FUZZY LIKERT SKÁLA ALKALMAZÁSÁNAK ELŐNYEI EGY FELSŐOKTATÁSI PÉLDÁN KERESZTÜL[1]

TÓTH ZSUZSANNA ESZTER - JÓNÁS TAMÁS – ÁRVA GÁBOR – SURMAN VIVIEN
ELTE – BMGE

A tanulmány oktatói teljesítmények értékelése során alkalmazott, fuzzy Likert skálán nyugvó kérdőívek alkalmazását és tradicionális Likert skálás értékelésekkel szemben elérhető eredményeit kívánja egy felsőoktatási példán keresztül szemléltetni. Fuzzy Likert skálák alkalmazása révén lehetőség nyílik arra, hogy az értékelők kvantitatív módon fejezzék ki az értékelés során felmerülő bizonytalanságukat, az értékeléseik összehasonlítása és az értékelt teljesítmény ingadozása számszerű módon kifejezhető legyen. Az alkalmazott megközelítés újdonsága, hogy a fuzzy szám tagsági függvényét a Dombi-féle konjunkciós operátor segítségével egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény összekapcsolásával állítjuk elő. Dombi ún. rugalmas egyenlőtlenség-modelljét (Pliant Inequality Model) alkalmazva a különböző értékelők által adott vélemények aggregálása egyszerű számítási eljárás, mivel a tagsági függvények paramétereinek aggregálása a számtani és harmonikus átlag segítségével történik. Mindez jól támogatja a statisztikai elemzések céljait is, és egyúttal a menedzseri döntések megbízhatóságát növeli.

Kulcsszavak: Likert skála, fuzzy értékelő skála, rugalmas aritmetika, hallgatói értékelések, felsőoktatás, szolgáltatásminőség

1 Bevezetés

A felsőoktatási intézményekkel szemben fokozódik az az elvárás, hogy rendszeresen mérjék és értékeljék az általuk nyújtott szolgáltatások minőségét, az eredményeket pedig csatolják vissza az egyes szolgáltatások és kapcsolódó szolgáltatási folyamatok fejlesztése érdekében. Miközben a számadási kötelezettség, ill. a működés átláthatósága fokozott elvárásként jelenik meg, az ezeknek való megfelelés érdekében alkalmazott eszközök és mechanizmusok megosztják a felsőoktatási szakirodalmat. Amikor az intézmények a felsőoktatási szolgáltatások értékelésének feladatával szembekerülnek, természetes

[1]A tanulmány az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-17-3-i. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült. Tóth Zsuzsanna Eszter egyetemi docens, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Gazdálkodástudományi Intézet, tothzs@gti.elte.hu. Jónás Tamás egyetemi docens, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Gazdálkodástudományi Intézet, jonas@gti.elte.hu. Árva Gábor PhD hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Menedzsment és Vállalkozásgazdaságtan Tanszék, arva@mvt.bme.hu. Surman Vivien PhD hallgató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Menedzsment és Vállalkozásgazdaságtan Tanszék, surman@mvt.bme.hu. Beérkezett: 2017. október 27.

módon merülnek fel az alábbi kérdések: Hogyan, milyen módszerekkel értékelhetik a felsőoktatási intézmények az általuk nyújtott oktatási (vagy egyéb) szolgáltatások minőségét? Hogyan szerezhetnek megbízható információkat arra vonatkozóan, hogy a „vevők”, azaz elsősorban a hallgatók és más érdekelt felek elvárásai, igényei teljesülnek? Ahhoz, hogy az intézmények ezeket a kérdéseket megválaszolják, a szolgáltatásteljesítmény mérésére és értékelésére alkalmas, megbízható eredményeket szolgáló módszertanokra van szükségük. Emellett azonosítaniuk kell azokat a mértékeket is, amelyekkel az elért szolgáltatásteljesítmény-szint meghatározható (Lupo, 2013, Battisti et al., 2005; 2010). A felsőoktatási szolgáltatásminőség és az érdekelt felek elégedettségének mérése a leggyakrabban Likert skálák segítségével valósul meg (pl. Brochado, 2009; Teeroovengadum et al., 2016; Nadiri et al., 2009, Lalla et al., 2005). A felsőoktatásban is széles körben alkalmazott szolgáltatásminőség modellek, mint a SERVQUAL (De Oliviera et al., 2009; Yousapronpaiboon, 2014), a SERVPERF (Bayraktaroglu and Atrek, 2010; Brochado, 2009), vagy ez utóbbi módszertan továbbfejlesztéseként felsőoktatási sajátosságokra szabott HEdPERF (Abdullah, 2005, 2006a, 2006b), a COURSEQUAL (Kincsesné et al., 2015), vagy TEdPERF (Rodríguez-González and Segarra, 2016) módszertana 1-től 5-ig vagy 1-től 7-ig terjedő Likert skálákat használnak az általuk azonosított minőségdimenziók mérésére és értékelésére. Az egyes érdekelt felek elégedettségének a mérése, ill. az oktatók kollégák által megvalósuló értékelése (az ún. peer review) is leggyakrabban hagyományos Likert skálák alkalmazásával valósul meg (pl. Gruber et al., 2010; Douglas and Douglas, 2006; Liu and Carless, 2006).

Chen (2001) hátrányként rója fel, hogy a tradicionális Likert skálán történő értékelés az emberi észlelést egy konkrét értékre szűkíti. Herrera és Herrera-Viedma (2000), Herrera et al. (1999), Kacprzyk (1986), Andayani et al. (2017), Carrasco et al. (2011), Chang és Wang (2016) és Cabrerizo et al. (2017) is amellett érvel, hogy az egyén mint értékelő egy adott kérdéssel kapcsolatos véleményét csak korlátozottan képes egyetlen konkrét számmal kifejezni. Éppen ennek megoldására került előtérbe a nyelvi értékelés, amely képes az értékelés konkrét számszerű értékét reprezentálni. Szolgáltatásminőség dimenziók értékelésekor a fuzzy megközelítések adaptációja egyre bővül, mivel a kapcsolódó módszertan képes a szolgáltatás- és a kapcsolódó folyamatminőség-mérés és értékelés megbízhatóságát növelni (Li, 2013; Lupo, 2013; Lin, 2010a; Deng, 2008).

Az elmúlt évtizedekben az oktatási szolgáltatásteljesítmény mérésére és értékelésére alkalmazott adatforrások köre bővülni látszik. Ezzel a törekvéssel összhangban, a BME Gazdaság- és Társadalomtudományi Kara egy olyan belső minőségfejlesztési rendszert (Oktatók Oktatói Véleményezése, továbbiakban OOV) dolgozott ki a 2015/2016-os tanévre, amelynek révén az oktatási programok és gyakorlatok folyamatos továbbfejlesztése valósulhat meg. A vonatkozó szakirodalom feldolgozásával és széleskörű nemzetközi felsőoktatási gyakorlatok tanulmányozása alapján egy teljes szemesztert felölelő értékelési folyamat került kialakításra. Az oktatói teljesítmény mérésére és értékelésére kialakított szempontok nemcsak az előadások és szemináriumok megfigyelésére, hanem a hallgatói számonkérésekre, így a zárthelyik és (mind írásbeli, mind szóbeli) vizsgák megfigyelésére is kiterjedtek. Mivel a hallgatói elégedettséget alapvetően befolyásolják azok a módszerek és eszközök, amelyeket az oktatók a szemeszter során tudásuk és teljesítményük mérésére és értékelésére használnak, az értékelési folyamat egyik alfolyamataként jelent meg a zárthelyi dolgozatok, vizsgák után a hallgatók azonnali értékelése a szemeszterek végén közel két évtizede tradicionálisan megjelenő Oktatás Hallgatói Véleményezése (OHV) kérdőív mellett. Ez utóbbi szintén tartalmaz a hallgatói teljesítmény felméréséhez kapcsolódó értékelési szempontot.

Az OOV folyamatában tehát a zárthelyik és vizsgák értékelése mind hallgatói, mind oktatói oldalról a számonkérések után azonnal megvalósul. Az alkalmazott kérdőív mindkét esetben két részből áll: a kérdőívek első része egy 1-től 5-ig terjedő hagyományos Likert skála mentén értékeli a teljesítmény bizonyos nézőpontjait, míg a kérdőívek második része lehetőséget ad egyéb szöveges vélemények kifejtésére, megjegyzések hozzáfűzésére. Annak ellenére, hogy az OOV folyamata és menetközben többször finomított értékelési rendszere összességében pozitív fogadtatásban részesült, három fontos problémakört kell kiemelni, amely mind a hallgatói, mind a kollégák által adott értékelésekben jelen van, és hatással van az OOV révén keletkező eredmények megbízhatóságára:

- az egyes értékelők által adott értékelésekben jelen lévő bizonytalanság,
- az oktatói teljesítmény ingadozása a félév során, illetve
- azon módszerek hiánya, amelyek szöveges megjegyzések összehasonlítására adnak lehetőséget, érkezzenek ez utóbbiak akár a hallgatóktól, akár az értékelő kollégáktól.

Cikkünk fókuszában az emberi észlelésekben, percepciókban jelen lévő bizonytalanság megfelelő kezelésének problematikája áll. Kutatásunk célja, hogy az oktatási és oktatói teljesítmény többszempontú értékelése során bemutassuk az ún. fuzzy Likert skála alkalmazását, és demonstráljuk annak tradicionális Likert skálákkal szemben nyújtott előnyeit, ill. az értékelés megbízhatóságára gyakorolt hatását. A bemutatásra kerülő módszertan alkalmas arra, hogy kezelje az értékelés során felmerülő, a megbízhatóságot alapvetően befolyásoló problémákat, nevezetesen az értékelők bizonytalanságából, valamint az értékelt oktatók teljesítményének ingadozásából fakadó nehézségeket. A számonkérésekkel kapcsolatos oktatási és oktatói teljesítmény értékelésére alkalmazott fuzzy Likert skálák révén lehetőség nyílik arra, hogy az értékelők kvantitatív módon fejezzék ki az értékelés során felmerülő bizonytalanságukat, értékeléseik összehasonlítása és az értékelt oktatók teljesítményének az ingadozása számszerű módon kifejezhető legyen.

Annak ellenére, hogy a fuzzy számok alkalmasak arra, hogy az emberi értékeléseket azok természetének megfelelően pontosabban modellezzék, szélesebb körű gyakorlati alkalmazásuk egyik fontos gátja, hogy a kapcsolódó statisztikai elemzések elvégzéséhez szükséges módszerek meglehetősen összetettek. A szakirodalomban fellelhető módszerek (pl. Frühwirth-Schnatter, 1992 vagy Amini and Jochem, 2011) megfelelő szakértelmet és tapasztalatot, a fuzzy módszertanban való jártasságot igényelnek, ugyanakkor jelentős számítási igénnyel is bírnak, amelyek természetesen a gyakorlati alkalmazás széleskörű elterjedését nehezítik. A bemutatásra kerülő módszertan Dombi (2009) ún. rugalmas egyenlőtlenség-modelljét (Pliant Inequality Model) alkalmazva az előzőekben említett problémákat igyekszik orvosolni azzal, hogy az aggregát értékelések számítását egyszerűsíti. A bemutatott módszertan a statisztikai elemzések céljait jól szolgálja, így egyúttal megbízhatóbb menedzseri következtetések levonását teszi lehetővé.

A cikk következő fejezete a vonatkozó szakirodalmak alapján részletezi a hagyományos Likert skálás értékelés nehézségeit, a fuzzy Likert skálák nyújtotta előnyöket, valamint összegyűjti az oktatói teljesítmény mérésével és értékelésével kapcsolatban felmerülő problémákat. Ezután részletesen kitérünk az alkalmazott módszertan bemutatására, és egy esettanulmány keretében demonstráljuk a fuzzy Likert skála alapú értékelés előnyeit. A cikket a legfontosabb megállapítások összefoglalásával, valamint a kutatás további lehetséges fejlesztési irányainak felvázolásával zárjuk.

2 Hagyományos értékelés és fuzzy értékelés

Az oktatási tevékenységek értékelése számos módon és formában valósulhat meg. Mind hazai, mind nemzetközi szinten nagy változatosságot mutatnak az alkalmazott eszközök. Berk (2005) részletes áttekintést ad az oktatási környezetben alkalmazott értékelési lehetőségekről, amelyek esetében gyakori a Likert skálák alkalmazása (pl. Hartley, 2014; Murray, 2013).

A Likert skála egy olyan diszkrét skála, amelyen az értékelő az észleléséhez, véleményéhez, érzékeléséhez legközelebb álló értéket választja, és alkalmazása előre rögzített kategóriákból származó sorrendi skálán mért adatokat eredményez (Gil és González-Rodríguez, 2012). A felsőoktatásban Likert skálán alapuló kérdőívek és értékelési skálák alkalmazásakor a válaszokat általában átlagolják egy-egy specifikus oktatási teljesítményjellemző esetében (De Witte and Rogge, 2011), amelyet ezután egyfajta mérőszámként, indexként használnak fejlesztésorientált, ill. összegző értékelések esetén. Más esetekben az értékelők által adott értékelések összegzésére kerül sor, és az adott teljesítményt a maximálisan elérhető összpontszámhoz viszonyítják. Gyakori megoldás az is, hogy az értékelőket (hallgatókat, értékelő oktatókat, vagy más érdekelt feleket) az átfogó, teljes szemeszterben nyújtott teljesítmény értékelésére kérik, amelynek során a skála azon egyetlen értékét jelölik ki, amely a véleményüket a leginkább tükrözi (Ellis et al., 2003). Az átlagos értékelések ugyanakkor hajlamosak a valós helyzet, nevezetesen az értékelt dolog vagy egyén teljesítményének az ,,elmosására" (Kuzmanovic et al., 2013).

Kérdőívekben, felmérésekben szereplő szempontok Likert skálán alapuló értékelése összetett feladat, hiszen egyetlen értékelés során az értékelők több döntést hoznak – bizonytalansággal terhelt helyzetben. Az adott szempont szerinti értékelés során az értékelőnek viszonylag kevés érték közül kell választania (Gil and González-Rodríguez, 2012), amely egyúttal azt is jelenti, hogy a pontos, precíz értékeléshez kapcsolódó szóródás, diverzitás és szubjektivitás elvész. Az ilyen típusú értékelések másik hátránya abból fakad, hogy ha az értékek kódolása a relatív helyzetük alapján valósul meg összhangban az adott rangsorral, sorrenddel, akkor az egyes kódok közötti különbségek – a sorrendi skála tulajdonságainak megfelelően – nem értelmezhetők az értékek közötti különbségként. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a sorrendi skála tulajdonságait figyelembe vevő statisztikai számítások és következtetések alkalmazhatók az így kapott eredményeken, az alkalmazott módszerek köre meglehetősen korlátozott, és az értékelés során releváns ismeretek veszhetnek el (Lubiano et al., 2016).

Likert skálák alkalmazásának egy másik sarkalatos pontja az egyes értékelési szempontok súlyozása, hiszen azok általában nem egyformán fontosak valamennyi értékelő számára. Továbbá, amikor az értékelőknek egy értékelt dologgal, egyénnel kapcsolatban átfogó értékelést kell adniuk, problémaként merül fel, hogy az értékelői attitűd az értékelt dolgokkal kapcsolatban az idő múlásával nem homogén (pl. Tóth et al., 2017b).

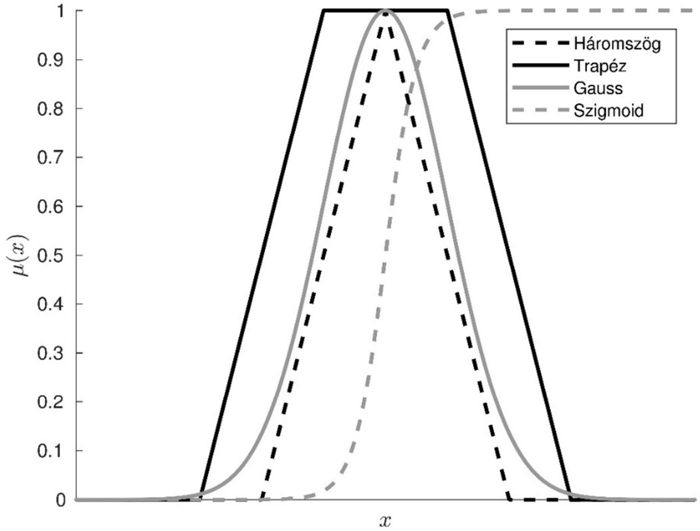
Számos tanulmány foglalkozik a hagyományos Likert skálás értékelések megbízhatóságának elemzésével, kiemelve, hogy a lehetséges válaszlehetőségek (értékek) számának a növelése mind a kinyerhető információtartalom, mind pedig a megbízhatóság növelését eredményezheti (Lozano et al., 2008, de Sáa et al., 2015). Az értékelés során adható válaszok (értékek) számának a növelése azonban nem érhető el természetes nyelvhasználattal (Sowa, 2013). Ahhoz, hogy a fentiekben részletezett, hagyományos Likert skála alkalmazásával együtt járó problémákat kezelni tudjuk, létezik egy olyan alternatív módszertan, amely figyelembe veszi azt a tényt, hogy az értékeléshez, véleményezéshez kapcsolódó attribútumok természetüknél fogva szubjektivitással és bizonytalansággal terheltek (Lubiano et al., 2016; Quirós et al., 2016).

Hesketh et al. (1998) olyan fuzzy értékelő skálát javasolnak, amelyen az értékelők nincsenek rákényszerítve arra, hogy néhány, előre meghatározott kategória közül válasszanak. Ez a fajta skála kellően kifejező ahhoz, hogy az értékelő – a legtöbb való életbeli helyzetnek megfelelően – szubjektív értékelésének kifejezésére egy olyan értéket válasszon, amely a legjobban tükrözi az értékelését, véleményét, ítéletét (Gil et al., 2015). A fuzzy értékelő skála képes arra, hogy modellezze a szubjektivitással és bizonytalansággal terhelt értékeléseket, ezáltal az „életlen" (fuzzy) meghatározások matematikailag kezelhetővé válnak, közbülső „valóságértékekkel" is dolgozik, emellett megfelelő statisztikai elemzések elvégzését is lehetővé teszi (Gil et al., 2015; Calcagníand Lombardi, 2014; Gil and González-Rodríguez, 2012). Ez a megközelítés növeli az értékelés változékonyságát és a pontosságát, amit a hagyományos Likert skála nem tesz lehetővé.

A szolgáltatásminőség szakirodalmában számos olyan kezdeményezésnek lehetünk tanúi, amelyek a fuzzy logika és értékelés alkalmazása felé való elmozdulást sürgetik (Lin, 2010b), egyúttal növekednek a hagyományos szolgáltatásminőség modellekhez kapcsolódó módszertanok finomítására, kiterjesztésére irányuló kisérletek (Chien és Tsai; 2000; Liu et al., 2015; Mashhadiabdol et al., 2014; Lupo, 2016; Zhang et al., 2010). Liou és Chen (2006) azt bizonyítja, hogy a szolgáltatásminőség fuzzy nyelvi értékelése jobban modellezi az emberi gondolkodást, mint az ún. ,,éles" számok alkalmazása.

A felsőoktatási szolgáltatásminőség esetében is tanúi lehetünk a fuzzy értékelő skálák egyre szélesebb körű alkalmazásának. Basaran et al. (2011), Lalla et al. (2005) olyan megközelítést javasolnak, amelyek a fuzzy logikát az oktatási teljesítmény hallgatói értékelése során implementálják. Büyüközkan et al. (2007) a fuzzy logika alkalmazását e-learning weboldalak minőségének értékelése esetében mutatják be. Yu et al. (2016) olyan fuzzy nyelvi skálát fejlesztenek ki, amely e-learning rendszerek elégedettségi mutatójának konstruálását teszi lehetővé. Lupo (2013) a SERVQUAL módszer fuzzy logikán alapuló módosítását hajtja végre az oktatásminőség mérések és értékelések megbízhatóságának növelése érdekében. Rouyendegh és Erkan (2013) fuzzy logikán alapuló módszertant mutat be az oktatói kiválasztási folyamatban, Hameed (2011) pedig hallgatói értékelési rendszerben.

A fuzzy halmazok tagsági függvényei többféle alakot ölthetnek (*1. ábra*). A fuzzy logikát alkalmazó, fentiekben említett szolgáltatásminőség szakirodalmak többsége háromszög vagy trapéz alakú tagsági függvényt használ annak ellenére, hogy azok sok esetben nincsenek teljes összhangban az emberi gondolkodással és értékeléssel, mivel ezekben az esetekben a tagsági függvény meredeksége a teljes intervallumban állandó (pl. Hameed, 2011). A valóságban a válaszadó értékelése csak kismértékben változik azon pontok körül, amelyek az értékelő által adott legrosszabb és legjobb értékelést testesítik meg, és ugyanez igaz arra a pontra, amely az értékelő szerint leginkább kifejezi véleményét, ítéletét. Hameed (2011) bemutatja a háromszög alakú tagsági függvények hátrányait, és egy ún. Gauss alakú tagsági függvényt javasol hallgatói értékelések megbízhatóságának növelése érdekében.



1. ábra. Háromszög, trapéz, Gauss és szigmoid tagsági függvények

A fenti tulajdonságok figyelembe vételével módszertanunk egy olyan tagsági függvény alkalmazásán alapszik, amely egy növekvő és csökkenő szigmoid függvényből áll, felhasználva a szigmoid függvény azon kedvező tulajdonságát, hogy az előbb említett pontok környezetében értéke kevésbé élesen változik (Dombi, 2008; Dombi, 2009). Mivel a szigmoid függvény meredeksége nem konstans, alkalmazása fuzzy számok kialakításánál az emberi gondolkodás és értékelés precízebb kifejezését teszi lehetővé.

Dombi (2009) rugalmas egyenlőtlenség-modelljét alkalmazva a különböző értékelők által adott vélemények aggregálása egyszerű számításos eljárás, mivel a tagsági függvények paramétereinek aggregálása a számtani és harmonikus átlag segítségével történik. Mindez jól támogatja a statisztikai elemzések céljait is, és egyúttal a menedzseri döntések megbízhatóságát növeli.

2.1 A hallgatói értékelések szerepe az OOV folyamatban

A vonatkozó szakirodalom és elérhető nemzetközi gyakorlatok alapján a 2015/2016-os tanévben indult útjára az oktatók oktatói értékelése (Samson és McCrea, 2008; Ihsan et al., 2012; Washer, 2006, Blackmore, 2005, Courneya et al., 2008; Brent and Felder, 2004). Az egész félévet felölelő értékelési folyamatban alkalmazott kérdőívek értékelési szempontjai kiterjednek az oktató órai teljesítményének, a zárthelyik, vizsgák, valamint a félévi teljesítmény átfogó értékelésére. A legtöbb értékelési szempont esetében az értékelők 1-5 Likert skálán fejezik ki véleményüket (Tóth et al., 2017a). Mind a hallgatók, mind az értékelő kollégák esetében alkalmazott kérdőív emellett lehetőséget nyújtott szöveges vélemények kifejtésére is.

Miután a felsőoktatás legfontosabb érdekelt felei a hallgatók (pl. Owlia and Aspinwall, 1996; Hill, 1995; Mizikaci, 2006) és a hallgatók azok, akik közvetlen kapcsolatban állnak az oktatókkal, a hallgatóságot tekintik az oktatásminőséggel kapcsolatos értékelések legfontosabb forrásának, adatgyűjtési bázisának. A hallgatói értékelésekkel kapcsolatban azonban számos probléma merül fel. Az oktatásminőség megítélése során a hallgatók általában figyelembe veszik az oktatóval kialakult kapcsolatukat, még akkor is, ha az értékelés célja az objektív adatgyűjtés. Emellett a hallgatók hatnak egymás véleményére, így egyfajta közös „véleményt”, értékelést fejeznek ki a minőséggel kapcsolatban. A harmadik probléma, amely a hallgatói értékelésekkel kapcsolatban felmerül, az az észlelés, érzékelés változása az idő múlásával. A hallgatók egészen más érzésekkel bírnak a zárthelyikről vagy vizsgákról kilépve, vagy amikor megismerik az elért eredményüket, vagy a félév végén, a kurzus, tantárgy teljesítésekor. Azt jelenti, hogy az oktatásminőséggel, ill. annak bizonyos dimenzióival kapcsolatos véleményük folyamatosan változik.

A fentiekben említett, az oktatásminőség megítélését befolyásoló kérdések különböző, de párhuzamosan létező észleléseket és véleményeket eredményeznek. Emellett az oktatói teljesítmény sem egyenletes, változik mind egy-egy tanórán belül, mind a szemeszter során. Ilyen helyzetekben meglehetősen nehéz az értékelőnek egyetlen számmal jellemezni a teljesítményt. Ha az értékelőknek hagyományos Likert skálán kell a véleményüket egyetlen számérték kiválasztásával kifejezni, akkor az így jelölt érték egyfajta ,,átlagos" értékelését tükrözi az adott órai vagy féléves teljesítménynek. Az így előálló átlagos teljesítmény ritkán reprezentatív és általában nem is elegendő bizonyíték ahhoz, hogy oktatási és oktatói erősségeket és gyengeségeket azonosítsanak. Továbbá ezen értékelések alapján számított statisztikai mutatószámok (mint pl. az átlag, a terjedelem vagy a szórás) sokkal inkább az egyes értékelők (hallgatók) értékelése, véleménye közötti különbségeket tükrözik semmint az oktatói teljesítmény valós ingadozását.

A Likert skálás értékeléseket kiegészítő szöveges értékelések, vélemények is kulcsfontosságú szerepet töltenek be, amelyet az OOV folyamatában a legtöbb oktató szívesen fogadott mind szóban, mind írásban. E szöveges értékelések képesek az oktatói teljesítmény ingadozását vagy a hallgatói észlelések különbözőségét kifejezni. Azonban a szöveges értékelések nehezen elemezhetők és kevés olyan egyszerűen alkalmazható módszer áll rendelkezésre, amely lehetővé teszi a nyelvi visszacsatolások feldolgozását. Ennek az az eredménye, hogy hiányosan dolgozzák fel és csatolják vissza az így szerzett ismereteket. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy ha csak a számszerű értékelésre alapozzuk az oktatói teljesítmény megítélését, és kizárólag az alapján végzünk összehasonlítást, az ismeretek egy meghatározó része vagy elvész, vagy egyáltalán nem vesszük figyelembe, amely természetesen nem szolgál menedzsment célokat.

Figyelembe véve a fuzzy Likert skála előnyös tulajdonságait, amelyek lehetőséget teremtenek a hallgatói értékelésekkel kapcsolatosan felmerült nehézségek kezelésére, egy pilot fuzzy szám alapú értékelést indítottunk útjára 2016 szeptemberében. A célunk az volt, hogy tapasztalatot nyerjünk a fuzzy szám alapú értékelésben, és annak alkalmazási előnyeit az oktatási és oktatói teljesítmény értékelése esetében vizsgáljuk. A fuzzy Likert skálák alkalmazását, az általuk szolgáltatott előnyöket most a hallgatói kérdőívekből származó értékelések példáján keresztül mutatjuk be. Az értékelés 8 szempontja az alábbi volt:

D1 – A felkészüléshez szükséges segédanyagok elérhetősége, hozzáférhetősége;

D2 – A számonkérés körülményeinek kulturáltsága, légköre;

D3 – A számonkérés menetének, szabályainak ismertetése, kommunikációja;

D4 – A feladatok, kérdések egyértelműsége;

D5 – A számonkérés összhangja az oktató által kihirdetett elvárásokkal;

D6 – Az eredményszámítás módjának egyértelműsége;

D7 – A számonkérést megelőző konzultáció színvonala (ha volt ilyen);

D8 – A megtekintés színvonala, körülményei.

E célra kiválasztottuk 5 tantárgy 7 zárthelyi alkalmát, amelyet követően azonnali visszajelzéseket kértünk a hallgatóktól. Minden egyes zárthelyi után, tárgyanként átlagosan 10-15 hallgató értékelte fuzzy skálán a hallgatói számonkérésekkel kapcsolatos oktatói teljesítménydimenziókat, így összesen 85 kitöltött kérdőívet gyűjtöttünk össze. A minta reprezentativitását azzal biztosítottuk, hogy a hallgatói névsor alapján véletlenszerűen választottuk ki a fuzzy értékelést adó hallgatókat. Egy-egy alkalommal a kurzuslétszám átlagosan 15%-a vett részt az ilyen típusú válaszadásban.

Az értékelés során 1-5 terjedő skálát 0,25-ös egységekre való bontásban alkalmaztuk annak érdekében, hogy a hallgatók az értékelésüket minél pontosabban fejezhessék ki. A 0,25 egységeket tartalmazó 1-5 skálán minden hallgató a számonkérés során a D1-D8 dimenzióknál 3 értéket adott meg: egyet, amely szerinte leginkább kifejezi a teljesítményt, emellett megadta azt az értéket, amelynél semmiképpen nem adna rosszabbat, valamint azt az értéket, amelynél semmiképpen nem adna jobbat.

A fuzzy számokra alapozott értékeléssel párhuzamosan hagyományos Likert skálát is alkalmaztunk annak érdekében, hogy a kétfajta kérdőív alapján kapott eredményeket összevessük, és bemutassuk a fuzzy Likert skálák nyújtotta előnyöket. Az általunk tapasztaltak összhangban állnak Gil et al. (2015) eredményeivel.

A hagyományos, Likert skálás értékelés során számos olyan korlátozó tényezőt találtunk, amelyek e típusú értékeléssel szükségszerűen együtt járnak. A résztvevői visszajelzések alapján három lényeges problémát kell kiemelnünk: az értékelések között jelenlévő bizonytalanság, az oktatói teljesítmény ingadozása a szemeszter során, valamint azon módszerek hiánya, amelyek lehetővé tennék a véleményezők által a hagyományos Likert skálás kiegészítéseként megjelenő szöveges értékeléseket, véleményeket (Tóth et al., 2017b). E problémák formálták a kutatási kérdést: hogyan lehet a felsőoktatási környezetben zajló mérések és értékelések megbízhatóságát növelni a fuzzy logika segítségével?

3 Módszertan

3.1 Fuzzy számok mint két lágy egyenlőtlenség metszetei

A bemutatásra kerülő módszerben a Likert skála értékeit fuzzy számok reprezentálják. Az értékelés során a válaszadó tehát nem egy konkrét értéket, hanem egy fuzzy számmal adott „körülbelül " értéket választ. A fuzzy számok tagsági függvényeinek megadásához szigmoid függvényeket használtunk.

1. Definíció. *Az a és λ paraméterekkel adott $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ szigmoid függvény:*

$$\sigma_a^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda(x-a)}}, \tag{1}$$

ahol $x, a, \lambda \in \mathbb{R}$, továbbá $\lambda \neq 0$.

A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ szigmoid függvény legfontosabb tulajdonságai Dombi (2009) alapján a következők:

Értékkészlet: A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény értékkészlete a $(0, 1)$ intervallum.

Folytonosság: A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény folytonos a valós számok $I\!R$ halmazán.

Menete: (i) Ha $\lambda > 0$, akkor a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény szigorúan monoton növekvő;
(ii) Ha $\lambda < 0$, akkor a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény szigorúan monoton csökkenő.

Határértékek:

$$\lim_{x\to+\infty} \sigma_a^{(\lambda)}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \lambda > 0 \\ 0, & \text{ha } \lambda < 0\,, \end{cases} \tag{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \sigma_a^{(\lambda)}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \lambda < 0 \\ 0, & \text{ha } \lambda > 0\,. \end{cases} \tag{3}$$

A függvény paramétereinek szerepe: (i) A függvény a paramétere az a hely, ahol a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény értéke 0,5;

(ii) A $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvénygörbe meredeksége az a helyen $\lambda/4$, azaz a λ paraméter a függvény érintőjének meredekségét határozza meg az a helyen. A λ paraméter előjelétől függően a függvény szigorúan monoton növekvő vagy csökkenő.

A *2. ábra* a $\sigma_a^{(\lambda)}(x)$ függvény grafikonjára mutat néhány példát. A rugalmas egyenlőtlenség-modell (Dombi, 2009) alapján az alábbi definíciókat alkalmazzuk, ahol az l és r indexek rendre a fuzzy számok bal és jobb oldalát alkotó függvények jelölésére szolgálnak.

2. Definíció. *Az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség a következő szigmoid függvénnyel adott:*

$$\{a_l <_{(\lambda_l)} x\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_l (x - a_l)}}\,, \tag{4}$$

ahol $a_l, \lambda_l \in I\!R,\ \lambda_l > 0$.

A klasszikus logikában egy ítélet vagy igaz, vagy hamis, ezért egy $a_l < x$ reláció igazságértéke is e két logikai érték közül pontosan az egyikkel egyenlő. A továbbiakban a logikai igaz értéket 1-gyel, a logikai hamis értéket 0-val jelöljük. Érdemes megjegyezni, hogy ezek az $\{a_l < x : x \in I\!R\}$ halmaz karakterisztikus függvényének értékei.

Az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség az $a_l < x$ reláció igazságértékét fejezi ki a $(0, 1)$ skálán, azaz $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ egy folytonos logikai kifejezés, amelynek lehetséges értékei a $(0, 1)$ intervallum elemei. Ez a lágy egyenlőtlenség paraméteres, azaz értéke függ a λ_l paraméter értékétől. Tekintve, hogy λ_l pozitív, minél nagyobb x értéke, annál nagyobb az $a_l < x$ egyenlőtlenség igazságértéke. Érdemes megjegyezni, hogy a λ_l paraméter a lágy egyenlőtlenség $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ „élességét” adja meg. A következő Lemma alapján az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenség az éles $a_l < x$ egyenlőtlenség általánosításának tekinthető.

1. Lemma. *Ha* $\lambda_l \to \infty$, *akkor* $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) \to H_{a_l}(x)$, *ahol*

$$H_{a_l}(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < a_l \\ 0.5 & \text{ha } x = a_l \\ 1 & \text{ha } x > a_l. \end{cases} \tag{5}$$

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy $\lambda_l > 0$, így $-\lambda_l < 0$, tehát

$$\lim_{\lambda_l \to \infty} e^{-\lambda_l (x-a_l)} = \begin{cases} \infty & \text{ha } x < a_l \\ 1 & \text{ha } x = a_l \\ 0 & \text{ha } x > a_l \end{cases}, \tag{6}$$

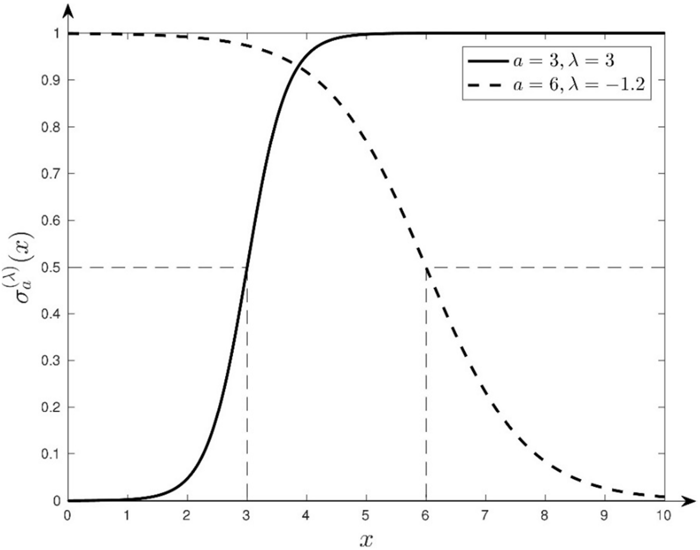
amelyből a lemma állítása egyenesen következik. □

Az 1. Lemma alapján tehát, ha $a_l < x$ és $\lambda_l \to \infty$, akkor az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x\}$ kifejezés értéke, amely az „x nagyobb, mint a_l" reláció folytonos logikai értéke, 1-hez konvergál, azaz ekkor az $a_l < x$ egyenlőtlenség fennáll a hétköznapi, „éles" értelemben is. A *2. ábrán* látható folytonos vonallal jelölt grafikon egy olyan szigmoid függvény grafikonja, amely a $\{3 <_{(\lambda_l)} x\}$ lágy egyenlőtlenséget definiálja, ahol $\lambda_l = 3$. Ezen az ábrán azt látjuk, hogy minél nagyobb x értéke, annál inkább közel van 1-hez a $\{3 <_{(\lambda_l)} x\}$ igazságérték, azaz az „x nagyobb, mint 3" ítélet igazságértéke.

3. Definíció. *Az* $\{a_r >_{(\lambda_r)} x\}$ *lágy egyenlőtlenség a következő szigmoid függvénnyel adott:*

$$\{a_r >_{(\lambda_r)} x\} = \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_r (x-a_r)}}, \tag{7}$$

ahol $a_r, \lambda_r \in \mathbb{R}$, $\lambda_r < 0$.



2. ábra. A szigmoid függvény grafikonja különböző paraméterértékek esetén

Az 1. és 2. Definícióval megadott egyenlőtlenségek lehetővé teszik, hogy a válaszadó kifejezze, hogy mennyire tart egy bizonyos x teljesítményértéket nagyobbnak a_l-nél, vagy kisebbnek, mint a_r. E két lágy egyenlőtlenség két fuzzy halmazt reprezentál, amelyek tagsági függvényei rendre $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$. Azaz, bármilyen x érték esetén a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ függvények az x teljesítményérték tagsági függvényei az a_l-nél nagyobb és az a_r-nél kisebb értékeket tartalmazó fuzzy halmazokban. A szóban forgó két fuzzy halmaz Dombi-féle metszete a lágy $\{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\}$ intervallumot adja meg. E két fuzzy halmaz metszetét a Dombi-féle metszet operátorral (Dombi, 2008) előállítva a metszet fuzzy halmaz tagsági függvénye egyszerű alakot ölt.

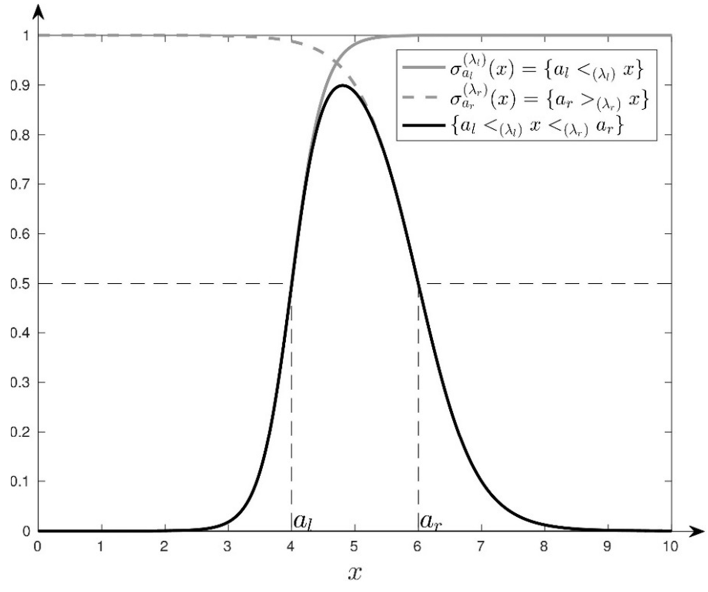
4. Definíció. *A $\mu_{A_1}(x)$ tagsági függvénnyel adott $\mathbf{A}_1$ fuzzy halmaz és a $\mu_{A_2}(x)$ tagsági függvénnyel adott $\mathbf{A}_2$ fuzzy halmaz Dombi-féle metszete a $\mu_{A_1 \cap A_2}(x)$ tagsági függvénnyel adott fuzzy halmaz:*

$$\mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \mu_{A_1}(x) *_{(D)} \mu_{A_2}(x) = \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{1-\mu_{A_1}(x)}{\mu_{A_1}(x)} \right)^{\alpha} + \left(\frac{1-\mu_{A_2}(x)}{\mu_{A_2}(x)} \right)^{\alpha} \right)^{1/\alpha}}, \tag{8}$$

ahol $\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x) \in (0,1)$, $\alpha \in I\!R$, $\alpha > 0$, míg $*_{(D)}$ a Dombi-féle metszetet jelöli.

Az $\alpha = 1$ érték mellett a Dombi-féle metszetképzést a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ függvényre alkalmazva a következő eredményhez jutunk:

$$\{a_l <_{(\lambda_l} x <_{(\lambda_r} a_r\} = \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) *_{(D)} \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \frac{1}{1 + \frac{1-\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)}{\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)} + \frac{1-\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)}{\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)}}. \tag{9}$$



3. ábra. Egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény metszetéből előállított fuzzy szám

Alkalmazva a 2. és a 3. Definíciót:

$$\begin{aligned} \{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\} &= \sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x) *_{(D)} \sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x) = \\ &= \frac{1}{1+e^{-\lambda_l(x-a_l)}+e^{-\lambda_r(x-a_r)}} \end{aligned} . \tag{10}$$

A *3. ábra* egy növekvő és egy csökkenő szigmoid függvény metszeteként előállított fuzzy halmazt mutat.

A következő tétel a szigmoid függvényekkel megadott „a kisebb, mint x " típusú lágy egyenlőtlenségek egy gyakorlati szempontból előnyös tulajdonságát mutatja.

1. Tétel. *Minden* $\alpha \in (0,1)$ *vágatra, ha* $x_1,\dots,x_n \in I\!R$, $w_1,\dots,w_n > 0$, $\lambda_1,\dots,\lambda_n > 0$, *és*

$$\{a_1 <_{(\lambda_1)} x_1\} = \{a_2 <_{(\lambda_2)} x_2\} = \ldots = \{a_n <_{(\lambda_n)} x_n\} = \alpha\,, \tag{11}$$

akkor

$$\{a <_{(\lambda)} w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n\} = \alpha\,, \tag{12}$$

ahol

$$a = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i\,, \tag{13}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{\lambda_i}\,. \tag{14}$$

Bizonyítás. A 2. Definíció szerint

$$\{a_i <_{(\lambda_i)} x_i\} = \frac{1}{1+e^{-\lambda_i(x_i-a_i)}}\,, \tag{15}$$

ahol $\lambda_i > 0$, $i = 1,\dots,n$. A tétel feltétele szerint $\{a_i <_{(\lambda_i)} x_i\} = \alpha$, ezért minden $i \in \{1,2,\dots,n\}$ esetén

$$\frac{1}{1+e^{-\lambda_i(x_i-a_i)}} = \alpha\,. \tag{16}$$

Mivel a (16) képletben szereplő szigmoid függvény szigorúan monoton növekvő, az α értéket pontosan az

$$x_i = -\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{1-\alpha}{\alpha} + a_i \tag{17}$$

helyen veszi fel. Ez utóbbi egyenletből következik a

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i = -\ln\frac{1-\alpha}{\alpha}\sum_{i=1}^{n}\frac{w_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n} w_i a_i \tag{18}$$

egyenlőség. Bevezetve az

$$a = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i\,, \tag{19}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{\lambda_i} \,. \tag{20}$$

helyettesítéseket, (18) a következő alakot ölti:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} + \alpha \,. \tag{21}$$

Ez utóbbi egyenlőségből α-t kifejezve azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{1+e^{-\lambda\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i - a\right)}} = \alpha \,, \tag{22}$$

amely a 2. Definició szerint azt jelenti, hogy

$$\{a <_{(\lambda)} w_1 x_1 + w_2 x_2 \ldots + w_n x_n\} = \alpha \,. \tag{23}$$

Ezzel a tétel állítását beláttuk. □

Az 1. Tétel a következőképpen értelmezhető. A hagyományos, „éles" értelemben, ha az

$$a_1 < x_1, \quad a_2 < x_2, \quad \ldots, \quad a_n < x_n \tag{24}$$

egyenlőtlenségek mindegyike igaz, és $w_1, \ldots, w_n > 0$, akkor a

$$w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n < w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n \tag{25}$$

egyenlőtlenség szintén teljesül. Az 1. Tétel értelmében, ha az

$$\{a_1 <_{(\lambda_1)} x_1\}, \quad \{a_2 <_{(\lambda_2)} x_2\}, \quad \ldots, \quad \{a_n <_{(\lambda_n)} x_n\} \tag{26}$$

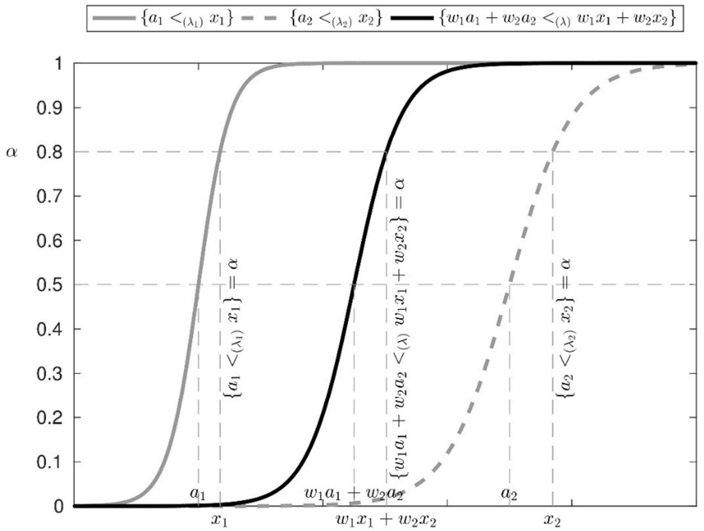
lágy egyenlőtlenségek mindegyikének α az igazságértéke és $w_1, \ldots, w_n > 0$, akkor a

$$\{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n <_{(\lambda)} w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n\} \tag{27}$$

lágy egyenlőtlenség szintén α igazságértékkel teljesül ($\alpha \in (0,1)$), ahol

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{\lambda_i} \,. \tag{28}$$

A tétel gyakorlati szempontból fontos következménye, hogy ha az „a kisebb, mint x" típusú lágy egyenlőtlenségeket szigmoid függvényekkel reprezentáljuk, akkor ezen egyenlőtlenségek súlyozott összege szintén megadható szigmoid függvénnyel. A *4. ábra* egy példát mutat be arra, hogyan adható meg az 1. Tétel alapján két, szigmoid függvénnyel adott „a kisebb, mint x" típusú egyenlőtlenség súlyozott összege.



4. ábra. Két, szigmoid függvénnyel adott „a kisebb, mint x" típusú egyenlőtlenség súlyozott összege

Hasonlóan az 1. Tételhez, a szigmoid tagsági függvénnyel adott „a nagyobb, mint x" típusú egyenlőtlenségek súlyozott összege is előállítható szigmoid függvény segítségével. Ezt fogalmazza meg a 2. Tétel.

2. Tétel. *Minden* $\alpha \in (0,1)$ *vágatra, ha* $x_1, \ldots, x_n \in I\!R$, $w_1, \ldots, w_n > 0$, $\lambda_1, \ldots, \lambda_n < 0$, *és*

$$\{a_1 >_{(\lambda_1)} x_1\} = \{a_2 >_{(\lambda_2)} x_2\} = \ldots = \{a_n >_{(\lambda_n)} x_n\} = \alpha\,, \tag{29}$$

akkor

$$\{a >_{(\lambda)} w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n\} = \alpha\,, \tag{30}$$

ahol

$$a = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i\,, \tag{31}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{\lambda_i}\,. \tag{32}$$

Bizonyítás. A tétel az 1. Tétel bizonyításához hasonlóan belátható. □

Az 1. és 2. Tételek következménye az alábbi tétel.

3. Tétel. *Legyenek* $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, ..., $\mathbf{A}_n$ *rendre a* $\sigma_{a_1}^{(\lambda_1)}$, $\sigma_{a_2}^{(\lambda_2)}$, ..., $\sigma_{a_n}^{(\lambda_n)}$, *szigmoid függvényekkel mint tagsági függvényekkel megadott fuzzy halmazok, valamint legyen* $\mathrm{sgn}(\lambda_1) = \mathrm{sgn}(\lambda_2) = \ldots = \mathrm{sgn}(\lambda_n)$, *továbbá az* $\mathbf{A}$ *fuzzy halmaz ezek lineáris kombinációja:*

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{n} w_i \mathbf{A}_i\,, \tag{33}$$

ahol $w_1, \ldots, w_n > 0$ és $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. *Ekkor az* $\mathbf{A}$ *halmaz szintén fuzzy halmaz a* $\sigma_a^{(\lambda)}$ *szigmoid tagsági függvénnyel, ahol*

$$a = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i \,, \tag{34}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{1}{\lambda_i} \,. \tag{35}$$

Bizonyítás. Mivel az 1. és 2. Tételek állításai tetszőleges $\alpha \in (0,1)$ vágat esetén fennálnak, továbbá két fuzzy halmaz egyenlő, ha α-vágataik minden $\alpha \in (0,1)$ esetén megegyeznek, ezért a tétel állítása teljesül. □

A 3. Tétel következménye, hogy az $\{a_l <_{(\lambda_l)} x <_{(\lambda_r)} a_r\}$ formában adott fuzzy intervallumok bal és jobb oldalai, hasonlóan az egyenlőtlenségekhez, külön-külön összegezhetők.

A szigmoid függvények a és λ paraméterei egyértelműen meghatározhatók a függvénygörbe két pontja alapján. Tekintve, hogy a szigmoid függvény csak határértékben veszi fel a 0, illetve az 1 értékeket, a gyakorlati alkalmazások megkönnyítése érdekében célszerű két olyan pontot választani, ahol a függvényérték közel van 0-hoz és 1-hez. Legyen ε egy tetszőlegesen választott, kicsiny pozitív szám (pl. $\varepsilon = 0{,}001$, továbbá

$$y_0 = \varepsilon \,, \tag{36}$$

$$y_1 = 1 - \varepsilon \,. \tag{37}$$

Feltéve, hogy a $\sigma_a^{(\lambda)}$ szigmoid függvény az y_0 és az y_1 értékeket veszi fel az x_0 illetve az x_1 helyen, a függvény a és λ paraméterei kifejezhetők az alábbi összefüggés segítségével:

$$a = \frac{x_0 \ln \frac{1-y_1}{y_1} - x_1 \ln \frac{1-y_0}{y_0}}{\ln \frac{1-y_1}{y_1} - \ln \frac{1-y_0}{y_0}} \tag{38}$$

$$\lambda = -\frac{\ln \frac{1-y_0}{y_0}}{x_0 - a} \,, \tag{39}$$

$(x_0 \neq a)$. Legyen l, m, r három „éles” érték, amelyekre teljesül, hogy $l < m < r$. Az értékeléstől azt várjuk, hogy a $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ függvény rendre az ε és az $1-\varepsilon$ értékeket vegye fel az l, illetve az m helyen, és hasonlóan, $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ értéke rendre $1-\varepsilon$, illetve ε legyen az m és az r helyen. Ehhez a függvények a_l, λ_l, a_r, λ_r paramétereit a következők szerint kell megválasztanunk:

$$a_l = \frac{l+m}{2} \tag{40}$$

$$\lambda_l = \frac{2}{m-l} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \tag{41}$$

$$a_r = \frac{r+m}{2} \tag{42}$$

$$\lambda_r = \frac{2}{m-r} \ln \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\,. \tag{43}$$

Képezve a fenti paraméterekkel adott szigorúan monoton növekvő $\sigma_{a_l}^{(\lambda_l)}(x)$ és a szigorúan monoton csökkenő $\sigma_{a_r}^{(\lambda_r)}(x)$ szigmoid függvények Dombi-féle metszetét, a következő tagsági függvény adódik:

$$\begin{aligned} \mu(x;l,m,r) &= \frac{1}{1+e^{-\frac{2}{m-l}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\left(x-\frac{l+m}{2}\right)}+e^{-\frac{2}{m-r}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\left(x-\frac{r+m}{2}\right)}} = \\ &= \frac{1}{1+\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-l}\left(x-\frac{l+m}{2}\right)}+\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-r}\left(x-\frac{r+m}{2}\right)}}\,. \end{aligned} \tag{44}$$

A $\mu(x;l,m,r)$ függvény ott maximális, ahol az

$$y(x) = \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-l}\left(x-\frac{l+m}{2}\right)} + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)^{-\frac{2}{m-r}\left(x-\frac{r+m}{2}\right)} \tag{45}$$

függvénynek minimuma van. Tekintve, hogy az $y(x)$ függvény két konvex függvény összege, azon c hely, ahol a $\mu(x;l,m,r)$ függvénynek maximum van, a következő egyenlet megoldásával határozható meg:

$$\frac{dy(x)}{dx} = 0\,. \tag{46}$$

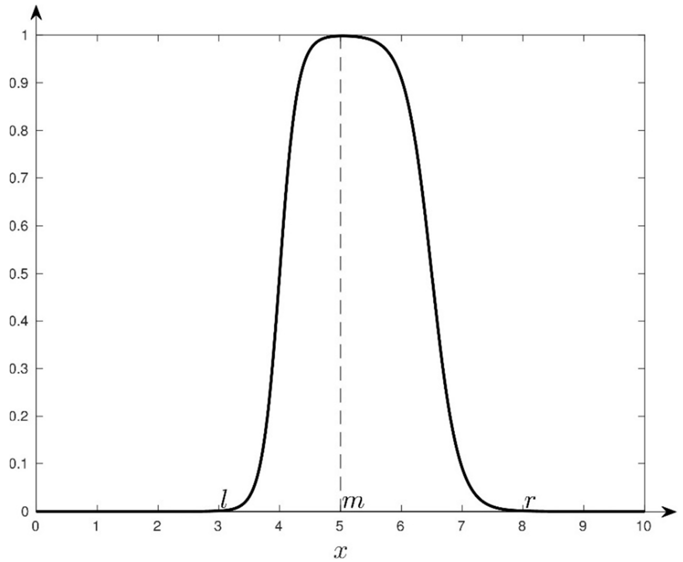
Az egyenlet megoldása:

$$c = \frac{(m-l)(m-r)\ln\frac{r-m}{m-l}}{2(l-r)\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} + m\,. \tag{47}$$

Az eredmények alapján a $\mu(x;l,m,r)$ függvény a „körülbelül c" érték tagsági függvényének tekinthető. Továbbá, bizonyítható, hogy

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \frac{(m-l)(m-r)\ln\frac{r-m}{m-l}}{2(l-r)\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} = 0\,, \tag{48}$$

azaz, ha ε nulla közeli értéket vesz fel, akkor $c \approx m$. Mivel gyakorlati megfontolásokból ε értéke egy kicsi pozitív szám (például $\varepsilon = 0.001$, a $\mu(x;l,m,r)$ tagsági függvény jól reprezentálja a „körülbelül m" fuzzy számot.



5. ábra. A „körülbelül m" teljesítményérték reprezentációja fuzzy számmal

Az *5. ábra* a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvénnyel adott „körülbelül m" teljesítményértéket reprezentáló fuzzy számot mutatja. Az ábra jól érzékelteti, hogy minél távolabb van x értéke az m értéktől, annál kevésbé igaz, hogy „x körülbelül m értékű" és fordítva, minél közelebb van x értéke m értékéhez, annál nagyobb az , x körülbelül m értékű" kijelentés igazságértéke. Azt, hogy egy m-hez közeli értéket mekkora mértékben tekintünk m-mel egyenlőnek, a $\mu(x; l, m, r)$ függvény paraméterei határozzák meg. Korábban láttuk, hogy

$$\mu(x; l, m, r) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda_l (x - a_l)} + e^{-\lambda_r (x - a_r)}}, \tag{49}$$

ahol a_l, λ_l, a_r és λ_r rendre a (40), (41), (42) és (43) képletekkel adottak. Mivel a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvény bal és jobb oldalának meredeksége a λ_l, illetve λ_r paraméterértékektől függ, ezek pedig (41) és (43) alapján az l, m, r és ε paraméterek segítségével is kifejezhetők, e paraméterek változtatásával befolyásolható a függvény helyettesítési értéke az m hely környezetében.

3.2 A teljesítményértékelés egy lehetséges értelmezése

A korábbiakban bemutattuk, hogy egy tetszőleges x teljesítményérték esetén a $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvény jól reprezentálja az $\{x = m\}$ lágy egyenlőséget, azaz, a teljesítményértéket jellemző „x körülbelül m értékű" egyenlőség jól leírható a $\mu(x; l, m, r)$ függvény segítségével. Az is belátható, hogy a $\mu(x; l, m, r)$ függvény értéke tetszőleges x esetén 0 és 1 közötti érték, és $x < c$ esetén a függvény szigorúan monoton növekvő, míg $x > c$ esetén szigorúan monoton csökkenő. Ebből következik, hogy pontosan két olyan hely van, jelölje ezeket $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ ($x_l^{(\alpha)} < x_r^{(\alpha)}$), ahol a $\mu(x; l, m, r)$ függvény értéke egy tetszőleges

$\alpha \in (0, \mu(c; l, m, r))$ értékkel egyenlő. Azaz, a $\mu(x; l, m, r)$ függvény tetszőleges α-vágata az $[x_l^{(\alpha)}, x_r^{(\alpha)}]$ intervallum, tehát:

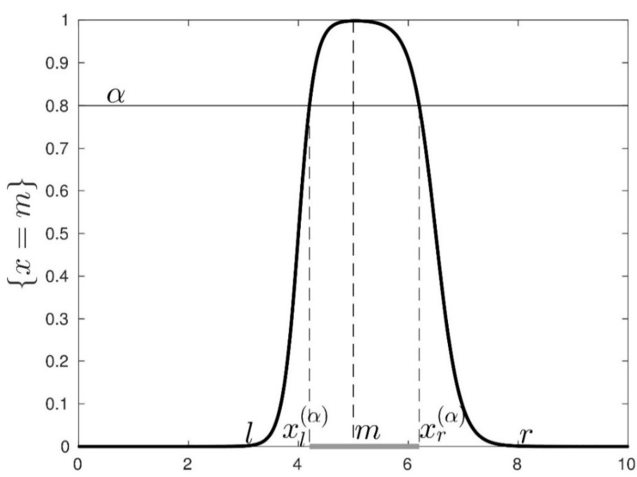
$$[x_l^{(\alpha)}, x_r^{(\alpha)}] = \{x : x \in \mathbb{R}, \mu(x; l, m, r) \geq \alpha\}. \tag{50}$$

A $\mu(x; l, m, r)$ függvény konstrukciójának köszönhetően, az α-vágatot határoló $x_l^{(\alpha)}$, $x_r^{(\alpha)}$ értékek a $\mu(x; l, m, r)$ függvény bal- és jobb oldali szigmoid komponensei segítségével egyszerűen meghatározhatók:

$$x_l^{(\alpha)} \approx -\frac{1}{\frac{2}{m-l}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \ln\frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{l+m}{2}, \tag{51}$$

$$x_r^{(\alpha)} \approx -\frac{1}{\frac{2}{m-r}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \ln\frac{1-\alpha}{\alpha} + \frac{r+m}{2}. \tag{52}$$

Fentiek alapján, a ,,körülbelül m" értéket leíró $\mu(x; l, m, r)$ tagsági függvénnyel adott fuzzy számot teljesítményértékelésre alkalmazva, ha az észlelt teljesítményérték $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ közé esik, akkor azon állítás igazságtartalma, hogy a teljesítmény ,,körülbelül m", legalább α. Az α-vágatot határoló $x_l^{(\alpha)}$ és $x_r^{(\alpha)}$ értékek ezen interpretációját az *6. ábra* szemlélteti.



6. ábra. A ,,körülbelül m" teljesítményértéket reprezentáló fuzzy szám α-vágata ($\alpha = 0.8$)

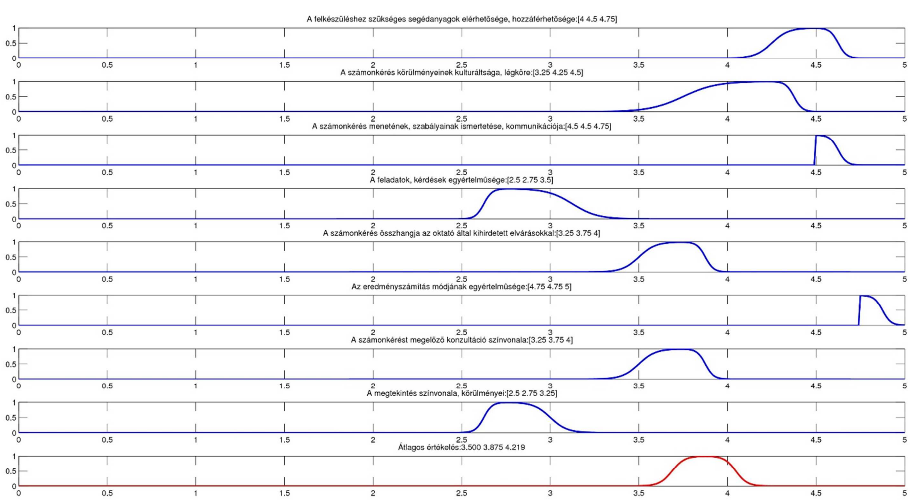
4 Esettanulmány

4.1 Oktatási teljesítmény fuzzy Likert skála alapú mérése

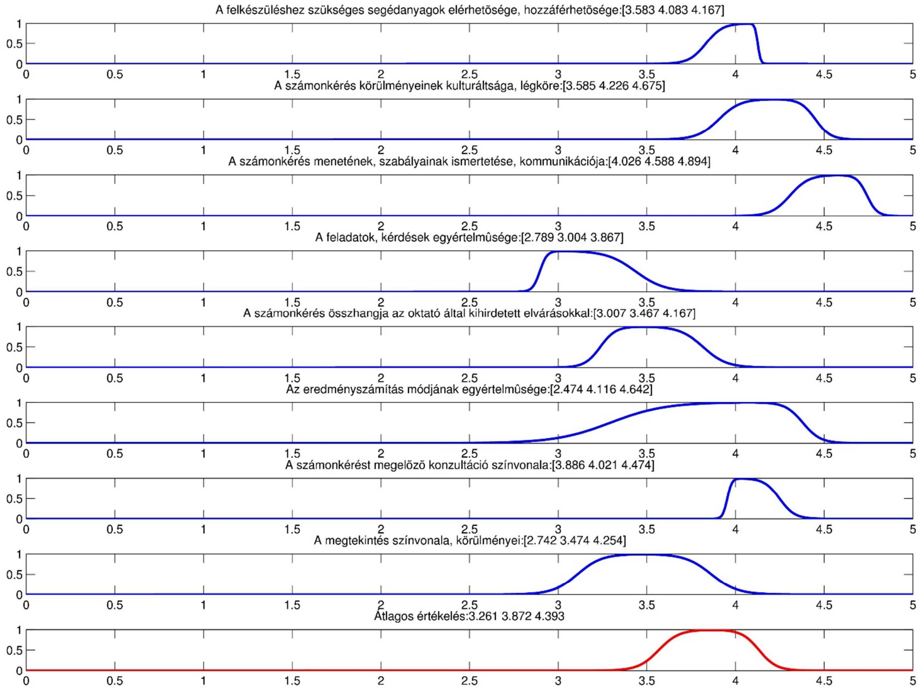
A hagyományos, Likert skálán alapuló értékelések hátrányainak kiküszöbölésére a 2016/2017-es tanév őszi félévében, egy pilotprojekt keretében 5 tantárgy összesen 7 zárthelyi dolgozata került kiválasztásra, amelyek után a hallgatók az OOV számonkérésekre vonatkozó kérdéseit fuzzy Likert skálán is értékelhették. Összesen 85 fuzzy alapú hallgatói értékelést gyűjtöttünk össze 5, az Oktatók Oktatói Véleményezése program keretében értékelt oktató teljesítményére vonatkozólag.

A 2.1 fejezetben bemutatott 8 értékelési dimenzió mindegyikét a hallgatók három értékelés segítségével minősítették: egy olyan értékkel, amely szerintük leginkább kifejezi a teljesítményt, illetve egy-egy olyan értékkel, amelynél biztosan nem adna rosszabbat, illetve jobbat. A három érték segítségével a 3. fejezetben bemutatott módon állíthatók elő a fuzzy Likert skála egyes pontjait reprezentáló fuzzy számok.

A következőkben az egyes ábrák a különböző értékelési dimenziókban kapott eredményeket szemléltetik. A *7. ábra* kékkel jelölt fuzzy számai egy véletlenszerűen kiválasztott hallgató értékeléseit mutatják a vizsgálatba bevont 9 dimenzió mentén egy kiválasztott oktató teljesítményére (lásd Oktató 1) vonatkozólag, míg a piros fuzzy szám e 8 dimenzió átlagos értékelését testesíti meg, amelyet a 3. fejezetben bemutatott, Dombi-féle rugalmas egyenlőtlenség-modell segítségével állítottunk elő. A 7. ábrán látható, hogy a hallgatói bizonytalanság növekedésével, illetve az oktatói teljesítmény ingadozásával együtt a fuzzy számok végpontjai is távolabb kerülnek annak középpontjától. Az ábra alapján tehát megállapítható, hogy az érintett oktató teljesítménye a számonkérés menetének, szabályainak ismertetése és az eredményszámítás módjának egyértelműsége dimenziók mentén kevéssé, míg más dimenziók, például a számonkérés körülményeire vonatkozó értékelési szempontok tekintetében jobban ingadozik. A hallgatói értékítélet e bizonytalanságát, vagy az oktatói teljesítmény ingadozását ugyanakkor a hagyományos Likert skálák nem képesek megjeleníteni vagy érzékeltetni, hiszen az abból számolt szórásértékek nem egy-egy értékelő véleményének bizonytalanságát, hanem a különböző értékelők véleményei közötti eltérést számszerűsítik.



7. ábra. Egyetlen hallgató által adott fuzzy értékelések és azok átlaga Oktató 1 esetében



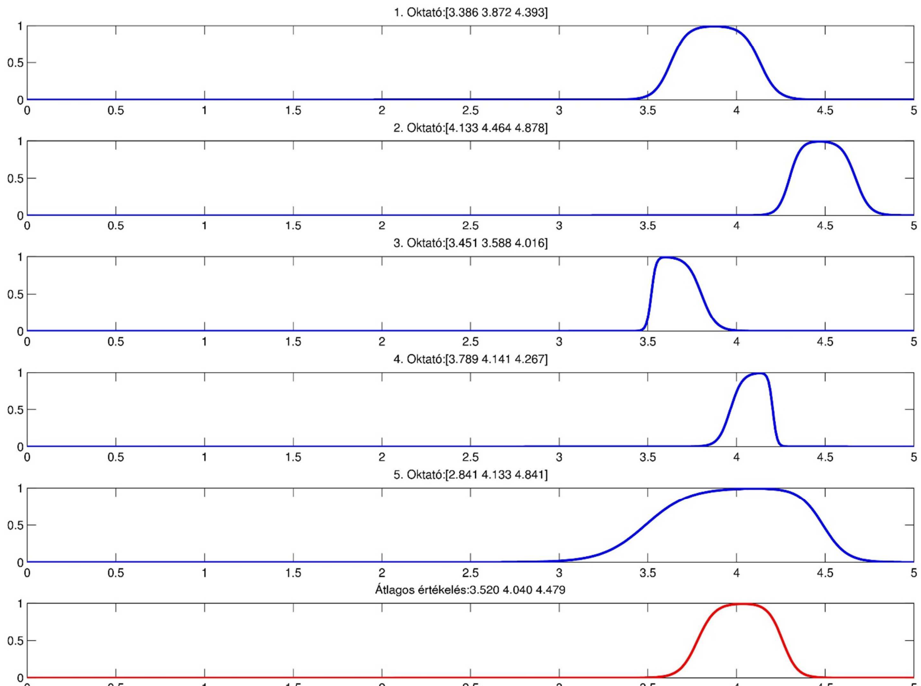
8. ábra. Az Oktató 1 átlagos teljesítménye az egyes értékelési dimenziókban (kékkel) és összesítve (pirossal)

Ugyanezen oktató (Oktató 1) valamennyi – összesen tizenkét – hallgatói értékeléseinek átlagát a *8. ábra* szemlélteti. Az ábrán kékkel jelölt fuzzy számok az adott oktatót értékelő valamennyi hallgatói értékelések átlagát reprezentálják a számonkérések értékeléséhez kapcsolódó 8 dimenzióban, míg ezek átlaga, a pirossal jelölt fuzzy szám az oktató átlagos teljesítményét szimbolizálja, figyelembe véve valamennyi értékelési dimenziót és valamennyi hallgató értékelését.

Az *1. táblázat* a fuzzy számok paramétereit tartalmazza, emellett szemlélteti minden egyes értékelési szempont átlagos értékelését, valamint az éles értékelések várható értékeire vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallum határait. Megállapítható, hogy a fuzzy számok közepei, amelyek a legvalószínűbb értékelést testesítik meg, és az éles értékelések várható értékei között nincsenek szignifikáns különbségek. Az éles értékelések várható értékeire vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallumok szélessége és elhelyezkedése többnyire egybeesik a fuzzy értékeléssel, azonban az átlagos éles értékelések esetében – amelynek becslésekor egy nagyobb minta állt rendelkezésre –, a konfidenciaintervallum valamivel szűkebb. Hangsúlyozni kell azonban, hogy az „éles", hagyományos Likert skálán kapott adatok szórásai kizárólag a különböző válaszadók értékelései közötti különbséget reprezentálják. Ezzel szemben a fuzzy Likert skála alkalmas arra, hogy ugyanazon értékelő véleményének bizonytalanságát is megjelenítse.

Értékelési szempontok	Fuzzy szám Bal	Közép	Jobb	Éles értékelés Átlag	Szórás	95%-os intervallum alsó határa	felső határa
A felkészüléshez szükséges segédanyagok elérhetősége	3.583	4.083	4.167	3.917	0.515	3.589	4.244
A számonkérés körülményei-nek kulturáltsága, légköre	3.585	4.226	4.675	4.167	0.835	3.636	4.697
A számonkérés menetének, szabályainak ismertetése	4.026	4.588	4.894	4.583	0.669	4.159	5.008
A feladatok, kérdések egyértelműsége	2.789	3.004	3.867	3.250	1.055	2.579	3.921
A számonkérés összhangja a kihirdetett elvárásokkal	3.007	3.467	4.167	3.583	0.996	2.950	4.216
Az eredményszámítás módjának egyértelműsége	3.474	4.116	4.642	4.083	0.996	3.450	4.716
A számonkérést megelőző konzultáció színvonala	3.886	4.021	4.474	3.917	1.165	3.177	4.657
A megtekintés színvonala, körülményei	2.742	3.474	4.254	3.750	1.422	2.846	4.654
Átlagos értékelés	3.386	3.872	4.393	3.906	0.789	3.451	4.362

1. táblázat. Az 1. Oktató teljesítményének értékeléséhez használt értékelési dimenziókhoz kapcsolódó fuzzy számok paraméterei és az éles értékelések várható értékére vonatkozó 95%-os konfidenciaintervallumok határai



9. ábra. Az egyes oktatók átlagos teljesítménye (kékkel), és az értékelésbe bevont valamennyi oktató átlagos értékelése (pirossal)

Az Oktató 1-hez hasonlóan minden egyes értékelési szempont esetében kiszámítottuk az átlagos teljesítményt a vizsgálatba bevont további négy oktató esetében is, az így kapott eredményeket, valamint a fuzzy értékelésből származó előnyöket szemlélteti a *9. ábra.*

Az ábrán jól nyomon követhető, hogy az Oktató 4 és Oktató 5 teljesítménye közel azonos (a fuzzy számok közepei: 4,141 és 4,133), azonban az Oktató 5 esetében jól látható módon vagy a hallgatói értékelések vagy az oktatói teljesítmény kiegyensúlyozatlan. Ha a tradicionális Likert skálás értékeléseket vesszük alapul, akkor szinte lehetetlen különbséget tenni a két oktató teljesítménye között, hiszen az Oktató 4 teljesítményének átlagos értékelése 4,026 (szórása 0,897), míg az Oktató 5 esetében ugyanez az érték 4,017 (szórása 0,921). A tradicionális Likert skálán adott éles értékelések átlagai és a fuzzy Likert skálán fuzzy számok segítségével megvalósuló értékelés paraméterei alapján összehasonlítható a két módszertan. A fuzzy számokon nyugvó értékelés több információt tartalmaz az oktatói teljesítménnyel kapcsolatban, mint a hagyományos értékelés, ugyanis az előbbi a hallgatói véleményeket pontosabban képes leképezni, mivel maga a fuzzy módszertan alkalmas arra, hogy kifejezze az oktatói teljesítmény szemeszter során bekövetkező változását, vagy tükrözze a különböző hallgatói véleményeket.

5 Összefoglalás

Az első eredmények alapján megállapítottuk, hogy a bemutatott módszertan lehetőséget nyújt arra, hogy a tradicionális Likert skálán nyugvó értékelésekkel együtt járó nehézségeket kezeljük. Ennek alkalmazását az Oktatók Oktatói Véleményezése programban gyűjtött hallgatói értékelések példáján keresztül demonstráltuk. A fuzzy értékelésen és Dombi modelljén nyugvó módszertan lehetővé teszi, hogy összehasonlítsuk a különböző oktatói teljesítményeket, jó gyakorlatokat és fejlesztési lehetőségeket azonosítsunk. A cikkben bemutatott eredmények a fuzzy alapú értékelés további hasznosítási lehetőségeit vetik fel.

A fuzzy számok oktatói teljesítmény értékelése során megvalósuló alkalmazása lehetővé teszi, hogy az értékelésekben kódolt információ mennyiségét növelni lehessen. Ez nemcsak az elemzések statisztikai szempontú megközelítése miatt előnyös, hanem megteremti annak a lehetőségét, hogy többféle információt vegyünk figyelembe az oktatói teljesítmény értékelésekor, az oktatói jó gyakorlatok azonosításakor. Ezzel párhuzamosan csökkenhet az olyan, statisztikailag nem, vagy nehezebben feldolgozható szöveges vélemények száma, amelyek az értékelt oktató teljesítményének ingadozására, vagy az értékelő véleményének bizonytalanságára vonatkoznak.

Az oktatói teljesítmények értékelése mellett a bemutatott módszertan alkalmazása minden olyan esetben felmerülhet, ahol hagyományosan Likert skálás értékelés valósul meg, így pl. a hallgatói értékelések egyéb formáinál (pl. szemeszter végi tantárgyi értékelések), munkatársi értékelések esetében is, mivel ezekben az esetekben ugyanazok a problémák merülnek fel az értékelés során, mint amelyeket cikkünk korábbi részeiben felvetettünk. Ezek nemcsak alacsony válaszadási arányt eredményezhetnek, de az ilyen értékelésekből származó eredmények megbízhatósága megkérdőjelezhető. Az egyes felsőoktatási érdekelt felek oktatási szolgáltatásminőséggel kapcsolatos percepciói meglehetősen nagy változatosságot mutatnak, az ezzel kapcsolatos értékelések hagyományos Likert skálán való megjelenítése nehézkes. A fuzzy számok alkalmazásával azonban az értékelő nem csak egyetlen értéket választ a lehetőségek közül (amely legjobban kifejezi az ítéletét, véleményét), hanem emellett az adott értékelési szempont mentén egy-egy értékkel fejezi ki a legoptimistább és legpesszimistább értékelését is.

5.1 További kutatási irányok

Az eredmények értékelt oktatók felé történő visszacsatolása mellett, az oktatói és hallgatói értékelések, valamint a tantárgyi értékelések folyamatos nyomon követésére és a különböző forrásokból származó eredmények összevetésére van szükség. Annak érdekében, hogy az oktatók más oktatók által megvalósuló értékelésének hatását az oktatói teljesítményre nézve elemezzük, valamint értékeljük a fuzzy Likert skálán nyugvó értékelések eredményességét, az oktatók és hallgatók által megvalósuló értékelések további elemzésére van szükség. A fuzzy számokon nyugvó értékelési módszertan kiterjesztése más érdekelt felektől származó értékelések esetében lehetőséget teremthet az okokozati kapcsolatok mélyebb feltárására is; ennek legfontosabb eleme a hallgatók év végi kurzusértékeléseinek hasonló formában való elkészítése lenne. Ezáltal lehetőség nyílna a félév végi teljesítmény és az azt befolyásoló dimenziók közötti kapcsolat elemzésére is, például fuzzy regresszió (Alfonso et al., 2016), vagy fuzzy következtető rendszerek (pl. Hameed, 2011; Jónás and Árva, 2016) segítségével.

Irodalom

1. Abdullah, F. (2005): HEdPERF versus SERVPERF: The quest for ideal measuring instrument of service quality in higher education sector, *Quality Assurance in Education* 13(4):305–328. https://doi.org/10.1108/09684880510626584
2. Abdullah, F. (2006a): Measuring service quality in higher education: HEdPERF versus SERVPERF, *Marketing Intelligence & Planning*, 24(1), 31–47. https://doi.org/10.1108/02634500610641543
3. Abdullah, F. (2006b): The development of HEdPERF: a new measuring instrument of service quality for the higher education sector, *International Journal of Consumer Studies*, 30(6), 569–581. https://doi.org/10.1111/j.1470-6431.2005.00480.x
4. Alfonso, G., Roldán López, de Hierro, A. F. and Roldán, C. (2016): A fuzzy regression model based on finite fuzzy numbers and its application to real-world financial data, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 24(2), 344–359. https://doi.org/10.1016/j.cam.2016.12.001
5. Amini, S. and Jochem, R. (2011): A conceptual model based on the fuzzy set theory to measure and evaluate the performance of service processes" paper presented at Enterprise Distributed Object Computing Conference

Workshops (EDOCW), 29 Aug – 02 Sept, 2011, Helsinki, Finland, 122–131. https://doi.org/10.1109/EDOCW.2011.25

6. Andayani, S., Hartati, S., Wardoyo, R. and Mardapi, D. (2017): Decision-Making Model for Student Assessment by Unifying Numerical and Linguistic Data, *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 7(1), 363–373 https://doi.org/10.11591/ijece.v7i1.pp363-373
7. Basaran, M. A., Kalayci, N. and Atay, M. T. (2011): A novel hybrid method for better evaluation: Evaluating university instructors teaching performance by combining conventional content analysis with fuzzy rule based systems, *Expert Systems with Applications*, 38(10), 12565–68. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.043
8. Battisti, F., Nicolini, G. and Salini, S. (2005): The Rasch model to measure service quality, *The ICFAI Journal of Services Marketing*, 3(3), 58–80. https://doi.org 10.2139/ssrn.628004
9. Battisti, F., Nicolini, G. and Salini, S. (2010): The Rasch model in customer satisfaction survey data, *Quality Technology & Quantitative Management*, 7(1), 15–34. https://doi.org/10.1080/16843703.2010.11673216
10. Bayraktaroglu, G. and Atrek, B. (2010): Testing the superiority and dimensionality of SERVQUAL vs SERVPERF in higher education, *The Quality Management Journal*, 17(1), 47–59. https://doi.org/10.1080/10686967.2010.11918260
11. Berk, R. A. (2005): Survey of 12 strategies to measure teaching effectiveness, *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 17(1), 48–62.
12. Blackmore, J. A. (2005), A critical evaluation of peer review via teaching observation within higher education, *International Journal of Educational Management*, 19(3), 218–232. https://doi.org/10.1108/09513540510591002
13. Brent, R. and Felder, R. M. (2004): *A protocol for peer review of teaching, Education Designs*, North Carolina State University, Session 3530.
14. Brochado, A. (2009): Comparing alternative instruments to measure service quality in higher education, *Quality Assurance in Education*,17(2), 174–190. https://doi.org/10.1108/09684880910951381
15. Büyüközkan, G., Ruan, D. and Feyzioglu, O. (2007): Evaluating e-learning web site quality in a fuzzy environment, *International Journal of Intelligent Systems*, 22(5), 567–586. https://doi.org/10.1002/int.20214
16. Cabrerizo, F. J., López-Gijón, J., Martínez, M. A., Morente-Molinera, J.A. and Herrera-Viedma, E. (2017): A fuzzy Linguistic Extended LibQUAL+ Model to Assess Service Quality in Academic Libraries, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 16(1), 225–244. https://doi.org/10.1142/S0219622015500406
17. Calcagni, A. and Lombardi, L. (2014): Dynamic fuzzy Rating Tracker (DYFRAT): a novel methodology for modeling real-time dynamic cognitive processes in rating scales, *Applied Soft Computing*, 24, 948–961. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.049
18. Carrasco, R. A., Villar, P., Hornos, M. J. and Herrera-Viedma, E. (2011): A linguistic multi-criteria decision making model applied to the integration of education questionnaires, *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 4(5), 946–959. https://doi.org/10.1080/18756891.2011.9727844
19. Chang, T. C. and Wang, H. (2016): A Multi Criteria Group Decision-making Model for Teacher Evaluation in Higher Education Based on Cloud Model

and Decision Tree, *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(5), 1243–1262. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1510a

20. Chen, T. C. (2001): Applying linguistic decision-making method to deal with service evaluation problems, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge Based Systems*, 9(1), 103–114. https://doi.org/10.1142/S0218488501001022
21. Chien, C. J. and Tsai, H. H. (2000): Using fuzzy numbers to evaluate perceived service quality, *Fuzzy Sets and Systems*, 116(2), 289–300. https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00239-5
22. Courneya, C. A., Pratt, D. D., and Collins, J. (2008): Through what perspective do we judge the teaching of peers?, *Teaching and Teacher Education*, 24, 69–79. https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.01.009
23. De Oliveira, O. J. and Ferreira, E. C. (2009): Adaptation and application of the SERVQUAL scale in higher education, paper presented at POMS 20th Annual Conference, 1-4 May 2009, Orlando, Florida USA.
24. Douglas, J. and Douglas, A. (2006): Evaluating teaching quality, *Quality in Higher Education*, 12(1), 3–12. https://doi.org/10.1080/13538320600685024
25. de Sáa, S. D. L. R., Gil, M. Á., González-Rodríguez, G., López, M. T. and Lubiano, M. A. (2015): Fuzzy rating scale-based questionnaires and their statistical analysis, *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 23(1), 111–126. https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2014.2307895
26. De Witte, K. and Rogge, N. (2011): Accounting for exogenous influences in performance evaluations of teachers, *Economics of Education Review*, 30(4), 641–653. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2011.02.002
27. Deng, W. J. (2008): Fuzzy importance-performance analysis for determining critical service attributes, *International Journal of Service Industry Management*, 19(2), 252–270. https://doi.org/10.1108/09564230810869766
28. Dombi, J. (2008): Towards a general class of operators for fuzzy systems, *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, 16(2), 477–484. https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2007.905910
29. Dombi, J. (2009): Pliant Arithmetics and Pliant Arithmetic Operations, *Acta Polytechnica Hungarica*, 6(5), 19–49.
30. Ellis, L., Burke, D. M., Lomire, P., and McCormack, D. R. (2003): Student grades and average ratings of instructional quality: The need for adjustment, *The Journal of Educational Research*, 97(1), 35–40. https://doi.org/10.1080/00220670309596626
31. Frühwirth-Schnatter, S. (1992): On statistical inference for fuzzy data with applications to descriptive statistics, *Fuzzy Sets and Systems*, 50, 143–165. https://doi.org/10.1016/0165-0114(92)90213-N
32. Gil, M. Á. and González-Rodríguez, G. (2012): Fuzzy vs. Likert scale in statistics, in Trillas, E., Bonissone, P. P., Magdalena, L. and Kacprzyk, J. (Eds.), *Combining experimentation and theory*, Springer, Berlin Heidelberg, 407–420. https://doi.org/10.1007/978-3-642-24666-1_27
33. Gil, M. Á., Lubiano, M. A., De Sáa, S. D. L. R. and Sinova, B. (2015): Analyzing data from a fuzzy rating scale-based questionnaire, A case study. *Psicothema*, 27(2), 182–191. https://doi.org/10.7334/psicothema2014.268
34. Gruber, T., Fub, S., Voss, R. & Glaser-Zikuda, M. (2010): Examining student satisfaction with higher education services using a new measurement tool, *International Journal of Public Sector Management*, 23(2), 105–123. https://doi.org/10.1108/09513551011022474

35. Hameed, I. A. (2011): Using Gaussian membership functions for improving the reliability and robustness of students' evaluation systems, *Expert Systems with Applications*, 38, 7135–7142.
36. Hartley, J. (2014): Some thoughts on Likert-type scales, *International Journal of Clinical and Health Psychology*, 14(1), 83–86. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.12.048
37. Herrera, F. and Herrera-Viedma, E. (2000): Choice functions and mechanisms for linguistic preference relations, *European Journal of Operational Research*, 120(1), 144–161. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00383-X
38. Herrera, F., López, E., Mendana, C. and Rodríguez, M. A. (1999): Solving an assignment-selection problem with verbal information and using genetic algorithms 2., *European Journal of Operational Research*, 119(2), 326–337. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00134-4
39. Hesketh, B., Pryor, R., Gleitzman, M. and Hesketh, T. (1988): Practical applications and psychometric evaluation of a computerized fuzzy graphic rating scale, *Advances in Psychology*, 56, 425–454. https://doi.org/10.1016/S0166-4115(08)60493-8
40. Hill, F. M. (1995): Managing service quality in higher education: the role of the student as primary consumer, *Quality assurance in education*, 3(3), 10–21. https://doi.org/10.1108/09684889510093497
41. Ihsan, A. K. A. M., Taib, K. A., Talib, M. Z. M., Abdullah, S., Husain, H., Wahab, D. A., Idrus, R. M. and Abdul, N. A. (2012): Measurement of course evaluation for lecturers at the Faculty of Engineering and Built Environment, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 60, 358–364. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.391
42. Jónás, T. and Árva, G. (2016): Application of fuzzy inference systems build from data for quality and service management purposes, in: Dahlgaard-Park, S. M. and Dahlgaard, J. J. (eds.), *19th QMOD-ICQSS Conference International Conference on Quality and Service Sciences. Roma, Italy*, 21.09.2016-23.09.2016. Lund University Library Press, Lund, 519–534.
43. Kacprzyk, J. (1986): Towards a 'human-consistent' multistage decision making and control models using fuzzy sets and fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems*, 18(3), 299–314. https://doi.org/10.1016/0165-0114(86)90008-4
44. Kincsesné, V. B., Farkas, G. & Málovics, É. (2015): Student evaluations of training and lecture courses: development of the COURSEQUAL method, *International Review on Public and Nonprofit Marketing*, 12, 79–88. https://doi.org/10.1007/s12208-015-0127-6
45. Kuzmanovic, M., Savic, G., Popovic, M. and Martic, M. (2013): A new approach to evaluation of university teaching considering heterogeneity of students' preferences, *Higher Education*, 66(2), 153–171. https://doi.org/10.1007/s10734-012-9596-2
46. Lalla, M., Facchinetti, G. and Mastroleo, G. (2005): Ordinal scales and fuzzy set systems to measure agreement: an application to the evaluation of teaching activity, *Quality & Quantity*, 38(5), 577–601. https://doi.org/10.1007/s11135-005-8103-6
47. Li, Q. (2013): A novel Likert scale based on fuzzy sets theory, *Expert Systems with Applications*, 40(5), 1609–1618. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.09.015
48. Lin, H. F. (2010a): An application of fuzzy AHP for evaluating course website quality, *Computers & Education*, 54(4), 877–888. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.09.017

49. Lin, H. T. (2010b): Fuzzy application in service quality analysis: An empirical study, *Expert systems with Applications*, 37(1), 517–526. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.05.030

50. Liou, T. S. and Chen, C. W. (2006): Subjective appraisal of service quality using fuzzy linguistic assessment, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 23(8), 928–943. https://doi.org/10.1108/02656710610688149

51. Liu, N., and Carless. D. (2006): Peer Feedback: The Learning Element of Peer Assessment, *Teaching in Higher Education*, 11(3), 279–290. https://doi.org/10.1080/13562510600680582

52. Liu, R., Cui, L., Zeng, G., Wu, H., Wang, C., Yan, S. and Yan, B. (2015): Applying the fuzzy SERVQUAL method to measure the service quality in certification and inspection industry, *Applied Soft Computing*, 26, 508–512. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.10.014

53. Lozano, L. M., García-Cueto, E. and Muñiz, J. (2008): Effect of the number of response categories on the reliability and validity of rating scales, *Methodology*, 4(2), 73–79. https://doi.org/10.1027/1614-2241.4.2.73

54. Lubiano, M. A., de Sáa, S. D. L. R., Montenegro, M., Sinova, B. and Gil, M. Á. (2016.): Descriptive analysis of responses to items in questionnaires. Why not using a fuzzy rating scale?, *Information Sciences*, 360, 131–148. https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.04.029

55. Lupo, T. (2013): A fuzzy ServQual based method for reliable measurements of education quality in Italian higher education area, *Expert systems with applications*, 40(17), 7096–7110. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.06.045

56. Lupo, T. (2016): A fuzzy framework to evaluate service quality in the healthcare industry: An empirical case of public hospital service evaluation in Sicily, *Applied Soft Computing*, 40, 468–478. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.12.010

57. Mashhadiabdol, M., Sajadi, S. M. and Talebi, K. (2014): Analysis of the gap between customers' perceptions and employees' expectations of service quality based on fuzzy SERVQUAL logic (case study: Mofid children's hospital in Tehran, Iran), *International Journal of Services and Operations Management*, 17(2), 119–141. https://doi.org/10.1504/IJSOM.2014.058840

58. Mizikaci, F. (2006): A systems approach to program evaluation model for quality in higher education, *Quality Assurance in Education*, 14(1), 37–53. https://doi.org/10.1108/09684880610643601

59. Murray, J. (2013): Likert data: what to use, parametric or non-parametric? *International Journal of Business and Social Science*, 4(11), 258–264.

60. Nadiri, H., Kandampully, J. and Hussain, K. (2009): Students' perceptions of service quality in higher education, *Total Quality Management*, 20(5), 523–535. https://doi.org/10.1080/14783360902863713

61. Owlia, M. S. and Aspinwall, E. M. (1996): A framework for the dimensions of quality in higher education, *Quality Assurance in Education*, 4(2), 12–20. https://doi.org/10.1108/09684889610116012

62. Quirós, P., Alonso, J. M. and Pancho, D. P. (2016): Descriptive and Comparative Analysis of Human Perceptions expressed through fuzzy Rating Scale-based Questionnaires, *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 9(3), 450–467. https://doi.org/10.1080/18756891.2016.1175811

63. Rodríguez-González, F. G. and Segarra, P. (2016): Measuring academic service performance for competitive advantage in tertiary education institutions: the development of the TEdPERF scale, *International Review on Pub-*

lic and Nonprofit Marketing, 13(2), 171–183. https://doi.org/10.1007/s12208-016-0159-6

64. Rouyendegh, B. D. and Erkan, T. E. (2013): An application of the fuzzy ELECTRE method for academic staff selection, *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing & Service Industries*, 23(2), 107–115. https://doi.org/10.1002/hfm.20301
65. Samson, S. and McCrea, D. E. (2008): Using peer review to foster good teaching, *Reference Services Review*, 36(1), 61–70. https://doi.org/10.1108/00907320810852032
66. Sowa, J. F. (2013): What Is the Source of Fuzziness? , in Seiging, R., Trillas, E., Moraga, C. and Termini, S. (Eds.), *On Fuzziness*, Springer Berlin, Heidelberg, 645–652. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35644-5_31
67. Teeroovengadum, V., Kamalanabhan, T. J. and Seebaluck, A. K. (2016): Measuring service quality in higher education: Development of a hierarchical model (HESQUAL), *Quality Assurance in Education*, 24(2), 244–258. https://doi.org/10.1108/QAE-06-2014-0028
68. Tóth Zs. E., Andor Gy. and Árva G. (2017a): Peer review of teaching at Budapest University of Technology and Economics – Faculty of Economic and Social Sciences, *International Journal of Quality and Service Sciences*, 9(3-4), 402–424. https://doi.org/10.1108/IJQSS-02-2017-0014
69. Tóth Zs. E., Surman V. and Árva G. (2017b): Challenges in course evaluations at Budapest University of Technology and Economics, in Zafer Bekirogullari; Melis Y. Minas; Roslind X. Thambusamy (eds.): *8th ICEEPSY – International Conference on Education and Educational Psychology.* Porto, Portugal, 2017.10.11-2017.10.14. Future Academy, 2017, 629–64. https://doi.org/10.15405/epsbs.2017.10.60
70. Washer, P. (2006): Designing a system for observation of teaching, *Quality Assurance in Education*, 14(3), 243–250. https://doi.org/10.1108/09684880610678559
71. Yousapronpaiboon, K. (2014): SERVQUAL: Measuring higher education service quality in Thailand, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 116, 1088–1095. 5th World Conference on Educational Sciences – WCES 2013 https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.350
72. Yu, C. M., Tsang, H. T. and Chen, K. S. (2016): Developing a performance evaluation matrix to enhance the learner satisfaction of an e-learning system, *Total Quality Management & Business Excellence*, Published online 19 Sept 2016, http://dx.doi.org/10.1080/14783363.2016.1233809, 1–19.
73. Zhang, J., Lin, T. and Ren, L. (2010): Dynamic fuzzy Evaluation for E-Commerce Service Quality Based on the SERVPERF, paper presented at the *International Conference on E-Business and E-Government 2010 (ICEE)*, 576–579., available at: http://ieeexplore.ieee.org/document/5590689/ (letöltve 2017.05.17) https://doi.org/10.1109/ICEE.2010.153

ADVANTAGES OF IMPLEMENTING FUZZY LIKERT SCALES IN HIGHER EDUCATIONAL CONTEXT

The primary purpose of this paper is to demonstrate the application of fuzzy Likert scales in case of a peer review program aiming at the assessment of lecturers'

performance and to illustrate the advantages of this kind of evaluation compared to the results originating from traditional Likert scales. Fuzzy Likert scales allows reviewers to express their uncertainty in a quantitative way and at the same time the comparison of evaluations becomes possible and the variation of the observed lecturers' performance levels can be grabbed. The novelty of the paper is the utilization of Dombi's intersection operator to conjunct an increasing and a decreasing sigmoid function in order to result in a membership function. By applying Dombi's Pliant Inequality Model, fuzzy Likert scale based evaluations can be aggregated in a convenient way by aggregating the parameters of the membership function with the help of arithmetic and harmonic mean. This serves the purposes of statistical analyses as well as enhances the reliability of managerial decisions.