HITELÉRTÉKELÉSI KIIGAZÍTÁS – A FEDEZETI HAIRCUT MODELLBE ILLESZTÉSE[1]

BOROS PÉTER
Budapesti Corvinus Egyetem

Jelen munka a hitelértékelési kiigazítás (Credit Valuation Adjustment - CVA) fedezeti haircut melletti számítását és tulajdonságait írja le. A Brigo et al. (2014) által felépített modellt bővítjük, hogy bevezessük a biztosíték megfelelő értékcsökkenését. Rámutatunk, hogy az így kapott új modell eredménye már több, mint az egyszerű partnerkockázat miatti kiigazítás, hiszen a haircut miatti értékvesztés is beépül az árba. Hasonlóan belátjuk, hogy a kockázatos ár még alternatív feltételek mellett is egységes lesz a szereplők számára. A tanulmány végén egy piaci adatokra épülő numerikus példán szemléltetjük, hogy az így kapott kiigazítás szignifikánsan eltérhet az kiinduló esettől.

Kulcsszavak: CVA, fedezet, fedezeti haircut, hitelértékelési kiigazítás, partnerkockázat, redukált csődmodell. *JEL*: C15, C53, G12, G13, G32, G33

1 Bevezetés

Az OTC piacokon megkötött derivatív szerződések élettartama során a szereplők lehetséges csődje miatt fellépő veszteség kockázatát partnerkockázatnak hívjuk. A partnerkockázat megfelelő mérése és kezelése a legutóbbi gazdasági világválság óta az OTC piacok résztvevőinek fontos feladatává nőtte ki magát. A kockázat kezelésének egyik alapeszköze a pénzügyi szabályozásokban előírt tőketartalékolás. A tartalékolt tőke azonban csak a tényleges csőd bekövetkezésekor szolgál védelemmel, így a piaci szereplők számos más eszközt is bevetnek, hogy a partnerük felé fennálló kitettségüket – amely követelésük csőd esetén veszélybe kerülne – redukálják. A kitettség csökkentő eszközök közül a nettósítás és a letéti megállapodás, illetve fedezet alkalmazása a legismertebb módszerek. Azok felhasználásáról a Bázel III szabályozás kínál pontos utasításokat. A válság tapasztalatait számításba véve a Bázel III a hitelértékelési kiigazítást (Credit Valuation Adjustment, továbbiakban CVA) is az előtérbe helyezi.

A CVA a kockázatmentes és a partnerkockázatot magába foglaló kockázatos ár különbsége. A CVA tehát a partnerkockázat ára. Mivel már egy régóta létező fogalomról van szó, így a téma szakirodalma is messzire nyúlik vissza. Duffie és Huang (1996) munkáját szokás az egyik első teljes eredményként feltüntetni. Azonban a CVA-t a ma használatos formájában Canabarro és Duffie (2003) korai munkája mutatja be részletesen. A válság előtti időket

[1]Beérkezett: 2016. április 9. Boros Péter PhD hallgató, Budapesti Corvinus Egyetem, Befektetéstek és Vállalati Pénzügy Tanszék. E-mail: borospeter90@gmail.com.

az egyoldalú CVA számítás jellemezte, amelyben a számítást végző felet kockázatmentesnek tekintették. Brigo és Capponi (2010) már kétoldalú CVA-t (továbbiakban BCVA) használ hitelmulasztási csereügyletekre (Credit Default Swap) alkalmazva. A BCVA-t számító fél már a saját kockázatát is figyelembe veszi az ár kiigazításakor.

Az OTC piacon megkötött tranzakciók jelentős része kétoldalú letéti megállapodással kerül megkötésre, amely pontos feltételeit a Credit Support Annex (CSA) szerződés elfogadásával rögzítik a felek. Az International Swaps and Derivatives Association (ISDA) 5 000 milliárd dollárra becsüli a piacon lévő nem klíringelt OTC ügylethez kapcsolódó fedezet értékét 2014 végén.[2] A Banking Committee on Banking Supervision (BCBS) és az International Organization of Securities Commissions (IOSCO) által kibocsátott legújabb szabályozás[3] értelmében a kétoldalú nem klíringelt OTC ügyletek esetében a felek a korábbiaknál szigorúbb, kötelező letéti egyezményre kényszerülnek.[4] Így tehát a fedezet jelenlegi fontos szerepköre a továbbiakban várhatóan még inkább felértékelődik. A fedezet kitettség csökkentő szerepköre azonban közvetlenül a BCVA értékére is hatással van.

Brigo et al. (2011) (illetve kiegészített formában: Brigo et al. (2014)) az elsők között építettek egy általános modellkeretet, amely a letéti megállapodást is figyelembe veszi a BCVA számításánál. Ez az eredmény, valamint Brigo és Morini (2011) modellje inspirálta Durand és Rutkowsky (2013) munkáját, amely egy általánosított modellt kínál a BCVA különböző pozíciózárások feltételezése melletti alakulásáról a fedezet számításba vételével. Hasonlóan a fedezet modellbe építését célozta meg Bielecki et al. (2011), akik hitelmulasztási csereügyletekre alkalmazták az eredményüket.

Tökéletes fedezet mellett a kitettség értéke minden időpillanatban nulla lenne, ezért nem lenne szükség a BCVA számítására. A valóságban a fedezet azonban nem tekinthető tökéletesnek, hiszen számos tényező valamint CSA megállapodás rontja annak hatékonyságát. Ilyen például a minimális transzfer összeg, a gyakran nullától különböző fedezeti küszöbérték, a letéti hívás küldésének gyakorisága vagy a fedezeti viták. Az előbbiek mellett a CSA szerződésnek eleme lehet a fedezeti haircut[5] is, amely jelen munka tárgyát képezi. Brigo et al. (2011) már a minimális transzferösszeg és általános fedezeti küszöbérték figyelembevétele mellett építette fel modelljét. Bielecki et al. (2011) alternatív eszköztárat használó munkájában már megemlítik a haircut lehetséges szerepeltetést, azonban annak tényleges modellbe illesztését nem teszik meg. Durand és Rutkowsky (2013) pozíciózárások hatására koncentráló munkájában ugyan beillesztik a BCVA számításba a lehetséges haircut értékét azonban egy egyszerűsítő feltétellel ki is vezetik azt a modellből.

[2] Az adat az ISDA által publikált éves felmérésből (Margin Survey) származik: `http://www2.isda.org/functional-areas/research/surveys/margin-surveys`

[3] A publikáció elérhető a BCBS weboldalán: `http://www.bis.org/bcbs/publ/d317.htm`

[4] Az új fedezeti szabályozást és annak hatását a BCVA értékére Green és Kenyon (2014) tanulmánya tárgyalja.

[5] Az angol haircut szó a magyar szakirodalomban is elterjedt kifejezés. Szokás még fedezeti arányszámként is hivatkozni rá. Mi összhangban a magyar és az angol szakirodalommal a haircut kifejezést fogjuk használni.

Jelen munkában megvizsgáljuk, hogy a CSA szerződésben rögzített haircut miként hat az árkiigazítás értékére.

A következő oldalakon a probléma részletesebb ismertetésével folytatjuk. Bemutatjuk a fogalmakat és az általunk használt keret alapjait. A 3. részben bevezetjük a modellt és megmutatjuk, hogy az ár egységes szerepe nem sérül még alternatív haircut sémát feltételezve sem. Ez különös szereppel bír a manapság egyre fontosabbá váló téma, a finanszírozási kiigazítás (Funding Valuation Adjustment – FVA) tükrében. A 4. részben egy numerikus példával egy egyszerű határidős ügyleten érzékeltetjük a haircut BCVA-ra gyakorolt hatását. A munkát az 5. fejezetben egy összefoglalással zárjuk.

2 A haircut értelmezése

A letéti megállapodást kötő felek a CSA szerződésben rögzített feltételek mellett fogják a fedezethez tartozó műveleteiket elvégezni. A CSA szerződés minden fedezethez kapcsolódó szabályt rögzít, így például a minimális transzfer összeg nagyságát, amelynek egyik fontos célja a költségek csökkentése. Hasonlóan tartalmazza a fedezeti küszöb értékét, amely alatt nincs fedezve a kitettség, és a letéti hívás küldésének gyakoriságát, amit napi szintnél nem szokás gyakoribbnak választani. A CSA részletezi a fedezet elfogadható formáit is, amelynek egyik legelterjedtebb formája a pénz. Az ISDA adatai alapján azonban 2014 végén a teljes fedezeti állomány közel egynegyede értékpapír volt.[6]

Az értékpapír fedezethez kapcsolódó fogalom a haircut, amely értéke eszköztípusonként a CSA szerződésben rögzített. A haircut megmutatja, hogy az adott eszköz értékét mennyivel is csökkenti a fedezetet fogadó fél. Ez egyben azt is jelenti, hogy a letéti híváskor a haircuttal megnövelt értéket fogja bekérni, hogy kitettsége az adott pillanatban teljesen fedezve legyen.

Ezt a megnövelt értéket építette modelljébe Durand és Rutkowsky (2013). A haircut azonban több, mint egy egyszerű túlfedezés. Az ISDA által kiadott hivatalos leírás a következőképpen fogalmaz: ,,A haircutot leggyakrabban a fedezet piaci árából levont százalékos érték formájában adják meg. A haircuttal csökkentett biztosítéknak kell elegendőnek lennie a fennálló kitettséget fedezésére."[7] A fedezet csökkentésének eljárását az ISDA újabb, 2005-ben kiadott dokumentuma (ISDA (2005)) már lépésről lépésre leírja. Tehát a kitettség csökkentés figyelembevételekor a fedezet haircut által meghatározott mértékben csökkentett értékét kell használni.

A haircut a kitettséggel kapcsolatos negatív hatásokat számszerűsíti. Napi letéti hívás esetén elképzelhető lenne feltételezni, hogy a fedezet értéke nem tud leromlani. Azonban minden csődidőpontot egy hosszabb időszak, az úgy-

[6]Az adat szintén az ISDA piaci felméréséből származik: `http://www2.isda.org/functional-areas/research/surveys/margin-surveys`

[7],,Haircuts are most often expressed as a percentage which is deducted from the market value of each collateral asset type. It is the sum of the collateral values after application of the haircuts which has to be sufficient to cover the exposure that is being secured." ISDA (1996) 21. oldal

nevezett likviditációs periódus (Margin Period of Risk – MPR) előz meg. A likviditációs periódus a letéti hívás nem teljesítésétől a pozíciózárásig eltelt idő. Hossza eszköztípusonként változik, de legalább két hét. Ezen időszak alatt a bajba jutott fél lehetőséget kap, hogy átmeneti likviditási problémáit kezelje, és eleget tegyen kötelezettségeinek, hogy elkerülje a csődöt. Ebben az időintervallumban a fedezet értéke szabadon mozoghat, kockázatot jelentve a túlélő fél számára.[8] Az ilyen piaci kockázat mellett azonban a haircut más kockázatokat is magában foglal: figyelembe veszi a piaci likviditás hiányából adódó kockázatot, valamint a tartási periódus hosszát. A haircut értékének meghatározásakor releváns kockázatok átfogó listáját és leírását az ISDA (1996) dokumentuma foglalja magába. A következő részben Brigo et al. (2014) modelljét kiegészítjük a haircut megfelelő figyelembevételével.

Röviden megjegyezzük, hogy a tőkeszükséglet meghatározásához használt kitettség fogalomban hasonló logika érvényesül, amelyet a szabályozás ír elő. Ott azonban további szabályozói haircut értékeket is figyelembe kell venni. Fontos azonban, hogy ezt a fogalmat ne keverjük össze a BCVA számolásához használt kitettség fogalmával, hiszen a szabályozói CVA mást jelent.

3 A modell

Az eredmények könnyebb összevethetősége érdekében jelen munkában igyekszünk Brigo et al. (2014) jelöléseit használni, de néhány esetben el kell térnünk azoktól. Hogy ez ne okozzon félreértést, minden jelölést külön bevezetünk.

Tételezzük fel, hogy két szereplő megköt egy T időpontban lejáró derivatív szerződést. Hívjuk az egyik felet banknak és a másikat partnernek, valamint jelöljük megfelelően ,,B” és ,,C” indexszel őket.

A vizsgálatot egy $(\Omega, \mathcal{G}, \mathcal{G}_t, \mathbf{Q})$ valószínűségi mezőn végezzük. A $\mathcal{G}_t$ filtráció testesíti meg a piacon adott t pillanatban elérhető összes információt. Mivel az elemzéshez a kockázatsemleges mértéket fogjuk használni, a $\mathbf{Q}$ valószínűségi mérték alatt rögtön azt értjük. A $\mathbf{Q}$ mérték alatt vett $\mathcal{G}_t$ feltételes várható értéket $\mathbf{E}_t[\cdot]$ jelöli.

Tegyük fel, hogy mindkét partner kockázatos és jelölje τ_B és τ_C a bank és a partnere csődidőpontját, valamint legyen $\tau = \min\{\tau_B, \tau_C\}$. Jelentse $\Pi(t, s)$ a t és az s időpontok közötti, a derivatív szerződésből származó pénzáramok diszkontált jelenértékének az összegét a bank szemszögéből nézve, kockázatmentes feleket feltételezve. A különböző pozíciózárásokra való általánosíthatóság kedvéért vezessük be az $E_{i,t}$ jelölést, ahol $i \in \{B; C\}$. Ezzel a mennyiséggel pozíciózáráskor a piacon a derivatív újrakötéséhez szükséges értéket jelenítjük meg az $i \in \{B; C\}$ szereplő szemszögéből. Jelen dolgozat a haircut szerepének bemutatásával foglalkozik így megengedhetjük az $E_{B,t} = -E_{C,t}$ feltételezést. Ezzel azt állítjuk, hogy a piacon megfigyelhető pozíciózárás eltérhet a kockázatmentes ártól, azonban mindkét fél ugyanazt az árat látja. Egy egyszerű változtatással könnyen megvizsgálható az az esetet, amikor ez

[8] A többi kockázatot figyelmen kívül hagyva, önmagában szemléletes példa a piaci mozgásból adódó kockázatra a kitettségtől eltérő devizában denominált fedezet.

nem teljesül, de jelen munkában ezzel nem foglalkozunk.

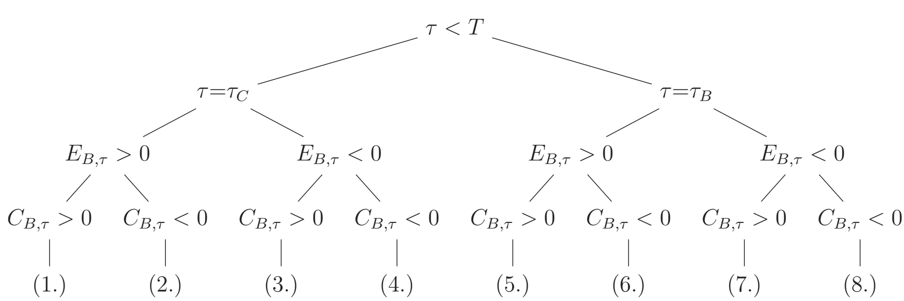
A fedezet modellezéséhez tételezzünk fel egy kétoldalú CSA szerződést, ahol a fedezetet kezelő fél mindig az, akinek az adott pillanatban pozitív értéke kell hogy legyen a fedezeti számlán.

Mivel a dolgozat a BCVA számításáról és annak értékéről szól, tekintsünk el a fedezetre fizetendő kamatoktól, hiszen a finanszírozási kérdés nem témája a mostani munkának. Jelölje $C_{i,t}$ a fedezet értékét a t időpontban $i \in \{B; C\}$ szereplő szemszögéből. Legyen $REC_i \in [0,1]$, ahol $i \in \{B; C\}$ a bank és a partner csődje esetén a túlélő fél számára jutó megtérülési hányados (Recovery Value), és hasonlóan $REC_i' \in [0,1]$, ahol $i \in \{B; C\}$ a bank és a partner csődje esetén a náluk lévő fedezetből visszanyerhető összeg aránya.

Végül vezessük be a haircut értékét a modellbe. Jelölje H_B és H_C a bank és a partner által alkalmazott értékelési hányadost. Ha tehát C értékű fedezet áll rendelkezésre, azt a bank $H_B C$ értékűnek, a partner $H_C C$ értékűnek tekinti attól függően, hogy melyikük is használja a kitettség csökkentéshez. Az így értékcsökkentett fedezetet effektív fedezetnek hívjuk. Értelemszerűen $\frac{1}{H_i} = 1 + h_i$, ahol h_i az i szereplő által használt haircut. Ezek alapján a fedezeti szabályt a következő formában adjuk meg:

$$C_{B,\tau} = \begin{cases} \frac{1}{H_B} E_{B,\tau-\alpha} & \text{ha } E_{B,\tau-\alpha} > 0 \\ -C_{C,\tau} & \text{ha } E_{B,\tau-\alpha} \leq 0 \end{cases} \qquad C_{C,\tau} = \begin{cases} \frac{1}{H_C} E_{C,\tau-\alpha} & \text{ha } E_{C,\tau-\alpha} > 0 \\ -C_{B,\tau} & \text{ha } E_{C,\tau-\alpha} \leq 0, \end{cases} \tag{1}$$

ahol α jelöli a likviditációs periódus hosszát. Végül jelölje $A^+ = \max(A, 0)$ és $A^- = \min(A, 0)$, valamint $D(t, s)$ a t és s időpontok közötti diszkontfaktort. A bank által számított BCVA meghatározásához kétszer négy különböző esetet kell megkülönböztetnünk. Az esteket a jobb áttekinthetőségért az *1. ábrán* szemléltetjük.



1. ábra. A lehetséges esetek fa ábrája

Az első négy esetben a fa első elágazásánál balra elindulva a partner csődjekor bekövetkező lehetséges eseteket kell megvizsgálni.

1. A partner csődjének időpontjában a banknak pozitív kitettsége van ($E_{B,\tau} > 0$) és rendelkezésére áll valamennyi, a partner által biztosított fedezet is ($C_{B,\tau} > 0$). Ilyenkor a bank a kitettség csökkentéshez figyelembe veszi a fedezet effektív értékét. Ha ez után is marad kitettség, akkor annak csak bizonyos részét szerzi vissza a bank, míg ha a fedezet

bizonyult nagyobbnak, akkor a fennmaradó részt visszajuttatja a partnernek

$$REC_C(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^+ + \frac{1}{H_B}(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^- \ . \tag{2}$$

2. A partner csődjekor a banknak pozitív kitettsége van ($E_{B,\tau} > 0$) de ő biztosította a fedezetet a partnernek ($C_{B,\tau} < 0$). Ebben az esetben nem történik kitettség csökkentés, így a bank mind a kitettségéből, mind a fedezet értékéből csak a megtérülési hányadosnak megfelelő összeget kaphatja vissza
$$REC_C E_{B,\tau} - REC'_C C_{B,\tau} \ . \tag{3}$$
3. Ha éppen a bank az adós ($E_{B,\tau} < 0$) viszont ő rendelkezik fedezettel ($C_{B,\tau} > 0$), akkor a partner minden neki járó kifizetést megkap
$$E_{B,\tau} - C_{B,\tau} \ . \tag{4}$$
4. Végül, a bank tartozik ($E_{B,\tau} < 0$) és ehhez fedezetet is biztosított ($C_{B,\tau} < 0$). A partner az általa használt haircut értékkel csökkenti a fedezetet és ezt használja a kitettség csökkentéséhez. A fennmaradó fedezet egy részét a bank visszakapja, míg a fennmaradó kitettséget meg kell térítenie
$$\frac{REC'_C}{H_C}(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^+ + (E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^- \ . \tag{5}$$

A bank csődjekor bekövetkező pénzáramokat is meg kell vizsgálnunk a kétoldalú CVA felírásához.

5. A bank csődjekor, annak pozitív kitettsége van a partner felé ($E_{B,\tau} > 0$). Hogy kitettségét csökkentse, rendelkezésre áll a partner által biztosított fedezet ($C_{B,\tau} > 0$). Ha a haircuttal csökkentett fedezet nem elég a kitettség teljes csökkentéséhez, akkor a fennmaradó részt a partner megfizeti, viszont ha a fedezet volt a nagyobb, akkor abból a partnernek egy bizonyos részt fizet a bank
$$(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^+ + \frac{REC'_B}{H_B}(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^- \ . \tag{6}$$
6. A csőd pillanatában a banknak tartozik a partnere ($E_{B,\tau} > 0$) és nincs rendelkezésre álló fedezet a kitettség csökkentéséhez ($C_{B,\tau} < 0$). Ilyenkor a partner minden kötelezettségét megtéríti, és a fedezetet is visszaadja
$$E_{B,\tau} - C_{B,\tau} \ . \tag{7}$$
7. A bank az adós ($E_{B,\tau} < 0$), miközben a fedezetet is ő birtokolja ($C_{B,\tau} > 0$). A partner csak egy redukált összeget kap mind a kitettségéből, mind pedig a fedezetéből
$$REC_B E_{B,\tau} - REC'_B C_{B,\tau} \ . \tag{8}$$

8. A partnernek van kitettsége a bank felé ($E_{B,\tau} < 0$), de rendelkezésére áll a bank által biztosított fedezet ($C_{B,\tau} < 0$). A fedezet effektív értékével csökkenti a kitettség értékét, és a fennmaradó kitettség helyett már csak annak megtérülési hányadosának megfelelő értékét kapja, viszont ha a kitettség bizonyul többnek, azt a túlélő fél visszafizeti

$$\frac{1}{H_C}(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^+ + REC_B(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^- \,. \tag{9}$$

Most ezeket a tagokat aggregállhatjuk, hogy megkapjuk a kockázatos pénzáramokat, majd a kockázatos árat.

$$\begin{aligned}
&\Pi'(t,T;C,H) = \Pi(t,T)1_{\tau>T} + 1_{\tau<T}\Big(\Pi(t,\tau) + D(t,\tau)C_{B,\tau}\Big)\\
&+ 1_{(\tau_C=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}D(t,\tau)\left(REC_C(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^+ + \tfrac{(E_{B,\tau}-H_B C_{B,\tau})^-}{H_B}\right)\\
&+ 1_{(\tau_C=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(REC_C E_{B,\tau} - REC'_C C_{B,\tau}\Big)\\
&+ 1_{(\tau_C=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big(E_{B,\tau} - C_{B,\tau}\Big)\\
&+ 1_{(\tau_C=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(\tfrac{REC'_C}{H_C}(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^+ + (E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^-\Big)\\
&+ 1_{(\tau_B=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big((E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^+ + \tfrac{REC'_B}{H_B}(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^-\Big)\\
&+ 1_{(\tau_B=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(E_{B,\tau} - C_{B,\tau}\Big)\\
&+ 1_{(\tau_B=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big(REC_B E_{B,\tau} - REC'_B C_{B,\tau}\Big)\\
&+ 1_{(\tau_B=\tau=T)}1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}D(t,\tau)\left(\tfrac{(E_{B,\tau}-H_C C_{B,\tau})^+}{H_C} + REC_B(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^-\right)\,.
\end{aligned} \tag{10}$$

Néhány egyszerű átalakítás után a következő jobban átlátható alakot kapjuk:

$$\begin{aligned}
&\Pi'(t,T;C,H) = \Pi(t,T) - 1_{(\tau<T)}D(t,\tau)(\Pi(\tau,T) - E_{B,\tau})\\
&- 1_{(\tau=\tau_C<T)}D(t,\tau)\Big[(1-REC_C)(E^+_{B,\tau} - H_B C^+_{B,\tau})^+ + (1-\tfrac{REC'_C}{H_C})(E^-_{B,\tau} - H_C C^-_{B,\tau})^+\Big]\\
&- 1_{(\tau=\tau_B<T)}D(t,\tau)\Big[(1-REC_B)(E^-_{B,\tau} - H_C C^-_{B,\tau})^- + (1-\tfrac{REC'_B}{H_B})(E^+_{B,\tau} - H_B C^+_{B,\tau})^-\Big]\\
&+ 1_{(\tau=\tau_C<T)}D(t,\tau)\Big[1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}\Big(C_{B,\tau}(1-H_B) + (\tfrac{1}{H_B}-1)(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^-\Big)\\
&+ 1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}C_{B,\tau}(1-H_C) + 1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}C_{B,\tau}(1-H_C)\Big]\\
&+ 1_{(\tau=\tau_B<T)}D(t,\tau)\Big[1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}C_{B,\tau}(1-H_B) + 1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}C_{B,\tau}(1-H_B)\\
&+ 1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}\Big(C_{B,\tau}(1-H_C) + (\tfrac{1}{H_C}-1)(E_{B,\tau} - H_C C_{B,\tau})^+\Big)\Big]\,.
\end{aligned} \tag{11}$$

Az egyszerűsítés kedvéért tételezzük fel, hogy a pozíciózárás értéke egybeesik az elméleti kockázatmentes árral, azaz $E_{B,s} = \mathbf{E}_s[\Pi(s,T)]$. Az ár megállapításához vegyük ezen diszkontált pénzáramok kockázatmentes mérték szerinti várható értékét

$$\begin{aligned}
&\mathbf{E}_t[\Pi'(t,T;C,H)] = \mathbf{E}_t[\Pi(t,T)]\\
&- \mathbf{E}_t\Big[1_{(\tau=\tau_C<T)}D(t,\tau)\Big((1-REC_C)(E^+_{B,\tau} - H_B C^+_{B,\tau})^+ - (1-\tfrac{REC'_C}{H_C})(E^-_{B,\tau} - H_C C^-_{B,\tau})^+\Big)\Big]\\
&- \mathbf{E}_t\Big[1_{(\tau=\tau_B<T)}D(t,\tau)\Big((1-REC_B)(E^-_{B,\tau} - H_C C^-_{B,\tau})^- - (1-\tfrac{REC'_B}{H_B})(E^+_{B,\tau} - H_B C^+_{B,\tau})^-\Big)\Big]\\
&+ \mathbf{E}_t[HCC_\tau] + \mathbf{E}_t[HCB_\tau]\,,
\end{aligned} \tag{12}$$

ahol

$$\begin{aligned}HCC_\tau = {}& 1_{(\tau=\tau_C<T)}D(t,\tau)\Big[1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}\Big(C_{B,\tau}(1-H_B)\\&+(\tfrac{1}{H_B}-1)(E_{B,\tau}-H_BC_{B,\tau})^-\Big)+1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}C_{B,\tau}(1-H_C)\\&+1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}C_{B,\tau}(1-H_C)\Big]\,,\end{aligned} \tag{13}$$

és

$$\begin{aligned}HCB_\tau = {}& 1_{(\tau=\tau_B<T)}D(t,\tau)\Big[1_{(E_{B,\tau}>0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}C_{B,\tau}(1-H_B)\\&+1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}>0)}C_{B,\tau}(1-H_B)+1_{(E_{B,\tau}<0)}1_{(C_{B,\tau}<0)}\Big(C_{B,\tau}(1-H_C)\\&+(\tfrac{1}{H_C}-1)(E_{B,\tau}-H_CC_{B,\tau})^+\Big)\Big]\,.\end{aligned} \tag{14}$$

Az így kapott analitikus formula megadja a kockázatos árat fedezeti haircut mellett. A továbbiakban a fenti formula alapján számolt árkiigazítást – azaz a kockázatos és a kockázatmentes ár különbségét – HBCVA-nak nevezzük, hogy kiemeljük a haircut megjelenését a modellben. Vegyük észre, hogy az így kapott eredmény a haircut nélküli esetben ($H_B = H_C = 1$) éppen Brigo et al. (2014) eredményét adja vissza. Az egyenlet tehát azt jelenti, hogy a bank szempontjából számított kockázatos ár megkapható, ha a kockázatmentes árból levonjuk a partner csődjekor a kitettségen és az esetlegesen visszajáró fedezeten elszenvedett veszteségek értékét, valamint hozzáadjuk a bank csődje miatti kötelezettség csökkenésekből adódó értéket. Ezen felül még további kiigazításokat is számításba kell venni, amelyek a fedezet csökkentett figyelembevétele miatt jelentkeznek. Ezeket a HCC_τ és HCB_τ tagok jelenítik meg a fenti egyenletben. Vegyük észre, hogy ezek a tagok nem a felek lehetséges csődjéből adódó veszteség, azaz a partnerkockázat miatt jelennek meg. A HCC_τ és HCB_τ kifejezések pusztán a haircut miatti fedezeti értékcsökkenést hivatottak megragadni.

Fontos kihangsúlyozni, hogy szemben Brigo et al. (2014) eredményével, az árkiigazítás nem lesz nulla teljes megtérülés esetén sem. Ha mindkét szereplő esetében teljes megtérülést tételezünk fel ($REC_C = REC_B = REC'_C = REC'_B = 1$), az azt jelenti, hogy egyik felet sem érheti veszteség a partner csődjekor. Így tehát a partnerkockázat miatti kiigazításnak el kell tűnnie. Itt viszont azt tapasztaljuk, hogy ilyen esetben sem lesz nulla a kiigazítás mértéke. Ez a nullától eltérő tag a haircut bevezetése miatt jelenik meg, hiszen a felek kiigazítják az árat, hogy az tükrözze a másik fél és a saját maguk által felhasznált haircut miatti értékcsökkenést. Ezzel tehát egy további árkiigazítást vezettünk be a modellbe. A haircut miatti kiigazítás azonban nem pusztán egy additív tag, hiszen az szerepet játszik a kitettség csökkentésében, így a partnerkockázat miatti tagok értékének meghatározásában is.

Az így kapott kiigazítás szimmetrikus, azaz a felek meg tudnak egyezni egy egységes árban. Hogy ezt belássuk, listázzuk a partner által számított HBCVA elemeit is.

A bank csődjekor fellépő pénzáramok:

1. A bank csődjekor, a partnernek pozitív kitettsége van felé ($E_{C,\tau} > 0$) és annak csökkentésére szolgáló bizonyos mértékű fedezet is rendelkezésre áll ($C_{C,\tau} > 0$). A partner visszaadja a megmaradt fedezetet, viszont veszteséget könyvel el a megmaradó kitettségen

$$REC_B(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^+ + \frac{1}{H_C}(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^- \ . \tag{15}$$

2. A csőd pillanatában a partnernek pozitív kitettsége van a csődölt bank felé ($E_{C,\tau} > 0$), viszont a fedezet is a banknál van ($C_{C,\tau} < 0$). A partner nem számíthat a teljes összegre egyik követelésén sem

$$REC_B E_{C,\tau} - REC'_B C_{C,\tau} \ . \tag{16}$$

3. A csődölt banknak tartozik a partnere ($E_{C,\tau} < 0$) aminek a csökkentéséhez nem rendelkezik fedezettel ($C_{C,\tau} > 0$). A túlélő fél minden tartozását megfizeti

$$E_{C,\tau} - C_{C,\tau} \ . \tag{17}$$

4. Az utolsó esetben a partner tartozásának ($E_{C,\tau} < 0$) csökkentéséhez fedezet áll rendelkezésre ($C_{C,\tau} < 0$). A bank megállapítja a fedezet effektív értékét és csökkenti a kitettséget. A partner további tartozását teljesen törleszti, viszont a megmaradó fedezetből csak egy részt kap vissza

$$\frac{REC'_B}{H_B}(E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^+ + (E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^- \ . \tag{18}$$

A partner csődjekor fellépő pénzáramokat listázva:

5. A partner a csőd pillanatában pozitív kitettséggel rendelkezik ($E_{C,\tau} > 0$) és ehhez rendelkezésére áll fedezet is ($C_{C,\tau} > 0$). A bank minden fennmaradó tartozást megtérít, viszont az esetlegesen visszajáró fedezetből csak egy töredéket kap vissza

$$(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^+ + \frac{REC'_C}{H_C}(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^- \ . \tag{19}$$

6. A csődkor a túlélő fél tartozik ($E_{C,\tau} > 0$), és a fedezeti számla is neki mutat pozitív egyenleget ($C_{C,\tau} < 0$). A partner nem szenved veszteséget, hiszen minden követelését be tudja hajtani

$$E_{C,\tau} - C_{C,\tau} \ . \tag{20}$$

7. A partner adósként jelent csődöt ($E_{C,\tau} < 0$) miközben ő birtokolja a fedezetet is ($C_{C,\tau} > 0$). A bank minden követelésén veszíteni fog

$$REC_C E_{C,\tau} - REC'_C C_{C,\tau} \ . \tag{21}$$

8. Végül a partner tartozásának ($E_{C,\tau} < 0$) csökkentéséhez fedezet is rendelkezésre áll ($C_{C,\tau} < 0$). A bank a fedezet effektív értékével csökkenti a kitettséget. A megmaradó fedezetet visszafizeti, míg a további tartozásán veszteséget könyvel el

$$\frac{1}{H_B}(E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^+ + REC_C(E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^- \ . \tag{22}$$

Az előző kifejtés során felhasznált egyenletek sorrendjében összegezve a tagokat a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
\Pi'_C(t,T;C,H) &= -\Pi(t,T)1_{\tau>T} + 1_{\tau<T}\Big(-\Pi(t,\tau) + D(t,\tau)C_{C,\tau}\Big) \\
&+ 1_{(\tau_C=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}<0)}1_{(C_{C,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(\tfrac{(E_{B,\tau}-H_B C_{B,\tau})^+}{H_B} + REC_C(E_{B,\tau} - H_B C_{B,\tau})^-\Big) \\
&+ 1_{(\tau_C=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}<0)}1_{(C_{C,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big(REC_C E_{C,\tau} - REC'_C C_{C,\tau}\Big) \\
&+ 1_{(\tau_C=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}>0)}1_{(C_{C,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(E_{C,\tau} - C_{C,\tau}\Big) \\
&+ 1_{(\tau_C=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}>0)}1_{(C_{C,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big((E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^+ + \tfrac{REC'_C}{H_C}(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^-\Big) \\
&+ 1_{(\tau_B=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}<0)}1_{(C_{C,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(\tfrac{REC'_B}{H_B}(E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^+ + (E_{C,\tau} - H_B C_{C,\tau})^-\Big) \\
&+ 1_{(\tau_B=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}<0)}1_{(C_{C,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big(E_{C,\tau} - C_{C,\tau}\Big) \\
&+ 1_{(\tau_B=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}>0)}1_{(C_{C,\tau}<0)}D(t,\tau)\Big(REC_B E_{C,\tau} - REC'_B C_{C,\tau}\Big) \\
&+ 1_{(\tau_B=\tau<T)}1_{(E_{C,\tau}>0)}1_{(C_{C,\tau}>0)}D(t,\tau)\Big(REC_B(E_{C,\tau} - H_C C_{C,\tau})^+ + \tfrac{(E_{C,\tau}-H_C C_{C,\tau})^-}{H_C}\Big) \ .
\end{aligned} \tag{23}$$

Jelen kifejtési mód a partner nézőpontjából tükrözi a pénzáramokat. Ha visszahelyettesítjük a bank szempontjából használt változókat, már tisztán adódik, hogy az így kapott ár éppen a (11) egyenlet mínusz egyszerese, ahogy azt a szimmetrikus esetben elvártuk.

4 Egy numerikus példa

Ebben a részben a korábban levezetett eredményeket mutatjuk be egy numerikus példát felhasználva. Az eddigiek fontosságának érzékeltetéséhez egy egyszerű, osztalékot nem fizető részvényre szóló határidős ügylet BVCA értékét és annak tulajdonságait vizsgáljuk meg fedezeti haircut mellett. A példában a vételi oldalt képviselő bank szemszögéből, Monte-Carlo szimuláció segítségével végezzük el a számításokat. A HBCVA kiszámításához szimulálnunk kell az alaptermék áralakulását és a csődidőpontokat.

Annak érzékeltetéséhez, hogy az eredmények a legegyszerűbb modellkeretben is szignifikánsak, egyszerűsítő feltételekkel élünk. Az alaptermék árára egy geometriai Brown-mozgást feltételezünk, amely paraméterezését *2. táblázatban* közöljük. A csődidőpontok meghatározására redukált formájú, strukturális és faktor modellek a legelterjedtebbek.[9] Mi egy speciális, Cox-folyamatra épülő redukált formájú modellt használunk Lando (1998) munkája

[9] Bielecki és Rutkowski (2013) könyve átfogó összefoglalást ad e modellek tulajdonságairól és használatáról.

alapján. Ez a keret lehetőséget ad arra, hogy a csődintenzitások korrelációjának implikációját is fel tudjuk mérni, más torzító hatások nélkül, például az alaptermék és a csődesemények korrelációja. Hogy példánk a valós élethez közel álljon, a csődmodell paramétereit valós piaci adatok alapján kalibráljuk. Külső megfigyelőként azonban úgy gondoljuk, hogy ha még a partnereket ismerjük is, az általuk megkötött ügyletről nincs információnk. Így példánkban a részvényárfolyamot leíró modellt nem kalibráljuk piaci adatokhoz, hanem annak paramétereit mi választjuk meg.

A részvényárfolyam dinamikáját tehát az alábbi geometriai Brown-mozgással írjuk le:

$$dS_t = rS_t\,dt + \sigma S_t\,dW_t\ , \tag{24}$$

ahol W_t egy Wiener folyamat a $\mathbf{Q}$ mérték alatt.

A csődidőpontok szimulálásához egy Cox-folyamaton alapuló redukált modellt használunk. Jelölje λ_t^i az i szereplő hazard rátáját. A redukált modellekben a csőd egy Poisson-folyamat első ugrásának feleltethető meg. Itt azonban a hazard ráta is sztochasztikus, speciálisan Brigo és Alfonsi (2005) munkája alapján egy CIR++ folyamatot követ, azaz:

$$dx_t^i = k^i(\theta^i - x_t^i)\,dt + v^i\sqrt{x_t^i}\,dW_t^i\ , \tag{25}$$

$$\lambda_t^i = x_t^i + \phi_t^i\ , \quad i \in \{B; C\}\ , \tag{26}$$

ahol ϕ_t^i jelenti a determinisztikus eltolást, és W_t^B és W_t^C két korrelált Wiener folyamat a $\mathbf{Q}$ mérték alatt: $dW_t^B\,dW_t^C = \rho\,dt$.

A fentihez hasonló redukált modellekben a csődidőpont saját kumulált intenzitásával transzformálva egy exponenciális eloszlású valószínűségi változót ad 1 várható értékkel

$$\int_0^\tau \lambda_s\,ds = \xi \sim \mathrm{Exp}(1)\ . \tag{27}$$

Jelölje a kumulált intenzitást, vagy más néven hazard függvényt $\Lambda(t)$. Ekkor a csődidőpontot könnyen megkaphatjuk a következő alakban:

$$\tau = \Lambda^{-1}(\xi)\ . \tag{28}$$

A modell illesztését a piacon megfigyelt hitelmulasztási csereügyletek feláraiból visszaszámolt csődvalószínűségekkel végeztük. Az illesztés technikáját Brigo és Alfonsi (2005) dolgozta ki a kamatlábmodellekkel analóg módon. Az alapötlet, hogy a Cox-folyamatra épülő redukált modell azonosítható egy kamatlábmodellel, hiszen egy adott időtartamra vonatkozó, a kockázatmentes mérték alatt számolt túlélési valószínűség megegyezik egy ugyanilyen lejáratú kötvény árfolyamával egy az intenzitás dinamikáját használó kamatlábmodellben:

$$\mathbf{Q}(\tau > t) = \mathbf{E}\big[e^{-\int_0^t \lambda_s\,ds}\big]\ . \tag{29}$$

A modellünktől azt kell elvárnunk, hogy a csődvalószínűségek bármilyen időtávon tükrözzék a piaci értékeket. A piaci csődvalószínűségeket pedig a hitelmulasztási csereügyletek piacon megfigyelt feláraiból számoljuk vissza, úgy, hogy az adott felár mellett olyan csődvalószínűséget keresünk, ami mellett az ügylet ára nulla. Ebben a rekurzív feladatban a csődvalószínűségekre egy determinisztikus hazard rátát használó modellből megkaphatjuk az úgynevezett implicit hazard ráta függvényt. Mivel a piacon rendszerint csak néhány standard lejáratra jegyeznek hitelmulasztási ügyleteket, ezért a köztes intervallumokon közelítést szokás alkalmazni. A közelítés az implicit hazard ráta függvény jegyzett lejáratok közötti interpolálását jelenti.

A példában a JPMorgan Chase & Co. (B) és az Ally Financial Inc. (C) 2015.07.30-án megfigyelt hitelmulasztási csereügylet féláraira építünk, megvizsgálva a HBCVA alakulását, ha a két szereplő megállapodást kötne egymással. A hitelmulasztási csereügylet félárakat az *1. táblázat* foglalja össze.

Lejárat (év)	JPMorgan Chase & Co.	Ally Financial Inc.
1	28,8	29,1
3	45,7	52,3
5	70,9	79,9
7	93,2	103,7
10	110,5	123,4

1. táblázat. A piacon megfigyelt CDS felárak (bázis pont)

A modell illesztése után kapott paramétereket a *2. táblázat* tartalmazza.

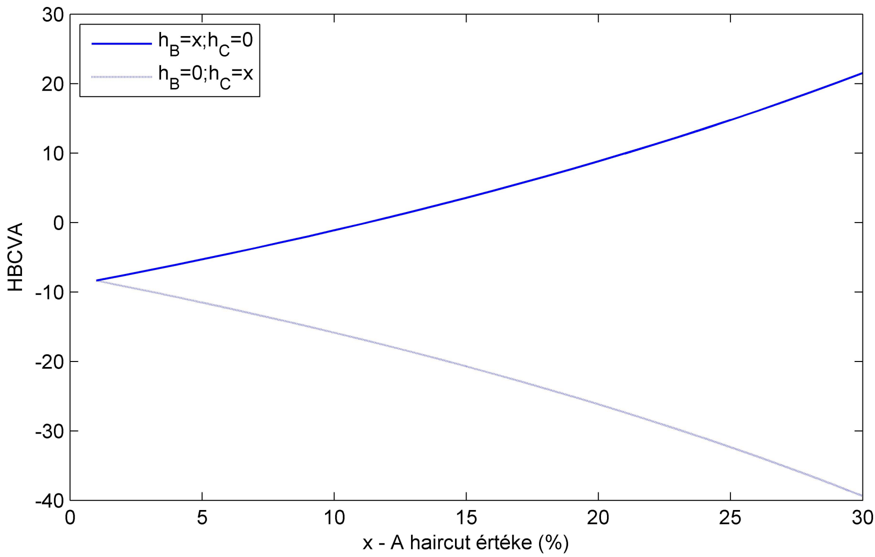
	k	θ	v
B	0,036	0,239	0,132
C	0,009	0,331	0,078
$r = 0.01$		$\sigma = 0.1$	

2. táblázat. CIR++ és GBM modell paraméterek

A *2. ábrán* szemléltetjük a haircut miatti kiigazítás jelentőségét. Az ábra a bank szempontjából számított HBCVA alakulását írja le a haircut függvényében két különböző esetben attól függően, hogy melyik fél használja a haircutot a partnere által biztosított fedezet csökkentésére. Ha csak a bank számol haircutot az az árat pozitívabb irányba módosítja. Ez a viselkedés egybeesik a várakozásainkkal, hiszen azt mutatja, hogy a bank figyelembe veszi, hogy partnere ugyan önmagában kockázatosabb – és így a haircut nélküli kiigazítás negatív – azonban a haircut növeli a biztonságot, így megteheti, hogy a negatív kiigazítást kezdetben csökkenti, majd magas haircut mellett pozitívvá fordítja át.

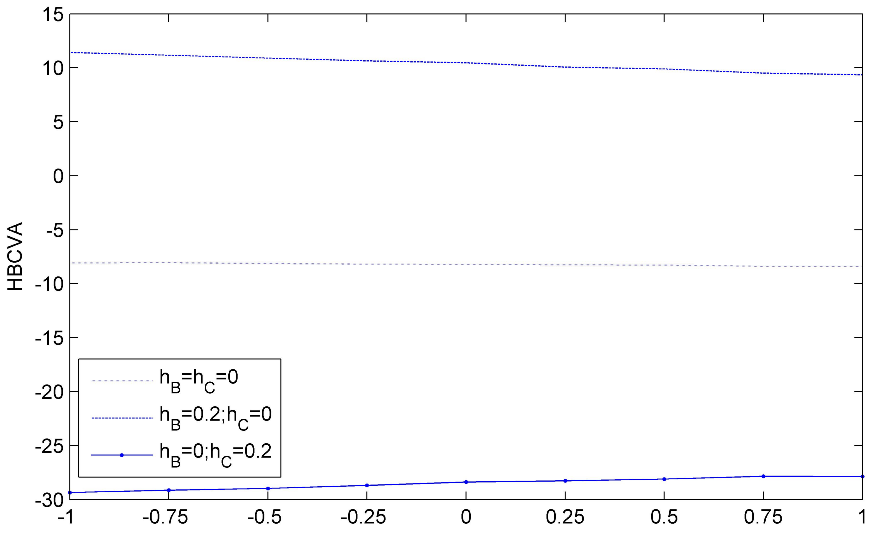
A második esetben csak a partner csökkenti a fedezet értékét. Ez a bank szempontjából tovább csökkenti a HBCVA értékét, hiszen további várható veszteségeket áraz be a fedezetén felszámolt haircut miatt.

Láthatjuk, hogy a haircuttal kiegészített BCVA már alacsony haircut mellett is jelentősen eltér az eredetitől.



2. ábra. HBCVA különböző haircut feltételek mellett

A *3. ábrán* a HBCVA egy különleges tulajdonságát mutatjuk be. A bank és a partnere hazard rátáira ható véletlen események közötti korreláció függvényében a bank szempontjából számolt BCVA értéke enyhén csökken. A csődmodell jellegéből adódóan negatív korreláció mellett gyakrabban fog valamelyik fél csődölni, mint magas pozitív korreláció mellett. Negatív korreláció mellett a felek aszimmetrikusan teljesítenek, így várhatóan amikor az egyik fél jól teljesít, a másik rosszul fog. Tehát gyakrabban fogunk csődeseménnyel találkozni, mint pozitív korreláció mellett, ahol is a felek hasonlóan viselkednek.



3. ábra. HBCVA a hazard rátákat meghatározó korreláció függvényében

Magas pozitív korreláció mellett ugyan kevesebb csődeseménnyel számolunk, mégis a partner relatíve többet fog csődölni, hiszen a magasabb felárai miatt alapból kockázatosabbnak tekinthető. Így a haircut nélküli esetben a bank jobban ki fogja igazítani az árat a magas korreláció miatt.

A haircut modellbe helyezése azonban a nulla felé húzza a kiigazítást, és ezzel megfordítja a trendet. Az első esetben a HBCVA értékét a partner által felszámolt 20 százalékos haircut mellett ábrázoljuk, miközben a bank nem számol haircutot a fedezetre. A partnerkockázat miatti kiigazítás itt is egy csökkenő trendet adna a HBCVA-nak, azonban a haircut felfelé húzó trendje dominál az árkiigazításban. Mint ahogy azt a modellből már láttuk, magas korreláció mellett kevesebb csőddel kell számolni, azaz kevesebb kitettség csökkentést kell végrehajtani, így a bank számára is kevesebb haircut veszteséget kell elkönyvelni. A fordított esetet – amikor a bank számol 20 százalékos haircutot a fedezeten – lefelé törő trendje az előzőek tükrében hasonlóan magyarázható.

5 Összefoglalás

A fedezeti haircut a biztosítékok kezelésének egyik legfontosabb módszere. Meghatározása számos kockázati faktor figyelembevételét kívánja meg. Egy OTC piacon megkötött szerződés esetén a felek a partner esetleges csődje miatt kockázattal szembesülnek. A túlélő fél még fedezett pozíció mellett is kockázatnak van kitéve, a biztosíték esetleges elértéktelenedése miatt. Ennek elkerülése végett a CSA szerződések gyakran tartalmaznak haircut előírásokat.

Brigo et al. (2014) a BCVA számításának egy új modelljét kínálják, amiben a fedezet számbavételére is sor kerül. Ezt a modellt egészítettük ki a fedezeti haircut figyelembevételével. Amennyiben a fedezet kevesebbet ér, annak hatással kell lennie a partnerkockázat miatti árkiigazításra is. Munkánkban azonban megmutattuk, hogy a partnerkockázati hatások mellett a haircut egy másik kiigazítást is beépít a modellbe, amely az esetleges haircut miatti nyereségeket, illetve veszteségeket számszerűsíti. A haircut kétféle hatást is kifejt a derivatíva árára, így az semmiképpen nem elhanyagolható tényező az ár modellezésekor.

Jelen munkában megmutattuk, hogy ez a kiigazítás még aszimmetrikus haircut esetén sem sérti meg az egységes ár szerepét, hiszen a felek kölcsönösen beárazzák a CSA feltételeit. A HBCVA számolását leíró általános árazó képlet levezetése után egy számszerűsített példán mutattuk meg, hogy a haircut modellhez adása többszörösére változtathatja a BCVA értékét. Hasonlóan rámutattunk, hogy a csődeseményeket generáló hazard ráták közötti korreláció szerepe is felcserélődik, ha a haircut miatti kiigazítást is figyelembe vesszük.

Irodalom

1. Bielecki, T. R., Cialenco, I., és Iyigunler, I. (2011) Counterparty risk and the impact of collateralization in CDS contracts. *Stochastic Processes, Finance*

and Control: A Festschrift in Honor of Robert J Elliott (Advances in Statistics, Probability and Actuarial Science) Ed. Samuel N. Cohen, Dilip Madan, Tak Kuen Siu, Hailiang Yang, 2012:181–216.

2. Bielecki, T. R. és Rutkowski, M. (2013) *Credit risk: modeling, valuation and hedging*. Springer Science & Business Media.
3. Brigo, D. és Alfonsi, A. (2005) Credit default swap calibration and derivatives pricing with the SSRD stochastic intensity model. *Finance and Stochastics*, 9(1):29–42.
4. Brigo, D. és Capponi, A. (2010) Bilateral counterparty risk with application to CDSs. *Risk*, 23(3):85.
5. Brigo, D., Capponi, A., és Pallavicini, A. (2014) Arbitrage-free bilateral counterparty risk valuation under collateralization and application to credit default swaps. *Mathematical Finance*, 24(1):125–146.
6. Brigo, D., Capponi, A., Pallavicini, A., és Papatheodorou, V. (2011) Collateral margining in arbitrage-free counterparty valuation adjustment including re-hypotecation and netting. http://arxiv.org/pdf/1101.3926.pdf.
7. Brigo, D. és Morini, M. (2011) Close-out convention tensions. *Risk*, 24(12):74.
8. Canabarro, E. és Duffie, D. (2003) Measuring and marking counterparty risk. *Asset/Liability Management for Financial Institutions, Institutional Investor Books.*
9. Duffie, D. és Huang, M. (1996) Swap rates and credit quality. *Journal of Finance*, 51(3):921–949.
10. Durand, C. és Rutkowski, M. (2013) CVA under alternative settlement conventions and with systemic risk. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 16(7):1–40.
11. Green, A. és Kenyon, C. (2014) MVA: Initial margin valuation adjustment by replication and regression. http://arxiv.org/pdf/1405.0508v2.pdf.
12. ISDA (1996) Guidelines for collateral practicioners. http://www.isda.org/press/pdf/colguide.pdf.
13. ISDA (2005) Collateral guidelines. http://www.isda.org/publications/pdf/2005isdacollateralguidelines.pdf.
14. Lando, D. (1998) On cox processes and credit risky securities. *Review of Derivatives research*, 2(2-3):99–120.

CREDIT VALUATION ADJUSTMENT – ADDING THE COLLATERAL HAIRCUT TO THE MODEL

This paper describes the calculation and the features of the credit valuation adjustment (CVA) with collateral haircut. We extend the model developed in Brigo et al. (2014) to include the discount on the collateral introduced by the haircut. We show that the price generated by the new model comprises not only the counterparty risk, but also the gain or loss on the value reduction of the collateral. The price is proved to be unique for both participant even under asymmetric assumptions. We use a numerical example to illustrate that the adjustment on the risk free price may be significantly different than the original adjustment accounting for counterparty risk only.