

FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

A BELSŐ VÁLLALATI NÖVEKEDÉS FINANSZÍROZÁSI MODELLJE

KATITS ETELKA

JPTE Pollack Mihály Műszaki Kar

A várható hozamokból számított tőkeérték változására épülő finanszírozási modell leírásához alapelveket és feltételeket kell lerögzíteni. Itt azt szeretnénk bemutatni, hogy két – az ún. szükséges és hatékony – alapelv rögzítése közül egy is elegendő a vállalati – kizárólag – belső finanszírozási forrásokból tervezett növekedési program létezéséhez.

Bevezető

A *vállalati növekedés* fogalma alatt általában *bizonyos mértékek*, mint az üzleti forgalom, a foglalkoztatottak vagy az értéktermelés (bruttó, nettó) *változását* értjük. *Finanszírozási* oldalról a vállalati növekedés mértékét a *tőkeérték (vállalati érték)* kategóriája jelenti. Megkülönböztethető az éves beszámoló szerint elszámolás és a pénzáram alapon történő számszerűsítés. Az *elszámolási profit* nagyságát több mérőszámmal határozhatjuk meg, pl. kamat- és adófizetés előtti profittal, adózott profittal, a részvényegységre jutó profittal és a visszatartott profittal. A *pénzáram* alapon történő számítás nem egységes, többféle módszer használatos. E helyen nem vállalkozunk arra, hogy állást foglaljunk valamelyik cash flow számítási módszer mellett, de két jellegzetességet kiemelünk. Az egyik az, hogy a számszerűsített pénzáram növekményi (inkrementális) bázison készüljön. A másik pedig az, hogy a pénzáram az üzletmenet-befektetés-finanszírozás területeken bekövetkező hatásokat egyaránt számszerűsítse. Azaz, ha a vizsgált időszakban változást (növekedést) tervezünk az üzletmenet-befektetés-finanszírozás területeken, akkor el kell készíteni a változás nélküli és a változással együtt értendő számításokat. A kettő különbözete a növekményi pénzáram.

Ezek után a tőkeértéket az említett mértékek egy adott (tervezési vagy becslési) időintervallum periódusonkénti diszkontált összege határozza meg.

Olyan vállalati gazdasági modellben folytatjuk vizsgálódásainkat, mely szerint az elsődleges cél a részvényesek gazdagságának maximalizálása [Milgrom-Roberts 1992]. A döntéshozatali folyamatban a részvényesek érdekei meghatározóak, ezért a vállalati növekedés egy olyan optimalizálási feladat, amelyben a vállalati érték (a részvényesek gazdagságának) maximalizálása a cél.

A továbbiakban megpróbáljuk az általánosan elfogadott axiómák megoldáshalmazát úgy korlátozni, hogy végül is csak egy megoldás maradjon. Célunk ilyen elvek kifejezése és leírása. Olyan alapelveket és feltételeket rögzítünk, amelyek közül egy elegendő a vállalat növekedési programjának megvalósításához. Ehhez azonban definiálási feladatokat kell elvégeznünk.

Alkalmazott kategóriák és definíciók

A vállalati növekedés két típusát különböztetjük meg:

- A *belső növekedés* teljes mértékben külső források igénybe vétele nélkül érhető el, vagyis a finanszírozási források kizárólag a profitvisszatartásból származnak.
- A *fenntartható növekedés* esetén a vállalati tőkeszerkezet változatlan marad úgy, hogy a társaság nem bocsát ki – nyilvánosan – új, pótlólagos részvényeket. Ez tehát olyan növekedés, amely új részvénytőke bevonása nélkül, a kölcsöntőke/részvénytőke arány megtartása mellett érhető el [Babcock, 1970].

(Megjegyezzük azt, hogy e két növekedési típus a zárt részvénytársaságokra jellemző.)

Itt most csak a belső növekedéssel foglalkozunk, mert olyan részvénytársaságot vizsgálunk, amelynek tőkeszerkezetében nincsen idegen forrás, azaz működését nem kölcsöntőkével, hanem visszatartott profittal finanszírozta.

Fontosnak tartjuk még három fogalom meghatározását:

- A *növekedési stratégia* a tőkeérték emelése a tervezési vagy becslési időintervallum alatt.
- A *növekedési program* a beruházási és a finanszírozási programot, az osztalék kifizetéseket, valamint tőkeérték meghatározásához szükséges kamatrátákat karakterizálja. Nem szabad megfeledkeznünk arról a feltételezésről, hogy ezen növekedési program valamennyi változója a priori ismeretlen.

Ebben különbözik a hagyományos optimalizálási feladatként leírt növekedési modelltől, amelyben a kamatrátát ismertnek tételezzük [Heubes, 1991]. A tőkepiaci teóriák eredményei, a Capital Asset Pricing Model (CAPM) alapját képező tőkepiaci és értékpapír kockázat-megtérülés egyenes (CML és SML), az Arbitrage Pricing Theory (APT) bizonyítják azt, hogy a nyilvánosan jegyzett társaságoknál a kamatráták csak korlátozó feltételezések mellett származtathatók [Copeland-Weston 1992], ezért a nevezett modellek használata meglehetősen korlátozott.

- A *vállalati értéket* a részvényeseknek fizetett osztalék diszkontálásával határozzuk meg. Ebben a klasszikus megközelítést követjük, mely szerint a vállalatnak kötelessége törekedni az optimális osztalékfizetési ráta elérésére a célból, hogy maximalizálja a vállalat értékét. Tehát a vállalati érték nem más, mint a jövőbeli osztalékok jelenértéke. (A számitáshoz használatos formulák megtalálhatók: [Gordon-Shapiro 1956].) Ezzel szemben a modern megközelítés az osztalékok irrelevanciáját foglalja magában, vagyis a vállalat értéke – közvetlenül – annak beruházási teljesítményétől függ, és nem az osztalékpolitikájától [Miller-Modigliani 1961]).

Növekedési stratégiák

Amennyiben a növekedési stratégiát a vállalati értékek pozitív irányú alakulása befolyásolja, úgy a tervezési időhorizont különböző periódusaiban a részvényeseknek történő kifizetések növekvő tendenciát jeleznek.

Ezt a következőképpen fejezzük ki (a pénzáramtételek a periódusok végén merülnek fel):

$$E_t = \frac{1}{q_t} \left(\sum_{\tau=t+1}^T d_\tau q_\tau + E_T q_T \right) = (1 + i_t) E_{t-1} - d_t \quad (t = 0, \dots, T),$$

ahol

E_t az adott üzleti periódus tőkeértéke,

q_t az adott periódus diszkontfaktora, azaz

$$q_t = \prod_{\tau=1}^t (1 + i_\tau)^{-1}$$

d_t az adott periódusban kifizetett vagy kifizethető osztalék nagysága,

i_t az adott periódus kamatrátája,

T a tervezési időhorizont utolsó periódusa.

A növekedési stratégiát akkor tudjuk számszerűsíteni, ha bevezetjük a g_t növekedési rátát, ahol g_t a növekedési ráta a t -edik időszakban. Segítségével a tőkeérték változása leírható az alábbi módon:

$$E_t = (1 + g_t)E_{t-1} \quad (t = 1, \dots, T).$$

Eszerint a $g = (g_1, \dots, g_T)$ növekedési stratégia, ami a tőkeérték tervezett és megkívánt fejlődése a tervezési időhorizont alatt.

Pozitív növekedésről akkor beszélünk, ha a folyó osztalékról a részvényesek lemondanak, ezzel szemben *negatív növekedés* esetén a közgyűlés megszavazza a kiosztható osztalékot.

Az $E_t = (1 + i_t)E_{t-1} - d_t$ és az $E_t = (1 + g_t)E_{t-1}$ kifejezések miatt a g_t növekedési stratégia és a d_t osztalékfizetés között fennáll az alábbi összefüggés:

$$d_t = (i_t - g_t)E_0 \prod_{\tau=1}^{t-1} (1 + g_\tau) \quad (t = 1, \dots, T) \quad (1)$$

A növekedési stratégia választásából az alábbi konzekvenciákat fogalmazhatjuk meg:

- Ha $g_t = i_t$, akkor a t -edik periódusban nincsen osztalékfizetés. A t -edik periódusban a vállalati érték a megelőző periódus értékének kamatával emelkedik. (A kamatrátát opportunity cost-ként kalkuláljuk.)
- Ha $g_t = 0$, akkor a t -edik periódusban nincsen osztalék és legfeljebb a megelőző periódus tőkeértékének kamata nyerhető.
- Ha $g_t = -1$, akkor az (1) egyenlet $d_t = (1 + i_t)E_{t-1}$ formát ölt, vagyis a megelőző periódus felkamatolt tőkeértéke a t -edik periódusban teljes mértékben kifizetésre kerül.
- Ha $g_t > i_t$, akkor a növekedési stratégia célkitűzése a megelőző periódus kamatát meghaladó tőkeérték növelése. Az (1) egyenlettel egybevetve látjuk azt, hogy ez a növekedés csak pótlólagos tőke bevonásával lehetséges a t -edik periódusban.

Van egy megválaszolatlan kérdésünk! Vajon realizálható a kiválasztott növekedési stratégia? – Ez elsősorban attól függ, milyen beruházási és finanszírozási intézkedéseket valósít meg a cég a becsült időintervallumban, azaz a növekedési program teljesítésétől függ.

Növekedési program

A növekedési program a tervezési időintervallumban a beruházási és finanszírozási intézkedésekkel írható le. Ezen intézkedések fizetési áramai legkésőbb a T tervezési periódusban lezárulnak, vagyis az adott beruházás megtérül, valamint a finanszírozási kötelezettségek teljesülnek. (Esetlegesen a tervezési időintervallumon túl keletkező kifizetések egy külső kamatrátá mellett történő diszkontálással figyelembe vehető.)

Vezessünk be egy újabb függvényt! Legyen az $e_t(\mathbf{x}) = e_t(x_1, \dots, x_n)$ a pótlólagos többlethozam vektora, amely az \mathbf{x} beruházási és finanszírozási intézkedésektől függ és a t -edik periódusban kifizetésre kerül; $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ a választható beruházási és finanszírozási intézkedések vektora. Ha ez nem minden periódusban ugyanannyi, akkor pl. x_i^t a t -edik periódusban megtett i -edik intézkedés, s ennek eredménye a hozamra $e_i^t(x_i^t)$, ahol $i = 1, \dots, n$.

Mivel a legkorábban az 1. periódus végén történik az osztalékfizetés, és figyelembe vesszük azt, hogy a T időszakban várható kifizetés után az összhozam (vagyon) nagysága

$$E_T = E_0 \prod_{\tau=1}^T (1 + g_\tau),$$

ezért érvényesek az alábbiak:

$$0 = e_0(\mathbf{x}) \quad (2)$$

$$d_t = e_t(\mathbf{x}), \quad (t = 1, \dots, T-1) \quad (3)$$

$$d_T + E_0 \prod_{\tau=1}^T (1 + g_\tau) = e_T(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$$x_i^t \in X \subset \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (5)$$

A (2), (3), (4) a beruházási és finanszírozási program likviditási feltételei, az (5) pedig nemnegativitási feltétel.

Egy olyan növekedési program választható, amely a kezdeti E_0 tőkeértéket (1)-(5) feltételek mellett maximalizálja, mert az i_t kamatrátá exogén tényező. Ezzel meghatároztuk az \mathbf{x} beruházási és finanszírozási programot, a $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_T)$ osztalékfizetési vektort és az $\mathbf{i} = (i_1, \dots, i_T)$ kamatrátá vektort. Az $(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{i})$ hármas a növekedési programot fejezi ki.

Mivel az osztaléksor diszkontálásához szükséges kamatrátá ismeretlen, egy adott növekedési stratégia megvalósítását célzó beruházási és finanszírozási program nem egy optimalizálási feladat megoldásából származik. A következő

részben két olyan alapelv rögzítését javasoljuk, amely egy növekedési programot határoz meg, ezúttal már optimalizálási feladatként.

A növekedési program két alapelve

Egy növekedési program realizálása megkívánja a likviditási feltételek, valamint külön korlátok figyelembe vételét. Az I. alapelv megköveteli az $(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{i})$ keresett növekedési program szükséges feltételeinek teljesítését.

I. alapelv: $(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{i})$ teljesíti az (1)–(5) feltételeket az

$$E_0 = \sum_{t=1}^T d_t q_t$$

egyenlettel, ahol

$$q_t = \prod_{\tau=1}^t (1 + i_\tau)^{-1}$$

A II. alapelv egy hatékonysági követelmény, amely megköveteli az i_t kamatrátával meghatározott vállalati érték maximalizálását. Mivel i_t ebben az esetben a t -edik periódus marginális megtérülése, ez a II. alapelv megfelel a bizonyosság és a tőkepiac arbitrage-szabadság feltételeinek. (Ez az ún. Fisher eset, amikor a tőkekihelyezési és -felvételi kamatrátá megegyezik [Ulbert, 1992], ezáltal biztosított a \mathbf{d} mértékű kifizetés. Ebben az összefüggésben a bizonyosság a jövő pontos ismeretét jelenti, ahol a várakozások pontosan realizálódnak, ahol tökéletes piac van, s amelyben mindenkire érvényes konstans kamatrátá érvényesül.)

II. alapelv: \mathbf{x} maximalizálja a kezdeti tőkeértéket, azaz \mathbf{x} optimális megoldás a

$$\max_{\mathbf{x}_t \in X} \sum_{t=0}^T e_t(\mathbf{x}) q_t$$

formulából adódik.

Ezzel a két alapelvvel megfogalmaztuk a jövőbeni növekedési program korlátait. Ismét felmerül egy eddig megválaszolatlan kérdés! Vajon nem ellentmondásos egymással az I. és II. alapelv? – Erre a kérdésre csak a következő kondíciók érvényesülése esetén válaszolhatunk tagadással:

(K1) Az $e_t(\mathbf{x})$ minden $t = 0, \dots, T$ -re konkáv. Ez pedig azt jelenti, hogy a beruházási intézkedések csak csökkenő vagy konstans határhaszonnal

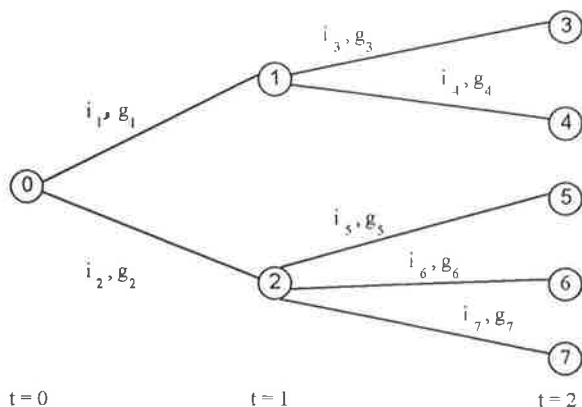
és a finanszírozási intézkedések csak növekvő vagy konstans határköltséggel engedhetők meg.

- (K2) Az X konvex feltétel kizárja a nem egész számú alternatívákat, illetve a fix költség ugrásokat.
- (K3) Minden időpontban ($t = 0, \dots, T - 1$) lehetőség van egyperiódusú futamidővel korlátlan forrásmennyiséget i_A kamatrátával kihelyezni, illetve i_B kamatrátával felvenni. (Ez az ún. Hirshleifer eset, vagyis az i_B hitelfelvételi kamatláb meghaladja az i_A befektetési kamatlábat [Ulbert, 1992].) Tehát a források időbeni transzferálásával kiigazítható a jelenbeli és a jövőbeli fogyasztás vagy megtakarítás.
- (K4) A $\max_{\mathbf{x}_t \in X} \sum_{t=0}^T e_t(\mathbf{x})q_t$ minden i -re $i_A \leq i_t \leq i_B$, ahol $t = 1, \dots, T$, egy végső megoldás. Ez a feltétel biztosítja a határmegtérülést minden hatékony kifizetési vektorra.

A fent megnevezett feltevések közül egy feltétel megsértése nem jelenti azt, hogy az elképzelt növekedési koncepciót teljesen fel kell adni. Például: a (K3) nem teljesül, mert a korlátlanul rendelkezésre álló forrás felvétele i_B kamatrátával nem lehetséges (mert olyan magas), így a finanszírozási intézkedés (hitelfelvétel) a priori kizárt. Eltekintve a tökéletes tőkepiac irreális esetétől, így a határmegtérülés a priori ismeretlen. Az sem zárható ki magas növekedési rátánál, hogy egyes g_t növekedési ráta nagyobb, mint a megfelelő i_t határmegtérülés és az egyes d_t kifizetés negatív. Ez esetben a növekedési stratégia realizálható lenne pótlólagos saját tőke bevonásával, de ezt a priori kizártuk. Ekkor vagy az (1)–(5) feltételekre tekintettel vagyunk, vagy a növekedési ráta olyan szintre redukálódik, amelynél minden kifizetés nem negatív.

Növekedési stratégia a bizonytalan elvárások esetére

A fenti megfontolások átültethetők a bizonytalan elvárások esetére is. A döntési fa segítségével a gazdasági környezet alakulása (változatok) végül is sok állapottal jellemezhető. A döntési fa a lehetséges állapotok bekövetkezési valószínűségének becslésén alapulnak. Legyen Z_t a lehetséges környezeti állapotok halmaza a t -edik időpontban és p_t a z_t^j -edik állapot szubjektív bekövetkezési valószínűsége ($t = 0, \dots, T$ és $j = 1, \dots, m$). Minden lehetséges állapotnak megfelel egy i_z kalkulatív kamatláb (*1. ábra*).



1. ábra: Döntési fa

A bizonytalan elvárások esete is tartalmazza az \mathbf{x} vektort, mint minden $z_t^j \in Z_t$ állapotban megvalósítható beruházási és finanszírozási intézkedések aktivitási nivóját és minden $z_t^j \in Z_t$ ($t = 1, \dots, T$) állapotban a \mathbf{d} kifizetési vektort. Ezek szerint egy \mathbf{g} növekedési stratégia meghatározható, mégpedig aszerint, ahogy változik a tőkeérték minden lehetséges környezeti változatnál. Minden periódusban annyi tőkeérték-változat adódhat, ahány a lehetséges állapotok száma. (Az 1. ábra szerint a növekedési rátát a kamatrátá indikálja.) Ezzel a növekedési stratégia a prognosztizált gazdasági fejlődéshez illeszthető.

A $z_t^j \in Z_t$ egy a t -edik időpontban realizálható állapot ($j = 1, \dots, m$), ahol $z_0 = 0$, ezáltal adódik a kiválasztott növekedési stratégiánál az alábbi összhozam (vagyon) nagysága:

$$E_z = E_0 \prod_{\tau=1}^t (1 + g_{z\tau})$$

A biztos elvárások esetéhez hasonlóan létezik a következő összefüggés a \mathbf{d} osztalékfizetés és a \mathbf{g} növekedési stratégia között:

$$d_z = (i_z - g_z) E_0 \prod_{\tau=1}^{t-1} (1 + g_{z\tau}) \quad \text{minden } z_t^j \in Z_t, \quad (t = 1, \dots, T). \quad (6)$$

Itt is ügyelünk a (2)–(5)-nek megfelelően a következő feltételekre:

$$d_z = e_z(\mathbf{x}) \quad \text{minden } z_t^j \in Z_t, \quad (t = 1, \dots, T-1). \quad (7)$$

$$d_z + E_0 \prod_{\tau=1}^T (1 + g_{z\tau}) = e_z(\mathbf{x}) \quad (8)$$

$$0 = e_0(\mathbf{x}) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_t^j \in X \quad (10)$$

A keresett $(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{i})$ növekedési programhoz megköveteljük az I. és II. alapelvek tartalmához hasonló módon az I* és II* alapelveket.

I alapelv:* $(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{i})$ megvalósítható, azaz teljesülnek a (6)–(10) feltételek.

II alapelv:* az \mathbf{x} maximalizálja az E_0 kezdeti tőkeértéket, azaz \mathbf{x} optimális megoldás a (11)-ből adódik.

$$\max_{\mathbf{x}_t^j \in X} \sum_{t=0}^T \sum_{z_t^j \in Z_t} e_z(\mathbf{x}) p_z q_z, \quad \text{ahol } q_z = \prod_{\tau=1}^t (1 + i_{z\tau})^{-1} \quad (11)$$

Az I.* és a II.* alapelvek közül az egyik elegendő a növekedési program létezéséhez, ám a következő feltételek fennállása esetén:

K1* Az $e_z(\mathbf{x})$ konkáv, minden $z_t^j \in Z_t$, ahol $t = 0, \dots, T$.

K2* Az X konvex.

K3* Minden állapotban $z_t^j \in Z_t$ ($t = 0, \dots, T-1$) egyperiódusú futamidővel korlátlanul befektethető forrás $i_z^A \geq 0$ kamattal. Minden állapotban $z^* \in Z_t$ ($t = 0, \dots, T-1$) és minden időben közvetlen követő z_t^j állapotra létezik egy feltételezett hitelszerződés egyperiódusú futamidőre i_z^B kamattal. Ez tartalmazza a korlátlan források bevonásának lehetőségét z^* állapotban azzal a feltétellel, hogy a kamat és a tőkerészek teljesítése csakis a következő z_t^j állapotban történik.

K4* A $\max_{\mathbf{x}_t^j \in X} \sum_{t=0}^T \sum_{z_t^j \in Z_t} e_z(\mathbf{x}) p_z q_z$ minden i -re és $z_t^j \in Z_t$, ahol $t = 1, \dots, T$ és a

$$(1 + i_z^A) p(z_t^j | z^*) - 1 \leq i_z \leq (1 + i_z^B) p(z_t^j | z^*) - 1$$

korláttal, ahol $z_t^j \neq z^*$ egy végső optimális megoldás. Itt a $p(z_t^j | z^*)$ a z_t^j állapot bekövetkezésének valószínűsége, ha közvetlenül előtte a z^* állapot bekövetkezik.

Összegzés

A közölt fejtegetések bemutatták, hogyan realizálható a belső vállalati növekedésre alapozott vállalati érték megfelelő beruházási és finanszírozási döntésekkel. A bemutatott finanszírozási modell a keresett növekedési program szükséges és hatékony alapelveire épít. Ezzel nemcsak ezen alapelveknek megfelelő beruházási és finanszírozási program, az osztalékfizetés és a vállalati érték, hanem a vállalati érték közléséhez szükséges kamatráták, mint endogén modellváltozók is nyerhetők.

A magas növekedési ráta követelménye ahhoz vezet, hogy a kívánt növekedés csak pótlólagos saját tőke bevonásával realizálható. Ezt a lehetőséget eleve kizártuk, ezért vagy a közölt feltételekre tekintettel kell lenni, vagy pedig a növekedési rátát kell csökkenteni, amíg valamennyi kifizetés nem negatív. Megfogalmaztuk a csökkenő tőkeérték konzekvenciáit is. Ez esetben a nomináltőke megőrzése már nem garantálható. Ebből pedig két dolog is következik. Az egyik az, hogy az értékmegőrzés koncepciója fontos mozzanat – a belső vállalati növekedés esetében is – az $e_t(\mathbf{x})$ hozam meghatározásában, mivel a hozam számítása során mérni szükséges a vonatkozó periódus során végbement tőkeváltozást. A másik pedig az, hogy a nyitó tőkét feltétlenül meg kell őrizni, még azelőtt, hogy a profitot elismerték volna.

Irodalom

1. Babcock, G. C. [1970]: The Concept of Sustainable Growth. *Financial Analysts Journal*, május-június, 108–114.
2. Copeland, T. E. - Weston, J. F. [1992]: *Financial Theory and Corporate Policy*. Addison-Wesley Publishing Co. 193–231.
3. Drukarczyk, J. [1993]: *Finanzierung*. Gustav Fischer Verlag, 35–124.
4. Gordon, M. J. - Shapiro, E. [1956]: Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit. *Management Science*, 102–110.
5. Heubes, J. [1991]: *Konjunktur und Wachstum*. Verlag Franz Vahlen, 208–219.
6. Komlósi, S. [1994]: Bevezetés egyensúlyi és optimalizáló modellek vizsgálatának matematikai módszereibe. *JPTE, KTK*, 465.
7. Milgrom, P. - Roberts, J. [1992]: *Economics, Organization and Management*. Prentice Hall, 449–535.
8. Miller, M. H. – Modigliani, F. [1961]: Dividend Policy, Growth and the Valuation of Shares. *Journal of Business*, október, 411–433.
9. Tietze, J. [1992]: *Einführung in die Angewandte Wirtschaftsmathematik*. Vieweg Verlag, 498.
10. Ulbert, J. [1992]: *A beruházások gazdaságtana*. Janus Pannonius Egyetemi Kiadó, 7–118.

MODELLING THE INTERNAL GROWTH PROGRAM OF ENTREPRISES

Based on the capital value as a measure of growth, an approach for the determination of growth programs is proposed. Two principles – necessary and efficiency – are formulated and conditions for the existence of an internal growth program satisfying these principles are given.

