A MINŐSÉG ÉS AZ ÁR KAPCSOLATÁRÓL[1]

VÖRÖS JÓZSEF
PTE KTK

A tanulmány egy dinamikus modellt formáz meg, hogy elősegítse a helyes beruházási, ár és termékminőség politika kialakítását. A stratégiai minőségelemek (melyeket a versenytársak eddig nem voltak képesek elsajátítani) szintje tanulás, beruházás révén növelhető, de a minőség növelhető úgynevezett nem stratégiai elemek felhasználásával is (pl. igényesebb anyagok beépítése). A tanulmány megfogalmaz és elemez olyan körülményeket, amikor a termékminőség folyamatosan növekszik, ennek dinamikája viszont nem egyenletes, néha növekszik, néha csökken. Az ár és minőség kapcsolatával kapcsolatban azt állapítja meg, hogy az esetek többségében a magasabb minőség magasabb árat jelent, azonban ez alól lesznek kivételek. A kivétel létezésének szükséges feltétele, hogy a keresleti függvény ár-minőség keresztderiváltja negatív legyen. Az autonóm tanulás hatásának elemzése azt mutatja, hogy az autonóm tanulásból eredő költségcsökkenés hasznát meg kell osztani a fogyasztókkal az ár csökkentését felhasználva.

Kulcsszavak: költség, minőség, ár, kereslet, irányításelmélet

1 Bevezetés

A minőség fogalma is abba a kategóriába tartozik, melyet a legtöbbször komolyabb megfontolások nélkül használunk, de amikor pontosan meg kellene határozni a koncepció tartalmát, hamarosan rajövünk, az nem is olyan egyszerű. Egy terméknek/szolgáltatásnak sok jellemzője lehet, melyek közül bizonyosak fontosak, vagy kevésbé fontosak egy fogyasztó számára. Egy termék egyes termékjellemzőiben nyújtott teljesítményének a vevő által képzett aggregátumát nevezzük minőségnek e tanulmányban. A vevőről feltételezzük, hogy a termék minőségét képes beazonosítani, és ehhez az u számot rendeli. Gyakran feltételezik, hogy ez az érték 0 és 1 között mozog, amikor is 1 a tökéletes minőséget jelenti, 0 pedig a teljes elutasítást. Írhatjuk tehát, hogy $u \in [0, 1]$, de mi nem normáljuk e tanulmányban a minőség mérőszámát, mintegy azt sugallva, hogy a minőség fejlődésének nincs korlátja (a fejlődés nem véges). (Megjegyezzük, hogy a definiált intervallumra való szűkítés nem jelent semmiféle korlátozást, tetszőleges, véges intervallum megadható. Fogyasztói magazinok gyakran használnak tízes skálát.)

A minőségre adott fenti definícióm mellett ismeretesek más megközelítések is, néhány ezek közül sok hasonlóságot mutat. Az egyik legsikeresebb alapkönyvben azt olvashatjuk, hogy a minőség a termék azon képessége, amennyire az kielégíti a fogyasztó szükségleteit (Heizer és Render, 2014). Egy másik

[1]Beérkezett: 2017. március 2. E-mail: `voros@ktk.pte.hu`.

megközelítésben, a minőség a fogyasztó által használt terminus, mely kifejezi általános megelégedettségét a termékkel/szolgáltatással kapcsolatban (Krajewski et al., 2015). Egy nagyon tiszta forráshoz jutunk vissza, amikor felidézzük a legelsőnek tekinthető irodalmi forrásokat. Ezek közül kétségtelenül Garvin (1988) munkái gyakorolták a legnagyobb befolyást, aki a minőség fogalmának öt lehetséges megközelítési módját vázolta fel. Garvin szerint a transzcendens felfogás lényege, hogy a minőséget nem kell definiálni, a fogyasztó tudja mi az, amikor a terméket látja (a Porsche jobb, mint a Trabant). A termék központú felfogás szerint a termék paraméterei pontosan mérhetők, és e paraméterértékek kifejezik a termékminőséget. A felhasználó központú felfogás szerint azon termékek minőségiek, melyek a legjobban kielégítik a fogyasztó preferenciáit, a termelő központú felfogás szerint pedig az a jó termék, melynek paraméterei megfelelnek az előírtaknak. Végül az ötödik megközelítés szerint a fogyasztói megelégedettség fontos, melynek generátora az érték.

Első rátekintésre úgy tűnik, mintha a felsorolt elképzelések túl távol lennének egymástól, de a transzcendens, a felhasználó központú, az érték alapú megközelítések mindenképpen azt fejezik ki, hogy a fogyasztó értékítélete a legfontosabb: az a jobb minőségű termék, melyet a fogyasztó annak ítél, továbbá hajlandó is érte fizetni. Az értéket szokták úgy is definiálni, hogy az érték az a legmagasabb ár, melyet a fogyasztó hajlandó a termékért fizetni (Dolan és Simon, 1996). Ezek a fogalmak viszont jó alapot jelentenek a számszerűsítéshez, hiszen ekkor definiálható egy keresleti függvény, melyben a minőség és az ár független változók: mérje $D(p, u)$ egy termék keresleti volumenét (az idődimenziót később definiáljuk), mely akkor jelentkezik a piacon, amikor az ár p, a termék minősége pedig u.

A fogyasztó központú minőség megjelenése a keresleti függvényben viszonylag új keletű, abban a vonatkozásban mindenképpen, hogy a modellezők érdeklődését elsőként a minőség fogalmának másik megközelítése keltette fel. Azaz amikor a minőséget objektív paraméterekkel mérjük (termék, illetve termelő centrikus felfogás). E megközelítésnek van két nagyon fontos pillére. Az egyik, hogy ha akármilyen termékjellemzőt is tekintünk, mely a fogyasztónak fontos, azt mindig valamilyen folyamat állítja elő, a kiváló minőséget a kiváló folyamat adja. Továbbá, gyakori esetben, ha a termelési folyamat nem minőségi, akkor már a termék sem lehet az. Ez az összefüggés teljesen nyilvánvaló, amikor szolgáltatási folyamatról van szó, hiszen a fogyasztó részese a termelési folyamatnak, és minden hibát lát és észlel.

Az első szerzők közé Fine (1986, 1988) tartozik, aki azt modellezte, hogy a tanulás miként hat a folyamat minőségére, de egyértelműen megkülönbözteti a design (külső megjelenés, termékfunkciók funkciók gazdagsága) minőséget és a konform minőséget (az előírt paramétereknek történő megfelelést). Modellanalízisének fontos következtetése volt, hogy a tanulás és a termelési folyamat fejlesztés eredménye csökkenti a konformitással kapcsolatos költségeket, melynek következménye a folyamatminőség növekedése. Fine és Porteus (1989) később egy dinamikus modellt épít, melyben a termelési sorozatnagyság csökkenésének hatását vizsgálja a folyamat minőségére. Lényeges megállapításuk, hogy az optimális termelési sorozatnagyság csökkenése a termelési folyamat minőségének (melyet a selejtaránnyal mérnek) növekedését eredményezi. Chand és társainak (1996) tanulmányában szintén a konformációs/folyamat minőség áll fókuszban, és irányításelméleti modelljük az optimális tőkeallokáció dinamikáját vizsgálja, mely a termelési folyamat minőségét eredményezi. A Chand et al. (1996) tanulmány mellett a másik alapvető tanulmány e korból a Li–Rajagopalan (1998) tanulmány, mely a folyamatfejlesztésre fordított erőfeszítések dinamikáját vizsgálja. Fontos megállapításuk, hogy ugyan a folyamat minősége növekszik, de ennek dinamikája csökkenő tendenciát mutat. Vörös (2006) ugyanezen problémát vizsgálja, viszont modelljében a folyamatminőség mellett megjelenik a termék teljesítményének minősége is. Ugyan a probléma forrása nem a fogyasztó hangjának megjelenése a modellben, de megállapítja, hogy nem törvényszerű a minőségfejlesztési dinamika ütemének csökkenése. Vörös (2013) egy több periódusos dinamikus modellt építve számos esetre explicit megoldását adja a problémának, és e megoldások jól reprezentálják a minőség fejlesztésének dinamikáját.

A témához kapcsolódó legutóbbi hozzájárulások közül Chenevaz (2012), (2016) munkáit említjük, melyekben egyértelmű dominanciát kap a termék minőség. A következő fejezetben felépítendő modellünk nagy hasonlóságot mutat Chenevaz (2016) modelljével, azonban lényeges eltéréseket is lehet említeni. Chenevaz (2016) modelljében a minőség fejlődésének dinamikáját a $du/dt = K(x(t), u(t))$ differenciálegyenlet irányítja, ahol $u(t)$ a termékminőség, $x(t)$ pedig az innovációs költség a t időpontban. Eredményei elérésében fontos kitétel, hogy K_u konstans időben. Beazonosítja az eseteket, amikor a minőség növekedése árnövekedést, változatlanságot, illetve árcsökkenést von maga után.

A tanulmány következő fejezete felépíti a modellt, amely környezetben a minőség és ár kapcsolatával foglalkozunk, továbbá kimutatjuk a modell néhány alaptulajdonságát. A tanulmány harmadik fejezete a minőség és ár kapcsolatára fókuszál, a negyedik fejezet pedig az autonóm tanulás árakra történő hatását vizsgálja. Az utolsó, ötödik fejezet a következtetéseket foglalja össze.

2 A modell

Azt tételezzük fel, hogy vállalatunk egyetlen termékét helyezzük fókusz alá, mely termék monopolisztikus tulajdonsággal bír, azaz nincs olyan másik termelő rivális vállalat, mely ugyanazon termékkarakterisztikákat tudná a vevők számára biztosítani. Ilyen esetben következmény, hogy a kereslet az ártól is függ, és így a kereslet meghatározható egy $D(p(t), u(t))$ keresleti függvénnyel a t időpontban, ahol $p(t)$ a termék ára, $u(t)$ pedig a termék minősége a t időpontban. Hivatkozások nélkül is elfogadható, hogy adott minőség mellett egy időpontban a kereslet csökken, ha az ár növekszik, és növekszik, ha a minőség nő. A parciális deriváltakra nézve feltehetjük tehát, hogy $D_p < 0$, illetve $D_u > 0$. Általánosan elfogadott az is, hogy $D_{pp} > 0$, illetve $D_{uu} < 0$.

A minőségre adott definíciónkban azt mondtuk, hogy az a különböző termékkarakterisztikák vevő által megállapított aggregátuma, vagyis a minőség összetevőinek több dimenziója van. Garvin (1987) szerint nyolc ilyen van (elsődleges funkciók, megbízhatóság, konformitás, tartósság, szervizelhetőség, esztétikum, és a reputáció), melyeket mi két nagy csoportba sorolunk. Az egyikbe azon termékkarakterisztikák (minőségdimenziók) tartoznak, melyek stratégiai jelentőségűek, azaz a piacon nem beszerezhető tudás eredményei, és a termék monopolisztikus jellegét adják. A másikba azon jellemzők tartoznak, melyek előállítása egyszerű, fejlesztést, különösebb képességeket nem igényelnek. A stratégiai jelentőségű minőségszintek összességét jelöljük $z(t)$-vel a t időpontban, míg a nem stratégiai jellegűek együttesét $w(t)$-vel. Ily módon azt tehetjük fel, hogy a minőség a vevő fejében a stratégiai és nem stratégiai jellemzők keveréke, azt írhatjuk tehát, hogy $u = \lambda_1 z + \lambda_2 w$. A Toyota eddig közel 10 millió hibrid meghajtású autót épített, ezért olyan minőség tapasztalattal bír, mellyel senki más nem rendelkezik az autóiparban. E képességét folyamatosan fejleszti, a munkaidő letelte után mindenki még a gyárban marad, hogy a még jobb autó előállítása érdekében fejlesztéseket végezzenek. E minőségi tudás egy hosszú távú fejlesztés eredménye, az ebben megtestesülő minőség tudás szintet jelöli a z állapotváltozó. Hogy a Toyota Prius hibrid autóba kér-e valaki bőrülést, vagy sem, szinte másodlagos kérdés, mert azt az autóiparban mindenki produkálni tudja. Ugyanakkor a bőrülés mégis magasabb minőségszintet képvisel, mint a kárpitülés. E minőségszintet jelöli a w döntési változó (milyen szintű ülést építünk, milyen minőségű gumit teszünk az autóra, stb.). Annak céljából, hogy a paramétertobzódást elkerüljük, feltesszük, hogy $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, tehát az általánosságból nem sokat veszítve, $u = z + w$.

Ugyanakkor a stratégiai minőség tudási szint, a z, folyamatosan fejleszthető. Jelölje $x(t)$ a t időpontban a minőség fejlesztésére tett erőfeszítések intenzitását, például munkaidőben kifejezve, hogy egy vállalkozás mennyi időt szán minőségfejlesztésre. Jegyezzük meg, hogy ez a Chand et al. (1996) tanulmányban a teljes munkaidőnek a fejlesztésre szánt hányada, míg a Chenavaz (2016) tanulmányban a fejlesztésre szánt pénzösszeg. Mérje a fejlesztésre szánt aktivitás költségét az $f(x)$ költségfüggvény, melyről feltételezzük, hogy növekvő és konvex, azaz $f_x > 0$ pozitív x-ekre, $f_{xx} > 0$, továbbá azt tételezzük fel, hogy az f költségfüggvény az $x = 0$ pontban lokális minimumponttal rendelkezik, azaz szükséges, hogy $f_x(0) = 0$ legyen. Az utóbbi feltételre érdemes felfigyelni, ugyanis az irodalomban e feltétel használatának nem találtam nyomát.

A stratégiai minőség dinamikáját a $\dot{z} = dz/dt = ax$ differenciálegyenlet kormányozza, ahol a egy pozitív paraméter. Az irodalomban erre több megközelítés is ismert. A Chand et al. (1996) tanulmányban a $\dot{z} = ax(1-z)$ összefüggést használják annak kifejezésére, hogy a minőségfejlesztési erőfeszítések hatékonysága a minőség fejlődésével egyre csökken (itt a maximális minőségszint 1). A Chenavaz (2016) tanulmány a $\dot{z} = K(x(t), u(t))$ összefüggést használja, feltételezve, hogy K_u konstans időben. Vörös (2006) tanulmányában a stratégiai minőségszint alakulását a folyamatfejlesztés intenzitása és az automatikus tanulás is befolyásolja. Mivel e tanulmányban az ár és minőség összefüggésére koncentrálunk, maradunk a $\dot{z} = ax$ elképzelés mellett, mely nem fogja csökkenteni megállapításaink általánosíthatóságát, viszont világossá teszi a probléma megoldhatóságának határait.

Amennyire szerteágazó minőségdefiníciókat és minőségfejlesztési koncepciókat gyűjthetünk össze, a minőség termelési költségekre gyakorolt hatásáról is legalább annyira tarka vélemények hangzanak el. A tudománynak elég nehéz volt mit kezdeni az egyik minőség guru, Crosby (1979) korai kijelentésével, miszerint a minőség ingyen van, ugyanis ez azt jelenti, hogy a termelési költségek nem nőnek a minőség növekedésével. Jelöljük $c(z, w)$-vel a fajlagos termelési változó költségeket. Azt tételezzük fel, hogy mind $c_z > 0$, és $c_w > 0$, vagyis a mellett tesszük le voksunkat, hogy egy adott időpontban a magasabb minőség előállítása többe kerül a termelőnek. Viszont ezzel a feltevéssel úgy gondoljuk, nem mondunk ellent Crosby-nak, ugyanis valószínűleg Crosby kijelentése egy időhorizontra vonatkozik, és nem egy időpontra. Vizsgálatunkat kiterjesztjük majd egy $e^{-kt}c(z(t), w(t))$ függvényre is, ahol k egy adott pozitív konstans. E költségfüggvény típus azt sugallja, hogy egy bizonyos minőségszint előállítása később kevesebbe kerülhet, és ennek megvannak a gazdaságtani alapjai. Ennek forrása lehet például az automatikus tanulás, a folyamatos tökéletesítés elvének maradéktalan alkalmazása, mely valóban azt eredményezheti, hogy egy bizonyos minőségszint előállítása kevesebbe kerülhet később, mint ma. Feltehetjük továbbá, hogy $c_{zz} > 0$, és $c_{ww} > 0$, mely kitételek nem jelentenek különösebb megszorításokat gazdaságtani szempontból.

Ugyanakkor fel kell tegyük, hogy $c_w > c_z$, ugyanis másként semmi értelme nem lenne a stratégiai minőségtudás fejlesztésének. Mivel a minőség több terméktulajdonság aggregátuma, ezen összegzésben az egyes termékkarakterisztikák helyettesíteni tudják egymást, és mivel $\lambda_1 = \lambda_2$, a stratégiai és nem stratégiai elemek egyformán helyettesítik egymást (jegyezzük meg, ha a két súly nem lenne azonos, akkor a c_w értéket a λ_1/λ_2 súly szorozná, és az egyenlőtlenség iránya marad). A stratégiai minőség tudás viszont fejlesztés eredménye, mely további beruházást igényel, melyet az $f(x)$ költségfüggvény számol el. Ha a marginális fejlesztési költségek között a reláció fordított lenne ($c_w < c_z$), a stratégiai elemek fejlesztésének intenzitása, vagyis az $x(t)$ változó értéke mindig zérus lenne, hiszen a minőség szintjének emelése a stratégiai elemek által eleve többe kerülne, ráadásul ehhez még fejlesztési (beruházási) költség is járulna.

Az *1. Tábla* az alkalmazott jelöléseket foglalja össze.

A fajlagos változó költségek és a kereslet viszonyáról is élünk feltételezéssel. Azt tételezzük fel, hogy a z_0 minőségű termékért van fizetőképes kereslet, amikor azért $c(z_0, 0)$ pénzt kérnek darabonként. Tehát azt tételezzük fel, hogy $D(c(z_0, 0), z_0) > 0$. Ugyanakkor a vevők nem hajlandók bármilyen árat fizetni, még ha a minőség akár a legkiválóbb is. Így feltesszük egyúttal tehát, hogy minden minőségszinthez létezik olyan kellően magas $K(u)$ ár, melyre egyrészt $K(z_0) > c(z_0, 0)$, másrészt a kereslet zérus, tehát $D(K(u), u) = 0$.

$p(t)$	A termék eladási ára a t időpontban, döntési változó
$x(t)$	A stratégiai minőségdimenziók fejlesztésének intenzitása a t időpontban, döntési változó
$w(t)$	A nem stratégiai minőségdimenziók aggregált szintje a t időpontban, döntési változó
$z(t)$	A stratégiai minőségdimenziók aggregált szintje a t időpontban, állapotváltozó, z_0 kezdő értékkel
$u(t)$	$u = z + w$
$D(p, u)$	A fizetőképes kereslet volumene a t időpontban, amikor az ár p, a minőség szintje u
$c(z, w)$	A fajlagos termelési változó költség a t időpontban, amikor a minőségszintek z, illetve w állapotúak
$f(x)$	A stratégiai minőségelemek fejlesztésének költsége a t időpontban
r	Diszkontráta, input paraméter
T	A tervezési időszak hossza, input paraméter
P	A felhalmozódott stratégiai minőségtudás egységnyi értéke a tervezési időhorizont végén, pozitív input paraméter
a	Pozitív konstans, input paraméter
K	Kellően magas ár, melyre a kereslet zérus

1. táblázat. Az alkalmazott jelölések

Az elmondottak alapján az alábbi feladatot lehet megfogalmazni:

$$\max_{p,x,w} \int_0^T e^{-rt}\Big((p - c(z,w))D(p,u) - f(x)\Big)\,dt + e^{-rT}Pz(T) \tag{1a}$$

feltéve, hogy:

$$\dot{z} = ax \tag{1b}$$

$$u = z + w \tag{1c}$$

$$p(t) \geq 0, \quad x(t) \geq 0, \quad w(t) \geq 0, \quad z(0) = z_0\,. \tag{1d}$$

Jegyezzük meg, hogy a célfüggvény utolsó terminusát nem minden modellkonstrukció tartalmazza. A felhalmozódott minőségtudás időhorizont végi értéke meggyőződésünk szerint közgazdaságilag helyénvaló, továbbá a modell általánosságát növeli, hiszen ha $P = 0$ lenne, azaz a felhalmozódott tudásnak nem lenne piaci értéke, a kapott eredményekbe a paraméter értéke behelyettesíthető. Ugyanakkor, miként az analízis során az látható lesz, a felhalmozódott tudás piaci értéke érdekesen befolyásolja a kapott eredményeket.

A célfüggvényben a $(p-c)$ kifejezés a fajlagos bruttó nyereség, ezt szorozza a p egységáron eladható termékmennyiség, a D, amikor a termék minősége u. A megtermelt bruttó profitból vonódik ki a fejlesztés költsége, amit az f függvény mér. A t időpontban nyert profittömeget diszkontáljuk jelenértékre az e^{-rt} szorzó segítségével, majd az időpontokban kitermelt profitot „összegezzük”, és megkapjuk a tervidőszak alatt nyereség nettó jelenértékét. Ehhez adódik hozzá még a jelenértékre diszkontált felhalmozott minőségtudás (az üzem) eladási értéke.

3 A modell analízise

Az (1) feladathoz tartozó Hamilton (H) függvény formája ekkor az alábbi:

$$H(p,x,w) = (p - c(z,w))D(p,u) - f(x) + \lambda ax \;, \tag{2}$$

ahol $\lambda(t)$ a dinamikus Lagrange-szorzó. Az optimális megoldás szükséges feltételeit Kamien és Schwartz (1991), valamint Kánnai Z., Szabó I. és Tallos P. (2014) alapján ekkor a következőképpen lehet felírni:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -c_z D(p,u) + (p - c(z,w))D_u = -\dot{\lambda} + r\lambda \tag{3a}$$

$$\frac{\partial H}{\partial p} = D(p,u) + (p - c(z,w))D_p \le 0 \tag{3b}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -f_x + \lambda a \le 0 \tag{3c}$$

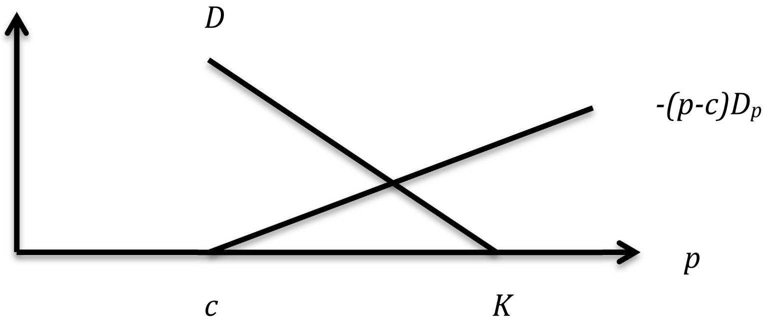
$$\frac{\partial H}{\partial w} = -c_w D(p,u) + (p - c(z,w))D_u \le 0 \tag{3d}$$

$$\frac{\partial H}{\partial p}p = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial x}x = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial w}w = 0, \quad z(0) = z_0, \quad \lambda(T) = P\,. \tag{3e}$$

A (3e) feltétel utolsó tagja az úgynevezett transzverzalitási feltétel, melyet összekötő feltételként lehetne magyarítani. Ennek alapja a Lagrange-szorzó tartalmában rejlik, melyet ha a jelen esetre alkalmaznánk, megközelítőleg azt jelentené a $\lambda(T)$, hogy ha a T időpontban egy egységgel növelnénk a minőségtudást, akkor hasznunk P-vel nőne ezen időpontban. Azért P-vel, mert a tervidőszaknak vége van, ha ekkor növeljük a tudásszintünket, akkor az már csak úgy hasznosul, hogy a tervidőszak végén eladjuk, egységét P áron. A $\lambda(T)$ tehát összeköti a végest (a tervezési időszakot) a végtelennel.

1. Tulajdonság. *Ha adott z_0-ra létezik olyan $p = c(z_0, 0)$ eladási ár, melyre $D(p, z_0)$ pozitív, akkor a dinamikus Lagrange-szorzó, a $\lambda(t)$ értéke pozitív, továbbá ezen értékek időben csökkenőek, amikor a diszkont ráta zérus. Amenynyiben pozitív, akkor a szorzó dinamikája lehet mind növekvő, mind csökkenő, azaz idő szerinti deriváltjuk bármilyen előjelű.*

Elsőként azt látjuk be, hogy (3b)-ből a $\frac{\partial H}{\partial p} = 0$ egyenletnek mindig van megoldása p-re, ugyanis feltevéseink szerint $p = c(z_0, 0)$-re létezik pozitív D, továbbá p-ben a D csökkenő úgy, hogy D-nek lesz zérus értéke, a $-(p-c)D_p$ pedig pozitív. Az *1. ábra* mutatja a (3b) feltételben szereplő kifejezések viselkedését.



1. ábra. A (3b) feltételrendszer kifejezései

Ezek alapján (3b)-ből írhatjuk, hogy

$$(p - c(z, w)) = -D(p, u)/D_p \ , \tag{4a}$$

és helyettesítsük be az optimális fajlagos nyereségre kapott kifejezést (3a)-ba:

$$-c_z D(p, u) - D(p, u) D_u / D_p = -\dot{\lambda} + r\lambda \ ,$$

melyet átrendezve kapjuk, hogy

$$-\dot{\lambda} + r\lambda = -D(p, u)\Big(c_z + \frac{D_u}{D_p}\Big) \ . \tag{4b}$$

Szorozzuk meg e kifejezés mindkét oldalát e^{-rt}-vel:

$$-\dot{\lambda} e^{-rt} + r\lambda e^{-rt} = -e^{-rt} D(p, u)\Big(c_z + \frac{D_u}{D_p}\Big) \ ,$$

melyet úgy is írhatunk, hogy

$$d(\lambda e^{-rt} + A)/dt = e^{-rt} D(p, u)\Big(c_z + \frac{D_u}{D_p}\Big) \ , \tag{4c}$$

ahol A egy konstans. A (4c) jobb oldala viszont a

$$\int_0^t e^{-rv} D(p(v), u(v))\Big(c_{z(v)} + \frac{D_{u(v)}}{D_{p(v)}}\Big)\, dv$$

kifejezés idő (t) szerinti deriváltja, ezért (4c) helyett azt írhatjuk fel, hogy

$$\lambda e^{-rt} + A = \int_0^t e^{-rv} D(p(v), u(v))\Big(c_{z(v)} + \frac{D_{u(v)}}{D_{p(v)}}\Big)\, dv \ . \tag{5a}$$

Tudjuk ugyanakkor, hogy $\lambda(T) = P$, ezért (5a) kifejezést $t = T$-re alkalmazva,

$$P e^{-rT} + A = \int_0^T e^{-rv} D(p(v), u(v))\Big(c_{z(v)} + \frac{D_{u(v)}}{D_{p(v)}}\Big)\, dv \ , \tag{5b}$$

melyből A-t kifejezve, és visszahelyettesítve (5a)-ba, azt kapjuk, hogy

$$\lambda(t) = Pe^{-r(T-t)} - \int_t^T e^{-r(v-t)} D(p,u)\Big(c_z + \frac{D_u}{D_p}\Big)\, dv\ . \qquad (6)$$

Most fordítsuk figyelmünket a (3d) feltételre, melyben a $\frac{\partial H}{\partial w}$ függvényt definiáljuk. E függvény w-ben, a nem stratégiai minőségdimenzió szintjében, nem futhat a pozitív végtelenbe, mert c konvexitása ezt kizárja. Ezért két eset lehet: a $\frac{\partial H}{\partial w}$ w-ben mindig negatív, vagy lesz zérus értéke. Az első esetet a *2a ábra* illusztrálja, a másodikat a *2b*. A 2a ábra adott p és z értékekre mutatja a (3d) feltételben szereplő függvények lehetséges alakulását, amikor a két függvény elkerüli egymást. Ekkor a w optimális értéke zérus lesz. E zérus értéket véve, az $u = z_0{+}0$ minőségre van fizetőképes kereslet $p > c(z_0, 0)$ áron minden t időpontban, tehát ekkor $D(p,u) > 0$ lesz az optimális megoldásban. Továbbá, mivel (3b) egyenlőség formájában teljesül, írhatjuk, hogy

$$-\frac{p - c(z,w)}{D(p,u)} = \frac{1}{D_p}\ .$$

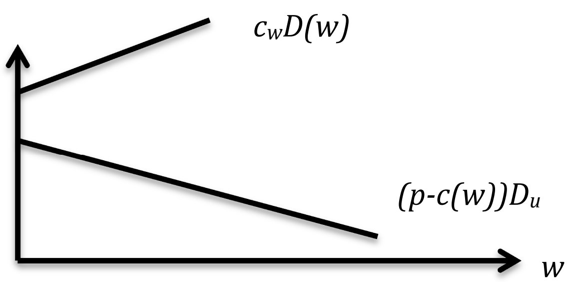
A (6)-ban látható $(c_z + \frac{D_u}{D_p})$ kifejezésről tételezzük fel, hogy negatív, azaz:

$$c_z + \frac{D_u}{D_p} < 0\ . \qquad (7a)$$

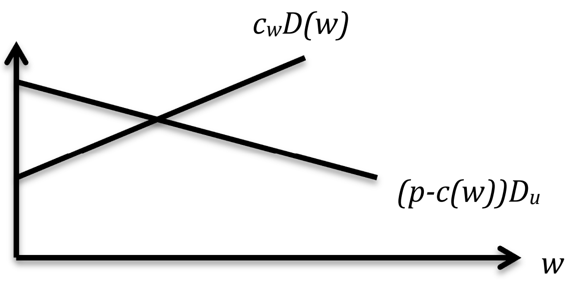
Helyettesítsük most az $\frac{1}{D_p}$ értéket (7a)-ban a (3b)-ből nyert értékkel. Ekkor azt kapjuk, hogy

$$c_z D(p,u) < (p - c(z,w))D_u\ . \qquad (7b)$$

E kifejezés bal oldala azt a többlet termelési költséget fejezi ki, mely akkor keletkezik, amikor a minőséget növeljük, hiszen c_z-vel növekszik minden darab termelése, és $D(p,u)$ darabot termelünk. E költségnek kisebbnek kell lenni, mint a profitnövekmény, melyet a jobb oldal fejez ki. A jobb oldal a fajlagos profit és a minőség növekedése miatt bekövetkezett keresletnövekmény szorzata. Az egyenlőtlenségnek azért kell igaznak lennie, mert másként nincs értelme a minőség növelésének. A (7a) tehát igaz, ami azt jelenti, hogy a dinamikus Lagrange-szorzó pozitív, és a t időpontban értéke azt fejezi ki, hogy mennyi jövőbeni haszon származik jelen értéken abból, hogy a t időpontban a stratégiai minőségszintet növeljük.



2a. ábra. A (3d) feltétel függvényei adott p-re és z-re, amikor az optimális w zérus



2b. ábra. A (3d) feltétel függvényei adott p-re és z-re, amikor az optimális w pozitív

Most tételezzük fel, hogy a 2b ábra által mutatott helyzetben vagyunk, azaz a nem stratégiai minőségkomponens szintje pozitív. Ekkor (3d) egyenlőség formájában teljesül, azaz

$$(p - c(z, w)) = c_w D(p, u)/D_u \ ,$$

melyet a (7b)-be helyettesítve nyerjük, hogy

$$D(p, u) + c_w D(p, u) D_p / D_u = 0 \ ,$$

és tekintettel arra, hogy az optimális keresleti szint biztosan pozitív, azt írhatjuk, hogy

$$-c_w = D_p/D_u \ , \tag{7c}$$

melyet (6)-ban felhasználva kapjuk, hogy

$$\lambda(t) = Pe^{-r(T-t)} - \int_t^T e^{-r(v-t)} D(p, u)(c_z - c_w)\, dv \ . \tag{8}$$

Tekintettel arra, hogy $(c_z - c_w)$ negatív, a dinamikus Lagrange-szorzó pozitív. A $(c_z - c_w) < 0$ tulajdonság abból következik, hogy a stratégiai minőségdimenziók növeléséhez eleve beruházás szükséges, ezért ha ennek fajlagos változó költsége többe kerülne, mint a nem stratégiai jellemzőké ($c_w < c_z$), a stratégiai tényezők fejlesztésének nem lenne értelme.

Most tekintsük a dinamikus Lagrange-szorzó idő szerinti deriváltját. (8)-ból:

$$d\lambda/dt = rPe^{-r(T-t)} + D(p(t), u(t))(c_z - c_w) - r \int_t^T D(p, u)(c_z - c_w)\, dv \ . \tag{9}$$

A dinamikus Lagrange-szorzó deriváltja három tagból áll, az elsőt és utolsót az r (diszkont tényező) szorozza, következésképpen, ha r értéke zérus, akkor a $\frac{d\lambda}{dt} = \dot{\lambda}$ kifejezés értéke a középső tagtól függ, amely negatív. Ezért azt állíthatjuk, hogy amikor a diszkontráta zérus, akkor a dinamikus Lagrange-szorzó idő szerint csökkenő. Ennek egyik oka, hogy a zérus diszkontráta gyakorlatilag nem létező tőkeköltséget jelent, a tőkejavak olcsón elérhetők, ezért a beruházásokat célszerű a tervidőszak elején megtenni, és az ebből származó előny a teljes tervidőszakon keresztül hasznosítható.

Más a helyzet, amikor az r pozitív. Hogy a szerepekre jobban rávilágosítsunk, tételezzük fel, a diszkontráta (tőkeköltség) a minőségtudás horizont végi eladási árával, a P-vel egyetemben, igen magas szám, míg a kereslet nagyon alacsony, az egyszerűség kedvéért, zérus. A $\lambda(0)$, vagyis a dinamikus Lagrange-szorzó időhorizont eleji értéke ekkor P/e^{rT}, mely nyilvánvalóan kisebb érték, mint a periódus végi $\lambda(T)$ érték, ami P. A dinamikus Lagrange-szorzó értéke tehát idő szerint növekvő lesz. Ennek oka a magas tőkeköltség, a tervhorizont végén értékesülő minőségtudást nem a tervidőszak elején kell kifejleszteni, hanem a végén, mert időközben a tudás nem hasznosul eléggé a kereslet alacsony szintje miatt. Ekkor úgy tűnik, minőségtudásunkat nem értékeli a fogyasztó, a tervidőszak elején nem célszerű azt fejleszteni, viszont abban reménykedünk, hogy vállalatunkat jó pénzért el tudjuk adni, de az ezt megalapozó tudást közvetlen előtte kell kifejleszteni, és nem az időszak elején.

2. Tulajdonság. *A minőség folyamatosan nő, és a növekedés dinamikája megegyezik a dinamikus Lagrange-szorzó változásával.*

A (3c)-ben definiált $\frac{\partial H}{\partial x}$ függvény az $x = 0$ pontban biztosan növekszik, azaz $\frac{\partial H}{\partial x} > 0$, ugyanis azt tételeztük fel, hogy $f_x(0) = 0$, és tudjuk, hogy $\lambda a > 0$, hiszen a pozitív input paraméter, λ-ról pedig beláttuk, hogy pozitív. Ezért lesz olyan pozitív x, melyre a (3c) egyenlőség formájában teljesül, azaz a

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -f_x + \lambda a = 0 \tag{10}$$

egyenletnek pozitív x-re lesz megoldása, ami azt jelenti, hogy a stratégiai minőségelemeket folyamatosan fejleszteni kell. Az egyenlet további érdekességeket takar, ugyanis az

$$f_x = \lambda a$$

egyenlőségből az következik, hogy

$$f_{xx}\dot{x} = \dot{\lambda} a \ .$$

Mivel a és f_{xx}pozitív, az $\dot{x}$ előjele megegyezik $\dot{\lambda}$ előjelével, vagyis a minőség fejlesztésének iránya követi a dinamikus Lagrange-változó alakulását. Előző megállapításainkból következően, ezért a stratégiai minőségdimenziók szintje egyrészt folyamatosan növekszik, másrészt ez a növekedési ütem időben biztosan csökkenő intenzitású, amikor a diszkontráta zérus. Amikor a diszkontráta nem zérus, a fejlődés dinamikája lehet akár növekvő, akár csökkenő.

3. Tulajdonság. *Amikor $dD_p/dt = 0$, azaz amikor a kereslet árrugalmassága nem változik az idők során, akkor az ár növekedni fog, amikor a minőség nő.*

Feltételrendszerünkből következően a (3b) feltétel egyenlőség formájában teljesül, azaz

$$D(p,u) + (p - c(z,w))D_p = 0 \ .$$

Mivel e feltétel minden időpontra igaz kell legyen, a bal oldal értéke idő szerint nem változhat, ezért ha vesszük a bal oldal idő szerinti deriváltját, annak is zérusnak kell lennie. Tehát írhatjuk, hogy

$$D_p\dot{p} + D_u\dot{u} + (\dot{p} - c_z\dot{z} - c_w\dot{w})D_p + (p - c(z,w))\dot{D}_p = 0 \,. \tag{11}$$

Ha most a kereslet árrugalmassága időben változatlan, azaz $\dot{D}_p = 0$, akkor a (11) feltétel az alábbira redukálódik:

$$2D_p\dot{p} = -D_u\dot{u} + (c_z\dot{z} + c_w\dot{w})D_p$$

$$2\dot{p} = -D_u\dot{u}/D_p + (c_z\dot{z} + c_w\dot{w}) \,. \tag{12}$$

Tekintettel arra, hogy $D_p < 0$, a (12) egyenlet jobb oldalán levő változók idő szerinti deriváltjainak együtthatói pozitív kifejezések, a minőségszintek változásának iránya az árat ugyanolyan irányban mozgatja. Amikor akár z, illetve w növekszik, azaz $\dot{z}$, illetve $\dot{w}$ pozitív számok, akkor azok pozitív $\dot{p}$ értéket indukálnak, azaz növekvő árat.

4. Tulajdonság. *Amikor a Hamilton-függvény p és w szerinti keresztderiváltja, azaz a $\frac{\partial^2 H}{\partial w \partial p}$ negatív, a növekvő minőség alacsonyabb árral jár, viszont ha a keresleti függvény p és u szerinti keresztderiváltja, azaz a D_{pu} függvény pozitív, akkor a magasabb minőség magasabb árat jelent.*

Térjünk vissza a (11) összefüggéshez, de most azt tételezzük fel, hogy $\dot{D}_p \neq 0$. Azt tételezzük fel tehát, hogy a kereslet árrugalmassága időben változik. Azt írhatjuk, hogy

$$\dot{D}_p = D_{pp}\dot{p} + D_{pu}\dot{u} \,,$$

és ezt felhasználva (11)-ben, azt kapjuk, hogy

$$D_p\dot{p} + D_u\dot{u} + (\dot{p} - c_z\dot{z} - c_w\dot{w})D_p + (p - c(z,w))(D_{pp}\dot{p} + D_{pu}\dot{u}) = 0 \,. \tag{13}$$

Ebből átalakítással nyerjük:

$$2D_p\dot{p} = -D_u\dot{u} + (c_z\dot{z} + c_w\dot{w})D_p - (p - c(z,w))(D_{pp}\dot{p} + D_{pu}\dot{u}) \,,$$

melyből D_p-vel történő osztás és átalakítás után az alábbi összefüggésünk lesz:

$$\dot{p}(2 + D_{pp}(p - c(w,z))/D_p) = -\dot{u}(D_u + (p - c(z,w))D_{pu})/D_p + (c_z\dot{z} + c_w\dot{w}) \,.$$

E kifejezést másként rendezve:

$$\begin{aligned} \dot{p}(2 + D_{pp}(p - c(w,z))/D_p) = \dot{w}(c_w - D_u/D_p + (p - c(w,z))D_{pu}/D_p) + \\ + \dot{z}(c_z - D_u/D_p + (p - c(w,z))D_{pu}/D_p) \,. \end{aligned} \tag{14}$$

Most elsőként azt látjuk be, hogy ezen egyenlet bal oldalán, a zárójelben levő kifejezés pozitív, ugyanis (3b) felhasználásával

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p \partial p} = 2D_p + (p - c(w,z))D_{pp} \,, \tag{15}$$

és e kifejezésnek negatívnak kell lennie, hiszen maximumpont lévén, a $\frac{\partial H}{\partial p}$ kifejezés pozitívból vált negatívba, azaz csökkenőnek kell lennie p-ben. Mivel a keresleti függvény árban csökkenő, vagyis D_p negatív, (15) mindkét oldalát D_p-vel osztva, (14) bal oldali zárójeles része valóban pozitív.

Most tekintsük (3d)-t, és vegyük az ár szerinti deriváltját. Ekkor

$$\frac{\partial^2 H}{\partial w \partial p} = -c_w D_p + D_u + (p - c(z,w))D_{up} \,. \tag{16}$$

A (16) kifejezés mindkét oldalát $-D_p$-vel osztva (mely egy pozitív kifejezés), a (14) kifejezés jobb oldalának első részét látjuk. Ezért, ha a (16) alatti keresztderivált negatív, a minőség növekedése ($\dot{w} > 0$, $\dot{z} > 0$) az ár csökkenését vonja maga után. Ennek oka, hogy

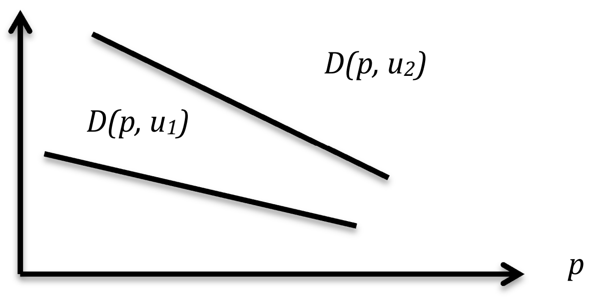
$$\frac{\partial^2 H}{\partial z \partial p} < \frac{\partial^2 H}{\partial w \partial p} \,,$$

ugyanis egyrészt

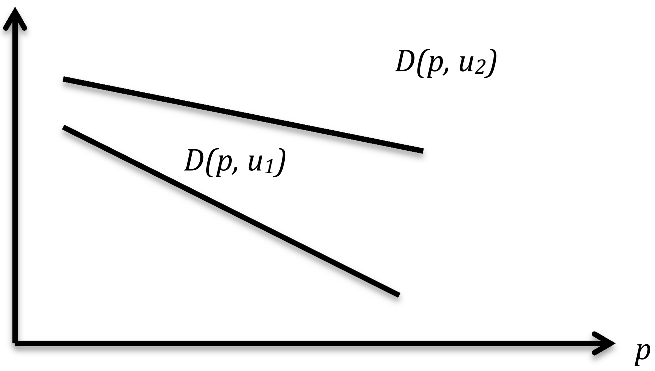
$$\frac{\partial^2 H}{\partial z \partial p} = -c_z D_p + D_u + (p - c(z,w))D_{up} \,,$$

másrészt $c_z < c_w$. Ezért ha $\frac{\partial^2 H}{\partial w \partial p}$ negatív, akkor $\frac{\partial^2 H}{\partial z \partial p}$ is negatív, így ha a minőség növekszik, az ár csökkenni fog.

Ha most megnézzük a (16) alatti keresztderivált szerkezetét, akkor azt látjuk, hogy a három tagból az első kettő biztosan pozitív, hiszen a költségfüggvény növekszik, amikor a minőség nő, a kereslet pedig csökken, amikor az ár nő. Az első tag tehát pozitív. A második tag is, hiszen a kereslet növekszik, amikor a minőség nő. A (16) alatti keresztderivált negativitásának szükséges feltétele tehát, hogy a keresleti függvény D_{up} keresztderiváltja negatív legyen. A *3a. ábra* mutat egy keresleti függvénytípust, mely rendelkezik e tulajdonsággal. A keresleti függvényt két minőségszintre rajzoltuk fel, amikor is $u_2 > u_1$, és mivel a keresleti függvény minőségben növekvő, valamennyi árra a magasabb minőséghez tartozó keresleti függvény az alacsonyabb minőséget jelző keresleti függvény felett fut.



3a. ábra. Két keresleti függvény különböző minőségszintre, amikor $D_{pu} < 0$



3b. ábra. Két keresleti függvény különböző minőségszintre, amikor $D_{pu} > 0$

Verbálisan megfogalmazva azt mondhatjuk, hogy a 3a. ábra olyan keresleti függvényt ábrázol, amikor a magasabb minőség kategóriában a vevők nagyobb mértékben árérzékenyek. Ilyen esetekben az ár csökkentése nagyobb mértékben növeli a keresletet magasabb minőség kategóriában, és így az alacsonyabb ár, magasabb minőség, nagyobb kereslet kombináció több profitot eredményez. Ne felejtsük azonban el, mindez csak szükséges feltétel, vagyis D_{pu} negativitása még nem biztos, hogy a magasabb minőség – alacsonyabb ár kombinációt vonzza maga után.

A másik esetben, amikor $D_{pu} > 0$, (14) jobb oldalán az idő szerinti deriváltakat szorzó kifejezések pozitívak, ezért amikor a minőség növekszik (esetleg $\dot{w} > 0$ és $\dot{z} > 0$), az árak növekedni fognak. A *3b. ábra* mutat ilyen típusú keresleti függvényt.

A 3b. ábra azt fejezi ki, hogy a magasabb minőségi kategóriához tartozó vásárlók árérzékenysége kisebb mértékű, ugyanis magasabb ár bevezetése esetén a kereslet csökkenése kisebb mértékű. Ilyen esetekben a magasabb minőség mindig magasabb árat fog jelenteni.

4 Az autonóm tanulás hatása az árakra

Autonóm tanulásról akkor beszélünk, amikor fejlesztési, beruházási költségek növelése nélkül is csökkennek a termelési költségek (Arrow, 1962). A termelés menedzsmentben e fogalom ismert kategória, melynek alapjai onnan erednek, hogy az idő során, mind a menedzsment, mind pedig a termelésben részt vevő munkás egyre több szervezési, vagy egyszerű termelési fogást ismer meg, melyek csökkentik a termelési költségeket. Mindezt úgy vesszük figyelembe modellünkben, hogy beépítünk egy faktort, mely az idő függvényében csökkenti a fajlagos termelési költségeket. Eredeti, (1a) alatti célfüggvényünk ekkor például az alábbi formát öltheti:

$$\max_{p,x,w} \int_0^T e^{-rt}\Big((p - e^{-kt}c(z,w))D(p,u) - f(x)\Big)\,dt + e^{-rT}Pz(T)\ , \qquad (17)$$

ahol k pozitív értékű diszkont faktor, és mint ez a függvényből látható, a fajlagos termelési költségek időről időre csökkenni fognak. Az optimum meghatározásában ezen új tényező bevezetése nem játszik különösebb szerepet, egyszerűen mindenhol az $e^{-kt}c$ kifejezést kell használni a c helyett. Az optimális megoldás analízise során, amikor a feltételek idő szerinti deriváltját tekintjük, ott viszont más a helyzet. A (3b) feltételnek megfelelő optimalitási feltétel (17) célfüggvény esetében akkor az alábbi formát ölti:

$$\frac{\partial H}{\partial p} = D(p,u) + (p - e^{-kt}c(z,w))D_p = 0 \; , \tag{18a}$$

mely az alábbi formában is felírható:

$$p - e^{-kt}c(z,w) = -\frac{D(p,u)}{D_p} \; . \tag{18b}$$

Tekintsük most (18a) idő szerinti deriváltját, mely (13) módosított formája lesz:

$$D_p\dot{p} + D_u\dot{u} + \big(\dot{p} + ke^{-kt}c(z,w) - e^{-kt}(c_z\dot{z} + c_w\dot{w})\big)D_p +$$
$$+ (p - e^{-kt}c(z,w))(D_{pp}\dot{p} + D_{pu}\dot{u}) = 0 \; ,$$

melyet ha átrendezünk az előzőek mintájára, a (14)-nek megfelelő forma, figyelembe véve a (18b) alatti helyettesíthetőséget is, az alábbira módosul:

$$\dot{p}(2 - DD_{pp}/D_p^2) = \dot{w}(e^{-kt}c_w - D_u/D_p + DD_{pu}/D_p^2) +$$
$$+ \dot{z}(e^{-kt}c_z - D_u/D_p + DD_{pu}/D_p^2) - ke^{-kt}c(z,w) \; . \tag{19}$$

(14) és (19) kifejezések közötti tartalmi különbséget a (19) utolsó tagja adja. E kifejezés minden t-re negatív, vagyis az árak, minden mást változatlannak feltételezve, csökkennek az idő előrehaladtával. Ennek oka az autonóm tanulás, melyből eredő hasznot ezek szerint meg kell osztani a fogyasztókkal.

5 Következtetések

E tanulmány egy olyan vállalkozást modellez, mely termékeinek minőségdimenzióit két halmazba sorolja. A stratégiai dimenziók mindig fejlesztésnek az eredményei, beruházások, tanulás révén növelhető e minőségtudás, míg a nem stratégiai minőségdimenziók egyszerű beszerzési költségeken keresztül. A fajlagos termelési költségek növekednek, amikor a minőség növekszik, viszont nem egyformán, a stratégiai elemek marginális költsége kisebb (másként nincs értelme a problémafelvetésnek). A keresletet két tényező határozza meg, a termék minősége, és ennek ára. A felhalmozott minőségtudás az időhorizont végén eladható egy adott fajlagos áron. E feltételek mellett arra kerestünk választ, hogy a minőség növekedése miként hat az árra.

Ha a feltett kérdésre tömören akarunk válaszolni, azt mondhatnánk, nagyon kevés az olyan esetek száma, amikor a minőség emelkedése nem vonja maga után az árak emelkedését. A közgazdaságtanban eléggé általánosan elfogadott állítás, hogy a magasabb minőséget megfizetni képes fogyasztók kevésbé érzik meg az áremelkedést, vagyis e kategóriában a keresleti függvény árrugalmassága alacsonyabb. Másként fogalmazva, magasabb minőségi kategóriában, ha egységnyi mennyiséggel növeljük az árat, a kereslet kevésbé csökken, mintha ugyanezt tennénk alacsonyabb minőségi kategóriában. Azt bizonyítottuk, hogy ekkor bizonyosan bekövetkezik a magasabb minőség, magasabb ár kombináció.

Mégis, mi az oka annak, hogy az idők folyamán a magasabb minőség egyre több ember számára elérhető? Ebben meghatározó szerepet játszik az autonóm tanulás hatása, melynek szerepéről azt láttuk, hogy az autonóm tanulás az árak csökkenésének irányába hat. Az árak csökkenésének irányába hat a verseny intenzitásának növekedése magas termékminőség kategóriákban is. Az éles verseny következménye, hogy magasabb és magasabb minőségű terméket egyre többen és többen képesek a piacra vinni, ezért a vevők árérzékenysége megváltozik, gyorsan csökken a kereslet az árak növekedésének hatására a szoros verseny miatt. Mindez még csak szükséges feltétel, a csökkenő árak még nem egyenes következményei a keresleti függvény viselkedésének.

A tanulmány fontos pontosításokat fogalmazott meg a dinamikus Lagrange-szorzókkal kapcsolatban is. Noha ezek dinamikájáról már cikkek jelentek meg korábban, az eredményeknél mindig fontos kiinduló pont volt, hogy a probléma megoldásának létezik úgynevezett belső pontja. Modellünkben olyan feltételeket fogalmaztunk meg, melyek mellett a minőség folytonosan nő. Ennek dinamikája viszont változó, néha növekvő, néha csökkenő.

Irodalom

1. Arrow, K. J., 1962, The economic implications of learning by doing, *The Review of Economic Studies*, 29(32), June, 155–173.
2. Chand, S., H. Moskowitz, A. Novak, I. Rekhi and G. Sorger, 1996, Capacity Allocation for Dynamic Process Improvement with Quality and Demand Considerations, *Operations Research*, 44(6), 964–975.
3. Chenavaz, R., 2012, Dynamic pricing, product and process innovation. *European Journal of Operational Research* 222, 553–557.
4. Chenavaz, R., 2016, Better product quality may lead to lower product price. B. E. *Journal of Theoretical Economics*, ISSN (Print) 2194-6124, DOI: 10.1515 /bejte-2015-0062.
5. Crosby, P. B., 1979, *Quality is Free*, McGraw-Hill, NY.
6. Dolan, R. J. and H. Simon, 1996, *Power Pricing*, Free Press, NY.
7. Fine, H. C., 1986, Quality Improvement and Learning in Productive Systems, *Management Science*, 32(10), 1301–1315.
8. Fine, H. C., 1988, A Quality Control Model with Learning Effects, *Operations Research*, 36(3), 437–444.
9. Fine, H. C. and E. L. Porteus, 1989, Dynamic Process Improvement, *Operations Research*, 37(4), 580–591.
10. Garvin, A. D., 1987, Competing on the Eight Dimensions of Quality, *Harvard Business Review*, Nov-Dec, 101–109.
11. Garvin, A. D., 1988, *Managing Quality*, Free Press, NY.

12. Heizer, J. and B. Render, 2014, *Operations Management*, 11th ed., Pearson.
13. Kamien, M. I. and N. L. Schwartz, 1991, *Dynamic Optimization: The Calculation of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, North-Holland.
14. Kánnai Z., Szabó I. és Tallos P., 2014, *Variációszámítás és optimális irányítás*, Typotex, Budapest.
15. Krajewski, L. J., L. P. Ritzman and M. K. Malhotra, 2015, *Operations Management*, 11th ed., Pearson.
16. Li, G. and S. Rajagopalan, 1998, Process Improvement, Quality, and Learning Effects, *Management Science*, 44(11), 1517–1532.
17. Vörös, József, 2006, The Dynamics of Price, Quality, and Productivity Improvement Decisions, *European Journal of Operational Research*, 170, 809–823.
18. Vörös, József, 2013, Multi-period models for analyzing the dynamics of process improvement activities, *European Journal of Operational Research*, 230(3), 615–623.

ON THE RELATIONSHIP OF PRICE AND QUALITY

The paper develops a control theory model to help making simultaneous decision on price, quality and improvement effort levels. Quality is composed off strategic and non-strategic dimensions where the performance of the strategic quality components can be increased by investments into knowledge (such as developing capabilities that can not be copied), while non-strategic components can be acquired at the market place (such as using better materials, adding product features). The paper identifies situations where the performance quality of the product continuously increases, while its dynamics is either increasing or decreasing. Connected to this, in most cases when quality increases, so does price, but there are exemptions. A necessary condition for the occurrence of this case is that the cross derivative of the demand function with respect to price and quality must be negative.