality in Twentieth-Century England. Berkely: University of California Press.
13. Sen, Amartya (1970): Interpersonal Aggregation and Partial Comparability. Econometrica, Vol. 38, No. 3, 393–409.
14. Sen, Amartya (1976): Poverty: An Ordinal Approach to Measurement. Econometrica, Vol. 44, No. 2, 219–231.
15. Sen, Amartya (1979): Issues in the Measurement of Poverty. Scandinavian Journal of Economics.
16. Shorrocks, Anthony F. – Foster, James E. (1987): Transfer Sensitive Inequality Measures. Review of Economic Studies, LIV, 485–497.
17. Stark, Oded (1984): Rural-to-Urban Migration in LDCs: A Relative Deprivation Approach. Economic Development and Cultural Change, 32, 475–486.
18. Stark, Oded – Taylor, J. Edward (1989): Relative Deprivation and International Migration. Demography, Vol. 26, No. 1, 1–14.
19. Yitzhaki, Shlomo (1979): Relative Deprivation and the Gini Coefficient. The Quarterly Journal of Economics, 93, 321–324.
20. Yitzhaki, Shlomo (1982): Relative Deprivation and Economic Welfare. European Economic Review, 17, 99–113.

RELATIVE DEPRIVATION AND POVERTY: THE INCOME TRANSFER'S INFLUENCE ON DEPRIVATION

[illegible] paper investigates the effect of a regressive transfer on a newly introduced [illegible] deprivation measure. The conclusion of the paper is that under certain [illegible] the overall feeling of the relative deprivation may either increase or [illegible] responding to a regressive transfer, depending on the size and the location [illegible] transfer in the income configuration and, further, on the income levels of [illegible] affected by the transfer. Consequently, if we require any index – for [illegible] poverty measure – to be sensitive to the relative deprivation, under [illegible] circumstances we must allow it to increase or decrease as well, due to a re[illegible]ive transfer.