

A KÉSZLETGAZDÁLKODÁSI MODELLEK IRÁNYZATAINAK RENDSZEREZŐ ÁTTEKINTÉSE¹

HAUCK ZSUZSANNA
PTE KTK

Jelen munka célja a készletgazdálkodás alapmodelljeinek, valamint kiterjesztési irányzatainak rendszerező bemutatása. Alapmodellnek tekintjük a kereskedőkre vonatkozó Economic Order Quantity (EOQ), valamint a termelőkre vonatkozó Economic Production Quantity (EPQ) modelleket. A kiterjesztési lehetőségeket tárgyaljuk tartalmuk szerint: nyolc irányzatot sorolunk a külső, további hatot pedig a belső korlátokból adódó kiterjesztésekhez. Külön szakaszban foglalkozunk emellett a különböző módszertani megközelítésekkel. Lehetőségeinkhez mérten összevetjük az elméletet a gyakorlat összefüggéseivel, köztük a Toyota Termelési Rendszerrel.

Kulcsszavak: gazdaságos sorozatnagyság, készletezési költség, sorozatkezdési költség, hátralék

1 Bevezetés

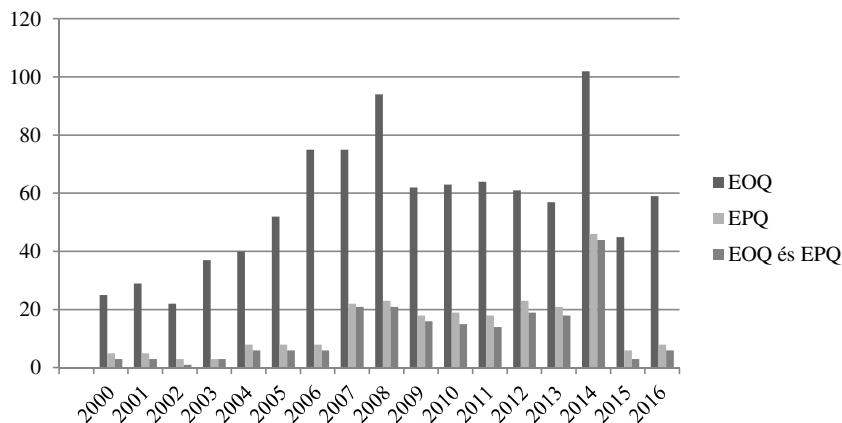
Jelen munkával Komlói Sándort szeretném köszönteni 70. születésnapja alkalmából. Nagy örömmre szolgál, hogy nemcsak hallgatója, de kollégája is lehettem, lehetek Komlói professzornak, akire mind szakmailag, mind emberileg maximálisan felnézek. A tanulmány doktori értekezésem (Hauck, 2015) szakirodalmi áttekintésének átdolgozott, továbbfejlesztett változata, melynek apropóját az adja, hogy az ünnepelt biztatására nyújtottam be disszertációm egy nemzetközi megmérettetésre. Szeretném megmutatni, hogy a látott jó példa alapján nem állok meg a díj elnyerése után, hanem igyekszem ugyanolyan alázattal és elszántsággal folytatni a munkát, ahogy azt tőle is mindig láthatom.

A készletgazdálkodás modellezésének szükségességét mi sem bizonyítja jobban, hogy minden vállalat rendelkezik kisebb-nagyobb mennyiségű készlettel. A készletek képzésének, keletkezésének fő oka, hogy a kereslet és a kínálat időben sok esetben nem egyszerre merülnek fel. A készletek jellemző jelenlétét igazolja továbbá, hogy Heizer et al. (2010) szerint az anyagáramlási időnek csak mintegy öt százalékában történik tényleges megmunkálás, a fennmaradó időben a termékek, félkész termékek, alkatrészek, nyersanyagok készlet formájában várákoznak.

A készletgazdálkodási modellek közös célja, hogy megtalálják az optimumot a túl- és az alulkészletezés kockázataival mellett, azaz a lehető legmagasabb fogyasztó-kiszolgálási szintet érik el a lehető legalacsonyabb költség mellett.

¹Beérkezett: 2017. január 20. E-mail: hauckzs@ktk.pte.hu.

Ennek megfelelően léteznek a profit maximumát kereső modellek, de sokkal jellemzőbb a költségminimum céljának kitűzése. Készletgazdálkodási modelleket az *International Journal of Production Economics* (IJPE) és a *European Journal of Operational Research* (EJOR) című szakfolyóiratok publikálnak a leggyakrabban. Az IJPE több mint 600, az EJOR több mint 500 tanulmányt jegyez a készletgazdálkodásban alapmodellnek számító EOQ (*Economic Order Quantity*, ld. 2.1.) témakörében. Ezek közül 500, illetve 350 feletti számú cikket publikáltak az ezredforduló óta. Az 1. ábra ezek éves szintű megoszlását mutatja, feltüntetve az EPQ (*Economic Production Quantity*, ld. 2.2.) modell előfordulását is. Mivel az EPQ modellből viszonylag könnyen származtatható az EOQ változat, ezért az EPQ-t tartalmazó tanulmányok gyakran hasonlítják össze a két modell eredményét egymással. Az ábrán is jól látszik, hogy kevés az olyan cikk, amely csak önmagában foglalkozik termelő vállalat modelljével, azaz EPQ-val.



1. ábra. EOQ és EPQ modellek előfordulása a 2000-2016 időszak IJPE és EJOR számaiban (2016. december 31-ig)

EOQ/EPQ témában a legtöbb tanulmány a két lapban 2014-ben született, melynek oka, hogy EOQ modell száz éves évfordulója alkalmából az IJPE különszámban való publikálási lehetőséget hirdetett, és ezen tanulmányok 2014-ben jelentek meg. A második legtöbb publikációt 2008-ban könyvelhette el a két folyóirat. Az összesen 96 cikkből 73 csak EOQ, 2 csak EPQ, további 21 pedig EOQ és EPQ modellekkal egyaránt foglalkozott. Ezt követően némi visszaesést mutat a grafikon, ami nagyrészt azzal magyarázható, hogy 2008-tól kezdve egyre több készletgazdálkodási témájú cikket közölnek olyan neves lapok (gyakorisági sorrendben), mint a *Computers & Industrial Engineering*, a *Computers & Operations Research*, az *Applied Mathematical Modelling* vagy az *Omega*.

A következő szakaszokban bemutatjuk a készletgazdálkodás két alapmodelljét, majd tizenhárom, tartalom szerinti kiterjesztési irányzatukat vesszük sorra. A negyedik részben módszertani megközelítésekkel foglalkozunk. Az ezt követő összegzésben röviden kitérünk a továbbfejlesztési lehetőségeire is.

Törekszünk a modellek gyakorlati relevanciájának hangsúlyozására, ennek érdekében az arra alkalmas eseteket összevetjük például a Toyota Termelési Rendszer (TTR) gyakorlatával.

2 A két alapmodell

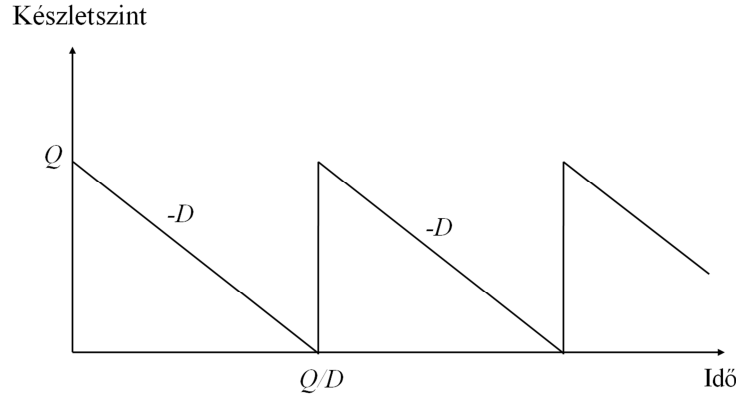
2.1 Az Economic Order Quantity (EOQ) modell

A készletgazdálkodás alapmodellje nemrég ünnepelte századik születésnapját. Harris (1913a és 1913b) alap gondolatának lényege, hogy a sorozatkezdési (rendelési vagy átállási) és készletezési költségek, valamint a kereslet ismeretében határozzuk meg a gazdaságos sorozatnagyságot. Annál több terméket érdemes egyszerre legyártani, illetve rendelni, minél drágább a rendelés, magasabb a kereslet és olcsóbb a készlettartás. A modell optimális készletezési politikát határoz meg, nem veszi figyelembe a gyártáshoz, elosztáshoz, szállításhoz kapcsolódó költségeket, ahogy az árbevételt sem.

Harris (1913a és 1913b) Economic Order Quantity (EOQ) modellje értelmezhető kereskedőkre és termelő cégekre egyaránt. Legegyszerűbb változata a 2. ábra készletalakulási diagramjából indul ki. A gyakran fűrészfoghhoz hasonlított modell készletezési ciklusokra osztja a tervezési időintervallumot. Minden ciklus elején egy Q mennyiségű termékből álló sorozat érkezik a raktárba. Ezek lehetnek késztermékek, félkész termékek, de akár nyersanyagok is. A beérkezett mennyiséget feltételezéseink szerint egyenletes kereslet emészt fel. A következő egy év keresletét D -vel jelölve (a jelölések jegyzékét ld. az 1. táblázatban) egy sorozat Q/D idő alatt fogy el, ennyi tehát egy periódus hossza. A vizsgált időintervallumban (egy év) előforduló ciklusok száma ennek reciproka, vagyis D/Q . Minden készletezési periódus elején s sorozatkezdési költség merül fel, amely kereskedő esetén a rendelésseladás, gyártó esetén az átállás költsége. Ez a költség fix, és független a sorozatnagyságtól. Az alapmodellben feltételezzük, hogy az átfutási idő nulla, tehát amikor elfogy a raktárkészlet, úgy azonnal be tud érkezni egy új sorozat. Erre azért is szükség van, mert hiány nem megengedett.

Jelölés	Jelentése
D	napi kereslet (db/nap)
m	termelési ráta (db/nap)
s	sorozatkezdési költség (ciklusonként merül fel)
h	egy termék készleten tartásának napi költsége
b	termékenkénti napi hátralékköltség
Q	sorozatnagyság (db), döntési változó

1. táblázat. A tanulmányban alkalmazott jelölések jegyzéke

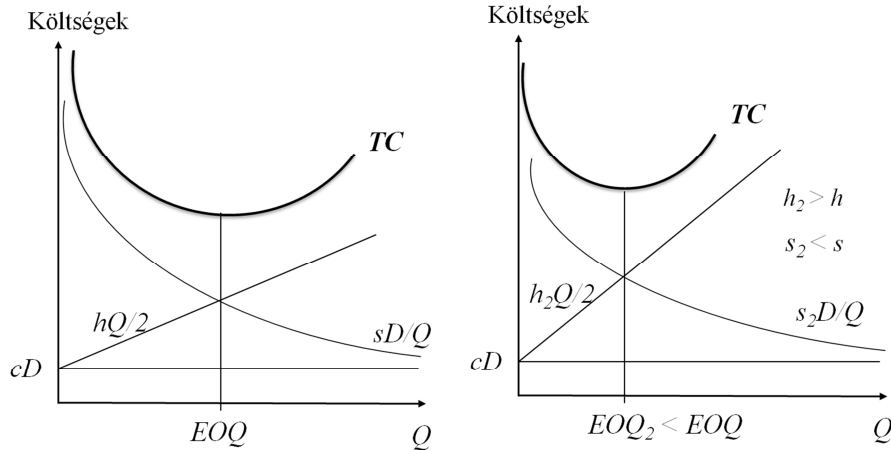


2. ábra. Az EOQ alapmodell készletalakulási diagramja
 Forrás: Harris (1913a, 1913b) alapján saját szerkesztés

A fentiek alapján egy év alatt sD/Q sorozatkezdési költség merül fel, melyhez hozzáadódnak még a készlettartási és a termékkel kapcsolatos költségek. A fajlagos készlettartási költség (h) állandó, és mivel a kereslet is állandó, eloszlása pedig egyenletes, ezért $Q/2$ átlagos készlet szint után merül fel. Gyártás esetén a c előállítási költség a keresletnek megfelelő mennyiségben merül fel, amely kereskedő esetén a beszerzési árat jelenti. Az összköltség függvény tehát:

$$TC^{EOQ}(Q) = sD/Q + hQ/2 + cD . \quad (1)$$

Mivel a döntéshozó számára adott a kereslet, valamint a sorozatkezdési, a fajlagos készlettartási és a termékkel kapcsolatos költségek, ezért a sorozatnagyság az egyetlen döntési változó. A cél az összköltség minimalizálása, melyhez a gazdaságos sorozatnagyságot a $Q = \sqrt{2sD/h}$ Wilson-formulával (Wilson, 1934) határozhatjuk meg. Erre a formulára lesz ugyanis nulla az első derivált, a második derivált pedig pozitív. Az összköltség függvény szerkezetét a 3. ábra bal oldala mutatja be.



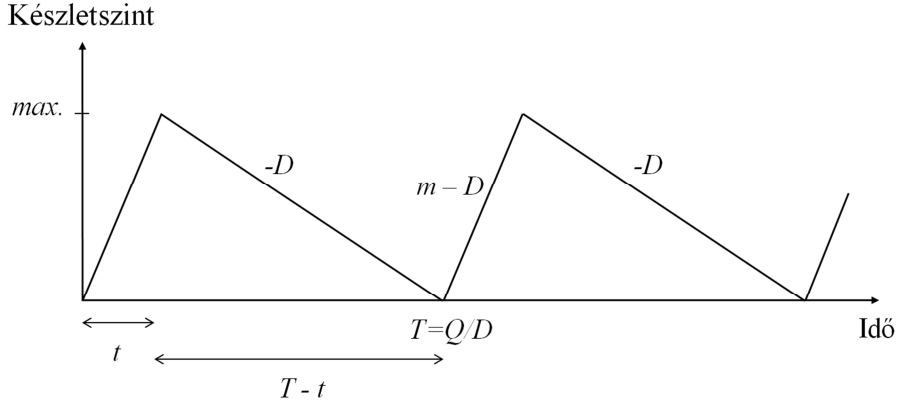
3. ábra. Az összköltség függvény szerkezetének szerepe a sorozatnagyság változtatásában

A 3. ábra jobb oldala azt mutatja meg, hogyan lehet alacsonyabb gazdaságos sorozatnagyságot elérni. Erre azért keressük a választ, mert a kiváló minőség előállításáról is híres Toyota Termelési Rendszerben (TTR) a kívánatos sorozatnagyság egységnyi. A Wilson-formula alapján egyik megoldás lehetne a kereslet csökkentése, ez azonban nyilván nem célja a vállalatnak. A heijunka elv alkalmazásának (a termelősor kiegyensúlyozása) köszönhetően JIT rendszerekben a keresletet konstansnak tekinthetjük, mivel a szerződéseket bizonyos időszakra előre kötik.

A sorozatkezdési költség csökkentése azonban célja a vállalatnak, és ebben a Toyota rendkívüli eredményeket ér el. A folyamatos fejlesztésnek köszönhetően ugyanis órákról másodpercekre tudja csökkenteni az átállási időket. Hasonlóan sikeres ebben szolgáltatások terén a Southwest Airlines, hiszen akár negyed óra elég a dolgozóinak arra, hogy fogadjanak egy gépet, és teljes mértékben felkészítsék azt a következő felszállásra (ld. Oliva és Gittel, 2007). Ezzel radikálisan csökkenthető s , aminek köszönhetően a sorozatkezdési költségeket mutató görbe az origóhoz közelebb tolódik (ld. 3. ábra), így korábban metszi a készletezési költség egyenesét, vagyis csökken a gazdaságos sorozatnagyság. A Wilson-formula nevezőjében álló h fajlagos készlettartási költséget emellett a Toyota magasabbnak tekinti, mint a vállalkozások általában. A TTR filozófia szerint ugyanis a készletek eltakarják a hibákat, problémákat. A készlettartási költségek lineáris egyenese ennek megfelelően sokkal meredekebb a 3. ábra jobb oldalán, tovább csökkentve ezzel a gazdaságos sorozatnagyságot. Amennyiben a fajlagos készlettartási költséget és a keresletet adottságnak tekintjük, úgy az egységnyi sorozatnagyságot úgy tudja elérni a vállalat, ha a sorozatkezdési költséget $s = h/2D$ mértékűre tudja leszorítani. Ennek a gyakorlati megvalósíthatósága meglehetősen korlátozott, mégis kevés olyan tanulmány született, amely kísérletet tett volna a TTR-ben alkalmazandó gazdaságos sorozatnagyság meghatározására. Vörös és Rappai (2016) publikációja új irányzatot indíthat el a témakörben. A szerzőpáros által felvetett probléma azért is érdekes, mert bár a kereslet konstans, az ellátás sztochasztikus természetű ebben a termelési rendszerben.

2.2 Az Economic Production Quantity (EPQ) modell

A fenti EOQ problémát gondolta tovább Taft (1918a és 1918b), feltételezve, hogy a termékek nem a készletezési periódus elején, egyszerre, hanem folyamatosan érkeznek a raktárba. Ezt értelmezhetjük úgy is, hogy a termelési ráta véges. A modell neve Economic Production Quantity-re változott, mivel leginkább termelő cégekre értelmezhető. A kereslet itt is állandó és egyenletes, hiány továbbra sem megengedett. A termelési rátát m -mel jelöljük, melynek meg kell haladnia a D keresletet, így időegységenként $(m - D)$ termék érkezik a raktárba. Amikor a termelés leáll, a készletszint eléri a maximumát. A termelés akkor indul be újra, amikor a kereslet teljesen felemészti ezt a készletszintet (ld. 4. ábra).



4. ábra. Az EPQ alapmodell készletalakulási diagramja. Forrás: Taft (1918a, 1918b) alapján saját szerkesztés

Az EOQ modellhez hasonlóan D/Q periódus van egy évben, így a termék előállításának költsége mellett a teljes sorozatkezdési költség is változatlan az EPQ modellben. A különbség a készleten tartott mennyiségben van, így a készletezés fajlagos költségét most nem a sorozatnagyság, hanem a maximális készlet szint fele után számolják fel, ennyi ugyanis az átlagosan készletezett mennyiség. A maximális készlet szint meghatározásához arányba kell állítanunk egymással a cikluson belül azt a szakaszt, amikor történik termelés, illetve amikor a termelés szünetel. A 4. ábra jelöléseit alkalmazva t ideig termel a vállalat. Mivel a készletalakulás pozitív meredekségének mértéke $(m - D)$, ezért t idő elteltével $t(m - D)$ lesz a készlet szint, ami a maximum, hiszen ettől kezdve a ciklus végéig a készlet elfogyasztása történik. A következő $(T - t)$ ideig a készlet szint D meredekséggel csökken nulláig, vagyis az így elfogyasztott mennyiség $(T - t)D$, melynek meg kell egyeznie a $t(m - D)$ maximális készlet szinttel. Egyenlővé téve a két kifejezést, valamint felhasználva, hogy $T = Q/D$, azt kapjuk, hogy $t = Q/m$ idő alatt készül el egy sorozat, és mivel addig $(m - D)$ meredekséggel kerültek a termékek a raktárba, ezért a maximális készlet szint $(m - D)Q/m$.

Az összköltség függvény tehát:

$$TC^{EPQ}(Q) = sD/Q + h(m - D)Q/2m + cD, \quad (2)$$

amely a $Q^{EPQ} = \sqrt{2sD/h} \sqrt{m/(m - D)}$ sorozatnagyság mellett veszi fel minimumát. A Wilson-formulát a $\sqrt{m/(m - D)}$ módosító faktor növeli, mivel az nagyobb egynél. A gazdaságos sorozatnagyság annál közelebb kerül az EOQ modell eredményéhez, minél magasabb a termelési ráta. A módosító faktor úgy tudja elérni az elméleti egyes szintet, ha a termelési ráta végtelen.

Az EPQ modellben már sokkal realisabbak az esélyek a TTR által előírt egységnyi optimális sorozatnagyság elérésére, ugyanis a termelési ráta célszerű változtatása kézenfekvő döntési lehetőség a vállalat eszköztárában. A kereslet, a sorozatkezdési költség, valamint a fajlagos készlet tartási költség ismeretében $m = Dh/(h - 2sD)$ termelési ráta mellett lesz Q^{EPQ} egységnyi.

Megjegyezzük, hogy az EOQ és EPQ modellekben előforduló költségelemek mérése a gyakorlatban jelentős kihívás elé állítja a vállalatot. A fajlagos készlettartási költségek kiszámítására is léteznek különböző eredményt adó módszerek, de sokkal problémásabb a sorozatkezdési (rendelési) költségek kalkulálása.

3 Kiterjesztési irányzatok tartalom szerint

A két bemutatott készletgazdálkodási alapmodellnek számos kiterjesztési irányt jegyzi a szakirodalom. Az ezeket elindító alapgondolatok épülhetnek a korábbi modellekben konkrétan megfogalmazott vagy kimondatlan feltevésekre. Andriolo et al. (2014) a modellek fejlődésének tizenöt mérföldkövét definiálta, melyeket a 2. táblázat időrendben listáz. A két alapmodell publikálását követően az első komolyabb áttörést Wagner és Whitin (1958) dinamikus készletgazdálkodási modellje hozta. Az optimalizálás célja itt is a sorozatkezdési és készlettartási költségek minimalizálása volt, de a termék *kereslete* nem konstans, hanem *időben változó*. A készletezési politika kialakítása tehát keresleti előrejelzésre alapszik.

A szakirodalmi újdonság tartalma	Első publikáció megjelenése	Általános érvényű, szemléletbeli jelentősége a készletgazdálkodásban
EOQ alapmodell	1913	A készletgazdálkodás egyszerű matematikai modellezése
EPQ modell	1918	
Időben változó kereslet	1958	Piaci változások és dinamika
Romlandó termékek	1963	
Mennyiségi kedvezmény	1963	
Infláció	1975	
Változó átfutási idő	1979	A termelésre vonatkozó korlátok, változók
Kereskedelmi hitel	1985	
Folyamatingadozás	1986	
Hiány és hátralék	1987*	
Javítás és újrahasznosítás	1996	
Korlátozott szállítói kapacitás	1999	A beszerzésre vonatkozó korlátok, változók
Hibás termékek	2000	
Környezeti fenntarthatóság	2011	Fenntarthatóság
Társadalmi fenntarthatóság	2012	

* Pentico és Drake (2011) alapján 1967

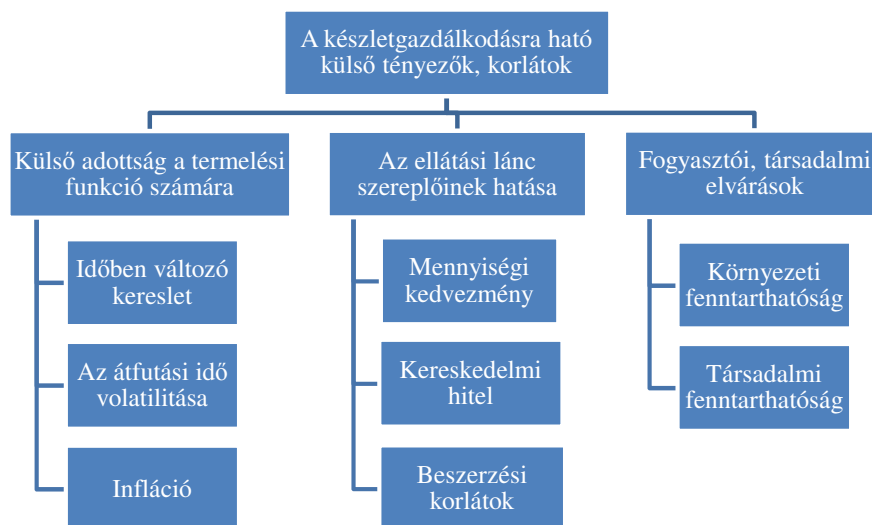
2. táblázat. A készletgazdálkodási modellek fejlődési íve. *Forrás:* Andriolo et al. (2014) alapján saját szerkesztés

Az eredeti EOQ modellhez képest az EPQ tulajdonképpen már utal rá, hogy a termékek nem a sorozatkezdés pillanatában készülnek el. Az *átfutási időt* az elsők között vette figyelembe Hadley és Whitin (1963), Gross és Soriano (1969), valamint Vinson (1972). Ezeknek és a hasonló modelleknek közös alapja, hogy az egyes sorozatok bizonyos leszállítási idő után, nem pedig az igény jelzésének pillanatában érkeznek meg a raktárba, legyen szó akár termelő, akár kereskedő vállalatról. A leszállítási idő mértékének ismeretében meghatározzák, mikor kell rendelést feladni ahhoz, hogy a sorozat

akkor érkezzen be, amikor éppen lenullázódik a készlet szint. A rendelési pont annál a készlet szintnél van, amennyi éppen a leszállítási időre eső kereslet mértéke.

A modellek nagy része általában nem áll meg ennél az újításnál, hanem a magyar modellek (Ziermann, 1964 és Prékopa, 1965) megfelelően számolnak mind az átfutási idő (elsőként Liberatore, 1979), mind a kereslet várható értékével és szórásával. A leszállítási időre eső kereslethez képest ezért biztonsági készletet adnak, és ezen összegnek megfelelő készlet szinten állapítják meg a rendelési pontot. Biztonsági készlet képzésével a vállalat a fogyasztó-kiszolgálási szintet tudja növelni, csökkentve ezzel a készlethiány előfordulásának valószínűségét.

A kereslet, valamint az átfutási idő ingadozásaira a készletgazdálkodási politikát kialakító termelési funkciónak nincsen közvetlenül befolyása. A keresletre leginkább a marketing funkció tud hatással lenni. Az átfutási időt a vállalat alkuereje, saját előállítás esetén innovációs képessége csökkentheti, bizonyos mértékű volatilitás jelenléte azonban természetes. Ezek mellett egyértelműen adottság a vállalat számára az *infláció* mértéke (ld. 5. ábra). Az árszínvonal általános növekedése, így a vásárlóerő csökkenése nem maradhat ki a vállalatok ár- és költségkalkulációjából, ennek megfelelően jelentős hatással van a készletgazdálkodásra is. Elsőként Buzacott (1975) vizsgálta meg, hogy különböző árazási módszerek mellett hogyan befolyásolja a pénz értékének időbeli romlása a készletezési politikát.



5. ábra. A készletgazdálkodásra ható külső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok

Az 5. ábra a modellek kiterjesztési irányzatainak azon részét rendszerezi, melyek alap gondolata külső tényezők, korlátok megfigyeléséből ered. A kereslet és az átfutási idő volatilitása, valamint az infláció külső adottságnak tekinthető. Ugyancsak a vállalaton kívülről erednek az ellátási lánc szereplőinek hatásai, melyek előfordulását további három fő csoportba soroltuk,

ezek a mennyiségi kedvezmény, a kereskedelmi hitel, valamint a korlátozott szállítói kapacitás jelenségét figyelembe vevő modellek.

Az alapmodellekben feltételeztük, hogy a vállalat rögzített beszerzési áron jut hozzá készleteihez. Eladásösztönzés céljából az ellátási lánc szereplői gyakran ajánlanak fel *mennyiségi kedvezményt*, ami azt jelenti, hogy a sorozatnagyság (Q) növelésével a termék ára, vagyis az (1), ill. (2) egyenletek c paramétere csökkenhet. Ez a kedvezmény különböző mennyiségi intervallumokra értendő. Mivel a fajlagos készletezési költségeket általában az áru önköltségének százalékában szokták meghatározni, ezért a c paraméter csökkenése h paraméter csökkenését is maga után vonja. Az EOQ alapmodell összköltség függvénye a következőképpen módosul tehát:

$$TC_d^{EOQ}(Q) = sD/Q + h_iQ/2 + c_iD . \quad (3)$$

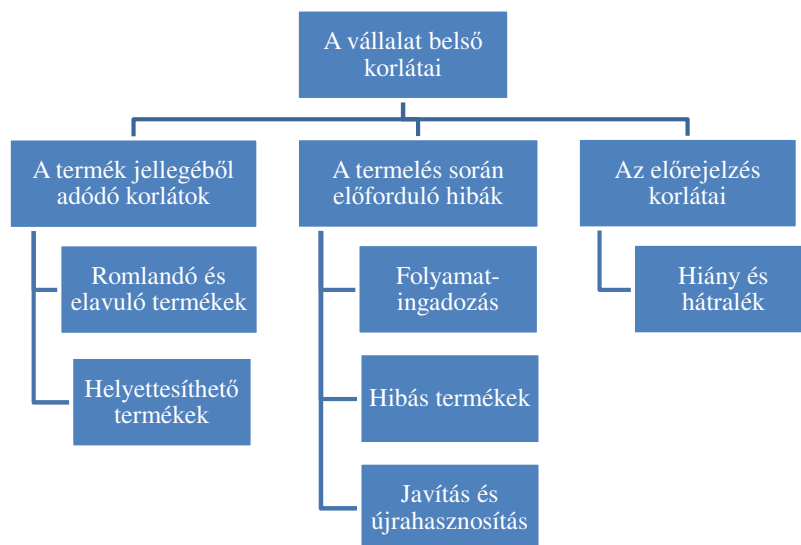
A minimális összköltség kiszámításának módját kutatva Hadley és Whitin (1963) arra a megállapításra jutottak, hogy a gazdaságos sorozatnagyság megszokott módon történő kiszámítását követően az annál magasabb mennyiségekre vonatkozó ártörési pontok összköltségét kell összevetni az addig kapott összköltségekkel. Ennek az az oka, hogy a magasabb mennyiségi intervallumba lépve Q növekedése miatt a sorozatkezdés, c_i csökkenése miatt pedig a termékhez jutás költségei csökkennek, melyhez a $h_iQ/2$ készletezési költséget hozzáadva nem egyértelmű az összköltség változásának iránya. A h_iQ szorzat tagjai ugyanis eltérő irányban mozognak.

Benton és Park (1996) irodalomrendszerező tanulmányukban két fő csoportra osztják az árdiszkontálást megengedő modelleket attól függően, hogy a kereslet függ-e az időtől vagy sem. Mindkét csoporton belül két alcsoportot különböztetnek meg, mivel a mennyiségi kedvezmény vonatkozhat a teljes sorozatra (pl. San-José és Garcia-Laguna, 2009; Taleizadeh és Pentico, 2014) vagy csak az ártörési mennyiségen felüli készletre (pl. Rubin és Benton, 2003). Az így kapott négy alcsoportban újabb két-két kategóriát határoznak meg aszerint, hogy csak a beszerző vagy a beszerző és a beszállító szempontjait együtt veszi-e figyelembe a modell. Megjegyezzük, hogy léteznek a két lehetőséget összehasonlító modellek is (pl. Archetti et al., 2014); a kedvezmény pedig vonatkozhat a szállítási költségekre (Ertogral et al., 2007), és előfordulhat időszakos formában is (pl. Sari et al., 2012).

A készletgazdálkodási modelleket rendszerező munkájában Glock et al. (2014) definiálja a modellek egy olyan csoportját, amelyek figyelembe vesznek vállalatok közötti ösztönzési módszereket. A mennyiségi kedvezmény mellett a *kereskedelmi hitel* nyújtását sorolják ebbe a kategóriába. A Goyaltól (1985) származó alapgondolat lényege, hogy a beszállító lehetővé teszi a vevő számára, hogy ne a teljesítés pillanatában, hanem bizonyos későbbi időpontban egyenlítse ki a számlát. A felajánlott kereskedelmi hitel kamatmentes vagy rendkívül kedvező kamatozású. A vevő egyrészt befektetheti a hitel mennyiségét a fizetési határidőig, másrészt alacsonyabb készletezési költségekkel számolhat, mivel a kereskedelmi hitel csökkenti a készletekbe fektetett tőke átlagos mennyiségét.

A beszerzésre vonatkozó korlátok és bizonytalanság Hariga és Haouari (1999) óta vannak jelen a készletgazdálkodás szakirodalmában. Ezek a modellek nem az ellátási lánc szereplőinek ösztönzési módszereiből indulnak ki, hiszen a beszállítóknak jellemzően érdeke a kereslet kielégítése. A beszállítók kapacitását azonban befolyásolhatják véletlen tényezők, melyek sztochasztikus modellek felírását követelik meg. A beszállítókkal kapcsolatos kockázatokkal foglalkozó modellekben jellemzően nagy szerepet kap az átfutási idő (pl. Louly és Dolgui, 2009; Noblesse et al., 2014).

A vállalati működést, azon belül a készletgazdálkodást is befolyásolják olyan aktuális fogyasztói és társadalmi elvárások, melyek figyelmen kívül hagyása a versenyben történő lemaradást eredményezik. A vállalatok társadalmi felelősségvállalása (corporate social responsibility, CSR) napjaink kiemelt jelentőségű kérdése, amely a marketing funkcion keresztül a termelésre is hatással van. Ennek megfelelően a készletgazdálkodási modellekben egyre gyakrabban jelennek meg *környezeti és társadalmi fenntarthatósági* célok. A fenntarthatóság problémaköre Bonney és Jaber (2011) óta terjedt el a készletgazdálkodás irodalmában. Ők vettek először figyelembe olyan környezeti kérdéseket, mint a károsanyag-kibocsátás, a csomagolás, a létesítmények elhelyezkedése vagy a hulladék. Ez logisztikai szempontból újdonságnak számít, ugyanakkor ahogy Andriolo et al. (2014) utal rá, környezeti kérdések már jóval korábban megjelentek Richter (1997), valamint Richter és Dobos (1999) munkáiban, akik bevezették az újrahasznosítás, valamint a javítás lehetőségét a modellekbe. Utóbbi két lehetőséggel a vállalatok belső korlátaiból kiinduló csoportosításban foglalkozunk, mivel a hibás termékek javítását inkább költségcsökkentő, mint CSR célnak tekintjük.



6. ábra. A készletgazdálkodásra ható belső tényezőkből, korlátokból kiinduló kiterjesztési irányzatok

A legújabb modellekben megjelenő *társadalmi fenntarthatóság* azt jelenti, hogy a vállalat célja az emberek életminőségének emelése és fenntartása, minden érintett mentális és fizikai egészségének védelme, valamint a méltányosság. Ennek megfelelően Bouchery et al. (2012) modellje tartalmaz olyan paramétereket, mint a készletgazdálkodásból (sorozatkezdés és készlettartás) következő társadalmi terhek, illetve az ezen a területen dolgozók munkakörülményei.

A készletgazdálkodási modellek belső vállalati korlátokból kiinduló ágát foglalja rendszerbe a 6. ábra. A kiterjesztési irányzatokat aszerint csoportosítottuk, hogy a termék, a termelés vagy a tervezés sajátosságai követelik-e meg az adott probléma speciális megközelítését. Mindhárom esetben cél a készletezéssel kapcsolatos költségek minimalizálása, de további versenyprioritási tényezők is jelentős szerepet kapnak a modellekben. A termék jellege leginkább az időzítés, a termelési hibák a minőség, míg az előrejelzési korlátok a megbízhatóság szempontjából fontosak.

A termékek jellegét tekintve a fentiekben tárgyalt készletgazdálkodási modellek feltételezik, hogy minden készlet végtelen időhorizonton tárolható. Felmerülhet azonban a készlet *elavulásának* kockázata (pl. Jaarsveld és Dekker, 2011), illetve lehetnek a termékek *romlandók* is (pl. Thangam, 2012). Az irányzatot Ghare és Schrader (1963) indította el, akik megfigyelték, hogy bizonyos árucikkek romlása jól becsülhető az időnek egy negatív exponenciális függvényével. Ennek megfelelően konstans elavulási rátát alkalmaztak a jelenség vizsgálatára. Covert és Philip (1973) szerint azonban ez a ráta az időben változhat. Az irányzatról irodalmi áttekintést publikált Bakker et al. (2012), melyet Janssen et al. (2016) a legfrissebb tanulmányokkal aktualizált. Megjegyezzük, hogy problémás tárolhatósága miatt az energia mint termék is jelentősen csökkentheti a vállalatok mozgásterét. A 2015-ben indult *Journal of Energy Storage* a közelmúltban közölt olyan tanulmányt (Schneider et al. (2016)), amely készletgazdálkodási modellt tartalmaz, s talán egy új interdiszciplináris irányzatot indít el.

A *termékek helyettesíthetősége* lehet korlát, de lehetőség is a vállalatok számára. Shin et al. (2015) rendszerezi a vonatkozó készletgazdálkodási és árazási modelleket, melyekben vagy a beszállító vagy a fogyasztó dönthet a helyettesítés mellett. Az is előfordulhat, hogy valamelyik termék helyettesítője a másiknak, viszont ez a másik irányban már nem igaz.

Eladhatatlanná nemcsak az előállítást követően válhatnak a termékek, hanem a termelési folyamat közben is előfordulhatnak hibák. A *termelési folyamat* bizonyos mértékű *ingadozása* természetes jelenség. A folyamat-ellenőrzés statisztikai módszereinek segítségével megállapíthatjuk, hogy a termelési rendszer kontroll alatt van-e vagy sem. Mivel a folyamat során felmerülő hibákat nem ismeri előre a vállalat, ezért a jelenséget modellező tanulmányok Porteus (1986) óta a hibák előfordulásának bizonyos valószínűségét feltételezik. Rosenblatt és Lee (1986) a probléma kapcsán arra a következtetésre jutott, hogy selejtes termékek előfordulása esetén kisebb sorozatokban célszerű gyártani. Lee és Rosenblatt (1987) vették figyelembe először, hogy a vállalatoknak lehetősége van a termelési folyamat ellenőrzésére a hibák mielőbbi kiszűrése érdekében. Vörös (1999) a Toyota Termelési Rendszerből ki-

indulva feltételezte, hogy a termelési rátát csökkenthetik a folyamat minőségi problémái. Ha ugyanis minőségi hibát találnak a dolgozók, akkor megállíthatják a termelőszalagot. Hiány keletkezését nem megengedő EPQ modelljében arra a következtetésre jutott, hogy a folyamat minőségének romlása növeli a gazdaságos sorozatnagyságot és csökkenti az átállás és készlettartás éves költségeit. Növeli ugyanakkor a javítás költségeit, így meghatározható az optimális folyamatminőség szintje.

Mivel selejt termékek az előállítási, a szállítási vagy a készletezési folyamat során keletkeznek, ezért ebből a folyamatingadozást figyelembe vevő irányzatból indult ki a késztermékek minőségét, illetve annak ellenőrzését figyelembe vevő irányzat, melynek elindítása Salameh és Jaber (2000) nevéhez fűződik. A *hibás termékek* kiszűrésére tett erőfeszítéseket feltételező modellek első példájában az átvizsgálási periódus végén a selejtes termékek egyszerre távoznak a raktárból, alacsonyabb áron értékesítik őket. A Salameh-Jaber modellben a kereslet kielégítése a minőség-ellenőrzési folyamattal párhuzamosan történik, minden időpillanatban rendelkezésre áll a kereslet kielégítését szolgáló mennyiségű, bevizsgált, jó minőségű termék. Nem keletkezik tehát hiány. Papachristos és Konstantaras (2006) azonban rámutatnak, hogy mivel a selejtarány véletlen változó, ezért ez a feltétel nem elégséges a nem tervezett hiány elkerüléséhez.

Salameh és Jaber (2000) az EOQ alapmodell logikájának megfelelően úgy határozta meg a sorozatnagyságot, hogy a készlettartási és sorozatkezdési költségek összegének minimumát kereste a tervezési időhorizonton. Mivel a selejtarány valószínűségi változó, és befolyásolja a költségeket, ezért a szélsőérték kiszámításához az összköltség várható értékét használja fel a szerzőpáros. Maddah és Jaber (2008) modelljében emellett a készletezési ciklusok hossza helyett is annak várható értéke szerepel. Ha alacsonyabb a jó minőségű termékek aránya egy sorozatban, akkor azt hamarabb emészti fel a kereslet, így a ciklus előbb ér véget, és fordítva. Megállapításaik szerint a gazdaságos sorozatnagyságot növeli a selejtarány ingadozása.

Salameh és Jaber (2000) megközelítése szerint a rendszer az első periódusban felveszi a selejtarány valószínűségi változó aktuális értékének megfelelő szintet, és ettől kezdve minden egyes ciklusban ugyanígy viselkedik. Maddah és Jaber (2008) azonban megengedi, hogy minden új ciklus elején új értéket vegyen fel a valószínűségi változó. Vörös (2013) ezt a két megközelítést összefüggő (connected), valamint egymástól független ciklusoknak (independent cycles) nevezi. Megállapításai szerint a két megközelítés meglehetősen különböző eredményekhez vezethet, egymásnak akár végtelenszeresei is lehetnek a gazdaságos sorozatnagyságok.

Hiány akkor keletkezik, ha adott időegység alatt magasabb a kereslet, mint a jó minőségű kínálat, és a vállalatnak nem állnak rendelkezésére biztonsági készletek. Vörös (2013) modelljében a hiány nem tervezett, hanem véletlenszerűen fordul elő. Mégpedig a keresletet konstansnak tekintve olyankor, amikor selejtarány a vártnál magasabb. Khan et al. (2010) tanulmányában nem a véletlen, hanem a lassú minőség-ellenőrzés miatt áll elő hasonló helyzet. Az átvizsgálás sebessége tanulási (felejtési) görbe szerint változhat. Em-

pirikus adatokból kiindulva Jaber et al. (2008) szerint a beszállított termékek selejtaránya jellemzően egy bizonyos tanulási görbének megfelelően csökken. Ez a megállapítás alapfeltevéssé vált további modellekben. A tanulási görbe Khan et al. (2014) egy későbbi munkájában is megjelenik, mégpedig a termelési rátára vonatkozóan. A szerzők a teljes ellátási láncra értendő optimális sorozatnagyságot kívánják meghatározni, figyelembe véve, hogy hibák az átvizsgálás során is előfordulhatnak. A teljes ellátási láncra vonatkozó optimalizálás Khan et al. (2011) rendszerező munkája szerint a Salameh-Jaber modell kiterjesztéseinek egyik fő iránya. Külön fejezetet szentel a hibás termékeknek, a minőség kérdésének, a hiány előfordulásának, valamint a fuzzy logikát alkalmazó írásoknak.

Az EOQ/EPQ modellek általában a készletezéssel kapcsolatos összköltség vagy annak várható értékének minimumát keresik. Jaber et al. (2013) modellje azonban profitmaximumot keres, mivel a kereslet nem konstans, és két magyarázó változója a minőség és az ár. A minőség-ellenőrzési irányzatban is találunk példát mennyiségi kedvezményekre, ilyen Hsu és Yu (2009) munkája. A hiányt megengedő tanulmányok közül Wee et al. (2007) a hiány pótlását hibátlannak feltételezi, Eroglu és Ozdemir (2007) azonban azzal is számol, hogy a pótlás során is előfordulhatnak minőségi problémák. Az eddig említett tanulmányokban a megtermelt vagy megvásárolt kötegeket a vállalatok nem küldték vissza beszállítóiknak. Skouri et al. (2014) modelljében ez azonban lehetséges, ha a teljes sorozat hibás.

A szakirodalomban fellelhető modellek jellemzően a gazdaságos sorozatnagyság meghatározásával próbálják minimalizálni a készletezéssel kapcsolatos összköltséget. Hauck (2014a) azonban olyan modellt ír fel, melyben minderre a vállalatnak az átvizsgálási sebesség változtatásának eszköze is rendelkezésére áll. Hauck és Vörös (2015) tanulmányában ugyancsak döntési változó az átvizsgálási sebesség. A selejtarány valószínűségi változó, és Vörös (2013) alapján külön vizsgálják azt a két esetet, amikor a selejtarány ciklusról ciklusra változhat, illetve ugyanannyi marad, mint ahogy az az első periódusban kialakult. A modell EPQ változata a jelen folyóiratban publikált Hauck (2014).

A minőség-ellenőrzést is folyamatnak tekintve, hibák az átvizsgálás során is előfordulhatnak. Az első- és másodfajú hiba elsőként Yoo et al. (2009) modelljében jelenik meg. A másodfajú hibából következően a fogyasztók hozzájuthatnak hibás termékhez, melyet visszajuttatnak a vállalathoz.

Chan et al. (2003) a hibás termékek kezelésének három kategóriáját különbözteti meg. Ezek a leselejtezés, az alacsonyabb áron történő eladás, valamint a *javítás*. Utóbbi alatt érthetünk egyszerű javítást (repair) vagy újrafeldolgozást (remanufacturing), melynek során a termék minőségét olyan szintre javítják fel, mintha eredetileg is tökéletesen sikerült volna a gyártás. Külön irányzatként kezeljük, és ide soroljuk az *újrahasznosítás* lehetőségét figyelembe vevő modelleket is, melyekben a vállalat számít arra, hogy a fogyasztók által használatba vett termékek visszakérülnek a vállalathoz, majd transzformáció után ismét a fogyasztókhöz jutnak. A témában elsőként Richter (1996) foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy konténerek mint termékek milyen

arányát érdemes megjavítani, illetve hogy mekkora az előállítás és a javítás gazdaságos sorozatnagysága. Mivel egy idő után nem lehet újrahasznosítani a terméket, ezért a szerző az optimális hulladékkezelési rátát is meghatározta.

A modellt továbbfejlesztve Dobos és Richter (2003) arra a kérdésre keresték a választ, hogy miként célszerű a termelés és a javítás között elosztani az erőforrásokat. Megállapításaik szerint a tiszta stratégiák alkalmazása (az összes termék javítása vagy az összes termék javítás nélküli termelése) vezet a kapcsolódó költségek minimumához. Ugyanerre az eredményre jutottak abban az esetben is, amikor a hulladékkezelési ráta is döntési változó volt. Megjegyzik továbbá, hogy a tiszta stratégia alkalmazásának vannak technológiai korlátai, és arra sem lehet számítani, hogy minden egyes terméket visszahoznak újrahasznosításra a fogyasztók. A témában magyar nyelvű publikáció is született (Richter és Dobos, 2003). A szerzők szerint a tiszta stratégia domináns voltának a gyakorlatban az lehet a következménye, hogy a költségek megfelelő változtatása az egyébként gazdasági elven működő vállalatokat környezettudatosabb gazdálkodásra ösztönzi.

Az említett fordított logisztikai modellt általánosabb formában tárgyalja és oldja meg Dobos és Richter (2004). Megerősítik korábbi problémafelvetésüket, miszerint a tiszta stratégiák nem megvalósíthatóak, a termékek egy része nem kerül vissza a vállalathoz, némelyikük pedig nem használható fel újra. A probléma modellezéséhez a visszavásárlási ráta egynél kisebb felső korlátját javasolják bevezetni. Ennek következtében kevert stratégia lesz optimális, ahogy azt egy későbbi tanulmányukban (Dobos és Richter, 2006) be is mutatják a szerzők. Az új modell a minőséget is figyelembe veszi, és lényeges megállapítása, hogy a minőség-ellenőrzést érdemes kiszervezni. Az irányzat jelentőségét mutatja, hogy Bazan et al. (2016) több mint 250, listás nemzetközi folyóiratban megjelent cikk felhasználásával készített irodalmi áttekintést.

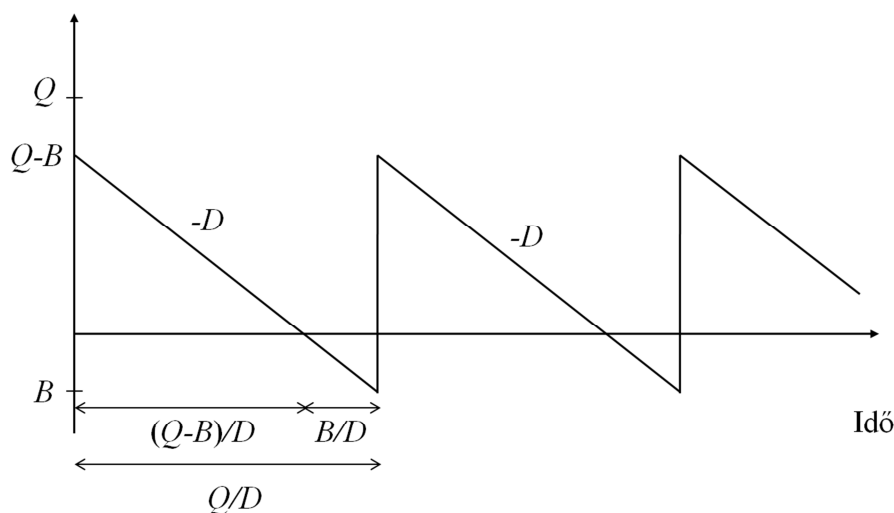
A vállalatoknak megfelelő időben kell a megfelelő minőségű és mennyiségű kínálatot biztosítani fogyasztóik számára. Hibák nemcsak a termelés során fordulhatnak elő, de nehéz jól előrejelezni a jövőbeni keresletet is. Ha nem áll elég késztermék rendelkezésre, úgy *hiány* keletkezhet, melynek előfordulását elsőként vette figyelembe Hadley és Whitin (1963). Ezen kiterjesztési irányzatról ad áttekintést Cárdenas-Barrón (2011), aki a szerzőpáros mellett Naddor (1966), valamint Johnson és Montgomery (1974) írását tekinti úttörőnek a témában. Amennyiben hiány (hátralék) keletkezik, azt a modellek többletköltséggel büntetik. Ennek oka lehet, hogy a fogyasztók a versenytársak kínálatával elégték ki igényeiket, az így elvesztett kereslet visszaszerzéséért tett erőfeszítések pedig rendkívül költségesek lehetnek. Ha a vállalat nem veszi el a keresletet, azaz hátralék keletkezik, úgy valamilyen formában növelnie kell kapacitásait. Ez lehet túlóra, harmadik műszak bevezetése, beruházás vagy más piaci szereplők segítségének igénybevétele. Mindegyik megoldás többletköltségekkel jár a vállalat számára. Vörös (2013) szerint a hiány lehet előre tervezett (pl. Konstantaras et al., 2012) és nem tervezett. Utóbbi azt jelenti, hogy véletlenszerűen, előre nem látható körülményekből következően (pl. a kereslet nem várt felfutásától vagy termelési, logisztikai

problémák miatt) fordul elő, hogy az aktuális kereslet meghaladja a kínálatot. A tervezett hiány esetében ugyanakkor a vállalat tudatosan hagyja, hogy egy bizonyos ideig hiány forduljon elő. Ez leginkább akkor ésszerű magatartás, ha előre ismert tény, hogy a vállalat nem fog emiatt kereslettől elesni, így a hiány tulajdonképpen hátraléknak tekinthető. Előfordulhat az is, hogy az elvesző kereslet miatt kieső hozam jóval alacsonyabb, mint a készlettartás költsége, ezért gazdaságilag indokolt bizonyos mennyiségű hiány fenntartása. Hiány úgy is keletkezhet, hogy a vállalat kiszűri és nem kínálja eladásra a nem megfelelő minőségű termékeket. A keletkezett hiányt vagy teljes egészében pótolják (pl. Rezaei, 2005; Wee et al., 2007) vagy egy részét pótolják, másik részéből elvesztett kereslet lesz (pl. Yu et al., 2005; Wee et al., 2006).

Természetesen a hátralék keletkezése a gyakorlatban, így a készletgazdálkodási szakirodalomban is gyakran előfordul, ezért bemutatjuk az ezt megengedő alapmodellt. A 7. ábra hátralék előfordulása esetén mutatja a készletszint alakulását. A ciklus elején raktárba érkező mennyiség Q , melyből B darab terméket a hátralék pótlására fordít a vállalat. A raktárban tehát addig van készlet, ameddig a megmaradó $(Q - B)$ mennyiséget a D kereslet fel nem emészti, vagyis $(Q - B)/D$ ideig. Ezt követően hátralék halmozódik fel a hátralék nélküli esettel egyezően Q/D hosszúságú ciklus végéig, amikor a pótolandó mennyiség eléri a B szintet.

Az ábra vízszintes tengelyét a B szint vonalába képzelve, a szituáció fel-fogható úgy is, mintha $(Q - B)/D$ idő után a raktárban levő termékek fajlagos készlettartási költsége a következő ciklus elejéig h -ről b -re nőne. A hiányból eredő fajlagos költségek (b) meghaladják a (túl)készletezés fajlagos költségét (h). Azt kell tehát kiszámolnunk, hogy ezek milyen arányban merülnek fel.

Készletszint



7. ábra. Az EOQ modell készletalakulási diagramja hátralék esetén. Forrás: Vörös (2010), 278. oldal alapján saját szerkesztés

Fajlagos készlettartási költség ciklusonként $(Q - B)/D$ egységnyi ideig, átlagosan $(Q - B)/2$ termék után merül fel. Ez ciklusonként $h(Q - B)^2/2D$ költséget jelent. Fajlagos hátralék költség $B/2$ mennyiség és B/D időegység után számítandó, ami összesen $bB^2/2D$ költséget tesz ki egy periódusban. Mivel a tervezési időhorizonton a ciklusok száma D/Q , ezért a készlettartás és a hátralék együtt $h(Q - B)^2/2Q + bB^2/2Q$ pénzegységébe kerül a vállalatnak. A hátralék nélküli esethez képest nem változott sem a sorozatkezdés, sem a termék előállításának költsége, így az összköltség:

$$TC_b^{EOQ}(Q, B) = sD/Q + h(Q - B)^2/2Q + bB^2/2Q + cD. \quad (4)$$

A gazdaságos sorozatnagyság a Wilson-formula módosított, azt meghaladó mértékű változata $Q_b^{EOQ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{(b+h)/b}$, ugyanis mivel h és b pozitívak, ezért a módosító faktor egynél nagyobb. A vállalat a hátralék mértékéről is dönthet, csökkentheti azt például a rendelések korábbi leadásával, a ciklusok rövidítésével. A hátralék optimális mértéke a modell szerint $Q_{opt}^{EOQ} = \sqrt{2sD/b} \cdot \sqrt{h/(b+h)}$. Mivel a hátralék fajlagos költsége a szorzat tagjainak nevezőiben található, ezért annak növelése csökkenti az optimális hátralékszintet. Ha a fajlagos hátralékköltség a végtelenbe tart, akkor az optimális hátralékszint zérus, a gazdaságos sorozatnagyság pedig az eredeti Wilson-formulát adja vissza.

Az EPQ modell hátralék esetén fennálló összköltség függvényének felírásához a (2) és (4) egyenletek megfontolásait kell alkalmaznunk, így a (5) formula ezekhez meglehetősen hasonló:

$$TC_b^{EPQ}(Q, B) = sD/Q + h(Q - B)^2(m - D)/2mQ + bB^2/2Q + cD. \quad (5)$$

Az összköltség függvény alapján származtatható gazdaságos sorozatnagyság képlete

$$Q_b^{EPQ} = \sqrt{2sD/h} \cdot \sqrt{m/(m - D)} \cdot \sqrt{(b+h)/b},$$

amely a fentiekben bemutatott Wilson-formula, valamint a véges termelési ráta és a hiány miatt fennálló módosító faktorok szorzata.

A fentiekben bemutatott kiterjesztési irányzatokat lehetőségeinkhez mérten külön tárgyaltuk, azonban megjegyezzük, hogy az egyes modellekben jellemzően keverednek ezek a modelljegyek. Természetesen nincs olyan tanulmány, amely mindegyik modellfeltevést figyelembe venné, az azonban általános, hogy egy új modell több irányzathoz is sorolható.

4 Módszertani megközelítések

Módszertani szempontból csoportosíthatjuk a modelleket azok input adatainak tulajdonsága szerint, így megkülönböztethetünk determinisztikus, sztochasztikus, valamint fuzzy modelleket. A készletgazdálkodási modellek nagy része *determinisztikus*, melynek oka az előre ismert input adatok jó kezelhetősége. Számosságukat érzékelteti, hogy Pentico és Drake (2011) a determinisztikus készletgazdálkodási modellek azon szűk ágáról készített irodalmi

áttekintést, melyekben a hiány pótlása csak részben történik meg, s a szerzők így is több mint 150 tanulmányt jelöltek meg a hivatkozások között. Ezek a módszerek jellemzően egy optimalizálási feladatra adnak általános megoldást vagy megoldási algoritmust. A következtetések levonásakor ügyelni kell a determinisztikus jellegből adódó gyakorlati alkalmazhatósági korlátokra. Megjegyezzük azonban, hogy a Toyota Termelési Rendszerben a szerződéseket előre kötik (Mishina és Takeda, 1992), így a kereslet tulajdonképpen determinisztikusnak és konstansnak tekinthető.

Általában közelebb állnak a valósághoz a *sztochasztikus* modellek, mivel figyelembe veszik a véletlent, és az input adatoknak valamilyen eloszlásával számolnak. A probléma jellegétől és a modell viselkedésétől függően az egyenletes, illetve a normális eloszlás feltételezése a leggyakoribb. Egyes tanulmányok előre nem ismert eloszlást engednek meg, növelve ezzel az általános érvényű következtetések levonásának lehetőségét.

A fentiekben utaltunk Vörös (2013) módszertani újítására, melynek lényege, hogy a készletezési ciklusok lehetnek összefüggőek, azaz az első periódusban sztochasztikusan kialakuló helyzetet követően determinisztikusak vagy függetlenek, vagyis minden periódusban sztochasztikusak. A már szintén emlegetett tanulási görbe „szabályszerűsége” szintén lehet determinisztikus vagy sztochasztikus.

Készletgazdálkodás témakörben viszonylag kis arányban találhatunk a *fuzzy* logikát alkalmazó tanulmányokat. Ezek alapfeltevése, hogy bizonytalan információk állnak rendelkezésre az inputokról, igen és nem válaszok helyett a kettő közötti, nem egyértelmű adatokkal, véleményekkel kell számolni. A fuzzy módszer hátránya annak viszonylag bonyolult volta, ugyanis Andriolo et al. (2014) szerint a modellek sokszor feleslegesen komplexek, ami egyrészt csökkenti az eredmények hitelességét, másrészt nem igazán teszik lehetővé a gyakorlatban történő alkalmazást.

A modellek gyakorlati tesztelését nehezíti, hogy a szükséges adatok egy részét – nagyrészt annak nehézségei miatt – a vállalatok nem mérik. Hasonlóan gyakori probléma, hogy az üzleti titoktartás nem teszi lehetővé az adatokhoz való hozzáférést. Ezen nehézségek áthidalására jó megoldást adnak a *szimulációk*. Jó példa erre Vörös et al. (in press) modellje, melyben a TTR futószalagjának kibocsátása béta eloszlású valószínűségi változó, tovább növelve ezzel az általánosságot.

A harmadik szakaszban vázolt modellek célja jellemzően az összköltség minimalizálása. Az összköltség függvények a modell feltevéseitől függően különböző elemekből állhatnak össze, de közös bennük a sorozatkezdéssel és a készlettartással kapcsolatos költségek megjelenése. A sorozatnagyság döntési változó, és az optimumszámítás legfőbb eredménye ennek meghatározása. A modelltől függően további döntési változók mentén is történhet optimalizálás, de azok általában nem függetlenek a sorozatnagyságtól.

Az összköltség minimumának megtalálásához a leggyakrabban a *deriválás* módszerét alkalmazzák a szerzők. A stacionárius pont(ok) megtalálását követően ellenőrzik a második derivált viselkedését, melyből következtetnek az optimumra. Ugyanez a módszer alkalmazható profitmaximumot kereső szél-

sőérték-számítás esetén. Grubbström (1996) *deriválás nélkül* jutott a Wilson-formulához, majd Grubbström és Erdem (1999) a hátralékot figyelembe vevő eset algebrai megoldását is bemutatták. Cárdenas-Barrón (2007) módszerét a fentiekben felírt összköltség függvényekre alkalmazva, a (6) egyenletnek megfelelő általános alak a $Q = \sqrt{l/k}$ helyen veszi fel minimumát, így számítható ki tehát a gazdaságos sorozatnagyság.

$$TC(Q) = kQ + \frac{l}{Q} + cD. \quad (6)$$

A minimum értékét pedig megkaphatjuk a $TC_{\min} = 2\sqrt{kl} + cD$ képletbe való behelyettesítéssel, tehát a gazdaságos sorozatnagyság ismerete nélkül is kiszámíthatjuk. Az EOQ és EPQ modellekre történő alkalmazást mutatják be a 3. táblázat hátralék nélküli oszlopai. Ez az összegzés is jól mutatja, hogy a két modell között az $(m - D)/m$ módosító faktor tesz különbséget. Ez a szorzó csökkenti a készletezendő mennyiséget, hiszen nem a ciklus elején, egyszerre, hanem folyamatosan érkeznek a raktárba a legyártott termékek. A sorozatkezdések száma és költsége megegyezik. Az előbbi módosító faktor négyzetgyöke jelenik meg a költségminimum, reciprokának négyzetgyöke pedig gazdaságos sorozatnagyság képletében. Az $(m - D)/m$ hányados értéke kisebb egynél, így ugyanazon feltételek mellett az EPQ modell összköltsége kisebb, gazdaságos sorozatnagysága pedig magasabb, mint az EOQ esetében. A két modell közötti összefüggést jól mutatja a szorzó, hiszen amennyiben minden határon túl növeljük a termelési rátát, azaz $m \rightarrow \infty$, akkor a hányados értéke egységnyi, vagyis az EOQ modellt kapjuk vissza.

	Nem keletkezhet hátralék		Hátralék lehetőségét figyelembe véve	
	EOQ	EPQ	EOQ _b	EPQ _b
k	$\frac{h}{2}$	$\frac{h}{2} \frac{m-D}{m}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{h}{2} \frac{m-D}{m}$
l	sD	sD	$sD + \frac{h+b}{2} B^2$	$sD + \frac{h}{2} B^2 + \frac{h}{2} \frac{m-D}{m} B^2$
Q_{opt}	$\sqrt{\frac{2sD}{h}}$	$\sqrt{\frac{2sD}{h}} \sqrt{\frac{m}{m-D}}$	$\sqrt{\frac{2sD}{h}} \sqrt{\frac{b+h}{b}}$	$\sqrt{\frac{2sD}{h}} \sqrt{\frac{m}{m-D}} \sqrt{\frac{b+h}{b}}$
B_{opt}	$B = 0$	$B = 0$	$\sqrt{\frac{2sD}{b}} \sqrt{\frac{h}{b+h}}$	$\sqrt{\frac{2sD}{b}} \sqrt{\frac{m}{m-D}} \sqrt{\frac{h}{b+h}}$
TC_{\min}	$\sqrt{2hsD} + cD$	$\sqrt{2hsD \frac{m-D}{m}} + cD$	$\sqrt{\frac{2sDh(b+h)}{b}} + cD$	$\sqrt{\frac{2sDh(b+h)(m-D)}{bm}} + cD$
	Grubbström (1996)	Grubbström (1996)	Grubbström & Erdem (1999)	Cárdenas-Barrón (2001)

3. táblázat. Deriválás nélküli optimumszámítás EOQ és EPQ modellekben

A hátralék keletkezését megengedő modellek (ld. 3. táblázat) vizsgálata további tanulságokat rejt magában. Az $(m - D)/m$ módosító faktor, illetve reciprokának négyzetgyöke a hátralék nélküli esethez hasonlóan viselkedik, az új számításban azonban már a hátralékhoz is kapcsolódik. A gazdaságos sorozatnagyság képletét mindkét modell típusban a $\sqrt{(b + h)/b}$ szorzó módosítja. Mivel b és h pozitívak, ezért a hányados és annak négyzetgyöke nagyobb egynél. Hátralékot feltételezve tehát nő a gazdaságos sorozatnagyság. Mivel

ugyanaz a faktor módosítja az összköltség minimumát, ezért azt is megállapíthatjuk, hogy nem meglepő módon a hátralékot megengedő esetben magasabb az összköltség minimuma, mint a hátralék nélküli esetben. Ezek a megállapítások pedig mind az EOQ, mind az EPQ modellekre igazak.

A hátralékot megengedő esetekben összevetve egymással az optimális sorozatnagyság és az optimális hátralékszint mértékét, azt kapjuk, hogy az arány $Q_{opt}/B_{opt} = (b+h)/h$. A szakirodalom alapján feltételezzük, hogy a hátralék fajlagos költsége magasabb a készletezés fajlagos költségénél, vagyis $b > h$, ezért $(b+h)/h > 2$. Ebből pedig arra következtethetünk, hogy az átlagos készlet szintnek legalább kétszer akkora kell lennie, mint az átlagos hátralékszintnek $Q_{opt}/2 > 2B_{opt}/2$, egyébként biztosan nem optimális a készletgazdálkodási politika.

5 Összegés, továbbfejlesztési irányok

A tanulmányban az elmúlt több mint száz év készletgazdálkodási modelljeinek irodalmát igyekeztünk rendszerve áttekinteni. A két alapmodell (EOQ és EPQ) mellett a hátralék (hiány) előfordulását megengedő kiterjesztést mutattuk be részletesebben, mivel a készletgazdálkodásban a készlettöbblet mellett annak ellentéte a másik gyakori eset. Bizonyos mennyiségű készlet vagy hátralék ugyanis még a Just-In-Time rendszerben működő vállalatoknál is jelen van.

Tartalmilag két csoportra osztottuk a modelleket. Nyolc olyan irányzatot különböztettünk meg, melyek egy-egy olyan tényezőt vesznek figyelembe a modellfeltevésben, amely külső adottság a vállalat számára. További hat irányzat pedig a vállalat belső korlátaiból kiindulva gondolkodik. Utaltunk az egyes irányzatok elindítóira, valamint az ő alapvetéseikre. Megjegyeztük azonban, hogy az egyes tanulmányok jellemzően több feltevést is tartalmaznak, így egyszerre több irányzat irodalmát is gazdagítják. A módszertani megközelítések esetében is hasonló a helyzet, annál is inkább, mivel léteznek azonos problémákat különböző módszerekkel megoldó, majd azokat összehasonlító művek.

Az irodalmi irányzatok számossága is jelzi, mennyire kiterjedt a készletgazdálkodási modellek szakirodalma, nem lehetetlen azonban újat alkotni a témában. A legtöbb új modell a korábbiakat fejleszti tovább, kis módosítások (pl. másik eloszlás alkalmazása) segítségével, illetve a tartalmi és/vagy módszertani irányzatok kombinálásával. Új modellfelvételek leginkább a gyakorlat fejlődésével (pl. egy új termelési rendszer), egy-egy speciális termék (pl. energia) készletezésének igényével, új külső elvárásokkal (pl. társadalmi felelősségvállalás) merülnek fel. Születhetnek azonban új megközelítések új döntési változók (pl. minőség-ellenőrzési sebesség, ld. Hauck és Vörös, 2015) bevezetésével is.

Reméljük, hogy a készletgazdálkodási modellek fenti bemutatása gondolatébresztő lesz több magyar kutató számára, lehetőséget adva ezzel arra,

hogy egy következő irodalmi összefoglaló még több magyar hivatkozást, akár új irányzato(ka)t is tartalmazzon.

6 Köszönetnyilvánítás

Az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-17-4-I. kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült. A szerző köszöni a Pécsi Tudományegyetem Kiválósági Centrum támogatását.

A jelen tudományos közleményt a szerző a Pécsi Tudományegyetem alapításának 650. évfordulója emlékének szenteli.

Irodalom

1. Andriolo, A. – Battini, D. – Grubbström, R. W. – Persona, A. (2014): A century of evolution from Harris's basic lot size model: Survey and research agenda, *International Journal of Production Economics*, 155(1-3), 16–38.
2. Archetti, C. – Bertazzi, L. – Speranza, M. G. (2014), Polynomial cases of the economic lot sizing problem with cost discounts, *European Journal of Operational Research*, 237(2), 519–527.
3. Bakker, M. – Rozebos, J. – Teunter, R. H. (2012) Review of inventory systems with deterioration since 2001, *European Journal of Operational Research*, 221(2), 275–284.
4. Bazan, E. – Jaber, M. Y. – Zaroni, S. (2016), A review of mathematical inventory models for reverse logistics and the future of its modeling: An environmental perspective, *Applied Mathematical Modelling*, 40, 4151–4178.
5. Benton, W. C. – Park, S. (1996), A classification of literature on determining the lot size under quantity discounts, *European Journal of Operational Research*, 92(2), 219–238.
6. Bonney, M. C. – Jaber, M. J. (2011), Environmentally responsible inventory models: Non-classical models for a non-classical era, *International Journal of Production Economics*, 133(1), 43–53.
7. Bouchery, Y. – Ghaffari, H. – Jemai, Z. – Dallery, Y. (2012), Including sustainability criteria into inventory models, *European Journal of Operational Research*, 222(2), 229–240.
8. Buzacott, J. A. (1975), Economic order quantities with inflation, *Operational Research Quarterly*, 26(3), 553–558.
9. Cárdenas-Barrón, L. E. (2001), The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically, *International Journal of Production Economics*, 70(3), 289–292.
10. Cárdenas-Barrón, L. E. (2007), Optimizing inventory decisions in a multi-stage multi-customer supply chain: A note, *Transportation Research Part E*, 43, 647–654.
11. Cárdenas-Barrón, L. E. (2011), The derivation of EOQ/EPQ inventory models with two backorders costs using analytic geometry and algebra, *Applied Mathematical Modelling*, 35(5), 2394–2407.

12. Chan, W. M. – Ibrahim, R. N. – Lochert, P. B. (2003), A new EPQ model: integrating lower pricing, rework and reject situations, *Production Planning and Control*, 14(7), 588–595.
13. Covert, R. B. – Philip, G. S. (1973), An EOQ model with Weibull distribution deterioration, *AIIE Transactions*, 5(4), 323–326.
14. Dobos, I. – Richter, K. (2003), A production/recycling model with stationary demand and return rates, *Central European Journal of Operations Research*, 11(1), 35–46.
15. Dobos, I. – Richter, K. (2004), An extended production/recycling model with stationary demand and return rates, *International Journal of Production Economics*, 90(3), 311–323.
16. Dobos, I. – Richter, K. (2006), A production/recycling model with quality consideration, *International Journal of Production Economics*, 104(2), 571–579.
17. Eroglu, A. – Ozdemir, G. (2007), An economic order quantity model with defective items and shortages, *International Journal of Production Economics*, 106(2), 544–549.
18. Ertogral, K. – Darwish, M. – Ben-Daya, M. (2007), Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost, *European Journal of Operational Research*, 176(3), 1592–1606.
19. Glock, C. H. – Grosse, E. H. – Ries, J. M. (2014), The lot sizing problem: A tertiary study, *International Journal of Production Economics*, 155(1-3), 39–51.
20. Ghare, P. M. – Schrader, G. F. (1963), A model for an exponentially decaying inventory, *Journal of Industrial Engineering*, 14(5), 238–243.
21. Goyal, S. K. (1985), Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments, *Journal of Operational Research Society*, 36(4), 335–338.
22. Gross, D. – Soriano, A. (1969), The Effect of Reducing Leadtime on Inventory Levels–Simulation Analysis, *Management Science*, 16(2), 61–72.
23. Grubbström, R. W. (1996), Material requirements planning and manufacturing resource planning, in: M. Warner (Ed.), *International Encyclopedia of Business Management*, Routledge, London.
24. Grubbström, R. W. – Erdem, A. (1999), The EOQ with backlogging derived without derivatives, *International Journal of Production Economics*, 59(1-3), 529–530.
25. Hadley, G. – Whitin, T. M. (1963), *Analysis of inventory systems*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 62–68, 323–345.
26. Hariga, M. – Haouari, M. (1999), An EOQ lot sizing model with random supplier capacity, *International Journal of Production Economics*, 58(1), 39–47.
27. Harris, F. (1913a), How Many Parts to Make at Once, *Factory, The Magazine of Management*, 10(152), 135–136.
28. Harris, F. (1913b), How Much Stock to Keep on Hand, *Factory, The Magazine of Management* 10, 240–241, 281–284.
29. Hauck, Zs. (2014a), Inventory management and competitiveness: a quality-based approach, In: Szabó István (szerk.): *2nd Interdisciplinary Doctoral Conference 2013 – Conference Book* (ISBN: 978-963-642-598-2), Pécsi Tudományegyetem Doktorandusz Önkormányzat, Pécs, 509–516.

30. Hauck, Zs. (2014b), EPQ modellek változtatható minőség-ellenőrzési sebesség esetén, *Sigma* 45(3-4), 151–176.
31. Hauck, Zs. – Vörös, J. (2015), Lot sizing in case of defective items to increase the speed of quality control, *Omega: International Journal of Management Science*, 52, 180–189, DOI: 10.1016/j.omega.2014.04.004.
32. Hauck, Zs. (2015), Minőség és minőség-ellenőrzés készletgazdálkodási modellekben, doktori értekezés, Pécsi Tudományegyetem Gazdálkodástani Doktori Iskola, 124 pp., http://ktk.pte.hu/sites/default/files/hir_mellekletek/2015/05/hauck_zsuzsanna-disszertacio.pdf.
33. Heizer, J. – Render, B. (2010), *Operations Management*, 10th edition, New Jersey: Prentice Hall.
34. Hsu, W. K. – Yu, H. F. (2009), EOQ model for imperfective items under a one-time-only discount, *Omega*, 37(5), 1018–1026.
35. Jaarsveld, W. – Dekker, R. (2011), Estimating obsolescence risk from demand data to enhance inventory control – A case study, *International Journal of Production Economics*, 133(1), 423–431.
36. Jaber, M. Y. – Goyal, S. K. – Imran, M. (2008), Economic production quantity model for items with imperfect quality subject to learning effects, *International Journal of Production Economics*, 115(1), 143–150.
37. Jaber, M. Y. – Zanoni, S. – Zavanella, L. E. (2013), An entropic economic order quantity (EnEOQ) for items with imperfect quality, *Applied Mathematical Modelling*, 37(6), 3982–3992.
38. Janssen, L. – Claus, T. – Sauer, J. (2016): Literature review of deteriorating inventory models by key topic from 2012 to 2015, *International Journal of Production Economics*, 182(1), 86–112.
39. Johnson, A. – Montgomery, D. C. (1974), *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Model*, Wiley, New York, 525 p.
40. Khan, M. – Jaber, M. Y. – Wahab, M. I. M. (2010), Economic order quantity model for items with imperfect quality with learning in inspection, *International Journal of Production Economics*, 124(1), 87–96.
41. Khan, M. – Jaber, M. Y. – Guiffrida, A. L. – Zolfaghari, S. (2011), A review of the extensions of a modified EOQ model for imperfect quality items, *International Journal of Production Economics*, 132(1), 1–12.
42. Khan, M. – Jaber, M. Y. – Ahmad, A. R. (2014), An integrated supply chain model with errors in quality inspection and learning in production, *Omega*, 42(1), 16–24.
43. Konstantaras, I. – Skouri, K. – Jaber, M. Y. (2012), Inventory models for imperfect quality items with shortages and learning in inspection, *Applied Mathematical Modelling*, 36(11), 5334–5343.
44. Lee, H. L. – Rosenblatt, M. (1987), Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules in a Production System, *Management Science*, 33(9), 1125–1137.
45. Liberatore, M. J. (1979), The EOQ model under stochastic lead time, *Operations Research*, 27(2), 391–396.
46. Louly, M-A. O. – Dolgui, A. (2009), Calculating safety stocks for assembly systems with random procurement lead times, *European Journal of Operational Research*, 199(3), 723–731.

47. Maddah, B. – Jaber, M. Y. (2008), Economic order quantity for items with imperfect quality: Revisited, *International Journal of Production Economics*, 112(2), 808–815.
48. Mishina, K. – Takeda, K. (1992), Toyota Motor Manufacturing, U.S.A., Inc., case study, Harvard Business School, 1-693-019.
49. Naddor, E. (1966), *Inventory System*, Wiley, New York, 341 p.
50. Noblesse, A. M. – Boute, R. N. – Lambrecht, M. R. – Van Houdt, B. (2014), Lot sizing and lead time decisions in production/inventory systems, *International Journal of Production Economics*, 155, 351–360.
51. Oliva, R. – Gittel, J. H. (2007), Southwest Airlines in Baltimore, case study, Harvard Business School, 9-602-156.
52. Papachristos, S. – Konstantaras, I. (2006), Economic order quantity models for items with imperfect quality, *International Journal of Production Economics*, 100(1), 148–154.
53. Pentico, D. W. – Drake, M. J. (2011), A survey of deterministic models for the EOQ and EPQ with partial backordering, *European Journal of Operational Research*, 214, 179–198.
54. Porteus, E. L. (1986), Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction, *Operations Research*, 34(1), 137–144.
55. Prékopa, A. (1965), Reliability equation for an inventory problem and its asymptotic solutions, In: Prékopa (szerk.): *Colloquium on Application of Mathematics to Economics*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 317–327.
56. Rezaei, J. (2005), Economic order quantity model with backorder for imperfect quality items, In: *Proceeding of IEEE International Engineering Management Conference, 11-13 th September 2005*, St. John's Newfoundland, Canada, 466–470.
57. Richter, K. (1996), The extended EOQ repair and waste disposal model, *International Journal of Production Economics*, 45(1-3), 443–447.
58. Richter, K. (1997), Pure and mixed strategies for the EOQ repair and waste disposal problem, *OR Spectrum*, 19(2), 123–129.
59. Richter, K. – Dobos, I. (1999), Analysis of the EOQ repair and waste disposal problem with integer setup numbers, *International Journal of Production Economics*, 59(1), 463–467.
60. Richter, K. – Dobos, I. (2003), Az újrahaznosítás hatása a gazdasági sorozatnagyságra, *Sigma*, 34(1-2), 45–63.
61. Rosenblatt, M. J. – Lee, H. L. (1986), Economic production cycles with imperfect production processes, *IIE Transactions*, 18(1), 48–55.
62. Rubin, P. A. – Benton, W. C. (2003). Evaluating jointly constrained order quantity complexities for incremental discounts, *European Journal of Operational Research*, 149(3), 557–570.
63. Salameh, M. K., Jaber, M. Y. (2000), Economic production quantity model for items with imperfect quality, *International Journal of Production Economics* 64(1), 59–64.
64. San-José, L. A. – Garcia-Laguna, J. (2009): Optimal policy for an inventory system with backloging and all-units discounts: Application to the composite lot size model, *European Journal of Operational Research*, 192(3), 808–823.
65. Sari, D. P. – Rusdiansyah, A. – Huang, L. (2012): Models of Joint Economic Lot-sizing Problem with Time-based Temporary Price Discounts, *International Journal of Production Economics*, 139(1), 145–154.

66. Schneider, M. – Biel, K. – Pfaller, S. – Schaede, H. – Rinderknecht, S. – Glock, C. H. (2016): Using inventory models for sizing energy storage systems: An interdisciplinary approach, *Journal of Energy Storage* 3(8), 339–348.
67. Shin, H. – Park, S. – Lee, E. – Benton, W. C. (2015): A classification of the literature on the planning of substitutable products, *European Journal of Operational Research*, 246, 686–699.
68. Skouri, K. – Konstantaras, I. – Lagodimos, A. C. – Papachristos, S. (2014), An EOQ model with backorders and rejection of defective supply batches, *International Journal of Production Economics*, 155, 148–154.
69. Taft, E. W. (1918a), Fixing Quantities of Materials in Stock, *Iron Age* 101, 855–856.
70. Taft, E. W. (1918b), The Most Economical Production Lot, *Iron Age* 101, 1410–1412.
71. Taleizadeh, A. A. – Pentico, D. W. (2014), An Economic Order Quantity model with partial backordering and all-unit discount, *International Journal of Production Economics*, 155, 172–184.
72. Thangam, A. (2012), Optimal price discounting and lot-sizing policies for perishable items in a supply chain under advance payment scheme and two-echelon trade credits, *International Journal of Production Economics*, 139(2), 459–472.
73. Vinson, C. E. (1972): The cost of ignoring lead time unreliability in inventory theory, *Decision Sciences*, 3(2), 87–105.
74. Vörös, J. (1999), Lot sizing with quality improvement and setup time reduction, *European Journal of Operational Research*, 113(3), 568–574.
75. Vörös, J. (2010), *Termelés- és szolgáltatásmenedzsment*, Akadémiai Kiadó, Budapest.
76. Vörös, J. (2013), Economic order and production quantity models without constraint on the percentage of defective items, *Central European Journal of Operations Research*, 21(4), 867–885.
77. Vörös, J. – Rappai, G. (2016), Process quality adjusted lot sizing and marketing interface in JIT environment, *Applied Mathematical Modelling*, 40(13-14), 6708–6724.
78. Vörös, J. – Rappai, G. – Hauck, Zs. (in press), Analyzing the impact of process improvement on lot sizes in JIT environment when capacity utilization follows Beta distribution, *Optimization and Dynamics with Their Applications: Essays in Honor of Ferenc Szidarovszky*, Springer.
79. Wagner, H. M. – Whitin, T. M. (1958), Dynamic version of the economic lot size model, *Management Science*, 5(1), 89–96.
80. Wee, H. M. – Yu, J. – Chen, M. C. (2007), Optimal inventory model for items with imperfect quality and shortage backordering, *Omega*, 35(1), 7–11.
81. Wee, H. M. – Yu, J. C. P. – Wang, K. J. (2006), An integrated production-inventory model for deteriorating items with imperfect quality and shortage backordering considerations, *Lecture Notes in Computer Science*, 3982(LNCS), 885–897.
82. Wilson, R. H. (1934), A Scientific Routine for Stock Control, *Harvard Business Review*, 13, 116–128.
83. Yoo, S. H. – Kim, D. – Park, M. S. (2009), Economic production quantity model with imperfect-quality items, two-way imperfect inspection and sales return, *International Journal of Production Economics*, 121(1), 255–265.

84. Yu, J. C. P. – Wee, H. M. – Chen, J. M. (2005), Optimal ordering policy for a deteriorating item with imperfect quality and partial backordering, *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 22(6), 509–520.
85. Ziermann, M. (1964), Application of Smirnov's theorems for an inventory control problem, *Publications of the Mathematical Institution of the Hungarian Academy of Sciences*, Ser. B 8, 509-518.

SURVEY ON MODELS OF INVENTORY MANAGEMENT

This paper aims to provide a survey on the basic models and key topics of models of inventory management. Economic Order Quantity (EOQ) and Economic Production Quantity (EPQ) models are considered as the basic ones. Key topics include eight categories that are based on external barriers of the company, and six categories on internal ones. One chapter is summarizing different types of methods used in these fields. As far as possible, theory and practice meet in the context, amongst which the Toyota Production System is analyzed.

Keywords: lot size, holding cost, setup cost, backlog

