A SZIGMA TEMATIKUS SZÁMA A PANELMODELLEKRŐL

Szerkesztette:

Ábel István és Mátyás László

A SZÁM SZERZŐI

ÁBEL ISTVÁN a BKE Vállalatgazdaságtan tanszékének docense,

DENNIS J. AIGNER a University of California, Graduate School of Management professzora,

BADI H. BALTAGI a Texas A & M University, Department of Economics professzora,

FRANÇOIS FAURE az Université de Paris Val de Marne tanára,

KHALIFA GHALI a University of Southern California, Department of Economics professzora,

JAMES M. GRIFFIN a Texas A & M University, Department of Economics professzora,

CHENG HSIAO a University of Southern California, Department of Economics professzora,

MÁTYÁS LÁSZLÓ a BKE Vállalatgazdaságtan tanszékének tudományos főmunkatársa,

PATRICK SEVESTRE az Université de Paris Val de Marne tanára,

GRANT TAYLOR a University of Southern California, Department of Economics professzora,

ALAIN TROGNON az Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques fősztályvezetője, az ENSAE és az EHESS professzora,

TOM WANSBEEK a Rijksuniversiteit Groningen professzora.

A Szigmának ez a száma egyetlen témával, a panelmodellekkel foglalkozik. A számot *Ábel István* és *Mátyás László* szerkesztette, ők írták a számot bevezető jegyzeteket is. A fordítás *Demeter Krisztina, Kőrösi Gábor, Neményi Judit, Révész Tamás* és *Vincze János* munkája, a fordításokat *Neményi Judit* ellenőrizte. A szerkesztőség részéről a szövegeket *Király Júlia* gondozta.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

ÁBEL ISTVÁN — MÁTYÁS LÁSZLÓ

Panelmodellek az alkalmazott mikroökonómiában

A közgazdaságtanban ritkán fordul elő, hogy a módszertani kutatások élvonalát képviselő, nem teljesen letisztult, és ezért csupán szűk körben elterjedt elemzési módszereket közvetlenül a napi gyakorlat kérdéseinek elemzésére alkalmazzanak. A módszerek kifejlesztésétől többnyire hosszú út vezet amíg azokat hasznos, sőt nélkülözhetetlen eszközként használják a gazdasági gyakorlat problémáival rutinszerűen foglalkozók is. A *paneladat-elemzési módszerek* és modellek a ritka kivételek közé tartoznak. E módszerek alkalmazásának kivételesen gyors elterjedését két tényező indokolja. Egyrészt gyakorlati döntések megalapozásához csak statisztikailag stabil, megbízható becslések jelentenek segítséget. Ehhez pedig sok adatra, sok megfigyelésre van szükség, méghozzá olyan megfigyelésekre, melyek jelzik a gazdasági összefüggéseknek a döntés szempontjából releváns törvényszerűségeit. A pusztán idősorokra támaszkodó elemzések hatékonyságát jelentősen korlátozza az a körülmény, hogy szinte kivétel nélkül túlzottan rövid idősorokra vagyunk kénytelenek támaszkodni, ha például ki akarjuk zárni a strukturális törések okozta veszélyeket. A gazdaságpolitika legtöbb valóságos kérdése esetén a releváns időhorizont rendkívül rövid. A beavatkozás megváltoztatja az érintettek viselkedését. Az alkalmazkodás során tanulnak, reakcióik változnak. Nagy aggregátumokra vonatkoztatott hosszú idősorokkal nem sokra megyünk. Ráadásul, a makro statisztikák összeállításának időigénye szinte kizárja, hogy a gyakorlati modellezés sürgető kérdéseire a hagyományos ökonometriai megközelítésekkel keressük a válaszokat. Egyedi felmérések, avagy rendszeres adatszolgáltatások (pl. mérlegbeszámolók) révén könnyebben és nagy tömegben elérhetők a mikro egységekre vonatkozó keresztmetszeti adatok. Ezen keresztmetszeti adatok néhány éves együttese képezheti a paneladatbázisok alapjait, amelyekre — a hagyományos keresztmetszeti adatoktól eltérően — dinamikus összefüggéseket is lehet számszerűsíteni.

A panelelemzési módszerek iránti igényt az is erősíti, hogy a számítógépes adatfeldolgozás a gazdaságirányítás és elemzés minden területén utat tör. Ennek közvetlen következményeként nagy tömegben jöttek létre mikro egységekre vonatkozó keresztmetszeti adatrendszerek. Eddig hiányosak voltak viszont az információ feldolgozásához szükséges módszertani ismeretek.

Szerencsésen találkozott tehát az elméleti újdonságot igérő tudományos kihívás és a gyakorlati feladatok megoldását közvetlenül hasznosító módszertan iránti igény. Ennek köszönhetően rohamléptekkel fejlődött az idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználásának ökonometriai technikája és az ezt formalizáló panelmodellek egyre elterjedtebb eszközei lettek a közgazdasági elemzésnek.

Az *első panelmodellekkel* foglalkozó publikációk a hatvanas évek elején láttak napvilágot, de az igazi áttörést, ami a kutatás nagyméretű fellendülésével járt, Pietro

BALESTRA és Mark NERLOVE úttörő cikke (1966) jelentette.[1] Azóta — bár mind közgazdasági, mind módszertani szempontból sok még a nyitott, megoldatlan kérdés — a panelmodellekre épülő elemzéseknek, vizsgálatoknak se szeri se száma. Magyarul MÁTYÁS László cikkei, írásai nyújthatnak kellő tájékoztatást a főbb modellekről, módszerekről.[2]

Az utóbbi évtizedek módszertani fejlődését az a kérdés jellemezte, hogy a nagytömegű adatbázisokban egyszerre meglevő heterogenitást és homogenitást hogyan lehet formalizálni olyan modellekké, amelyek *identifikálhatók* és *számszerűsíthetők*. Az alkalmazások legfontosabb törekvése az volt, hogy olyan modellspecifikációkat sikerüljön előállítani, melyek megfelelnek a korszerű közgazdasági elméletek támasztotta követelményeknek, ugyanakkor nem állítják lehetetlen helyzet elé a statisztikusokat, akik szembesíteni próbálják e modelleket az adatok valóságával. Ennek a kettős követelménynek megfelelően az alkalmazók és az elméleti ökonometrikusok hosszú együttműködésének eredményeként olyan modelleket és eljárásokat sikerült kifejleszteni, melyek messze túlmutatnak a hagyományos módszereken és megközelítéseken.

A *jelen válogatás célja* az, hogy bepillantást nyújtson e rohamléptekkel fejlődő területre, ismertetve bemutassa a legfontosabb műhelyek egy-egy releváns tanulmányát. A vonatkozó nemzetközi irodalom arányainak megfelelően, az ismertetett munkák egy része kifejezetten módszertani jellegű, míg másik része a lehetséges alkalmazásokra mutat példát.

A módszertani írások erősen technikai jellegűek. Ez általános jellemzője az ökonometria-elmélet mai állapotának, hiszen ez a jól ismert alapmódszerek csiszolásának, finomításának az időszaka. Ennek megfelelően a módszertani írások csak azok számára „emészthetők" és nyújtanak többletismereteket, akik kellően járatosak az ökonometria-elméletben és a panelmodellekre vonatkozó alapvető állítások, módszerek, megközelítések világában.

Tom WANSBEEK cikke (a MÁTYÁS László Szigma (1986) írásban magyarul is áttekintett) alap panelmodellek viselkedését tárgyalja abban az esetben, mikor a modell reziduális változói autokorreláltak. Az írás azokat az átalakításokat, transzformációkat mutatja be, melyekkel a hagyományos technikákra alapozva az autokorreláció problémája kezelhetővé válik.

Cheng HSIAO és Grant TAYLOR cikke azokat az ökonometriában igen fontos modelleket tárgyalja, melynek változói mérési hibát tartalmaznak. A cikk erősen matematizált eszközökkel bemutatja, hogy a paneladatbázisokban meglévő többletin-

---

[1] BALESTRA, P. — NERLOVE, M.: Pooling Time Series and Cross Section Data in the Estimation of Dynamic model. *Econometrica*, 1966 No. 3.

[2] MÁTYÁS L.: Idősorok és keresztmetszeti adatok együttes felhasználása az ökonometriai vizsgálatokban. *Agrárgazdasági Kutató Intézet*, 1985. 6. sz., MÁTYÁS L.: A panelmodellek becslése. *Szigma*, 1986. 4. sz., MÁTYÁS L.: Dinamikus panelmodellek becslése. *Szigma*, 1987/88. 2-3. sz., MÁTYÁS L.: Szimultán panelmodellek becslése. *Szigma*, 1987/88. 2-3. sz.

formáció a modellek identifikációja és becslése során feleslegessé teszi a hagyományos ökonometriai modelleknél ilyenkor elengedhetetlen pótlólagos hipotéziseket, megszorításokat.

Patrick SEVESTRE és Alain TROGNON valamint François FAURE és Patrick SEVESTRE cikke a dinamikus panelmodellekre vonatkozó ugyanazon kutatásnak két különböző aspektusát tárgyalja. Ez elkerülhetetlenné tesz bizonyos átfedéseket, aminek a kiküszöbölése az érthetőség rovására ment volna. A dinamikus panelmodellek alapproblémája (lásd erről magyarul MÁTYÁS László Szigma (1987/88) írását), hogy a szokásos panelmodell esztimátorok torzítottak. Az írások célja egyrészt olyan kétfokozatú (instrumentális) becslési módszerek bemutatása, melyek torzítottak ugyan, de konzisztensek, másrészt annak Monte Carlo módszerekkel történő vizsgálata, hogy ezen becslési eljárások adott konkrét paraméterek és mintaelemszámok esetében milyen sebességgel konvergálnak.

Az alkalmazásokat tartalmazó írások indíttatása kettős. Egyrészt bemutatják hogyan lehetséges egy adott meglévő paneladatbázison értelmes és informatív modellek specifikálása valamint számszerűsítése (ilyen a Dennis AIGNER — Khalifa GHALI cikk), másrészt arra mutatnak példát, hogy egy közgazdasági probléma hogyan „találja meg" adatbázisát (ilyen Badi BALTAGI — James GRIFFIN cikke).

E válogatás elkészítésében két — a panelmodellek kutatásával foglalkozó szervezet — volt segítségünkre. Az ERUDITE, mely a világ különböző laboratóriumaiban folyó ezirányú munkákat segíti, koordinálja, valamint a PANDA, ami Magyarországon igyekszik hasonló szerepet betölteni.[3] Ehhez gazdag számítógépes programkönyvtárakkal és irodalomgyűjteményekkel állnak az érdeklődők rendelkezésére. Továbbá szeretnénk köszönetet mondani *Dénes Ibolyának* és *Dénes Ferencnek* e kötet elkészítéséhez nyújtott segítségükért.

Reméljük, hogy a jelen kötet előmozdítja a panelmodellek hazai elterjedését és hozzájárul a témához tartozó kutatások fejlődéséhez.

[3] Az ERUDITE kutatócsoport (Equipe de Recherches sur l'Utilisation des Données Individuelles Temporelles en Economie) az Université de Paris Val de Marne, a PANDA (Panel Data Research Group) kutatócsoport pedig a Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem gesztorálásával működik.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

TOM WANSBEEK

Paneladatok transzformációja a reziduális változók autokorrelációja esetén*

A véletlen egyedhatásokat tartalmazó paneladatokon végzett regressziós elemzés során, a véletlen egyedhatások a reziduális változók közötti időbeli (szeriális) korreláció forrásai lehetnek. A korreláció másik forrása az autokorreláció lehet. A cikk a vonatkozó mátrix struktúrák sajátosságait és egy növekedési görbe hatására való kiterjesztést tárgyalja. Azt az esetet is elemzi, amikor a hatások nem véletlenek, hanem rögzítettek, vagyis a modell állandó hatású.

1. Bevezetés

A paneladatokra alkalmazott szokásos regressziós modellből indulunk ki:

$$y = X\beta + Z\alpha + u, \tag{1.1}$$

ahol y $(TN \times 1)$ a függő változó N egyedre és T számú időpontra vonatkozó megfigyelései, X egy $(TN \times k)$ méretű mátrix, amely k független változó megfigyeléseit tartalmazza, u a reziduális változók $(TN \times 1)$ méretű, zérus várható értékű és $\sigma^2 I_{NT}$ varianciájú vektora, és $Z\alpha$ az egyedhatásokat jelöli: $Z \equiv \imath_T \otimes I_N$, ahol $\imath_T$ egy T-elemű egyesekből álló vektor, $\alpha \equiv (\alpha_1, \ldots, \alpha_N)'$, pedig az egyedhatások N elemű vektora. Egyelőre tekintsük az egyedhatásokat véletlenszerűnek, zérus várható értékkel és $\sigma_\alpha^2 I_N$ kovarianciamátrix-szal. Ekkor az $u + Z\alpha$ összetett hibatagnak zérus várható értéke és

$$\Omega = \Sigma \otimes I_N \equiv (\sigma_u^2 I_T + \sigma_\alpha^2 J_T) \otimes I_N, \tag{1.2}$$

kovarianciamátrixa van, ahol J_T egy $T \times T$ méretű csupa egyesekből álló mátrix. Az (1.2) modell számítástechnikailag hatékony becsléséhez egy a Σ^{-1}-el vagy $\Sigma^{-\frac{1}{2}}$-el arányos mátrix képlete szükséges. Ilyen képleteket könnyen nyerhetünk:

$$\Omega^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2}\left(I_T - \frac{1}{T}(1-\lambda^{-1})\imath_T \imath_T'\right) \tag{1.3}$$

$$\Omega^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sigma_u}\left(I_T - \frac{1}{T}(1-\lambda^{-\frac{1}{2}})\imath_T \imath_T'\right), \tag{1.4}$$

ahol

$$\lambda \equiv (\sigma_u^2 + T\sigma_\alpha^2)/\sigma_u^2. \tag{1.5}$$

---

* Tom WANSBEEK: „Transformations for Panel Data when the Disturbances are Autocorrelated". (*Fordította*: RÉVÉSZ Tamás)

Az utóbbi eredmény különösen érdekes, mivel ebből az következik, hogy a modellnek y_{tn} helyett

$$y_{tn} - (1 - \lambda^{-\frac{1}{2}})y_{.n} \tag{1.6}$$

változóra való transzformációja (a pont a megfelelő indexre vonatkozó átlagot jelöl) és az X-ekre vonatkozó hasonló transzformáció a modellt úgy alakítja át, hogy a közönséges legkisebb négyzetek módszere (OLS) alkalmazhatóvá válik. Ez a transzformáció megtalálható például HAUSMAN (1978) cikkében és egy általánosabb formában FULLER és BATTESE (1974) írásában.

Az egyedhatások jelenléte a reziduális változók között időbeli (szeriális) összefüggést (korrelációt) okoz. Ez az összefüggés mindig azonos, tekintet nélkül arra, hogy a megfigyelések időben mennyire vannak távol egymástól. Előfordulhat azonban, hogy ezenkívül más időbeli összefüggés is fennáll a „klasszikus" autokorreláció miatt. Ebben az esetben az (1.6) transzformáció már nem megfelelő. Az AR(1) típusú autokorreláció esetén szükséges átalakítást a *2. pontban* ismertetjük. A *3. pont* tovább általánosítja a modellt, és egy növekedési görbe komponenst is hozzávesz. A *4. pont* azt az esetet vizsgálja, amikor az egyedhatások nem véletlenszerűek, hanem rögzítettek.

2. Autokorreláció

Ha az u_{nt} reziduális változók között autokorreláció van (ld. LILLARD és WILLIS, 1978), akkor a következőképpen járunk el. Tekintsük egyedenként azonosan ρ paraméterűnek a feltételezett elsőrendű autokorrelációt. Ezután újradefiniáljuk Ω és Σ mátrixokat:

$$\Omega = \Sigma \otimes I_N \equiv (\sigma_u^2 W_T + \sigma_\alpha^2 J_T) \otimes I_N, \tag{2.1}$$

ahol W_T a T - rendű AR (1) korrelációs mátrix:

$$W_T = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{T-1} \\ \rho & 1 & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{T-1} & & \dots & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

Ennek inverze:

$$W_T^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{pmatrix} 1 & -\rho & & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & & \\ & & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & & -\rho & 1 \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

A GLS (általánosított legkisebb négyzetek módszere) becsléshez célszerű Ω^{-1}-re — vagy ezzel egyenértékűen Σ^{-1}-re — felírni a következő összefüggést:

$$\begin{aligned}\Sigma^{-1} &= \sigma_u^{-2} \left\{ W_T^{-1} - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_u^2 + \sigma_\alpha^2 \imath_T' W_T^{-1} \imath_T} W_T^{-1} \imath_T \imath_T' W_T^{-1} \right\} = \\ &= \sigma_u^{-2} \left\{ W_T^{-1} - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_u^2 + \theta\sigma_\alpha^2} v_T v_T' \right\},\end{aligned} \tag{2.4}$$

ahol θ és v_T értékeit az alábbi módon definiáljuk:

$$v_T \equiv W_T^{-1}\imath_T = \frac{1}{1-\rho^2}\left(1-\rho,(1-\rho)^2,\ldots,(1-\rho)^2,1-\rho\right)' =$$
$$= \frac{1}{1+\rho}\left\{(1-\rho)\imath_T + \rho(e_1+e_T)\right\} \tag{2.5}$$

és

$$\theta \equiv \imath_T' W_T^{-1}\imath_T = \imath_T' v_T = \frac{(1-\rho)T+2\rho}{1+\rho}. \tag{2.6}$$

Különösen hasznos, ha egy mondjuk $\tilde{R}_T$-vel jelölt olyan mátrix áll rendelkezésünkre, amire nézve $\tilde{R}_T\tilde{R}_T'$ arányos Σ^{-1}-gyel. Ekkor az $\tilde{R}_T'$ -vel transzformált adatok egy OLS-sel becsülhető modellnek felelnek meg. Egy ilyen mátrix

$$R_T = \begin{pmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & -\rho & & 0 \\ & 1 & \ddots & \\ & & \ddots & -\rho \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.7}$$

amelyre fennáll $R_T R_T' = (1-\rho^2)W_T^{-1}$, azaz

$$R_T'^{-1}R_T^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2}W_T. \tag{2.8}$$

Későbbi célokra megállapítjuk, hogy

$$v_T' R_T'^{-1}R_T^{-1}v_T = \frac{1}{1-\rho^2}\imath_T' W_T^{-1}W_T W_T^{-1}\imath_T = \frac{\theta}{1-\rho^2}. \tag{2.9}$$

Most legyen ϕ egy valós szám és tekintsük a következőket:

$$(R_T - \phi v_T v_T' R_T'^{-1})(R_T' - \phi R_T^{-1}v_T v_T') =$$
$$= (1-\rho^2)W_T^{-1} + (\phi^2\frac{\theta}{1-\rho^2} - 2\phi)v_T v_T' =$$
$$= (1-\rho^2)\left\{W_T^{-1} + \frac{1}{1-\rho^2}(\phi^2\frac{\theta}{1-\rho^2} - 2\phi)v_T v_T'\right\}. \tag{2.10}$$

Ez akkor arányos Σ^{-1} -gyel (ld. (2.4)), ha ϕ a

$$\phi^2\theta - 2(1-\rho^2)\phi + (1-\rho^2)^2\frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_u^2+\theta\sigma_\alpha^2} = 0 \tag{2.11}$$

avagy a

$$\left(\frac{\phi\theta}{1-\rho^2} - 1\right)^2 = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2+\theta\sigma_\alpha^2} \tag{2.12}$$

másodfokú egyenlet gyöke, amiből

$$\phi = \frac{1-\rho^2}{\theta}\left\{1 \pm \left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2+\theta\sigma_\alpha^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}. \tag{2.13}$$

Mivel $\sigma_\alpha^2 = 0$ esetén elvárjuk, hogy $\phi = 0$ legyen (azaz tiszta autokorreláció egyedhatások nélküli esetben), ezért a „minusz" gyököt választjuk. Az y függő változó OLS modellre való transzformációja valamely egyednél (n) ekkor a következő

$$\tilde{y}_n \equiv (R'_T - \phi R_T^{-1} v_T v'_T) y_n, \tag{2.14}$$

alak lesz (ld. (1.6)), és ez az X -ekre is hasonlóan adódik. Az $R'_T y_n$ rész a szokásos *Prais — Winsten* transzformáció (ld. PRAIS és WINSTEN (1954)). A második részre felírható, hogy

$$\begin{aligned} R_T^{-1} v_T &= R_T^{-1} W_T^{-1} \imath_T = \frac{1}{1-\rho^2} R'_T \imath_T = \\ &= \frac{1}{1-\rho^2}\left\{(1-\rho)\imath_T + ((1-\rho^2)^{\frac{1}{2}} - (1-\rho))e_1\right\} = \\ &= \frac{1}{1+\rho}\left\{\imath_T + \left(\frac{(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}}{1-\rho} - 1\right)e_1\right\}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Így az OLS-sel becsülhető modellre történő transzformáció az

$$\tilde{y}_{1n} = (1-\rho)^{\frac{1}{2}}(y_1 - \frac{\phi}{1-\rho^2} v'_T y_n) \tag{2.16}$$

illetve

$$\tilde{y}_{tn} = y_{tn} - \rho y_{t-1,n} - \frac{\phi}{1+\rho} v'_T y_n \tag{2.17}$$

alakot ölti, ahol $t = 2, \ldots, T$. Mivel (mint fent elmondtuk), ha $\sigma_\alpha^2 = 0$, akkor $\phi = 0$, ez nyilvánvalóan speciális esetként tartalmazza a *Prais — Winsten* transzformációt. Ha nincs autokorreláció, hanem csupán az egyedhatások az időbeli korreláció okai, akkor $\theta = T, v_T = \imath_T, \phi = (1 - \lambda^{-\frac{1}{2}})/T$ (ahol λ mint (1.5) -ben), s így a transzformáció a véletlen hatású modellek transzformációjára egyszerűsödik. Az első megfigyelés (2.16) szerinti külön kezelése helyett az egyszerűség kedvéért ezt el is hagyhatjuk. MAESHIRO (1979) véleménye szerint azonban az effajta egyszerűsítésnek esetleg aránytalanul nagy ára lehet.

3. Növekedési görbe hatás

A modell egy érdekes kiterjesztését kapjuk, ha a reziduális változókhoz egy „növekedési görbe" komponenst is hozzáadunk. Egy ilyen modellt vizsgált LILLARD és WEISS (1979):

$$\varepsilon_{tn} = u_{tn} + \alpha_n + \xi_n(t - \bar{t}) \tag{3.1}$$

$$u_{tn} = \rho u_{t-1,n} + \eta_{tn}, \tag{3.2}$$

ahol ξ_n zérus várható értékű valószínűségi változó és esetleg α_n -nel korrelált, de u_{tn} -nel vagy η_{tn}-nel nem. A ξ komponens azoknak a figyelmen kívül hagyott változóknak a hatásait tükrözik, amelyek az y függő változó növekedését befolyásolják. Ezek a változók korrelálhatnak a figyelmen kívül hagyott és az α komponensbe sűrített idő-invariáns változókkal, amelyek a függő változó szintjét befolyásolják. Feltételezzük, hogy u kölcsönösen korrelálatlan mind α-val mind ξ-vel. Ez az egyedek kovarianciamátrixának a

$$\Sigma \equiv \sigma_u^2 W_T + GHG' \tag{3.3}$$

formában való újradefiniálásához vezet, ahol $G \equiv (\imath_T, \tau_T)$, és τ_T egy T elemű vektor, amelynek t-edik eleme $t - \bar{t}$, valamint H az α_n és ξ_n 2×2-es variancia-, kovarianciamátrixa:

$$H \equiv \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 & \sigma_{\alpha\xi} \\ \sigma_{\alpha\xi} & \sigma_\xi^2 \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

Tekintsük újra Σ^{-1} mátrixot és ennek négyzetgyökét. Erre fennáll (ld. (2.4)), hogy

$$\Sigma^{-1} = \sigma_u^{-2}\{W_T^{-1} - W_T^{-1}G(G'W_T^{-1}G + \sigma_u^2 H^{-1})^{-1}G'W_T^{-1}\}. \tag{3.5}$$

Ez a következőképpen látható be. A $W_T^{-1}G$ első oszlopa v_T, amint azt (2.5)-ben már megmutattuk. A $W_T^{-1}\tau_T$ második oszlopára nézve pedig (2.3)-ból

$$(W_T^{-1} - \frac{1-\rho}{1+\rho}I_T)\tau_T = \frac{1}{1-\rho^2}\begin{pmatrix} 2\rho-\rho^2 & -\rho & & & \\ -\rho & 2\rho & -\rho & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -\rho & 2\rho & -\rho \\ & & & -\rho & 2\rho-\rho^2 \end{pmatrix}\tau_T \tag{3.6}$$

összefüggést kapjuk. Nyilvánvaló, hogy annak a T-elemű vektornak, amit az utóbbi szorzat eredményez az első és utolsó elemét kivéve minden eleme zérus. Ezenfelül az is látható, hogy e két elem ellenkező előjelü. Így a (3.6) a következőkre egyszerüsíthető:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1-\rho^2}\{(2\rho-\rho^2)(1-\bar{t}) - \rho(2-\bar{t})\}(e_1 - e_T) = \\ &= \frac{1}{1-\rho^2}\left\{(2-\rho)\frac{1-T}{2} - \frac{3-T}{2}\right\}(e_T - e_1) = \\ &= \frac{1}{2(1-\rho)^2}\{(1-\rho)T + 1 + \rho\}(e_T - e_1). \end{aligned} \tag{3.7}$$

Tehát (3.6) alapján $W_T^{-1}\tau_T$-re már adódik egy kifejezés. Ami $G'W_T^{-1}G$ elemeit illeti, fenáll, hogy

$$\imath_T' W_T^{-1}\imath_T = \theta \tag{3.8}$$

amint azt (2.6)-ban megadtuk, valamint

$$\tau_T' W_T^{-1}\tau_T = \frac{1-\rho}{1+\rho}\tau_T'\tau_T + \frac{\rho}{2(1-\rho^2)}\{(1-\rho)T + 1 + \rho\}(T-1), \tag{3.9}$$

ahol $\tau_T'\tau_T = T(T+1)(T-1)/12$. Harmadszor: $\imath_T' W_T^{-1}\tau_T = 0$. Ez a következőkből látható. Amennyiben C jelöli azt a $T\times T$ méretű mátrixot, amelynek a mellékátlóban levő egyesek mellett csak zérus elemei vannak, akkor $C\imath_T = \imath_T, C\tau_T = -\tau_T$ és $CW_T = W_T C$ így

$$\imath_T' W_T^{-1}\tau_T = \imath_T' C W_T^{-1}\tau_T = \imath_T' W_T^{-1} C\tau_T = -\imath_T' W_T^{-1}\tau_T = 0. \qquad (3.10)$$

Ezzel befejeztük Σ^{-1} összetevőinek tárgyalását. Ami a $\Sigma^{-\frac{1}{2}}$-et illeti, (2.10) általánosításából indulhatunk ki. Ha $V_T \equiv W_T^{-1}G$ és $\Theta \equiv G'W_T^{-1}G$ jelöléseket használunk (figyeljük meg, hogy Θ diagonális a (3.10) miatt), akkor

$$\begin{aligned}
&(1-\rho^2)(W_T^{-1} - V_T(\Theta+\sigma_u^2 H^{-1})^{-1}V_T') = \\
&= (R_T - V_T\Phi V_T' R_T'^{-1})(R_T' - R_T^{-1}V_T\Phi' V_T') = \\
&= (1-\rho^2)W_T^{-1} - V_T(\Phi+\Phi')V_T' + \frac{1}{1-\rho^2}V_T\Phi\Theta\Phi' V_T',
\end{aligned} \qquad (3.11)$$

amiből következik, hogy $\sigma_u^2 W_T^{-1}$ négyzetgyöke $R_T' - R_T^{-1}V_T\Phi V_T'$, ahol Φ tetszőleges megoldása a

$$\Phi\Theta\Phi - (1-\rho^2)(\Phi+\Phi') + (1-\rho^2)^2(\Theta+\sigma_u^2 H^{-1})^{-1} = 0 \qquad (3.12)$$

avagy a

$$\left(\frac{1}{1-\rho^2}\Phi - \Theta^{-1}\right)\Theta\left(\frac{1}{1-\rho^2}\Phi - \Theta^{-1}\right)' = \Theta^{-1} - (\Theta+\sigma_u^2 H^{-1})^{-1} \qquad (3.13)$$

másodfokú mátrix-egyenletnek (2×2-es rendű). Ez a (2.11) általánosítása, és megoldása:

$$\Phi = (1-\rho^2)\{\Theta^{-1} - \sigma_u(\Theta H\Theta + \sigma_u^2\Theta)^{-\frac{1}{2}}\Theta^{-\frac{1}{2}}\}. \qquad (3.14)$$

Ezt analítikusan is ki lehet fejteni, hiszen az összes szóbanforgó mátrix 2×2-es méretű. Az eredmény nyilvánvalóan nehezen lenne áttekinthető, ezért ennek felírását mellőzzük.

4. Állandó hatások

Térjünk vissza az (1.1) szerinti regressziós modellhez, és most tekintsük α-t az állandó hatások N-elemű vektorának, mint például BHARGAVA et al. (1982) teszi ezt. Köztudott, hogy az (1.1)-beli OLS egyenértékű a transzformált modellbeli OLS-sel, ahol a $Z\alpha$ tag nem szerepel, ha minden egyedre az y és X megfigyelések helyett ezek időbeli átlaguktól való eltéréseit szerepeltetjük. Ekkor y_{tn}-ből $y_{tn} - y_{.n}$ lesz, és hasonló adódik X-re is. Autokorreláció esetén a változókat alkalmassá kell tenni erre a transzformációra is.

Ha általában véve u-nak Ω varianciája van, és C olyan mátrix, amelyre $CC' = \Omega^{-1}$, akkor a transzformált modell

$$C'y = C'X\beta + C'Z\alpha + C'u \tag{4.1}$$

OLS-sel becsülhető modell. A $C'Z$-re merőleges projektor a

$$P \equiv I - C'Z(Z'CC'Z)^{-1}Z'C \tag{4.2}$$

mátrix, így y-ra a $PC'y$, X-re pedig a $PC'X$ a megfelelő transzformáció. Ezt y-ra kifejtve kapjuk, hogy

$$PC'y = C'(I - Z(Z'CC'Z)^{-1}Z'CC')y = C'(I - Z(Z'\Omega^{-1}Z)^{-1}Z'\Omega^{-1})y. \tag{4.3}$$

Az autokorrelált modellre $C = R_T \otimes I_N$ és $\Omega^{-1} = W_T^{-1} \otimes I_N$, eltekintve az irreleváns szorzókonstansoktól. Így y_n-re a transzformáció a következő:

$$\tilde{y}_n \equiv R_T' \left(I_T - \frac{1}{\imath_T' W_T^{-1} \imath_T} \imath_T \imath_T' W_T^{-1} \right) y_n = R_T'(I_T - \frac{1}{\theta} \imath_T v_T') y_n. \tag{4.4}$$

Tehát

$$\tilde{y}_{in} = (1-\rho)^{\frac{1}{2}}(y_1 - \frac{1}{\theta} v_T' y_n) \tag{4.5}$$

(ld.(2.16)), és (2.17) helyett $t = 2, \ldots, T$-re azt kapjuk, hogy

$$\tilde{y}_{tn} = y_{tn} - \rho y_{t-1,n} - \frac{1-\rho}{\theta} v_T' y_n. \tag{4.6}$$

A $\rho = 0$ esetben ez az $y_{tn} - \bar{y}_{.n}$ alakra egyszerűsödik, ami a szokásos „csoporton belüli" (within) transzformáció.

Ha újra fontolóra vesszük a növekedési hatással való kibővítést, y_n-re akkor kapjuk a megfelelő transzformációt, ha (4.4)-ben W_T^{-1} helyére $(W_T + \sigma_\xi^2/\sigma_u^2 \tau_T \tau_T')^{-1}$ írunk, ami az alábbival egyezik meg:

$$W_T^{-1} - \frac{\sigma_\xi^2}{\sigma_u^2 + \sigma_\xi^2 \tau_T' W_T^{-1} \tau_T} W_T^{-1} \tau_T \tau_T' W_T^{-1}. \tag{4.7}$$

Mivel $\tau_T' W_T^{-1} \tau_T = 0$ (ld. (3.10)) ez esetben ugyanaz a transzformáció mint fentebb, ld (4.4) — (4.6).

Az egyik ok amiért néha az állandó hatásokat részesítik előnyben a véletlen hatásokkal szemben az, hogy előfordulhat korreláció a magyarázó változók és az egyedhatások között. A fellépő torzítás elkerülhető a „within"-transzformáció segítségével. Ha a növekedési görbe hatást relevánsnak tekintjük, akkor ez szintén korrelálhat a magyarázó változókkal, és ekkor a „ketőzött" állandó hatások formulája alkalmazható, azaz nemcsak az α_n-ek, hanem a ξ_n-ek is rögzítettnek tekintendők. Ha nincs autokorreláció akkor az $(I - G(G'G)^{-1}G')y_n$ az alkalmas transzformáció. Mivel $\tau_T' \imath_T = 0$ ezért $G'G$ diagonális, és

$$\tilde{y}_{tn} = y_{tn} - y_{.n} - (t - \bar{t})\tau_T' y_n / \tau_T' \tau_T. \tag{4.8}$$

Végül, ha újra bevezetjük az autokorrelációt, a transzformáció az alábbi lesz:

$$\tilde{y}_n = R_T'(I_T - G(G'W_T^{-1}G)^{-1}G'W_T^{-1})y. \tag{4.9}$$

Ennek az elemei pedig közvetlenül adódnak a fenti képletből.

Hivatkozások:

BHARGAVA, A., L. FRANZINI and W. NARENDRANATHAN, (1982): „Serial correlation and the fixed effects model." *Review of Economic Studies* 49, 533-549.

FULLER, W.A., and G. BATTESE, (1974): „Estimation of linear models With crossed-error structure." *Journal of Econometrics* 2, 67-78.

HAUSMAN J.A. (1978): „Specification tests in econometrics. *Econometrica* 46, 1251-1271.

LILLARD, L.A. and R.J. WILLIS, (1978): „Dynamic aspects of earning mobility." *Econometrica* 46, 985-1012.

LILLARD, L.A. and Y. WEISS, (1979): „Components of variation in panel earnings data: American scientists 1960-70." *Econometrica* 47, 437-454.

MAESHIRO, A., (1979): „On the retention of the first observations in serial correlation adjusment of regression models." *International Economic Review* 20, 259-265.

PRAIS, G.J. and C.B. WINSTEN, (1954): *Trend estimators and serial correlation.* Cowles Commission Discussion Paper No. 383.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

CHENG HSIAO — GRANT TAYLOR

Néhány megjegyzés a mérési hiba és az identifikáció kérdéséhez panelmodellekben*

1. Bevezetés

A gazdasági mennyiségeket sokszor hibával mérjük. Továbbá, az alkalmazáskor sok esetben nincs mért megfelelője az elméleti változóknak. Az ezeket formalizáló hiba-a-változókban (errors-in-variables) modellekben a szokásos eljárások egy adott paraméter identifikációjához többlet információt igényelnek, vagy kiegészítő adatok (ismételt mintavétel és/vagy instrumentális változók), vagy további feltevések formájában. (pl. AIGNER et al. (1984)). A panelmodellek esetén azonban a hiba-a-változókban modellek különböző típusai identifikálhatók és becsülhetők külső információ nélkül is (pl. ASHENFELTER, DEATON és SOLON (1984), GRILICHES és HAUSMAN, (1986)).

Vegyük például a következő egy egyenletes modellt:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + u_{it}, \qquad i = 1,\dots,N \quad t = 1,\dots,T, \tag{1}$$

ahol az egyedhatásokat α_i képviseli, ami lehet korrelált x_{it}-vel, vagy sem (lásd MUNDLAK (1978)), de az u_{it} hibatagokról feltételezzük, hogy függetlenek, azonos eloszlásúak és függetlenek α_i -től és x_{it}-től.

Tegyük fel, hogy x_{it} valódi értéke közvetlenül nem figyelhető meg. Megfigyelhető azonban x_{it} hibával mért mértéke:

$$z_{it} = x_{it} + \varepsilon_{it}, \tag{2}$$

ahol ε_{it} a mérési hiba. Feltételezzük továbbá, hogy ε_{it} független x_{it} -től és független, azonos eloszlású minden i -re és t -re nulla várható értékkel és σ_ε^2 szórással.

Behelyettesítve z_{it} -t x_{it} helyére azt kapjuk, hogy:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta z_{it} + \eta_{it}, \tag{3}$$

ahol

$$\eta_{it} = u_{it} - \beta\varepsilon_{it}. \tag{4}$$

Világos, hogy a (3)-ra a legkisebb négyzetek alkalmazása nem vezet konzisztens esztimátorhoz z_{it} és y_{it}, valamint az x_i és y_i korreláltsága miatt.

---

* Cheng HSIAO és Grant TAYLOR: „Some Remarks on Measurement Errors and the Identification of Panel Data Models". *(Fordította:* NEMÉNYI Judit)

A panelmodellek egyik gyakran emlegetett kedvező tulajdonsága, hogy lehetőséget biztosít a nem megfigyelhető egyedhatások kimutatására, amellett, hogy — mint a hiba-a-változókban modellek — identifikálhatók és becsülhetők külső instrumentális változók felhasználása nélkül. Például a differencia módszerrel a specifikációból kiszűrhető a nem megfigyelhető idővariáns hatás és csökkenthető a becsült paraméter hibája.

Az időbeli első defferenciát véve a specifikációból kiküszöbölhető α_i, és a következőt kapjuk:

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \beta(z_{it} - z_{i,t-}+[(u_{it} - \beta\varepsilon_{it}) - (u_{i,t-1} - \beta\varepsilon_{i,t-1})],$$
$$i = 1, \ldots, N \; t = 2, \ldots, T. \tag{5}$$

Ha ε_{it} nulla, akkor β legkisebb négyzetek becslése (OLS) konzisztens. Ha ε_{it} nullától különböző, akkor az (5) legkisebb négyzetek becslése a következő értékhez konvergál:

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \hat{\beta}_d = \beta\left(1 - \frac{2\sigma_\varepsilon^2}{\mathrm{Var}(z_{it} - z_{i,t-1})}\right). \tag{6}$$

A panelmodelleknél olyan adattranszformációkra nyílik lehetőség, amelyekből különböző, a becsült paraméter torzítottságát csökkentő, változások származnak, s így felhasználhatók a mérési hibák feltárására és a „valódi" paraméterek meghatározására. Tehát, ha x_{it} szeriálisan korrelált, világos, hogy $z_{i,t-2}$, vagy $(z_{i,t-2} - z_{i,t-3})$ felhasználható $(z_{it} - z_{i,t-1})$ instrumentális változójaként. Sőt, mivel T feltehetően véges, a kapott IV (instrumentális változó) esztimátor konzisztens, miközben N tart a végtelenbe.

Konzisztens esztimátort eredményező lehetséges megoldás, ha egy adott modell különböző adattranszformációknak kitett változóinak a torzítását hasonlítjuk össze (GRILICHES és HAUSMAN (1986)). Például, ha kovariancia-transzformációt alkalmazunk a meg nem figyelhető egyedhatás kiszűrésére, akkor

$$(y_{it} - \bar{y}_i) = \beta(z_{it} - \bar{z}_i) + [(u_{it} - \bar{u}_i) - \beta(\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)], \tag{7}$$

ahol

$$\bar{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}, \; \bar{z}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} z_{it}, \; \bar{u} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} u_{it}, \; \bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{it}.$$

A (7) legkisebb négyzetek becslése a következő értékhez konvergál:

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \hat{\beta}_w = \beta\left[1 - \frac{T-1}{T}\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\mathrm{Var}(z_{it} - \bar{z}_i)}\right]. \tag{8}$$

Ekkor a β és a σ_ε^2 konzisztens esztimátora (6) és (8) alapján:

$$\hat{\beta} = \lambda_1\hat{\beta}_w + (1 - \lambda_1)\hat{\beta}_d, \tag{9}$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\hat{\beta} - \hat{\beta}_d}{\hat{\beta}} \cdot \frac{\mathrm{Var}(z_{it} - z_{i,t-1})}{2}, \tag{10}$$

ahol

$$\lambda_1 = \left[1 - \frac{T-1}{2T} \cdot \frac{\mathrm{Var}(z_{it} - z_{i,t-1})}{\mathrm{Var}(z_{it} - \bar{z}_i)}\right]^{-1}. \tag{11}$$

Egy másik alternatíva, NICKELL (1985) javaslatára: konzisztens esztimátorhoz juthatunk a within (csoporton belüli) kereten belül maradva. Az általánosság megsértése nélkül, feltéve, hogy z_{it} a 0. időpontra létezik, $\bar{z}_{i,-1}$ -et a következőképpen írjuk fel:

$$\bar{z}_{i,-1} = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} z_{it}. \tag{12}$$

Ekkor $(z_{i,t-1} - \bar{z}_{i,-1})$ -et instrumentális változóként használjuk (7) -hez. Amennyiben az eredményül kapott becslést β_{wiv} -val jelöljük, azt kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned}\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \beta_{wiv} &= \operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_{it} - \bar{y}_i)(z_{i,t-1} - \bar{z}_i)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(z_{it} - \bar{z}_i)(z_{i,t-1} - \bar{z}_{i,-1})} = \\ &= \beta\left[1 + \frac{T-1}{T^2} \cdot \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\mathrm{Cov}[(z_{i,t-1} - \bar{z}_{i,-1})(z_{it} - z_i)]}\right]\end{aligned} \tag{13}$$

(13) és (8) felhasználásával meghatározható β és $\hat{\beta}_2$ konzisztens esztimátora az alábbiak szerint:

$$\hat{\beta}_2 = \lambda_2\hat{\beta}_w + (1 - \lambda_2)\hat{\beta}_{wiv}, \tag{14}$$

ahol

$$\lambda_2 = \left[1 + \frac{T\mathrm{Cov}[(z_{i,t-1} - \bar{z}_{i,-1})(z_{it} - \bar{z}_i)]}{\mathrm{Var}(z_{it} - \bar{z}_i)}\right]^{-1}. \tag{15}$$

Az eddigiekben bemutatott különböző becslések mind azt a tulajdonságot használják ki, hogy a mérési hibák és a magyarázó változók időbeli és egyedek szerinti szerkezete eltérő. Az ilyen konzisztens becsléshez vezető adattranszformációs eljárások azonban sokszor *ad hoc* jellegűek és nem feltétlenül hatékonyak. Például ezeknek a módszereknek a működéséhez szükséges, hogy a magyarázó változók szeriálisan korreláltak legyenek. Amennyiben x_{it} szeriálisan korrelálatlan, akkor (6) és (8) ugyanahhoz a $\beta\left[1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \mathrm{Var}(x_{it})}\right]$-hoz konvergál, és (14) nem korlátos.

A cikkben megmutatjuk, hogy a likelihood megközelítés egységes keretet biztosít a hiba-a-változókban típusú feltételek identifikációjához. Ezen túlmenően, a likelihood megközelítés alkalmazásával kimutatható, hogy az általános felfogással ellentétben a paneladatok felhasználása lehetővé teszi a hiba-a-változókban modellek identifikációját és becslését anélkül, hogy követelmény lenne a magyarázó változók szeriális korreláltsága.

2. Strukturális hiba-a-változókban modellek

Legyen az S struktúra az y véletlen változó, $F(y)$ valószínűségi eloszlásfüggvényének teljes valószínűségi specifikációja. Modellnek nevezzük az összes *a priori* szóbajöhető struktúra J halmazát. Az identifikáció a struktúrák elbírálásából áll, adott J modell és y megfigyelések mellett (pl. HSIAO (1983)). A legtöbb alkalmazáskor y -ról feltételezik, hogy $F(y|\tilde{\gamma}^0)$ ismert, feltételes valószínűségi eloszlásfüggvényű folyamat generálja, de az $(m \times 1)$ méretű $\tilde{\gamma}^0$ ismeretlen. Ezáltal a struktúra megkülönböztetés problémája a paraméterpontok közötti választás problémájára redukálódik. Ebben a vizsgálati keretben vegyük a következőket:

1. definíció: Legyen Ω az $\mathbb{R}^m$ konvex, kompakt altere. Ekkor $\tilde{\gamma}^0 \in \Omega$ -ra nézve az $F(y|\tilde{\gamma}^0)$ struktúra identifikált, ha nincs más $\tilde{\gamma}^1 \in \Omega$, amire igaz, hogy $F(y|\tilde{\gamma}^0) = F(y|\gamma^1)$ minden y-ra.

Az *1. definíció* alapján a struktúra lokális identifikációjának általános feltétele, melyet ROTEMBERG (1971) dolgozott ki, a következő:

1. tétel: Legyen $\tilde{\gamma}^0 \in \Omega$ az információs mátrix egy reguláris pontja, azaz az információs mátrixnak konstans a rangja $\tilde{\gamma}$-ra $\tilde{\gamma}^0$ nyitott környezetében. Ekkor $\tilde{\gamma}^0$ lokálisan identifikálható akkor és csak akkor, ha az információs mátrix $\tilde{\gamma}^0$-nál nem szinguláris.

Az 1. tétel felhasználásával származtathatók a panelmodellek identifikálhatóságának a feltételei. Például, tegyük fel, hogy y és x valódi értékének együttes eloszlását a $\tilde{\Theta}^0(p \times 1)$ méretű vektor jellemzi. Tételezzük fel, hogy x nem megfigyelhető, de a hibával mért megfelelője igen:

$$\tilde{z} = \tilde{x} + \tilde{\epsilon} \tag{16}$$

Jelölje az $\tilde{y}$ és a $\tilde{z}$ együttes likelihoodját $f(\tilde{y}, \tilde{z}; \tilde{\gamma}^0)$, ahol $\gamma^0 = (\tilde{\Theta}^0, \tilde{\delta}^0)((p+s) \times 1)$ méretű paramétervektor. Ilyenkor szokásos eljárás az $f(\tilde{y}|\tilde{z}_i; \tilde{\theta}^0\tilde{\delta}^0)$ együttes likelihood függvényt átírni az $f(\tilde{y}|\tilde{z}; \tilde{\theta}^0, \tilde{\delta}^0)$ feltételes likelihood és az $f(\tilde{z}; \tilde{\delta}^0)$ marginális likelihood szorzatára. Ekkor a következő adódik:

$$\begin{aligned}\log f(\tilde{y}, \tilde{z}, \tilde{\theta}^0, \tilde{\delta}^0) &= \log f(\tilde{y}|\tilde{z}; \tilde{\theta}^0, \tilde{\delta}^0) + \log f(\tilde{z}; \tilde{\delta}^0) = \\ &= \log \int f(\tilde{y}|\tilde{x}; \tilde{\theta}^0) f(\tilde{x}|\tilde{z}; \tilde{\delta}^0) d\tilde{x} + \log f(\tilde{z}; \tilde{\delta}^0),\end{aligned} \tag{17}$$

ahonnan a $(\tilde{\theta}^0, \tilde{\delta}^0)$ információs mátrixa az alábbi formában írható fel:

$$I = I_{\tilde{y}|\tilde{z}}(\tilde{\theta}^0, \delta^0) + I_z(\tilde{\delta}^0). \tag{18}$$

Elemi sor és oszlop műveletekkel $I_{y|z}$ és I_z sokszor kifejezhető az alábbi formában:

$$\begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{0} \end{pmatrix}, \tag{19}$$

és

$$\begin{pmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{D} \end{pmatrix}, \tag{20}$$

ahol $\tilde{A}$ és $\tilde{D}(p \times p)$ és $(s \times s)$ méretű mátrixok. Az $\tilde{A}$ mátrix rangja p, ha θ^0 identifikálható és $\tilde{x}$ megfigyelhető. Ebből következik, hogy a mérési hibának kitett modell akkor identifikálható, ha $\tilde{D}$ rangja s. Az ismételt megfigyelésekkel egyenértékű paneladatok elérhetősége meglehetősen általános, a magyarázó változókra és a mérési hibákra vonatkozó strukturális feltételek mellett biztosítja a modell identifikálhatóságát.

Illusztrációképpen vegyük az (1) és az (2) modellt. Azonban ahelyett, hogy GRILICHES és HAUSMAN (1986), valamint NICKELL (1985) nyomán indulófeltételünk az x_{it}-k szeriális korreláltsága lenne, feltételezzük, hogy az x_{it}-k i szerint független eloszlásúak, t szerint pedig független és normális eloszlásúak μ_i várható értékkel és $\sigma^2_{x_i}$ szórással. Az egyszerűség kedvéért azt is feltesszük, hogy ε_{it} és u_{it} függetlenek és normális eloszlásúak. Ekkor y_{it} és z_{it} együttes likelihood függvénye az alábbiak szerint írható fel:

$$
\begin{aligned}
L = &\prod_{i=1}^{N} f(y_{i1},\ldots,y_{iT},z_{i1},\ldots,z_{iT}) = \\
= &\prod_{i=1}^{N} f(y_{i1},\ldots,y_{iT}|z_{i1},\ldots,z_{iT}) f(z_{i1},\ldots,z_{iT}) = \\
= &\prod_{i=1}^{N} (2\pi\sigma^2_{y_i})^{\frac{T}{2}} \\
&\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2_{y_i}}\sum_{t=1}^{T}\left[y_{it}-\alpha_i-\sigma^2_\varepsilon\left(\sigma^2_{x_i}+\sigma_\varepsilon\right)^{-1}\mu_i-\sigma^2_{x_i}\left(\sigma^2_{x_i}+\sigma^2_\varepsilon\right)^{-1}\beta z_{it}\right]^2\right\} = \\
= &\prod_{i=1}^{N}\left[2\pi\left(\sigma^2_{x_i}+\sigma^2_\varepsilon\right)\right]^{\frac{T}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2(\sigma^2_{x_i}+\sigma^2_\varepsilon)}\sum_{t=1}^{T}(z_{it}-\mu_i)^2\right\},
\end{aligned} \tag{21}
$$

ahol

$$
\sigma^2_{y_i} = \sigma^2_u + \beta^2\sigma^2_{x_i}\sigma^2_\varepsilon(\sigma^2_{x_i}+\sigma^2_\varepsilon)^{-1}. \tag{22}
$$

A (21) információs mátrixa az alábbi

$$
I = \begin{pmatrix} W & P \\ P' & S \end{pmatrix}, \tag{23}
$$

ahol W egy $(3N \times 3N)$ méretű blokkdiagonális mátrix, amelynek diagonálisa:

$$
\begin{aligned}
W_i = E &\begin{pmatrix}
\frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i \partial \mu_i} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i \partial \sigma^2_{z_i}} \\
 & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \mu_i^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \mu_i \partial \sigma^2_{z_i}} \\
 & & \frac{\partial^2 \log L}{\partial (\sigma^2_{z_i})^2}
\end{pmatrix} = \\
= - &\begin{pmatrix}
\frac{T}{\sigma^2_{y_i}} & \frac{\sigma^2_\varepsilon T}{\sigma^2_{y_i}\sigma^2_{z_i}} & \frac{T}{\sigma^2_{y_i}\sigma^2_{z_i}}[\beta\bar{z}_i - \sigma^{-2}_{z_i}a_i] \\
 & \frac{\sigma^4_\varepsilon T}{\sigma^2_{y_i}\sigma^4_{z_i}} + \frac{T}{\sigma^2_{z_i}} & \frac{T\sigma^2_\varepsilon}{\sigma^2_{y_i}\sigma^4_{z_i}}[\beta_t\bar{z}_i - \sigma^{-2}_{z_i}a_i] \\
 & & b_i
\end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{24}
$$

P $(3N \times 3)$ méretű mátrix, amelynek i-edik blokkja:

$$P_i = E \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i \partial \beta} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i \partial \sigma_\varepsilon^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha_i \partial \sigma_u^2} \\ \frac{\partial^2 \log L}{\partial \mu_i \partial \beta} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \mu_i \partial \sigma_\varepsilon^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \mu_i \partial \sigma_u^2} \\ \frac{\partial^2 \log L}{\partial \sigma_{z_i}^2 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \sigma_{z_i}^2 \partial \sigma_\varepsilon^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \sigma_{z_i}^2 \partial \sigma_u^2} \end{pmatrix} = \tag{25}$$

$$= - \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{z_i}^2 T Z_i}{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{z_i}^2} & \frac{T^2}{\sigma_{y_i}} \sigma_{z_i}^2 [\mu_i - \sigma_{z_i}^{-2} a_i] & 0 \\ \frac{\sigma_{z_i}^2 \sigma_\varepsilon^2 T \bar{Z}_i}{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{z_i}^2} & \frac{T \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{x_i}^2} [\beta \bar{z}_i - \sigma_{z_i}^{-2} a_i] & 0 \\ c_i & d_i & \frac{T \beta^2 \sigma_\varepsilon^4}{2 \sigma_{y_i}^4 \sigma_{z_i}^4} \end{pmatrix},$$

és S az alábbi (3×3)-as mátrix

$$S = E \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta \partial \sigma_\varepsilon^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta \partial \sigma_u^2} \\ & \frac{\partial^2 \log L}{\partial (\sigma_\varepsilon^2)^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \sigma_\varepsilon^2 \partial \sigma_u^2} \\ & & \frac{\partial^2 \log L}{\partial (\sigma_u^2)^2} \end{pmatrix} = \tag{26}$$

$$= - \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{y_i}^{-2} \sigma_{z_i}^{-2} \sigma_{x_i}^2 \sum_{t=1}^{T} z_{it}^2 & f & T \beta \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{N} \sigma_{y_i}^{-4} \sigma_{z_i}^{-2} \sigma_{x_i}^2 \\ & g & h \\ & & \frac{T}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_{y_i}^4} \end{pmatrix},$$

ahol

$$\begin{aligned} \sigma_{z_i}^2 &= (\sigma_{x_i}^2 + \sigma_\varepsilon^2), \\ a_i &= (\sigma_\varepsilon^2 \mu_i + \beta \sigma_{x_i}^2 \bar{z}_i), \end{aligned}$$

továbbá

$$\begin{aligned} b_i &= (2\sigma_{y_i}^4)^{-1} T \beta^2 \sigma_\varepsilon^2 \sigma_{z_i}^{-2} [1 - \sigma_{z_i}^{-2} \sigma_{x_i}^2] + \\ &\quad + \sigma_{y_i}^{-2} \sigma_{z_i}^{-2} \sum_{t=1}^{T} [\sigma_{z_i}^{-2} (\sigma_\varepsilon^2 \mu_i + \beta \sigma_{x_i}^2 z_{it}) - \beta z_{it}]^2 + T (2\sigma_{z_i}^2)^{-1} \\ c_i &= T \beta^3 \sigma_\varepsilon^4 \sigma_{x_i}^2 \sigma_{y_i}^{-4} \sigma_{z_i}^{-4} [1 - \sigma_{z_i}^{-2} \sigma_{x_i}^2] + \\ &\quad + \sigma_{y_i}^{-2} \sigma_{z_i}^{-4} \sigma_{x_i}^2 \sum_{t=1}^{T} \left[\left(\frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_{z_i}^2} - 1 \right) \beta z_{it} - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{z_i}^2} \mu_i \right] z_{it} \\ d_i &= T \sigma_{y_i}^{-2} \beta^4 \sigma_\varepsilon^2 \sigma_{x_i}^2 \sigma_{z_i}^{-4} [1 - \sigma_{z_i}^{-2} \sigma_{x_i}^2][1 - \sigma_{z_i}^{-2}] + \\ &\quad + \sigma_{y_i}^{-2} \sigma_{z_i}^{-8} \sum_{t=1}^{T} [(\sigma_\varepsilon^2 \mu_i + \beta \sigma_{x_i}^2 z_{it}) - \sigma_{z_i}^2 \mu_i][\sigma_\varepsilon^2 \mu_i + \beta \sigma_{x_i}^2 z_{it}) - \sigma_{z_i}^2 \beta z_{it}] + \frac{T}{2\sigma_{z_i}^4} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
f = {} & T\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\sigma_{y_i}^4}[\beta^3\sigma_{x_i}^4\sigma_\varepsilon^2\sigma_{z_i}^{-4}(1-\sigma_{z_i}^{-2})]- \\
& -\sum_{i=1}^{N}\frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_{y_i}^2\sigma_{z_i}^4}\sum_{t=1}^{T} z_{it}[\mu_i-\sigma_{z_i}^{-2}(\sigma_\varepsilon^2\mu_i+\beta\sigma_{x_i}^2 z_{it})]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g = {} & -\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{N}\sigma_{y_i}^{-4}[\beta^2\sigma_{x_i}^2\sigma_{z_i}^{-2}(1-\sigma_{z_i}^{-2})]^2- \\
& -\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{\sigma_{y_i}^2}\sum_{t=1}^{T}[\sigma_{z_i}^{-2}\mu_i-\sigma_{z_i}^{-4}(\sigma_\varepsilon^2\mu_i+\beta\sigma_{x_i}^2 z_{it})]^2+\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{N}\sigma_{z_i}^{-4}
\end{aligned}
$$

és végül

$$
h=\frac{T\beta^2}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\sigma_{x_i}^2}{\sigma_{y_i}^2\sigma_{z_i}^2}(1-\sigma_{z_i}^{-2}).
$$

Könnyű belátni, hogy (23) elemi mátrixműveletekkel diagonális mátrix-szá transzformálható, melynek rangja $(3N+3)\times(3N+3)$. Paneladatok felhasználásával tehát (1) és (2) minden paramétere identifikálható akkor is, ha x_{it} szeriálisan korrelálatlan.

A fentiek általánosítása könnyen elvégezhető olyan lineáris modellekre is, amelyek több, hibával mért magyarázó változót tartalmaznak. Az eljárás hasonló akkor is, ha az x_{it}-k r-ed rendű autoagresszív, mozgó átlagolású, vagy bármely típusú autoregresszív (integrált) és mozgó átlagolású folyamatot követnek.

3. Következtetések

A paneladatok felhasználásának egyik előnye, hogy lehetővé teszik a nem megfigyelhető egyedi jellemzők feltárását. (pl. HSIAO (1985,86)). Azonban a mérési hiba paneladatoknál komoly zavart okozhat. Például az Institute for Social Research, a Michigan Egyetemen készített egy panelfelmérést egy olyan vállalat alkalmazottai körében, ahol már pontos adatokkal rendelkeztek a keresetekre és a foglalkoztatásra. DUNCAN és HILL (1985) beszámol arról, hogy az éves keresetekre és a ledolgozott órákra vonatkozó felmérés alapján kapott órabérek mérési hibája az összes szórás 0.7-szerese volt. Szerencsére a többi változót nagyobb megbízhatósággal mérték, de a bérváltozó kirívó megbízhatatlansága „vészjelző". Tekintettel a panelmódszerek nagyfokú érzékenységére a mérési hibákra, a kutatóknak különös gonddal kell eljárniuk adataik mérési hibájának felderítésekor. Ebben a cikkben bemutattuk, hogy a nem megfigyelhető egyedhatások és a magyarázó változók esetleges korrelációja miatti sok aggodalom ellenére — mely a panelmodelleknél gyakran előfordul — a likelihood megközelítéssel egységes keret biztosítható a mérési hibának kitett panelmodellek identifikációjához. Valójában, ez hatásos becslési módszerek alapjául is szolgál.

Hivatkozások:

AIGNER, D. J., C. HSIAO, A. KAPTEYN and T. WANSBEEK (1985): „Latent Variable Models in Econometrics", in *Handbook of Econometrics*, vol. II., ed. by Z. GRILICHES and M. D. IINTRILIGATOR, Amsterdam: North-Holland, 1322-1393.

ASHENFELTER, O., A. DEATON and G. SOLON (1984): „Does it Make Sense to Collect Panel Data in Developing Countries?" Mimeo.

DUNCAN, G. J., and D. H. HILL (1985): „An Investigation of the Extent and Consequences of Measurement Error in Labor-economic Survey Data", *Journal of Labor Economics*, 3., 508-532.

GRILICHES, Z. and J. A. HAUSMAN (1986): „Errors-in-Variables in Panel Data", *Journal of Econometrics*, 31., 93-118.

HSIAO, C. (1984): „Identification", in *Handbook of Econometrics*, vol. I., ed. by Z. GRILICHES and M. D. IINTRILIGATOR, Amsterdam: North-Holland, 1322-1393.

HSIAO, C. (1985): „Benefits and Limitations of Panel Data", *Econometrics Reviews*, 4., 121-174.

HSIAO, C. (1986): *Analysis of Panel Data*, Cambridge, Cambridge University Press.

MUNDLAK, Y. (1978): „On the Pooling of Time Series and Cross Section Data", *Econometrica*, 46., 69-85.

NICKELL, S. (1985): „Comment on Benefits and Limitations of Panel Data", *Econometric Reviews*, 4., 179-182.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

PATRICK SEVESTRE — ALAIN TROGNON*

Kétlépéses módszerek a dinamikus hibakomponens modellek becslésére**

1. Bevezetés

Ismeretes, hogy az autoregresszív modellek közelítő általánosított legkisebb négyzetek (FGLS) esztimátora autokorrelált hibatagok esetében a GLS esztimátornál aszimptotikusan kevésbé hatásos. Dinamikus modellek becslésére így fontos olyan kétlépéses módszerek kidolgozása amelyeknél legalább aszimptotikusan nem merül fel hatásosságveszteség akkor, amikor a hibatagok elméleti kovarianciamátrixát egy konzisztens esztimátorával helyettesítjük. AR(1) hibatagú autoregresszív modellekre HATANAKA (1974) megoldotta ezt a problémát.

Jelen cikk célja, megvizsgálni a problémát az autoregresszív hibakomponensű modellek esetén.[1] Mivel a paneladat-állományok túlnyomó része számos egyedre, de (általában) csak egy rövid időszakra tartalmaz megfigyeléseket, olyan kétlépéses módszerek érdekelnek bennünket, amelyeknek aszimptotikus hatásossága megegyezik a hibatagok elméleti kovarianciamátrixát használó esztimátoréval az $N \to \infty$, de T véges esetben.

A második részben a problémát az általánosított és a kvázi-általánosított M-esztimátorok segítségével fogalmazzuk meg. A *3-7. részben* ismertetjük az általánosított BALESTRA — NERLOVE esztimátort, a λ' esztimátort, egy, CHAMBARLAIN (1982)-ben bemutatott módszeren alapuló új esztimátort, és egy olyan esztimátort, amelyet a közelmúltban R. BUNDELL vezetett be. A *8. rész* a bemutatott módszerek relatív hatásosságának összehasonlítására szolgáló néhány szimuláció eredményét tartalmazza.

2. A keret: általánosított és kvázi-általánosított M-esztimátorok[2]

Vegyünk egy olyan gazdasági jelenséget, amely valószínűségi változópárokat (x_n és $y_n, n = 1, \dots, N$) kapcsol össze. Legyen ez a jelenség leírható egy olyan modellel,

---

* Külön köszönettel tartozunk F. FAURE-nak a cikkben szereplő szimulációk elkészítésénél végzett munkájáért.

** SEVESTRE P. — A. TROGNON: „Two step estimation methods for dynamic error components models" (*Fordította:* KŐRÖSI Gábor). Az ugyanebben a számban közölt F. FAURE — P. SEVESTRE cikk ezen írás folytatásának tekinthető, a két cikk között bizonyos átfedések is vannak.

[1] A magyar irodalomban a hibakomponens modelleket szokás még véletlen hatású modelleknek is nevezni. (ford.)

[2] Ez a rész teljes egészében A. TROGNON (1987) írásából származik.

amelyben szerepel $\Pi \in P$ paraméter. Pontosabban az y-nak az x-ekre vett feltételes eloszlását ez az ismeretlen Π paraméter jellemzi, amelynek valódi (elméleti) értéke Π_0. A közgazdászokat a teljes Π helyett csak annak egy részparamétere, β érdekli, aminek elméleti értéke $\beta_0 = g(\Pi_0) \in g(P)$.

2.1. Az M-esztimátorok

GOURIEROUX és MONFORT (1987) nyomán a $g(\Pi_0)$ M-esztimátorának nevezzük a

$$\hat{\beta}_N = \operatorname*{argmin}_{\beta \in g(P)} \sum_{n=1}^{N} \Psi(y_n, x_n; \beta); g(P) \in \mathbf{R}^k \tag{1}$$

kifejezést, ahol Ψ egy adott skalárfüggvény. Ψ-ről általában feltételezzük, hogy β-nak differenciálható függvénye. Ezt figyelembe véve a $\hat{\beta}_N$ aszimptotikus tulajdonságainak vizsgálata a következő határérték problémához vezet:

$$\Psi_\infty(\beta, \Pi_0) = \lim_{N \to \infty} N^{-1} \Psi_N(\beta), \tag{2}$$

ahol

$$\Psi_N(\beta) = \sum_n \Psi(y_n, x_n; \beta).$$

A legegyszerűbb esetekben, például amikor az (y_n, x_n) párok egymástól független, azonos eloszlásúak, a célfüggvény a következő:

$$\Psi_\infty(\beta, \Pi_0) = E_x E_0 \Psi(y, x; \beta), \tag{3}$$

ahol E_0 az y-nak x-re vonatkozó „elméleti feltételes eloszlása" szerinti várható értéke, míg E_x az x „elméleti peremeloszlásának" várható értéke.

Megjegyezzük, hogy az átlagra vonatkozó konzisztencia feltételek alkalmazhatók azokra a folyamatokra, amelyekkel az alkalmazott közgazdaságtannak kell foglalkoznia, még akkor is, ha ezek a folyamatok nem függetlenek, hanem erősen „kevertek". Az AMEMIYA (1986)-ban és a GOURIEROUX és MONFORT (1987)-ben megfogalmazott feltételek mellett $\hat{\beta}_N$ majdnem mindig ahhoz a β_0-hoz tart, ami

$$\beta_0 = \operatorname*{argmin}_{\beta \in g(P)} \Psi_\infty(\beta, \Pi_0). \tag{4}$$

A $\hat{\beta}_N$ M-esztimátor akkor és csak akkor tart $g(\Pi_0)$-hoz, ha $\beta_0 = g(\Pi_0), \forall \Pi_0 \in P$.

Ha Ψ kétszer folytonosan differenciálható β szerint, akkor $\sqrt{N}(\hat{\beta}_N - \beta_0)$ aszimptotikusan normális eloszlású

$$V_1 = J_{\beta\beta}^{-1} I_{\beta\beta} J_{\beta\beta}^{-1}$$

kovarianciamátrixszal, ahol

$$I_{\beta\beta} = E_x E_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \beta}(y, x; \beta_0) \frac{\partial \Psi}{\partial \beta}(y, x; \beta_0)$$

és

$$J_{\beta\beta} = E_x E_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial\beta\partial\beta'}(y, x; \beta_0).$$

Vegyük észre, hogy $I_{\beta\beta}$ és $J_{\beta\beta}$ függ az (y_n, x_n) párok ismeretlen eloszlásától, de a

$$\hat{V}_1 = \hat{J}_{\beta\beta}^{-1} \hat{I}_{\beta\beta} \hat{J}_{\beta\beta}^{-1}$$

a változók tényleges eloszlására vonatkozó információk nélkül is V_1 konzisztens esztimátorát adja, ahol

$$\hat{I}_{\beta\beta} = N^{-1} \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial\Psi}{\partial\beta}(y_n, x_n; \hat{\beta}_N) \frac{\partial\Psi}{\partial\beta'}(y_n, x_n; \hat{\beta}_N)$$

és

$$\hat{J}_{\beta\beta} = N^{-1} \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial^2\Psi}{\partial\beta\partial\beta'}(y_n, x_n; \beta_N).$$

2.2 Általánosított és kvázi-általánosított M-esztimátorok

A fenti becslési eljárás arra az esetre is kiterjeszthető, amikor a célfüggvény nemcsak a minket érdeklő β paramétertől függ, hanem egy olyan C külső paramétertől is, amelyről — legalább is első lépésben — feltesszük, hogy ismert az elméleti értéke: C_0. Ekkor a szélsőérték kritérium felírható a

$$\Psi_N(\beta, C_0) = \sum_{n=1}^{N} \Psi(y_n, x_n; \beta, C_0) \tag{5}$$

alakban. Ψ_N β szerinti maximuma egy $\hat{\beta}_N(C_0)$ esztimátort ad, amelyet általánosított M-esztimátornak nevezünk.

Amennyiben C elméleti értéke (C_0) ismeretlen, de rendelkezésünkre áll egy konzisztens $\tilde{C}_N$ esztimátora, akkor az ezzel számított

$$\underset{\beta\in g(P)}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=1}^{N} \Psi(y_n, x_n; \beta, \tilde{C}_N) \tag{6}$$

esztimátort kvázi-általánosított M-esztimátornak nevezzük.

Folytonos Ψ és konzisztens $\tilde{C}_N$ esetén a következő aszimptotikus feladatot kapjuk:

$$\min_{\beta\in g(P)} E_x E_0 \Psi(y, x; \beta, C_0). \tag{7}$$

Ha a feladatnak β_0 az egyetlen megoldása, akkor $\hat{\beta}_N(C_0)$ és a $\hat{\beta}_N(C_N)$ ugyanahhoz a β_0 határértékhez tart. Vagyis $\hat{\beta}_N(C_0)$-ban C_0 helyettesítése egy konzisztens

$\tilde{C}_N$ esztimátorral aszimptotikusan semmilyen torzítást sem eredményez. A kvázi-általánosított M-esztimátor aszimptotikus kovarianciamátrixát azonban erősen befolyásolhatja ez a helyettesítés. Megmutatható (ld. GOURIEROUX és MONFORT (1987)), hogy

$$\sqrt{N}(\hat{\beta}_N(\tilde{C}_N) - \beta_0) \underset{N\to\infty}{\xrightarrow{D}} N(0, V_2), \tag{8}$$

ahol

$$V_2 = J_{\beta\beta}^{-1}\{I_{\beta\beta} + J_{\beta C}K_{C\beta} + K_{\beta C}J_{C\beta} + J_{\beta C}K_{CC}J_{C\beta}\}J_{\beta\beta}^{-1}$$

amelyben $I_{\beta\beta}$ és $I_{\beta\beta}$ a korábban megadottak, $J_{\beta C}$ pedig az alábbiak szerint írható fel:

$$J_{\beta c} = E_x E_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial\beta\partial c'}(y, x; \beta_0, C_0).$$

$J_{C\beta}$ ennek transzponáltja, a K mátrixok pedig a következő valószínűségi változópárok aszimptotikus kovarianciamátrixának blokkjai:

$$\sqrt{N}\begin{pmatrix} \frac{1}{N}\sum_n \frac{\partial\Psi}{\partial\beta}(y_n, x_n; \beta_0, C_0) \\ \tilde{C}_N - C_0 \end{pmatrix} \underset{N\to\infty}{\xrightarrow{D}} N\left(0, \begin{pmatrix} I_{\beta\beta} & K_{\beta C} \\ K_{C\beta} & K_{CC} \end{pmatrix}\right).$$

A K_{cc} a $\tilde{C}_N$ aszimptotikus kovarianciamátrixa, így ez az esztimátor — a szélsőérték kritériumból származtatott hasonlóan — aszimptotikusan normális eloszlású.

Ennek az eredménynek fontos következménye, hogy $V_2 \geq V_1$. Vagyis a C_0 helyettesítése egy konzisztens $\tilde{C}_N$ esztimátorral hatásosságveszteséghez vezet. Amennyiben azonban

$$J_{\beta c} = E_x E_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial\beta\partial c'}(y, x; \beta_0, C_0) = 0$$

a kvázi-általánosított M-esztimátor aszimptotikus kovarianciamátrixa megegyezik az elméleti általánosított M-esztimátorral. Vagyis ekkor a $\hat{\beta}_N(\tilde{C}_N)$ aszimptotikus tulajdonságai függetlenek a $\tilde{C}_N$-étől.

Nézzük meg alkalmazhatók-e ezek az eredmények a kétlépéses módszerekkel becsült autoregresszív hibakomponens modellekre is.

3. Az autoregresszív hibakomponens modell

Legyen az elemzett modell egy autoregresszív hibakomponens modell:

$$\begin{aligned} y_{nt} &= \alpha y_{n,t-1} + x_{nt}' + \varepsilon_{nt} \\ \varepsilon_{nt} &= u_n + w_{nt}, \end{aligned} \tag{9}$$

ahol

$$Eu_n = 0, \quad Ew_{nt} = 0,$$

és

$$Eu_n u_{n'} = \delta_{nn'}\sigma_u^2 \quad Ew_{nt}w_{n't'} = \delta_{nn'}\delta_{tt'}\sigma_w.$$

A modell mátrix alakban felírva:

$$y = X\beta + \varepsilon, \tag{10}$$

ahol

$$E\varepsilon = 0, \quad V\varepsilon = \Omega$$

és

$$\begin{aligned}\Omega &= \sigma_w^2 \left[I_N \otimes \left(I_T - \frac{J_T}{T} - \frac{\sigma_w^2 + \sigma_u^2}{T\sigma_u^2}\frac{J_T}{T}\right)\right] \\ &= \sigma_w^2 \left[I_N \otimes \left(I_T - \frac{J_T}{T} - \Theta^{-1}\frac{J_T}{T}\right)\right]\end{aligned}$$

továbbá

$X = [y_{n,t-1}, x_{nt}]$ a magyarázó változók $(NT \times K)$ méretű mátrixa;

$y = [y_{nt}]$ az endogén változó $(NT \times 1)$ elemű vektorra.

4. Az általánosított Balestra-Nerlove esztimátor

P. BALESTRA és M. NERLOVE alapvető jelentőségű tanulmányukban egy olyan kvázi-általánosított esztimátort is felvetettek, amely konzisztens, ha az N és T úgy növekszik hogy közben $T/N \to \infty$. Mint azonban a bevezetésben hangsúlyoztuk, a panel adatbázisok többsége viszonylag sok egyedre és kevés időpontra tartalmaz megfigyeléseket. Ilyen körülmények között viszont T/N a végtelen helyett nullához tart.

Az írásukban javasolt másik esztimátor azonban, ami egy instrumentális változós esztimátor, a hatásosság növelése érdekében „általánosítható"[3]. Ez az esztimátor felírható

$$\hat\beta = (Z\Omega^{-1}X)^{-1}Z\Omega^{-1}y \tag{11}$$

alakban, ahol

$Z = [\hat y_{n,t-1}, x_{nt}]$ $(NT \times K+1)$ méretű mátrix, $\hat y_{n,t-1}$ pedig az $y_{n,t-1}$-nek a késleltetett egzogén változók terébe vetített képe;

Ω a reziduumok kovarianciamátrixának becslése (amely szokás szerint blokkdiagonális szerkezetű).

Az esztimátor a következő minimumfeladat megoldásaként adódik:

$$\text{Min}(y - X\beta)\Omega^{-1}Z(Z\Omega^{-1}Z)Z\Omega^{-1}(y - X\beta).$$

[3] Ld. ARELLANO — BOND (1987) írásában a módszer alkalmazását az Anderson-Hsiao esztimátorokra.

Az esztimátor a Z instrumentális változók egzogenitása következtében konzisztens:

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{1}{N}\frac{\partial\Psi}{\partial\beta} = -\frac{2}{N}y'_{-1}\Omega^{-1}Z(Z'\Omega^{-1}Z)^{-1}Z'\Omega^{-1}(y-X\beta)$$
$$= -2\frac{y'_{-1}\Omega^{-1}Z}{N}\left(\frac{Z'\Omega^{-1}Z}{N}\right)^{-1}\frac{Z'\Omega^{-1}\varepsilon}{N} = 0. \qquad (12)$$

Továbbá, mivel

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{1}{N}\frac{\partial\Psi}{\partial\beta\partial\Theta} = 0 \qquad (13)$$

az esztimátor határeloszlását nem befolyásolja, hogy a Θ paraméter tényleges értéke helyett annak becslése szerepel benne.

Bizonyítás: Az

$$\Omega^{-1} = W + \Theta\beta$$

felbontás segítségével

$$\frac{\partial(Z'(W+\Theta B)Z)^{-1}}{\partial\Theta} = -(Z'(W+\Theta B)Z)^{-1}Z'BZ(Z'(W+\Theta B)Z)^{-1},$$

amiből az instrumentális változók egzogenitása miatt következik, hogy

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{1}{N}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\beta\partial\Theta} = -2\operatorname{plim}\frac{y'_{-1}\beta Z}{N}\left(\frac{Z'(W+\Theta B)Z}{N}\right)^{-1}\frac{Z'(W+\Theta B)(y-X\beta)}{N} +$$
$$+ 2\operatorname{plim}\frac{y'_{-1}(W+\Theta B)Z}{N}\left(\frac{Z'(W+\Theta B)Z}{N}\right)^{-1}\frac{Z'BZ}{N}\left(\frac{Z'(W+\Theta B)Z}{N}\right)^{-1}$$
$$\frac{Z'(W+\Theta B)Z(y-X\beta)}{N} - 2\operatorname{plim}\frac{y'_{-1}(W+\Theta B)Z}{N}\left(\frac{Z'(W-\Theta B)Z}{N}\right)^{-1}$$
$$\frac{Z'B(y-X\beta)}{N} = 0.$$

Így, ha az egyedszám végtelenbe tart, mindegyik közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátor aszimptotikus kovarianciamátrixa az általánosított Balestra-Nerlove esztimátorhoz tart.

5. A λ' esztimátor

MADDALA (1971) megmutatta, hogy minden hibakomponens modell esztimátora ugyanahhoz az egy paraméterű esztimátor osztályhoz tartozik, az alábbiak szerint:

$$\hat{\beta}(\lambda) = (X'WX + \lambda X'\beta X)^{-1}(X'Wy + \lambda X'\beta y) \quad \lambda \in [0,\infty]. \qquad (14)$$

A $\lambda = 0$ a *within*-esztimátort, $\lambda = 1$ a klasszikus legkisebb négyzetek esztimátort (OLS), $\lambda \to \infty$ a *between*-esztimátort adja, stb.

Véges T esetén azonban sajnos mindegyik hagyományos esztimátor inkonzisztens, mivel a transzformált hibatagok és a késleltetett endogén változók közötti korreláció még aszimptotikusan sem enyészik el (ld. P. SEVESTRE — A. TROGNON (1983), (1985)).

$\lambda = 0$ esetében a $\hat{\beta}(0)$ aszimptotikusan alulbecsüli β-t, és amikor $\lambda = 1$, akkor a $\hat{\beta}(1)$ OLS esztimátor felülbecsüli β-t. Van azonban olyan $\lambda^* \in [0,1]$, hogy $\hat{\beta}(\lambda^*) \to \beta$, ha $N \to \infty$. Ez az optimális érték megadható a

$$\lambda^* = \frac{(K(1-\rho)}{\left(\frac{1-\alpha^T}{1-\alpha}\frac{Ey_{n0}u_n}{\sigma^2} + K(1-\rho+T\rho)\right)} \tag{15}$$

alakban, ahol

$$K = \frac{T-1-T\alpha+\alpha^T}{T(1-\alpha)^2}$$

és

$$\rho = \frac{\sigma_u^2}{(\sigma_u^2+\sigma_W^2)}.$$

Látható, hogy az $Ey_{n0}u_n = 0$ esetben a λ^* esztimátor megegyezik a GLS esztimátorral.

Az esztimátor kiszámítható a

$$y_{nt} + (\sqrt{\lambda^*}-1)y_n = (X_{nt} + (\sqrt{\lambda^*}-1)X_n)\beta + \varepsilon_{nt} + (\sqrt{\lambda^*}-1)\varepsilon_n \tag{16}$$

transzformált modellre alkalmazott OLS-sel, így megkapható $\hat{\beta}(\lambda')$ a

$$\min_\beta (y - X\beta)(W + \lambda^* B)(y - X\beta)$$

minimumfeladat megoldásaként is.

Az esztimátor konstrukciója következtében természetesen mindaddig konzisztens, amíg az egzogén változók szigorúan egzogének[4]. De nem számítható, mivel λ^* az ismeretlen paraméterek függvénye. Sajnálatos módon a λ' egy konzisztens $\hat{\lambda}'$ esztimátorára épített, és így számítható közelítő λ' esztimátor határeloszlása viszont függ a $\hat{\lambda}'$ határeloszlásától, mivel:

$$\begin{aligned}\lim \frac{1}{N}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\beta\partial\lambda'} &= -2\lim\frac{1}{N}y'_{-1}B(y-X\beta) = \\ &= -2\left(\frac{\sigma_u^2}{1-\alpha} + \frac{\sigma_w^2}{T(1-\alpha)} - \frac{\sigma_w^2(1-\alpha^T)}{T^2(1-\alpha^2)}\right)B_1,\end{aligned}$$

[4] Köszönettel tartozunk *R. Blundelnek*, amiért rámutatott erre a feltételre.

ahol B_1 a *between*-esztimátor aszimptotikus torzítása.[5] Ez a mennyiség viszont $N \to \infty$-nél semmilyen paraméterkombinációra sem tart 0-hoz: a közelítő λ' esztimátor aszimptotikus kovarianciamátrixa tehát függ az első lépésben választott $\hat{\lambda}'$ esztimátorétól.[6]

6. Egy Chamberlain típusú esztimátor

A nemrégiben CHAMBERLAIN (1984) cikkében leírt módszerek dinamikus hibakomponens modellekre is alkalmazhatók. A módszer bemutatásának egyszerűsítése kedvéért egy olyan elsőfokú autoregresszív modellre korlátozzuk a tárgyalást, melyben csak egy egzogén változó van. A módszer különösebb nehézség nélkül alkalmazható általánosabb, az endogén változó p különböző késleltetését és K egzogén változót tartalmazó modellre is.

Jelen esetben a modell egyszerűen:

$$y_{nt} = \alpha y_{n,t-1} + \beta x_{nt} + u_{nt} + w_{nt} \quad n = 1,\dots,N;\ t = 1,\dots,T \tag{18}$$

Ez a modell kifejezhető az y_{n0} és az egzogén változók múltbeli értékeinek függvényében is:

$$y_{nt} = \alpha^t y_{n0} + \beta \sum_{j=0}^{t-1} \alpha^i x_{n,t-j} + u_n \frac{(1-\alpha^t)}{(1-\alpha)} + \sum_{j=0}^{t-1} \alpha_j w_{n,t-j}. \tag{19}$$

Amennyiben az x változó szigorúan egzogén — amit cikkünkben eddig is feltételeztünk — akkor az y_{nt} $x_{n1},\dots,x_{nT}$ és y_{n0} feltételek melletti lineáris előrejelzése:

$$\begin{aligned} E'(y_{nt}|y_{n0}, x_{n1},\dots,x_{nT}) &= \alpha^t y_{n0} + \beta \sum_{j=0}^{t-1} \alpha^i x_{n,t-j} + \\ &+ (1+\alpha+\dots+\alpha^{t-1}) \frac{E(u_0 y_{n0})}{V y_{n0}} (y_{n0} - E y_{n0}) = \\ &= k_1 \frac{1-\alpha^t}{1-\alpha} + \left(\alpha^t + \frac{1-\alpha^t}{1-\alpha} k_0\right) y_{n0} + \beta \sum_{j=0}^{t-1} \alpha^i x_{n,t-j}, \end{aligned}$$

ahol

$$k_0 = \frac{E y_{n0} u_n}{V y_{n0}}, \quad k_1 = E y_{n0}$$

vagy

$$E'(y_{nt}|y_{n0}, x_{n1},\dots,x_{nT}) = \Pi_{0t} + \Pi_{1t} y_{n0} + \sum_{j=1}^{T} \Pi_{j-1,t} x_{nj},$$

[5] A levezetés egyszerűsítése céljából feltettük, hogy a modell tiszta AR(1) folyamat, vagyis $y = \alpha y_{-1} + \varepsilon$.

[6] További információkkal szolgál erről *F. Faure* és *P. Sevestre* ugyanebben a számban közölt cikke.

ahol

$$\Pi_{0t} = k_1\frac{1-\alpha^t}{1-\alpha} \quad \Pi_{1t} = \alpha^t + \frac{1-\alpha^t}{1-\alpha}k_0$$

és

$$\Pi_{j+1,t} = \beta\alpha^{t-j} \; j = 1,2,\ldots,t \quad \Pi_{j+1,t} = 0 \; j = t+1,\ldots,T.$$

A Π-knek az OLS módszer egyszerű konzisztens esztimátorát adja, amennyiben az y_{nt}-re számítunk olyan, konstans tagot is tartalmazó regressziót, melynek magyarázó változói az y_{n0} és az $x_{n1},\ldots,x_{nT}$ változók. Mivel ez egy egyszerű szerkezetű modell becslését (SURE) jelenti, az OLS módszer a

$$\Pi_{jt}, \; j = 0,1,\ldots,T+1; \quad t = 1,\ldots,T$$

legjobb torzítatlan lineáris esztimátora (BLUE).

A $\hat{\Pi}_{jt}N$ szerinti határértéke Π_{jt}, ami k_0, k_1, α és β függvénye.

Alkalmazva a GOURIEROUX—MONFORT—TROGNON (1985)-ben kidolgozott aszimptotikus legkisebb négyzetek (ALS) módszerét a k_0, k_1, α és β konzisztens becslésére a

$$\begin{aligned}
&\Pi_{t+1,t} = \beta \quad t = 1,\ldots,T\\
&\Pi_{j+1,t} = \alpha\Pi_{j+1,t-1} \quad j = 1,\ldots,t-1; \quad t = 2,\ldots,T\\
&\Pi_{t+h,t} = 0 \quad h = 2,\ldots,T+1-t
\end{aligned}$$

egyenletrendszert kapjuk. Ezeket az összefüggéseket mátrix alakban egymás alá írva az $\alpha_1\beta$, k_0 és k_1 egy olyan lineáris modelljét kapjuk, amelynek feltételeit a Π-k jelentik. Szemléltetésül részletesen kiírjuk a $T = 3$ esetre a mátrixegyenletet:

$$\begin{pmatrix}\Pi_{01}\\ \Pi_{02}\\ \Pi_{03}\\ \Pi_{11}\\ \Pi_{12}\\ \Pi_{13}\\ \Pi_{21}\\ \Pi_{22}\\ \Pi_{23}\\ \Pi_{31}\\ \Pi_{32}\\ \Pi_{33}\\ \Pi_{41}\\ \Pi_{42}\\ \Pi_{43}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ \Pi_{01} & 0 & 0 & 1\\ \Pi_{02} & 0 & 0 & \cdot 1\\ 1 & 0 & 1 & 0\\ \Pi_{11} & 0 & 0 & 1\\ \Pi_{12} & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \Pi_{21} & 0 & 0 & 0\\ \Pi_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \Pi_{32} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ k_0\\ k_1\end{pmatrix}$$

vagy vektor alakban:

$$W = Z\Theta, \quad \Theta' = (\alpha, \beta, k_0, k_1),$$

ahol W és Z mérete $T(T+2) \times 1$ ill. $T(T+2) \times 4$. A Π-k helyett OLS becsléseiket használva W és $Z(N \to \infty)$ konzisztens becslése adódik.

Ezzel egy véges lineáris távolságmodellt kapunk

$$\hat{W} = \hat{Z}\Theta + \varepsilon \tag{20}$$

ahol $N \to \infty$ esetén $\varepsilon \to 0$, és

$$V\varepsilon = V(\hat{W} - \hat{Z}\Theta) = \Sigma.$$

A Θ paramétereknek egyszerű konzisztens esztimátora a következő

$$\hat{\Theta} = (\hat{Z}'Z)^{-1}\hat{Z}'\hat{W}. \tag{21}$$

Jobb választás viszont a

$$\hat{\Theta} = (\hat{Z}'\hat{\Sigma}^{-1}Z)^{-1}\hat{Z}'\hat{\Sigma}^{-1}\hat{W}, \tag{22}$$

ha $\hat{\Sigma}$ konzisztens esztimátora Σ-nak. Mivel aΣ a Π-k és a Θ kovarianciamátrixának a függvénye, nagyon egyszerűen becsülhető, ha már rendelkezésünkre áll Θ egy konzisztens becslése.

A Chamberlain-típusú esztimátor lényeges előnye, hogy a modell az endogén változó több különböző késleltetettjét is tartalmazhatja. És mivel a Π-k korlátozások nélküli OLS-sel becsülhetők, nincs szükség a szigorú egzogenitás feltevésére. Egyszerűen konstruálható aszimptotikus próba is e hipotézis ellenőrzésére:

Mivel szigorúan egzogén x-ek esetében

$$\sqrt{N}(\hat{W} - \hat{Z}\Theta) \to N(0, \Sigma)$$

megállapítható, hogy a nullhipotézis érvényessége esetén fennáll

$$\xi = N(\hat{W} - \hat{Z}\hat{\Theta})'\hat{\Sigma}^{-1}(\hat{W} - \hat{Z}\hat{\Theta}) \to \chi^2_{(T(T+2)-4}. \tag{23}$$

Amennyiben az x-ek nem egzogének, a ξ próbafüggvény a végtelenhez tart. Egy, az $(1-\alpha)$ szinthez tartozó aszimptotikus kritikus tartomány:

$$C = \{\xi > \chi^2_{(1-\alpha)}(T(T+2) - 4\}. \tag{24}$$

A hipotézis elfogadása esetén az y_{n0} és az u_n függetlenségének tesztelése a (21) k_0 paramétere szignifikancia vizsgálatának felel meg.

7. A Blundell esztimátor[7]

A (18) egyenlet x változója szigorú egzogenitásának elfogadása esetén a kezdeti érték és az egyedhatások közti korreláció jelenti a fő problémát. Az előző részben látotthoz hasonlóan felbonthatjuk az egyedhatást y_{n0} lineáris függvényére és egy ezekre a kezdeti megfigyelésekre ortogonális egyedi hibatagra:

$$u_n = \frac{Ey_{n0}u_n}{Ey_{n0}^2} y_{n0} + \eta_n.$$

Ekkor (18) átírható egy olyan kiterjesztett modellé, amelyben a magyarázó változók között szerepel az y_{n0} is.

$$y_{nt} = \alpha y_{nt-1} + \beta x_{nt} + \gamma y_{n0} + \eta_n + w_{nt} \tag{25}$$

Ebben az alakban a specifikus η hatás korrelálatlan az y_{n0}-val. Így, mint azt az *5. rész*ben már hangsúlyoztuk, az erre a modellre alkalmazott GLS már konzisztens. Sajnos azonban a közelítő GLS határeloszlása függ a

$$\hat{\Theta} = \frac{\hat{\sigma}_w^2}{(\hat{\sigma}_w^2 + T\hat{\sigma}_\eta^2)} \tag{26}$$

határeloszlástól.

8. Kisminta tulajdonságok: néhány szimulációs eredmény

Az előző részekben megmutattuk, hogy a közelítő általánosított BALESTRA — NERLOVE esztimátor aszimptotikus kovarianciamátrixa független a Θ becslésére első lépésben választott esztimátortól. Vagyis az elméleti Θ paraméter helyettesítése egy konzisztens $\hat{\Theta}$ becsléssel semmilyen hatásosságveszteséget sem eredményez. Ugyanez érvényes a CHAMBERLAIN típusú esztimátorokra is a pszeudo-reziduumok kovarianciamátrixának egy konzisztens esztimátorral való helyettesítésekor. A λ' esztimátornál és a BLUNDELL esztimátornál ezzel szemben hasonló tulajdonság nem érvényesül.

A három módszer relatív hatásossága azonban még ismeretlen. Nem tudjuk továbbá, hogyan viselkednek az esztimátorok véges mintában. A kérdések megválaszolására szimulációs vizsgálatot végeztünk,[8] a következőkben ennek eredményeit foglaljuk össze.[9] Az alkalmazott rövidítések a következők:

GBN: az elméleti általánosított Balestra — Nerlove esztimátor.
GBNN: Közelítő GBN, első lépésben a Balestra — Nerlove instrumentális esztimátorral.

---

[7] Az esztimátort *R. Blundell* informális beszélgetések során javasolta.

[8] A párhuzamosan közölt F. FAURE — P. SEVESTRE cikk tartalmazza az adatgenerálási folyamat részletes leírását.

[9] A Chamberlain és a Blundell típusú esztimátorokra vonatkozó szimulációs eredmények még nem állnak rendelkezésünkre.

GBNW: Közelítő GBN, első lépésben a Balestra — Nerlove *within*-esztimátorral.
GBN1: Közelítő GBN, első lépésben az első Anderson — Hsiao esztimátorral.
GBN2: Közelítő GBN, első lépésben a második Anderson — Hsiao esztimátorral.
GBN3: Közelítő GBN, első lépésben az egzogén Anderson — Hsiao esztimátorral.
GBNP: Közelítő GBN, első lépésben az időpontok közötti (*between*) esztimátorral.
LBN: Közelítő λ', első lépésben a Balestra — Nerlove instrumentális esztimátorral.
LBNW: Közelítő λ', első lépésben a Balestra — Nerlove *within*-esztimátorral.
L1: Közelítő λ', első lépésben az első Anderson — Hsiao esztimátorral.
L2: Közelítő λ', első lépésben a második Anderson — Hsiao esztimátorral.
L3: Közelítő λ', első lépésben az egzogén Anderson — Hsiao esztimátorral.
LP: Közelítő λ', első lépésben az időpontok közötti (*between*) esztimátorral.

8.1. Nagy N-ek esete ($N = 180$)

8.1.1. A második lépés esztimátorának függése/függetlensége az első lépés esztimátorától

A szimulációs eredmények megerősítik a korábban feltárt aszimptotikus összefüggéseket. Az általánosított Balestra — Nerlove esztimátor eloszlása valóban független az első lépésben választott becsléstől, továbbá úgy tűnik, hogy ezek az eredmények bármilyen paraméterkombinációra érvényesek:

1. táblázat

A legkevésbé hatásos és a leghatásosabb közelítő közelítő λ' esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.987	4.111	3.734
0.5	4.752	12.17	19.90
0.9	25.89	24.15	41.34

2. táblázat

A legkevésbé hatásos és a leghatásosabb közelítő közelítő GBN esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.059	1.010	1.006
0.5	1.145	1.022	1.024
0.9	2.218	1.343	1.077

Ezek az eredmények nem túl meglepőek, mivel ebben az esetben ($N = 180$)

feltehető, hogy az aszimptotikus összefüggések érvényesülnek.

8.1.2. Melyiket válasszuk? Néhány eredmény az esztimátorok torzítására és szórására

Nincs mód arra, hogy minden paraméterkombinációra érvényes, egyértelmű sorrendet állapítsunk meg az esztimátorok között, mivel a λ' eloszlása függ attól, melyik módszert alkalmaztuk e paraméter becslésére. Az alábbi táblázatok alapján ennek ellenére megállapíthatjuk, hogy az a közelítő λ' esztimátor, amelynek az első lépése a Balestra — Nerlove esztimátoron alapul majdnem mindig felülmúlja a többi módszert: nagyon alacsony a torzítása és hatásosabb a többi esztimátornál.

3. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LP (-.0530)	LP (-.0152)	LP (-.0090)
0.5	LP (-.0666)	L1 (-.0264)	L1 (.0285)
0.9	LBN (-.0523)	LBN (-.0383)	L1 (-.0264)

4. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNN (.0000)	GBNW (.0000)	L1 (.0000)
0.5	GBNN (.0024)	GBN2 (.0000)	GBNP (.0001)
0.9	GBN1 (.0004)	GBNN (-.0001)	LBN (.0000)

5. táblázat

A legkevésbé hatásos esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0038)	GBNN (.0022)	LP (.0008)
0.5	GBNP (.0021)	L2 (.0036)	L1 (.0028)
0.9	L1 (.0016)	LP (.0014)	L1 (.0015)

6. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	L2 (.0004)	L2 (.0004)	L2 (.0002)
0.5	LBN (.0003)	LBN (.0003)	LBNW (.0001)
0.9	LBN (.0001)	LBN (.0000)	LBN (.0000)

Megfigyelhető, hogy a különböző esztimátorok átlagos négyzetes hiba (MSE) és szórás (hatásosság) szerinti sorrendje szinte megegyezik. Ez azt az egyáltalán nem meglepő jellegzetességet mutatja, hogy az esztimátorok egymástól alapvetően a hatásosságukban térnek el.

7. táblázat

A legnagyobb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0038)	GBNN (.0022)	LP (.0009)
0.5	LP (.0059)	L2 (.0036)	L1 (.0036)
0.9	LP3 (.0033)	LP3 (.0015)	L13 (.0022)

8. táblázat

A legkisebb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LBN (.0013)	L2 (.0005)	L2 (.0002)
0.5	LBN (.0014)	LBN (.0003)	LBNW (.0001)
0.9	LBNW (.0005)	LBNW (.0004)	LBN (.0000)

8.2. Kis N esete ($N = 25$)

8.2.1. A második lépés esztimátorának függése/függetlensége az első lépés esztimátorától

Vannak ugyan különbségek a nagy N-re kapott eredményekhez képest, a korábban ismertetett eredmények többsége azonban most is érvényesnek tűnik:

— Az általánisított Balestra — Nerlove esztimátor hatásossága az esetek többségében most is független az első lépésben választott becslési módszertől.

— A következő táblázatok alapján ezek az eredmények majdnem minden paraméterkombinációra érvényesnek tűnnek:

9. táblázat

A legkevésbé hatásos és a leghatásosabb közelítő λ' esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.188	1.403	2.643
0.5	1.320	2.409	5.941
0.9	5.259	6.452	3.457

10. táblázat

A legkevésbé hatásos és a leghatásosabb közelítő GBN esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.073	1.040	1.042
0.5	1.259	1.068	1.058
0.9	4.075	1.909	1.163

8.2.2. Melyiket válasszuk? Néhány eredmény az esztimátorok torzítására és szórására

A kis N-re ($N = 25$) vonatkozó szimulációs eredmények majdnem teljesen megegyeznek a nagy N-re ($N = 180$) kapottakkal. Az általánosított Balestra — Nerlove esztimátorok osztályába tartoznak a legkisebb torzítású esztimátorok, míg a leghatásosabbak inkább a közelítő λ' esztimátorok közül kerülnek ki. Az MSE szempontjából azonban inkább az előbbi tűnik kedvezőbbnek.

11. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LP (-.0583)	LP (-.0228)	LBN (-.0122)
0.5	LP (-.0789)	LP (-.0358)	L1 (.0269)
0.9	LPN (-.0590)	LPN (-.0429)	LPN (-.0107)

12. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNN (-.0160)	LBN (-.0018)	GBNN (-.0029)
0.5	GBN1 (-.0084)	GBNN (-.0055)	GBNN (-.0018)
0.9	GBNP (-.0042)	GBN2 (-.0051)	GBNN (-.0005)

13. táblázat

A legkevésbé hatásos esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBN1 (.0268)	GBNN (.0168)	GBNN (.0034)
0.5	GBNP (.0148)	GBN1 (.0092)	L1 (.0047)
0.9	GBN3 (.0160)	GBN3 (.0094)	GBN1 (.0017)

14. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LP (.0038)	LP (.0038)	L2 (.0020)
0.5	LBN (.0027)	LBN (.0028)	LBNW (.0012)
0.9	LBN (.0007)	LBN (.0006)	LBN (.0002)

15. táblázat

A legnagyobb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0276)	GBNN (.0169)	GBNN (.0034)
0.5	GBNP (.0144)	GBN1 (.0092)	L1 (.0054)
0.9	GBN3 (.0160)	GBN3 (.0094)	GBN3 (.0018)

16. táblázat

A legkisebb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LBN (.0050)	LP (.0040)	L2 (.0021)
0.5	LBN (.0042)	LBN (.0029)	LBNW (.0012)
0.9	LBNW (.0028)	LBNW (.0018)	LBN (.0003)

Hivatkozások

AMEMIYA T. (1986): *Advenced Econometrics* Basil Blackvell ed.

ANDERSON T.W. és C. HSIAO (1982): „Formulation and estimation of dynamic models using panel data". *Journal of Econometrics*, vol. 18, pp. 578-606.

ARELLANO M. és S. BOND „Some tests of specification for panel data: Monte - Carlo evidence and an application to employment eqations." *Working Paper*, Institute for fiscal Studies.

BALESTRA P. és M. NERLOVE (1966): „Pooling cross-section and time-series data in the estimation of a dynamic model" *Econometrica*, vol. 34, pp. 585-612.

FAURE F. és P. SEVESTRE (1988): „Comparative properties of various consistent estimators for dynamic error components models: Further results." *ERUDETE Working Paper* No 88-06.

GOURIEROUX C. és A. MONFORT (1987): *Statistique de Modèles Econométriques.* Cours polycopié ENSAE.

GOURIEROUX C., A. MONFORT és A. TROGNON (1981): *Asymptotic least squares. Application to qualitative models* Document de travail INSEE — ENSAE No 8108.

LIVIATAN N. (1963) „Consistent estimation of distributed lags" *International Economic Rewiew*, vol. 4, pp. 44-52.

NERLOVE M. (1971) „Further evidence on the estimation of dynamic economic relations from a time-series of cross-sections" *Econometrica*, vol. 39, 99. 359-382.

SEVESTRE P. és A. TROGNON (1983): „Proriétés de grands échantillons d' une classe d' estimateurs des modeles autoregressifs a erreurs composees." *Annales de l'INSEE, No 50, pp. 25-49.*

SEVESTRE P. és A. TROGNON (1985): „A note on autoregressive error components models" *Journal of Econometrics*, vol. 28, pp. 231-245.

TROGNON A. (1987) *Efficacité des procédures en deux étapes: le cas des M-estimateurs quasi-généralisés* Document de travail INSEE/ENSAE.

WHITE H. (1984): *Asymptotic theory for econometricians* Academic Press.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

FRANÇOIS FAURE — PATRICK SEVESTRE

Dinamikus hibakomponens modellek különböző konzisztens esztimátorai tulajdonságainak összehasonlítása Újabb eredmények*

1. Bevezetés

A hibakomponens modellek hagyományos esztimátorainak többsége (mint például a klasszikus legkisebb négyzetek (OLS), a *between*, a *within* és a GLS) dinamikus modellek esetén véges idősornál közismerten inkonzisztens (ld. P. BALESTRA — M. NERLOVE (1967), T. W. ANDERSON — C. HSIAO (1982), S. NICKELL (1982), P. SEVESTRE — A. TROGNON (1983, 1985) . Ez az önkonometrikusokat e modellek konzisztens esztimátorainak kidolgozására ösztönözte.

P. BALESTRA — M. NERLOVE (1967)-es gondolatébresztő tanulmányukban egy kétfokozatú legkisebb négyzetek (2SLS) típusú esztimátor kidolgozását javasolta.

Később T. W. ANDERSON — C. HSIAO (1982) két olyan esztimátort határozott meg, amelyek konzisztenciája a differenciált modell reziduumainak tulajdonságain alapul.

P. Mazodier, felhasználva C. GOURIEROUX — A. MONFORT — A. TROGNON (1981) aszimptotikus legkisebb négyzetekre vonatkozó eredményeit az időbeli átlagokra felírt modellre alkalmazott OLS segítségével nyerhető konzisztens esztimátort javasolt.

Végül, kihasználva, hogy minden λ-típusú esztimátor torzítása kiszámítható, belátható, hogy a kezdeti megfigyelések értékétől függetlenül is létezik λ-ra egy olyan — a modell paramétereitől függő — λ' érték, amely biztosítja a hozzá tartozó λ-típusú esztimátor konzisztenciáját (ld. P. SEVESTRE — A. TROGNON (1983), P. SEVESTRE (1984)).

Mindezen esztimátorok konzisztensek véges T esetén is, de nagyon keveset tudunk aszimptotikus szórásukról vagy véges minta melletti viselkedésükről.

Egy előző cikkben (P. SEVESTRE (1987)) e becslési módszerek kis mintanagyság ($N = 25, T = 10$) melletti viselkedését Monte-Carlo módszerrel elemeztük.

Az alábbi cikknek kettős célja van. Egyrészt, hogy további információt nyújtson a fenti esztimátorok viselkedéséről arra az esetre, amikor rögzített T mellett nő az egyedek száma (N). Másrészt további konzisztens esztimátorokra terjesztjük ki a

* F. FAURE és P. SEVESTRE (1988): „Comparative properties of various consistent estimators for dynamic error components models: further results" (*Fordította*: KŐRÖSI Gábor). A cikk bizonyos szempontból P. Sevestre és A. Trognon előző oldalakon található cikkének folytatása, az abban ismertetett eredményekre is épít. (ford.)

korábbi tanulmányban elmondottak érvényességét. (Ezen esztimátorok egy részét P. SEVESTRE és A. TROGNON ugyanebben a számban közölt cikke ismerteti.)

A tanulmány *2. részében* mutatjuk be a modellt és a vizsgált esztimátorokat, a *3. részt* az adatgeneráló folyamat bemutatásának szenteljük, és végül a *4. részben* foglaljuk össze és elemezzük a szimulációk legfontosabb eredményeit.

2. A modell és az esztimátorok

2.1. A modell

Tekintsük a következő hibakomponens modellt:

$$y = X\delta + \varepsilon \tag{1}$$

ahol

$y = (y_{nt})$ az endogén változó megfigyeléseinek $(NT \times 1)$ elemű vektora,

$X = (y_{n,t-1}, x_{1nt}, \dots, x_{Knt})$ a késleltetett engodén és egzogén változók megfigyeléseinek $(NT \times K + 1)$ elemű mátrixa,

$\delta = (a, b_1, \dots, b_k)$ az együtthatók $(K + 1 \times 1)$ elemű vektora, és

$\varepsilon = (\varepsilon_{nt})$ a reziduumok $(NT \times 1)$ elemű vektora,

melyekre a következők érvényesek:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{nt} &= u_n - w_{nt} \\ Eu_n &= 0; \quad Eu_n u_{n'} = \delta_{nn'}\sigma_u^2 \\ Ew_{nt} &= 0; \quad Ew_{nt}w_{n't'} = \delta_{nn'}\delta_{tt'}\sigma_w^2 \\ Eu_n w_{n't} &= 0; \quad \forall n, n', t \end{aligned}$$

Ennek a modellnek sokféle konzisztens esztimátora van, de ezek mindegyike értelmezhető instrumentális változókkal is, vagyis felírhatók a

$$\hat{\delta} = (Z'X)^{-1}y = \delta + (Z'X)^{-1}Z'\varepsilon \tag{2}$$

alakban, ahol X-re és ε-ra a korábbi definíció érvényes, míg Z egy olyan $(NT, K + 1)$ méretű mátrix, amelyre:

a. $\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{Z'X}{NT} = M$, ahol M pozitív definit mátrix,

b. $\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{Z'\varepsilon}{NT} = 0$.

2.2. Az esztimátorok

2.2.1. A Liviatan esztimátor

Ezt az esztimátort eredetileg idősorok alapján számszerűsített autokorrelált reziduumú autoregresszív modellek becslésére javasolták. Az esztimátor alapgondolata, hogy az egyik késleltetett egzogén változót választjuk a késleltetett endogén változó instrumentumául. Igy az esztimátor a (2) képlettel adható meg a

$$Z = (x_{in,t-1}, \dots, x_{int}, \dots, x_{Knt}) \tag{3}$$

mátrix-szal, ahol $x_{in,t-1}$ az $x_{1n,t-1}, x_{2n,t-1}, \dots, x_{Kn,t-1}$ elemek valamelyike.

Az esztimátor konisztenciája a X változók egzogenitásának következménye.

2.2.2. A Balestra-Nerlove esztimátor (1966)

Ennél az esztimátornál a késleltetett endogén változó instrumentuma nem korlátozódik valamely egzogén változó késleltetettjére, hanem azok lineáris kombinációja; pontosabban az $y_{n,t-1}$ ezen változók terére vetített képe:

$$\hat{y}_{n,t-1} = \sum_k \sum_i \hat{\delta}_{ki} x_{kn,t-i}. \tag{4}$$

Így ezt az esztimátort is a (2) képlet adja meg

$$Z = (\hat{y}_{n,t-1}, x_{1nt}, \dots, x_{Knt}) \tag{5}$$

felhasználásával.

Megjegyzés: Ha a modell csak egy egzogén változót tartalmaz, és annak csak egy időszakkal késleltetettje szerepel, akkor ez az esztimátor megegyezik a Liviatan esztimátorral.

2.2.3. Az egyedeken belüli (*within*) Balestra-Nerlove esztimátor

A paneladatok egyik legfontosabb előnye, hogy az egyedek belső- (*within*), külső (*between*) szórása alapján, vagy a kettő együttes felhasználásával egyaránt becsülhető a modell.

Speciális esetként az instrumentális változók módszere a *within* modellekre is alkalmazható[1]:

$$y_{nt} - y_{n.} = \alpha(y_{n,t-1} - y_{n.,t-1}) + \sum_k \delta_k(x_{knt} - x_{kn.t}) + \varepsilon_{nt} - \varepsilon_{n.t}. \tag{6}$$

[1] Ez a módszer a between modellre is alkalmazható. E becslés egyes tulajdonságainak vizsgálatát is tervezzük.

Majd — *Balestra* és *Nerlove* nyomán — $(y_{n,t-1} - y_{n.,t-1})$ instrumentumaként $(\hat{y}_{n,t-1} - \hat{y}_{n.,t-1})$ választható, ahol:

$$\hat{y}_{n,t-1} - \hat{y}_{n.,t-1} = \sum_k \sum_i \hat{\delta}_{ki}(x_{kn,t-i} - x_{kn.,t-i}). \tag{7}$$

Az X változók egzogenitása mellett ez szintén konzisztens esztimátorhoz vezet.

2.2.4. Az Anderson-Hsiao esztimátor

Annak a két esztimátornak a konzisztenciája, amit *T. W. Anderson* és *C. Hsiao* ajánlott, a modell differenciálása utáni reziduumok tulajdonságain alapul. A differenciált modell:

$$y_{nt} - y_{n,t-1} = \alpha(y_{n,t-1} - y_{n,t-2}) + \sum_k \delta_k(x_{knt} - x_{kn,t-1}) + w_{nt} - w_{n,t-1}. \tag{8}$$

Mivel feltesszük w_{nt} autokorrelálatlanságát az $(y_{n,t-2} - y_{n,t-3})$ vagy az $y_{n,t-2}$ változó megfelelő instrumentuma az $(y_{n,t-1} - y_{n,t-2})$-nek. Ezek a változók nyilvánvalóan korrelálnak $(y_{n.t-1} - y_{n.t-2})$-vel, de $(w_{nt} - w_{n.t-1})$-gyel nulla az aszimptotikus korrelációjuk.

Anderson és Hsiao két esztimátorának definíciója:

$$\hat{\delta} = (\tilde{Z}\tilde{X})^{-1}\tilde{Z}'\tilde{y}, \tag{9}$$

ahol

$$\tilde{x} = (y_{n,t-1} - y_{n,t-2}, x_{1nt} - x_{1n,t-1}, \ldots, x_{knt} - x_{kn,t-1})$$
$$\tilde{y} = (y_{n,t} - y_{n,t-1})$$

és az első esztimátorra

$$\tilde{Z} = (y_{n,t-2} - y_{n,t-3}, x_{1nt} - x_{1n,t-1}, \ldots, x_{Knt} - x_{Kn,t-1}) \tag{11}$$

a másodikra pedig

$$\tilde{Z} = (y_{n,t-2}, x_{1nt} - x_{1n,t-1}, \ldots, x_{Knt} - x_{Kn,t-1}) \tag{10}$$

2.2.5. Az „egzogén” Anderson-Hsiao esztimátor

Késleltetett egzogén változó differenciált modellre is alkalmazható instrumentumként. Az X változóinak egzogénitása következtében bármelyik $(x_{in,t-1} - x_{in,t-2})$ elfogadható instrumentum. (i az egzogén változó sorszáma.) Így a (9) esztimátor

$$\tilde{Z} = (x_{in,t-1} - x_{in,t-2}, x_{1nt} - x_{1n,t-1}, \ldots, x_{Knt} - x_{Kn,t-1}) \tag{12}$$

esetében is konzisztens.

2.2.6. *Az időpontok közötti (between) esztimátor*

GOURIEROUX, MONFORT és TROGNON (1981)-es, aszimptotikus legkisebb négyzetekre vonatkozó eredményeit felhasználva *P.Mazodier* az (1) modell becslésére a

$$y_{.t} = \alpha y_{.,t-1} + \sum_k \delta_k x_{kt} + \varepsilon_{.t} \tag{13}$$

modell legkisebb négyzetes becslését javasolja,

$$z_{.t} = \frac{1}{N} \sum_n z_{nt}$$

felhasználásával. Az esztimátor konzisztenciáját a $\operatorname{plim}_{T \to \infty} \varepsilon_{.t} = 0$ biztosítja.

Ez az esztimátor is értelmezhető instrumentális változók felhasználásával. Legyen

$$Z = \left(\frac{J_N}{N} \otimes I_T \right) X$$

ahol I_T a $(T \times T)$ egységmátrix,

J_N egy olyan $(N \times N)$ mátrix, melynek minden eleme 1, és

X a magyarázó változók (korábban definiált) mátrixa.

Könnyen belátható, hogy a (2) esztimátor megegyezik a (13) modellre alkalmazott OLS esztimátorral.

2.2.7. *Az általánosított Balestre-Nerlove esztimátor*[2]

P. BALESTRA és M. NERLOVE alaptanulmányukban egy olyan általánosabb esztimátort is felvetettek, amely csak akkor konzisztens, ha az N és T növekedésével $T/N \to \infty$. Mint azt a bevezetésben is hangsúlyoztuk, a paneladatbázisok többsége viszonylag sok egyedre és kevés időpontra tartalmaz megfigyeléseket. Így a T/N arány általában nem tarthat végtelenbe.

A cikkükben javasolt másik esztimátor (ld. *2.2.2. rész*) WHITE (1981) nyomán ennek ellenére általánosítható úgy, hogy hatásossága nőjön. Az esztimátor felírható

$$\hat{\beta} = (Z'\Omega^{-1}X)^{-1} Z'\hat{\Omega}^{-1} y \tag{14}$$

alakban, ahol:

$Z = (\hat{y}_{n,t-1}, X_{nt})$ olyan $(NT, K+1)$ méretű mátrix, amelyben $\hat{y}_{n,t-1}$ az $y_{n,t-1}$-nek a késleltetett egzogén változók terére vetített képe;

$\hat{\Omega}$ a reziduumok kovarianciamátrixának becslése (szokás szerint blokk-diagonális szerkezetű).

---

[2] Az esztimátort *P.Balestra* javasolta nekünk, amiért ezúton is köszönettel tartozunk.

Az esztimátor konzisztenciájának bizonyítása és más aszimptotikus tulajdonságok tárgyalása P. SEVESTRE és A. TROGNON előző cikkében található.

Ez az esztimátor is a korábban definiált körhöz tartozik a

$$Z = \hat{\Omega}^{-1} Z_{bn} \tag{15}$$

választással, ahol Z_{bn} a Balestra-Nerlove esztimátorhoz tartozó instrumentális változókat jelöli.[3]

2.2.8. A λ' esztimátor

Alkalmazzuk az OLS esztimátort a következő modellre:

$$\begin{aligned} y_{nt} + (\sqrt{\lambda} - 1)\bar{y}_n &= \alpha(y_{n,t-1} + (\sqrt{\lambda} - 1)\bar{y}_{n,t-1}) + \\ &+ \sum_k b_k(x_{knt} + (\sqrt{\lambda} - 1)\bar{x}_{kn}) + \varepsilon_{nt} + (\sqrt{\lambda} - 1)\bar{\varepsilon}_n, \end{aligned} \tag{16}$$

ahol λ nemnegatív.

A következő táblázat bemutatja, hogy e paraméter „helyes" megválasztásával megkaphatók a hibakomponens modell hagyományos esztimátorai:

λ érték	esztimátor
0	within
$(1-\rho)/(1-\rho-T\rho)$	GLS
$(1-\hat{\rho})/(1-\hat{\rho}-T\hat{\rho})$	közelítő GLS
1	OLS
∞	between

ahol a $\rho = \sigma_u^2/(\sigma_u^2 + \sigma_w^2)$ az egyedi szórás aránya a teljes szórásban.

Mint az közismert, véges T esetében a fenti esztimátorok egyike sem konzisztens. Aszimptotikus hibájuk ($N \to \infty$, véges T esetében) az alábbi határértékkel arányos:

$$\operatorname*{plim}_{N\to\infty} \frac{1}{NT} \left(\sum_n \sum_T y_{n,t-1}\varepsilon_{nt} + (\sqrt{\lambda} - 1)T \sum_n \bar{y}_{n,t-1}\bar{\varepsilon}_n \right). \tag{17}$$

Magától értetődően merül fel az igény arra, hogy keressünk λ-nak egy olyan λ' értékét, amelyre a fenti torzítás eltűnik. Megmutatható (ld. P. SEVESTRE (1984), hogy

$$\lambda' = C(1-\rho) \Big/ \left(\frac{(Ey_{n_0}u_n)(1-\alpha^T)}{(\sigma_u^2 + \sigma_w^2)(1-\alpha)} + C(1-\rho-T\rho) \right) \tag{18}$$

ahol

[3] Természetesen más esztimátorokra is alkalmazható a fentiekhez hasonló „általánosítás". A nemrég megjelent M. ARELLANO és S. BOND (1987) cikk *White* eredményeit az Anderson-Hsiao esztimátorra alkalmazta.

$$C = \frac{1}{T}\frac{T-1-T\alpha-\alpha^T}{(1-\alpha)^2}.$$

A (16) modellre $\lambda = \lambda'$ mellett OLS-t alkalmazva a paraméterek konzisztens becslését kaphatjuk (ld. P. SEVESTRE és A. TROGNON előző cikkét).

Az előző esztimátorokhoz hasonlóan ez is felírható instrumentális változók segítségével, ahol

$$Z = (y_{n,t-1} + (\lambda'-1)y_{n_0,t-1}, x_{1nt} + (\lambda'-1)x_{1n}, \dots, x_{Knt} + (\lambda'-1)x_{kn} \tag{19}$$

X és y a korábban definiáltak.

Megjegyzés: Ha a folyamat kezdeti megfigyeléseiről $(y_{n_0}, n = 1, \dots, N)$ feltesszük, hogy azok nem valószínűségi változók, akkor $E(y_{n_0}u_n) = 0$. Ekkor

$$\lambda' = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_w^2 + T\sigma_u^2}$$

vagyis a λ' esztimátor egybeesik a GLS esztimátorral, ami ebben a speciális esetben ezért konzisztens. Ekkor a λ' esztimátor egy kétlépéses becslésre egyszerűsödik.

3. A Monte-Carlo kísérlet menete

A kísérletben használt modell az egyszerűség kedvéért csak egy egzogén változót tartalmaz. A modell a következő:

$$\begin{aligned} y_{nt} &= \alpha y_{n,t-1} + b x_{nt} + \varepsilon_{nt} \quad n = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, 10 \\ \varepsilon_{nt} &= u_n = w_{nt}. \end{aligned} \tag{20}$$

A reziduumokra vonatkozó feltevések megegyeznek a korábbiakkal.

Az egzogén változó stacioner AR(1) folyamat:

$$x_{nt} = c x_{n,t-1} + \omega_{nt}, \tag{21}$$

ahol

$$\begin{aligned} E\omega_{nt} = 0; &\quad E\omega_{nt}\omega_{n't'} = \delta_{nn'}\delta_{tt'}\sigma_\omega^2 \\ Eu_n\omega_{nt} &= Ew_{nt}\omega_{n't'} = 0 \quad \forall n, n', t, t' \end{aligned}$$

és

$$x_{n0} = \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{1-c^2}} \tag{22}$$

Mivel egy korábbi tanulmányban (ld. P. SEVESTRE (1987)) a kezdeti megfigyelésre vonatkozó eltérő feltevések hatása elhanyagolhatónak bizonyult, az y-okat generáló folyamatra csak egy feltevéssel éltünk, azzal, hogy stacioner:

$$y_{n0} = b x_{n0} + \frac{u_n}{1-\alpha} + \frac{w_{n0}}{\sqrt{1-\alpha^2}}; \quad n = 1, \dots, N. \tag{23}$$

Az így definiált (20)-(23) modell y és x változóira 100 különböző mintát generáltunk. Ez a következőképp történt:

— Két mintanagyságra ($N = 25$ és $N = 180$) 100 darab különböző mintát: $N(2(T+1)+1)$ független, azonos eloszlású véletlen számot generáltunk a RATS ökonometriai programcsomag véletlen szám generátorával. (Vagyis N értéket az u-kra, $N(T+1)$ értéket a w-kre és $N(T+1)$ értéket a ω-kra.)

— Ezeket a véletlen számegyütteseket úgy transzformáltuk, hgy szórásnégyzetük a következő legyen[4]:

$$\sigma_\omega^2 = 0.5$$
$$\sigma_u^2 = 0.1, 0.5, 0.9$$
$$\sigma_w^2 = 0.9, 0.5, 0.1$$

majd ezekből az

$$a = 0.1, 0.5, 0.9$$
$$b = 0.5,$$
$$c = 0.9$$

értékekkel (20)-(23) megfigyelésenkénti iterációjával generáltuk az x és y értékét. Így minden paraméter kombinációnál 100 különböző $N(T+1)$ elemű minta áll rendelkezésünkre az x-re és y-ra, amelyek mindegyike lehetővé teszi, hogy a modellt N egyedet ($N = 25, 180$) és 10 időpontot ($T = 10$) tartalmazó mintára becsüljük.

A (20) modellt ezen adatok felhasználásával becsültük a *2. részben* bemutatott módszerekkel. Összességében 20 különböző becslési eljárást vizsgáltunk:

— A Balestra-Nerlove esztimátort (BN) valamint az ennek megfelelő közelítő λ' (LBN) és GBN[5] (GBNN) esztimátorokat.

— A Balestra-Nerlove within-esztimátort (BNW) valamint az ennek megfelelő közelítő λ' (LBNW) és GBN (GBNW) esztimátorokat.

— A két Anderson-Hsiao esztimátort (AH1, AH2) valamint az ezeknek megfelelő közelítő λ' (L1, L2) és GBN (GBN1, GBN2) esztimátorokat.

— Az „egzogén" Anderson-Hsiao esztimátort (AH3) valamint az ennek megfelelő közelítő λ' (L3) és GBN (GBN3) esztimátorokat.

— Az időpontok közötti (Between Periods) esztimátort (BP) valamint az ennek megfelelő közelítő λ' (LP) és GBN (GBNP) esztimátorokat.

— A valódi λ' esztimátort (LL).

— A valódi általánosított Balestra-Nerlove esztimátort (GBN).

[4] Vagyis mindegyik esetben fennáll a $\sigma_u^2 + \sigma_w^2 = 1$ egyenlőség.

[5] GBN jelöli a továbbiakban az általánosított (generalized) Balestra-Nerlove esztimátort.

Megjegyzés: A kétlépéses módszerekben ρ-t a

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{(\hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_\omega^2)} \tag{24}$$

formula segítségével becsültük, ahol

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{N-3} \sum_{n=1}^{N} (\bar{y} - \hat{a}\bar{y}_{n,-1} - \hat{b}\bar{x}_n - \hat{d})^2 \tag{25}$$

valamint

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{N(T-1)-3} \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} ((y_{nt} - \bar{y}_n) - \hat{a}(y_{n,t-1} - \bar{y}_{n,-1}) - \hat{b}(x_{nt} - \bar{x}_n))^2 \tag{26}$$

az $Ey_{n0}u_n$-t pedig

$$Ey_{n0}u_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (y_{n0} - \bar{y}_0)(\bar{y}_n - \hat{a}y_{n,-1} - \hat{b}\bar{x}_n - \hat{d}) \tag{27}$$

képlettel számítottuk.

Mint azt a megelőző összefüggések is mutatják, annak ellenére, hogy az elméleti modell nem tartalmaz konstans tagot, (NERLOVE [1967,1971] nyomán) azt is becsültünk. Ezek után minden rendelkezésünkre áll a szimulációs kísérletek eredményeinek értékeléséhez.

4. Az esztimátorok tulajdonságainak összehasonlítása

A nagy tömegű numerikus eredmény emészthető formában való bemutatásának nehézségét figyelembe véve úgy döntöttünk, hogy az eredmények ismertetése során figyelmünket az „adott helyzetnek megfelelő” esztimátor kiválasztásának problémájára koncentráljuk.[6] Pontosabban az ismertetés során azon kutató szempontjait vettük figyelembe, aki azt szeretné tudni, hogy egy adott helyzetben melyik becslési módszert érdemes előnyben részesíteni, és melyik alkalmazása kerülendő[7]

---

[6] A számított eredmények terjedelme következtében itt csak ezek egy részének bemutatására van mód. Ebben a részben a szimulációk eredményeiből csak a legfontosabb eredményeket emeljük ki. Kívánságra az érdeklődő Olvasó rendelkezésére bocsátjuk részletes számítási eredményeinket is.

[7] Egy korábbi tanulmányban (P. SEVESTRE (1987)) bemutattuk, hogy az egzogén változó együtthatójának becslésére szinte mindegyik esztimátor tulajdonságai kielégítőek (kis torzítás és MSE). Így a tárgyalás a késleltetett endogén változó együtthatójának becslésére koncentrál, ahol az eredmények sokkal változékonyabbak.

4.1. Az „egylépéses" esztimátorok

4.1.1. A torzítás és szórás összehasonlítása kis N esetében ($N = 25$)

1. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (-.1365)	BP (-.1372)	BP (-.1145)
0.5	BP (-.2320)	AH1 (.4299)	BP (-.1216)
0.9	AH2 (.5132)	BP (-.1619)	BP (-.074)

2. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	AH3 (-.0034)	AH3 (-.0076)	AH2 (-.0030)
0.5	AH3 (-.0028)	AH2 (.0029)	BNW (.0298)
0.9	BNW (-.0045)	BNW (-.0036)	BNW (-.0018)

3. táblázat

A legkisebb hatásosságú esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (.0740)	BP (.0729)	AH1 (.0649)
0.5	AH1 (.5066)	AH1 (1.989)	AH2 (13.351)
0.9	AH2 (155.48)	AH2 (.7689)	AH2 (.2645)

A fenti táblázatok alapján megállapítható, hogy kis egyedszám ($N = 25$) és erősen autokorrelált endogén változó ($a = 0.9$) esetében a torzítás és a szóródás szempontjából egyaránt az egyedek közötti (*within*) Balestra-Nerlove esztimátor (BNW) tűnik a legjobbnak.

4. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	AH2 (.0094)	AH2 (.0108)	BNW (.0034)
0.5	BN (.0108)	BNW (.0105)	BNW (.0020)
0.9	BN (.0031)	BNW (.0118)	BNW (.0021)

Az időpontok közötti esztimátor (BP) ezzel szemben erősen torzítottnak és meglehetősen kis hatásosságúnak bizonyult. A módszerhez tartozó alacsony szabadságfokot figyelembe véve ebben semmi meglepő sincs.

Gyengén vagy közepesen autokorrelált endogén változó ($a = 0.1, 0.5$) esetén dilemmába kerülünk, mert a legkevésbé torzított és a leghatásosabb esztimátorok különbözőek. A legkevésbé torzítottnak ezekben az esetekben az Anderson-Hsiao osztályba tartozó esztimátok bizonyultak, míg a Balestra-Nerlove osztályba tartozók a leghatékonyabbak. Megfigyelhető, hogy a Balestra-Nerlove esztimátorok az átlagos négyzetes hiba (MSE) tekintetében felülmúlják az Anderson-Hsiao osztályt a közepesen autokorrelált endogén változók esetében, míg alacsony autokorreláció ($a = 0.1$) esetében többnyire ennek ellenkezője az igaz.

4.1.2. A torzítás és szórás összehasonlítása nagy N esetében ($N = 180$)

5. táblázat

A legnagyobb MSE

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (.9270)	BP (.9174)	AH1 (.1004)
0.5	AH1 (.5547)	AH1 (2.174)	AH2 (13.358)
0.9	AH2 (155.75)	AH2 (.7702)	AH2 (.2657)

Mint azt a fenti táblázatok világosan jelzik, nagy egyedszám esetén egyértelműen megválaszolható a kérdés, melyik esztimátort érdemes a torzítás szempontjából előnyben részesíteni, és melyiket nem: szinte kivétel nélkül mindig az időpontok közötti (BP) esztimátor a legtorzítottabb és a Balestra-Nerlove *within* esztimátor (BNW) torzítása a legkisebb.

Nem ilyen egyértelmű a választás a hatásossági kritérium szempontjából. Mégis,

6. táblázat

A legkisebb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	AH2 (.0096)	AH2 (.0108)	BNW (.0034)
0.5	BN (.0196)	BNW (.0106)	BNW (.0020)
0.9	BN (.0031)	BNW (.0118)	BNW (.0021)

7. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (-.0131)	BP (-.1200)	BP (-.0704)
0.5	BP (-.1654)	BP (.1384)	AH1 (-.0697)
0.9	BP (-.1392)	BP (-.0972)	BP (-.0168)

8. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BNW (-.0007)	BNW (-.0051)	BNW (-.0045)
0.5	BNW (-.0017)	BNW (.0005)	BNW (.0002)
0.9	BN (-.0005)	AH3 (-.0006)	BNW (-.0003)

a következő táblázatok azt jelzik, hogy a leghatásosabb módszer keresése ugyanarra az eredményre vezet, mint amire ($N = 25$) esetében: a második Anderson-Hsiao módszer szemmel láthatólag nagyon jól viselkedik, amikor a késleltetett endogén változó együtthatója alacsony ($a = 0.1$). Más esetekben az egyedek közötti (Within) Balestra-Nerlove esztimátort célszerű választani.

A legkevésbé hatékony esztimátor tekintetében azonban lényeges különbség van az $N = 180$ és az $N = 25$ eset között. $N = 180$ esetében az időpontok közti esztimátor a legkisebb hatásosságú esztimátor, míg $N = 25$ esetében időnként némelyik Anderson-Hsiao esztimátor is osztozott ezen a rossz minősítésen.

9. táblázat

A legkisebb hatásosságú esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (.0783)	BP (.0744)	BP (.0480)
0.5	BP (.0839)	BP (0.745)	AH1 (.0653)
0.9	AH2 (.2374)	AH2 (.0990)	AH2 (.0155)

10. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	AH2 (.0012)	AH2 (.0014)	BNW (.0004)
0.5	BN (.0016)	BNW (.0013)	BNW (.0002)
0.9	BN (.0003)	BN (.0003)	BNW (.0002)

Az eddigiek alapján megállapótható, hogy az MSE szempontjából „legjobb" esztimátor nagyon közel van ahhoz, amit $N = 25$-re kaptunk. A második Anderson-Hsiao módszert célszerű alkalmazni, amikor a késleltetett endogén változó autokorrelációja gyenge ($a = 0.1$), míg az ettől eltérő esetekben a Balestra-Nerlove *within* esztimátort tűnik a „legjobb" választásnak.

11. táblázat

A legnagyobb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	BP (.0957)	BP (.0888)	BP (.0530)
0.5	BP (.1113)	BP (.0937)	AH1 (.0701)
0.9	AH2 (.2376)	AH2 (.0994)	AH2 (.0155)

12. táblázat

A legkisebb MSE

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	AH2	AH2	BNW
	(.0012)	(.0014)	(.0004)
0.5	BN	BNW	BNW
	(.0016)	(.0013)	(.0002)
0.9	BN	BN	BNW
	(.0003)	(.0003)	(.0002)

4.2. A kétlépéses esztimátorok

4.2.1. A kétlépéses módszerekhez kapcsolódó hatásosságnyereség

A kétlépéses módszerek alkalmazásának oka az a remény, hogy az egylépéses módszereknél hatásosabbak. A közelítő általánosított Balestra-Nerlove módszer esetén — legalább is aszimptotikusan — bizonyított ez a hatásosságnyereség a megfelelő egylépéses módszerhez képest. De semmit sem tudunk a közelítő λ' esztimátornak a megfelelő egy lépéses esztimátoréhoz képesti hatásosságáról, és a kétlépéses módszerek relatív hatásosságáról sincs semmilyen információnk.

A következő pontokban olyan eredményeket mutatunk be, amelyek ezekre a kérdésekre legalább részleges választ adnak.

4.2.1.1. Hatásosságnyereség kis N esetén ($N = 25$)

A kétlépéses módszerekhez kapcsolódó hatásosságnyereségnek fontos jellemzője, hogy ez a nyereség minden esetben létezik. Mégis, úgy tűnik, hogy ez a közelítő λ' esztimátor esetében nagyobb, mint a közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátor használatakor.

Az eredmények minden megvizsgált paraméterkombinációra érvényesek (ld. a *20. táblázatot*).

Pontosabban, a leghatásosabb egylépéses instrumentális változós esztimátort a leghatásosabb kétlépéses esztimátorhoz hasonlítva kitűnik, hogy a nyereség 1.7-10-szeres között mozog (v.ö. a *4.* és a *20. táblázatokat*). Ennek ellenére fel kell hívni a figyelmet arra, hogy nem minden kétlépéses esztimátor hatásosabb az egylépéseseknél (v.ö. a *4.* és a *19. táblázatokat*).

Úgy tűnik, kismintában is érvényesül a kétlépéses esztimátorok szórásának aszimptotikus függősége/függetlensége az első lépésben választott esztimátortól.[8]

A közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátor szórása független attól, melyik esztimátort használjuk az első lépésben. Ez az eredmény egyben azt is jelzi,

[8] Ld. P. SEVESTRE és A. TROGNON párhuzamosan közölt cikkét.

hogy ennél az esztimátornál gyakorlatilag semmilyen hatásosságveszteséget sem jelent egy konzisztens esztimátorral becsült kovarianciamátrix használata az elméleti helyett.

A közelítő λ' esztimátor hatásossága ezzel szemben erősen függ az első lépésben választott esztimátortól.

Ezek az eredmények szinte mindegyik paraméterkombinációíra érvényesek.

13. táblázat

A legkisebb hatásosságú 'es a leghatásosabb közelítő λ' esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.188	1.403	2.643
0.5	1.320	2.409	5.941
0.9	5.259	6.452	3.457

14. táblázat

A legkisebb hatásosságú és aleghatásosabb közelítő GBN esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.073	1.040	1.042
0.5	1.259	1.068	1.058
0.9	4.075	1.909	1.163

Végül megemlítendő még, hogy a közelítő λ' esztimátor nem mindig számítható a (16) modellre alkalmazott OLS-sel. Ez a probléma azokban az esetekben merült fel, amikor $a = 0.9$ volt, és az első lépésben használt esztimátor az idődimenzió szerinti változékonyságon alapul (AH1, AH2.AH3,BNW, BP), mert a λ' becslése számos esetben negatív volt (legfeljebb az esetek 30 %-ában, többnyire azonban csak 1-3 %-ában). Mivel a (16) modellre alkalmazott OLS becslés során e paraméter négyzetgyökét kell számítani, az eljárás a fenti esetekben nem volt alkalmazható. A probléma azonban könnyen megkerülhető, ha a közelítő λ' esztimátort a (19) egyenletben megadott instrumentális változók segítségével számítjuk, amikor is a λ' négyzetgyökére nincs szükség.

Lássuk ezután, mi mondható ezekről a módszerekről nagy N-re.

4.2.1.2. Hatásosságnyereség nagy N esetén ($N = 180$)

A kétlépéses módszerekkel elérhető hatásosságnyereség ebben az esetben is szignifikáns:

Emellett a közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátor szórásának az első lépésben használt esztimátortól való függetlenségére vonatkozó aszimptotikus eredményeket teljes egészében igazolja.

A közelítő λ' esztimátor hatásossága ezzel szemben egyértelműen függ az első lépésben választott esztimátortól.

Ezek az eredmények minden paraméterkombinációra érvényesnek bizonyultak.

15. táblázat

A legkisebb hatásosságú és a leghatásosabb közelítő λ' esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.987	4.111	3.734
0.5	4.752	12.17	19.90
0.9	25.89	24.15	41.34

16. táblázat

A legkisebb hatásosságú és a leghatásosabb közelítő GBN esztimátor szórásnégyzetének aránya

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	1.059	1.010	1.006
0.5	1.145	1.022	1.024
0.9	2.218	1.343	1.077

4.2.2. A torzítás és szórás összehasonlítása

4.2.2.1. A torzítás és szórás összehasonlítása kis N esetén ($N = 25$)

Mint az alábbi táblázatok alapján jól látható, a torzítás és a hatásosság egymásnak ellentmondó kritériumok. A legkevésbé torzított esztimátor, ami többnyire a közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátorok osztályához tartozik, egyben gyakran a legkevésbé hatásos is (v.ö. a *18* és *19. táblázatokat*). Másrészt az esztimátorok közelítő λ' osztálya tűnik a leghatásosabbnak, de ezeknél többnyire — különösen alacsony ρ értékekre — gyenge negatív torzítás figyelhető meg.

17. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LP	LP	LBN
	(-.0583)	(-.0228)	(-.0122)
0.5	LP	LP	L1
	(-.0789)	(-.0358)	(.0269)
0.9	LPN	LPN	LPN
	(-.0590)	(-.0429)	(-.0107)

18. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNN	LBN	GBNN
	(-.0160)	(-.0018)	(-.0029)
0.5	GBN1	GBNN	GBNN
	(-.0084)	(-.0055)	(-.0018)
0.9	GBNP	GBN2	GBNN
	(-.0042)	(-.0051)	(-.0005)

19. táblázat

A legkisebb hatásosságú esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBN1	GBNN	GBNN
	(.0268)	(.0168)	(.0034)
0.5	GBNP	GBN1	L1
	(.0148)	(.0092)	(.0047)
0.9	GBN3	GBN3	GBN1
	(.0160)	(.0094)	(.0017)

Ennek ellenére, figyelembe véve, hogy a torzítás a kétlépéses esztimátorok túlnyomó részénél meglehetősen kicsi, úgy tűnik, hogy annak, aki a legkisebb átlagos négyzetes hibájú esztimátort kívánja alkalmazni, többnyire a közelítő λ' esztimátorok valamelyikét érdemes választania.

4.2.2.2. A torzítás és a szórás összehasonlítása nagy N esetén ($N = 180$)

Mint az az alábbi táblázatokban világosan látszik, a különböző vizsgált kétlépéses esztimátorok relatív torzítására az $N = 25$ mellett nyertekhez nagyon hasonló, minőségileg megegyező eredményeket kaptunk.

20. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	LP (.0038)	LP (.0038)	L2 (.0020)
0.5	LBN (.0027)	LBN (.0028)	LBNW (.0012)
0.9	LBN (.0007)	LBN (.0006)	LBN (.0002)

21. táblázat

A legnagyobb MSE

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0276)	GBNN (.0169)	GBNN (.0034)
0.5	GBNP (.0144)	GBN1 (.0092)	L1 (.0054)
0.9	GBN3 (.0160)	GBN3 (.0094)	GBN3 (.0018)

22. táblázat

A legkisebb MSE

a \ ρ	0.1	0.5	0.9
0.1	LBN (.0050)	LP (.0040)	L2 (.0021)
0.5	LBN (.0042)	LBN (.0029)	LBNW (.0012)
0.9	LBNW (.0028)	LBNW (.0018)	LBN (.0003)

A legkevésbé torzított esztimátor többnyire a közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátorok osztályához tartozik (ld. *24. táblázat*), míg a leghatékonyabb módszerek általában közelítő λ' típusúak.

23. táblázat

A legtorzítottabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LP (-.0530)	LP (-.0152)	LP (-.0090)
0.5	LP (-.0666)	L1 (-.0264)	L1 (.0285)
0.9	LBN (-.0523)	LBN (-.0383)	L1 (-.0264)

24. táblázat

A legkevésbé torzított esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNN (.0000)	GBNW (.0000)	L1 (.0000)
0.5	GBNN (.0024)	GBN2 (.0000)	GBNP (.0001)
0.9	GBN1 (.0004)	GBNN (-.0001)	LBN (.0000)

Az $N = 25$ látottakhoz hasonlóan, figyelembe véve, hogy a kétlépéses esztimátorok torzítása majdnem mindig kicsi, a legkisebb átlagos négyzetes hibájú esztimátornak leggyakrabban az egyik közelítő λ' osztályba tartozó esztimátor bizonyult.

25. táblázat

A legkisebb hatásosságú esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0038)	GBNN (.0022)	LP (.0008)
0.5	GBNP (.0021)	L2 (0.0036)	L1 (.0028)
0.9	L1 (.0016)	LP (.0014)	L1 (.0015)

26. táblázat

A leghatásosabb esztimátor

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	L2 (.0004)	L2 (.0004)	L2 (.0002)
0.5	LBN (.0003)	LBN (.0003)	LBNW (.0001)
0.9	LBN (.0001)	LBN (.0000)	LBN (.0000)

27. táblázat

A legnagyobb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	GBNP (.0038)	GBNN (.0022)	LP (.0009)
0.5	LP (.0059)	L2 (.0036)	L1 (.0036)
0.9	LP (.0033)	LP (.0015)	L1 (.0022)

28. táblázat

A legkisebb MSE

ρ / a	0.1	0.5	0.9
0.1	LBN (.0013)	L2 (.0005)	L2 (.0002)
0.5	LBN (.0014)	LBN (.0003)	LBNW (.0001)
0.9	LBNW (.0005)	LBNW (.0004)	LBN (.0000)

5. Következtetések. Melyiket válasszuk?

Mint azt az eddigiekben ismertetett eredmények jelzik, az, hogy melyik a legmegfelelőbb esztimátor, az megítélés kérdése.

Ha valaki torzítatlan esztimátort keres, akkor jobbnak tűnik egy, a közelítő általánosított Balestra-Nerlove esztimátorok osztályába tartozó módszer alkalmazása. Az, hogy az osztályon belül melyik esztimátort válasszuk (vagyis az első lépésben alkalmazott esztimátor) a paraméterek értékétől függ.

Amennyiben a módszer hatásosságát tekintjük a döntő kritériumnak, akkor közelítő λ' esztimátor alkalmazása ajánlható.

Ezek mellett még a hibatagok struktúrájának félrespecifikálásával szembeni robosztusság lehet megfontolásra érdemes kritérium. Amennyiben az egyedhatás és az x változók közötti pozitív korrelációra számítunk, egyik olyan esztimátor sem lesz konzisztens, amelyik ezen változók késleltetettjeit használja instrumentumként (ilyen pl. az összes Balestra-Nerlove osztályú esztimátor). Ha viszont arra gyanakodhatunk, hogy az w-t hibatagok autokorreláltak, akkor az Anderson-Hsiao esztimátorok nem konzisztensek.

Hivatkozások

ANDERSON T.W. és C. HSIAO (1982): „Formulation and estimation of dynamic models using panel data". *Journal of Econometrics*, vol. 18, pp. 578-606.

ARELLANO M. és S. BOND „Some tests of specification for panel data: Monte - Carlo evidence and an application to employment eqations." *Working Paper*, Institute for fiscal Studies.

BALESTRA P. és M. NERLOVE (1966): „Pooling cross-section and time-series data in the estimation of a dynamic model" *Econometrica*, vol. 34, pp. 585-612.

GOURIEROUX C., A. MONFORT és A. TROGNON (1981): *Asymptotic least squares. Application to qualitative models* Document de travail INSEE — ENSAE No 8108.

LIVIATAN N. (1963) „Consistent estimation of distributed lags" *International Economic Rewiew*, vol. 4, pp. 44-52.

NERLOVE M. (1971) „Further evidence on the estimation of dynamic economic relations from a time-series of cross-sections" *Econometrica*, vol. 39, 99. 359-382.

SEVESTRE P. (1987): „Consistent estimators for dynamic error component models: a comparative simulation study". *ERUDITE Working Paper* No 87-03.

SEVESTRE P. és A. TROGNON (1983): „Proriétés de grands échantillons d' une classe d' estimateurs des modeles autoregressifs a erreurs composees." *Annales de l'INSEE, No 50, pp. 25-49.*

SEVESTRE P. és A. TROGNON (1985): „A note on autoregressive error components models" *Journal of Econometrics*, vol. 28, pp. 231-245.

SEVESTRE P. és A. TROGNON (1988): „Two step methods for dynamic error components models: a note" *ERUDETE Working Paper* No 88-05.

TROGNON A. (1987) *Efficacité des procédures en deux étapes: le cas des M-estimateurs quasi-généralisés* Document de travail INSEE/ENSAE.

WHITE H. (1984): *Asymptotic theory for econometricians* Academic Press.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

DENNIS J. AIGNER — KHALIFA GHALI

Önkiválasztás a lakossági elektromos áram díjszabási kísérletekben*

1. Bevezetés

A tanulmány a lakossági elektromos díjak meghatározására vonatkozó úgynevezett „a felhasználás időpontjától függő" (time-of-use, TOU) díjszabási kísérletek egyes kérdéseit vizsgálja.** Az utóbbi időben több tanulmány foglalkozott azzal a kérdéssel, hogy a kifinomult TOU díjszabási kísérletek a háztartási reakciók tekintetében hasonló eredményeket produkáltak-e (KOHLER és MITCHELL (1984), CAVES, et al. (1984), AIGNER és LEAMER (1984), CHRISTENSEN ASSOCIATES (1983)). Jóllehet az öt kísérletből három önként jelentkezők mintáján alapult, egyik idézett tanulmány sem számolt azzal a potenciális torzítással (*selection bias*), amit az okoz, hogy a minták lényegében önkiválasztás (self selection) útján jöttek létre. Ennek a kérdésnek a vizsgálata itt különösen fontos, mivel az Electric Power Research Institute piacra dobott egy RETOU nevű programcsomagot, amely a CHRISTENSEN ASSOCIATES (1983) munkáján alapul, és amelyet a közszolgáltatási iparban széles körben használnak arra, hogy a kötelező bevezetés elbírálása érdekében előrebecsüljék a TOU tarifák hatását.

Az önkiválasztásból eredő torzítás problémája és a korlátozott vagy csonkított mintákon alapuló modellek konzisztens becslésének kérdése TOBIN (1958) alapvető jelentőségű cikkének megjelenése óta az érdeklődés középpontjában áll.

Az utóbbi időben több általános eljárást is kifejlesztettek a probléma kezelésére. Lásd erről például McFADDEN (1981), AMEMIYA (1981, 1984), MADDALA (1983), és HENSHER-JONSON (1981) összefoglaló tanulmányait. Korlátozott és csonkított mintákkal foglalkozik HECKMAN (1976, 1979) és AMEMIYA (1973), továbbá az önkiválasztást magukban foglaló modellek elemzése található GRONAU (1974), MADDALA (1977) és LEE (1982) tanulmányaiban.***

Ebben a tanulmányban a releváns TOU kísérletek adatait elemezzük egy olyan modellben, amelyben tesztelhető és korrigálható az önkéntes részvételből származó önkiválasztási torzítás. Néhány kísérletben ugyanis a véletlenszerűen kiválasztott

---

* DENNIS J. AIGNER — KHALIFA GHALI: Self Selection in the residental electricity time of use pricing experiment. *University of California MRG Working Paper No M8737.* (*Fordította*: VINCZE János.)

** A továbbiakban az egyszerűség kedvéért az angol TOU rövidítést használjuk (ford.)

*** Magyarul a témáról lásd bővebbet például KŐRÖSI—MÁTYÁS—SZÉKELY: Gyakorlati ökonometria, KJK (1990) című könyvben. (szerk.)

háztartásoknak joguk volt visszautasítani a kísérletben való részvételt, és megmaradhattak a hagyományos díjszabásnál. Így tehát azok a háztartások, amelyek kereslete viszonylag rugalmatlan, visszautasíthatták a kevésbé előnyös tervezett díjszabást. Ez olyan torzítás forrása lehet, amelynek következtében a nem korrigált regressziós egyenletek felülbecsülhetik az árelaszticitásokat.

Előzőleg ezt a kérdést már vizsgálta MANNING és ACTON (1980) tanulmánya a los-angeles-i kísérlet adatai alapján, valamint AIGNER és HAUSMAN (1980), akik az arizonai esetet elemezték. Itt mind az öt legfontosabb kísérlet adatait felhasználjuk, és módszerünket összevetjük az utóbb említett két tanulmányban alkalmazott módszerekkel. A következő fejezetben röviden leírjuk az adatbázist; és a rendelkezésünkre álló kísérletek megtervezésének legfontosabb jellemzőit. A *3. fejezetben* ismertetjük módszerünket, a *4. fejezetben* eredményeinket, míg az *5. fejezetben* levonjuk az adódó következtetéseket.

2. Az adatok

Az 1970-es években az U.S. Department of Energy és elődje a Federal Energy Administration tizennégy kísérletet kezdeményezett a lakossági TOU díjszabással kapcsolatban. A TOU díjszabás esetén magasabb az áramhasználati díj csúcsfogyasztás idején — amikor a rendszerköltségek nagyobbak — azért, hogy az elektromos áram generálásának és elosztásának határköltségei pontosabban tükröződjenek. Az ilyen időben differenciált díjak bevezetése várhatóan növeli a gazdasági erőforrásallokációjának hatékonyságát azáltal, hogy arra ösztönzi a fogyasztókat, hogy csökkentsék csúcsterhelésüket és/vagy csoportosítsák át fogyasztásukat a csúcson kívüli időszakok javára.

A kísérletek megtervezésének szempontjait értékelte a Research Triangle Institute (1978) a Department of Energy számára, és a University of Michigan Survey Research Center (HILL et. al. (1979)), az Electric Power Research Institute számára. A közzétett eredmények értékelése megtalálható a HENDRICKS — KOENKER (1979), MIEDEMA et al. (1981) és AIGNER (1985) cikkekben.

Adatbázisunk öt kísérletet (közszolgáltatási vállalat) adatait tartalmazza az eredeti tizennégyből,[1] amelyeket a *2.1 táblázatban* sorolunk fel. Ezeket a kísérleteket a legjobbaknak tekinthetjük a tervezettség, kivitelezés és az adatok hozzáférhetősége alapján.

A kísérletek jellemzőit a *2.2 táblázat* mutatja be. Az első oszlop tartalmazza a díjszabási csúcsidőszakok napi hosszát.

Jelentős szórás van ezek tartamában mind az egyes kísérleteken belül, mind pedig ezek között. Közös azonban, hogy mindegyik periódus reggel 7 és este 11 óra közé esik. Az öt kísérletben összesen 14 konfiguráció létezik, ebből 7 a los-angeles-iben. A megfigyelési időszakok hossza is jelentősen változik, a legrövidebb a 12 hónapos

---

[1] HIRSCHBERG (1987) használati útmutatót és az öt adatbázis részletes elemzését nyújtja.

2.1. táblázat

Az elemzésben felhasznált öt TOU kísérlet

Közszolgáltatási vállalat neve	Cikkben használt rövidítés
Carolina Power and Light Company	CP & L
Connecticut Light and Power Company	Connecticut
Los Angeles Department of Water and Power	Los Angeles
Southern California Edison Company	SCE
Wisconsin Public Service Corporation	Wisconsin

2.2. táblázat

A munkák jellemzői

Kísérlet	A napi csúcs-periódus hossza (óra)	A kísérlet időtartama (hónap)	Fogyasztók száma	Kötelező részt-vétel	Önkéntes részt-vétel
CP & L	8, 10	19	600	x	
Connecticut	4	12	391		x
Los Angeles	3, 6, 9, 12	30	1268		x
SCE	10	24	600		x
Wisconsin	6, 9, 12	36	674	x	

2.3. táblázat

Kísérleti ráták

Kísérlet	Díjszabások száma	Csúcs és normál időszaki árarányok maximuma
CP & L	13	6.2 : 1
Connecticut	1	16 : 1
Los Angeles	17	9 : 1
SCE	8	9 : 1
Wisconsin	10	8 : 1

connecticut-i, a leghosszabb pedig a 36 hónapos wisconsin-i kísérlet.

A *2.2 táblázat* utolsó oszlopa ad felvilágosítást a minta kiválasztásáról, vagyis a fogyasztói részvétel jellegéről. Három kísérletben engedélyezték az önkéntes részvételt. Az SCE kísérletben a fogyasztóknak évi 100 $-t fizettek, és csak akkor szállhattak ki, ha alávetették magukat egy felmentési eljárásnak.[2] A felmentési eljárás veszélye és a pénzbeli ösztönzés következtében 90 % körüli volt a részvétel. A connecticut-i

[2] Az SCE kísérlet részletes leírását lásd AIGNER és LILLARD (1984) cikkében.

kísérletben a TOU és a kontroll csoportok különböző rétegezett véletlen mintákból származtak. A részvételi díjakat egy összegben fizették minden fogyasztónak 50 és 150 $ közötti összegekben attól függően, hogy az illető háztartás milyen felhasználási rétegbe tartozott. A részvételi arány 87 % volt a TOU fogyasztók esetében, és 91 % a kontroll csoportokban.[3] A los-angeles-i kísérletben mindenkinek fizettek részvételi díjat, aki várhatóan a kísérleti díjszabás következtében többletfizetésre kényszerült. A kárpótlás egyenlő volt a TOU és a sztenderd díjszabás melletti várható számlák különbségével, ahol az áramhasználat feltételezett összetételét a szomszédos áramellátó állomás alapján állapították meg. Ebben a kísérletben a részvételi arány 90 % körüli volt.[4] Ami a TOU kísérleti díjszabást illeti az öt kísérletből négy alkalmazott több, mint egy díjat. Mint azt a *2.3 táblázat* mutatja csak Connenticut-ban volt egységes a díjszabás.

3. A módszer

Az i-edik fogyasztó y_i-vel jelölt elektromos áram fogyasztását a következő folyamat határozza meg:

$$y_i = x_i'\beta + u_i \tag{3.1}$$

ahol x_i a fogyasztói jellegzetességek vektora és u_i foglalja össze az x_i-től független véletlen tényezőket.

Azokban a mintákban, amelyekben önkéntes volt a részvétel a (3.1) folyamat nem tartalmazza az összes elérhető információt, amelyhez akkor jutottunk volna, ha az összes fogyasztó, akikkel a kísérlet során érintkezésbe léptek részt is vett volna benne. A részvétel elutasításának döntése következtében bizonyos megfigyelések hiányoznak, és ha ez a döntés összefügg a fent leírt fogyasztói döntéssel, akkor a (3.1)-ből levont statisztikai következtetések félrevezetők lehetnek. Amint azt a csonkított, korlátozott és önkiválasztásos modellekről szóló egyre gyarapodó irodalom bizonyítja komoly torzítások és a β becslésének inkonzisztenciája következhet abból, ha a modell specifikációjának javításától eltekintünk.

A (3.1) regresszió a fogyasztói viselkedés részleges specifikációja. Ez csupán a rendelkezésre álló információ feldolgozásának stádiumát írja le. Nekünk azonban a modell teljessé tétele érdekében azt is le kell írnunk, hogyan választódott ki a rendelkezésre álló információ. Elvben, és a kísérletek feltételeinek figyelembevételével, vizsgálhatók az y_i véletlen változó tulajdonságai, és esetleg megállapítjató, hogy egy csonkított modellre van szükség, mint ahogy azt az AIGNER — HAUSMAN (1980) cikk illusztrálja. A fogyasztói részvétel jellemzésére azonban nem alkalmas az a feltevés, amely szerint a fogyasztók részvételi döntésüket a kísérlet alatti fogyasztásuk mennyiségére alapozzák, még mielőtt a kísérlet elkezdődött volna. Így — figyelembe véve, hogy nem történt mintakorlátozás — helyesebb azt feltennünk, hogy a részvételt a fogyasztó preferenciái és speciális tulajdonságai befolyásolják.

[3] Lásd HILL et al. (1979).

[4] Lásd MANNING és ACTON (1980).

Egy olyan választási helyzet a leírásához, amelyben a fogyasztó dönti el, hogy megmaradjon-e a régi díjszabásnál vagy pedig áttérjen a kísérleti díjszabásra az alábbi részvételi döntési függvényt specifikáljuk:

$$I_i^* = w_i'\delta + \mu_i \tag{3.2}$$

ahol I_i^* látens, és w_i a fogyasztói jellemzők egy vektora, amely azonos vagy különbözik x_i-től. A w_i vektor specifikációja a fogyasztói haszonmaximalizálás azon részéből származik, amelyben a részvétel és nem-részvétel közti döntésről van szó.

(3.2)-höz kapcsolódva egy bináris $(0,1)$ változót specifikálhatunk a következő alakban:

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{akkor és csak akkor, ha } I_i^* > 0; \\ 0, & \text{minden más esetben.} \end{cases} \tag{3.3}$$

Ebben a struktúrában a (3.1), (3.2), (3.3) modell egy önkiválasztásos modellt reprezentál, amelyben a csonkítás a látens I_i^* változótól függ, nem pedig magától y_i-től. Fontos megjegyezni, hogy (3.2) és (3.3) az összes fogyasztóra vonatkozik (résztvevők és nem-résztvevőkre is), míg a (3.1) egyenlet csupán azok viselkedését magyarázza, akik vállalkoztak a kísérletben való részvételre. Azaz az összes fogyasztó w_i adatai figyelembevételével (3.2) és (3.3) leírja a részvételi procedúrát, amely a látens I_i^* változótól függ, majd az önkéntesekre vonatkozó adatokat használjuk a (3.1) egyenlet becslésére.

Ebben a modellben az önkiválasztás tesztelhető a (3.1) regressziós modell reziduumai és a (3.2) kiválasztási egyenlet reziduumai korrelációjának vizsgálatával. Ha, az adott x_i és w_i exogén változók mellett létezik ilyen korreláció, akkor a hagyományos legkisebb négyzetek becslése (OLS) torzított és inkonzisztens lesz. Ekkor az a megoldás, hogy a kvalitatív és korlátozott függő változók esetén megfelelő becslési technikát használjuk.

Figyelembe véve azonban a TOU kísérletek természetét és a rendelkezésre álló adatokat, a fenti modell alkalmazása kétfajta problémát is felvet.

(i) A szelekciós egyenlet paramétereinek becslése adatokat igényel w_i-ről mind a résztvevőkre, mind a nem-résztvevőkre nézve. Viszont, egyik kísérletben sem gyűjtöttek adatokat azokról, akik nem vállalták a részvételt és nem állnak rendelkezésre felmérések a népesség egészéről sem.

(ii) A w_i változók specifikációja problematikus a kiválasztási egyenletben, különösen, amikor csak a részvételre való döntés figyelhető meg a (3.2)-ben szereplő látens változó realizációja által.

Az első probléma a kiválasztási folyamatban rejlő információs veszteség kérdéséhez kapcsolódik, amely önmagában is súlyos gondot okoz a becslések megbízhatóságának biztosítása során. Egyebek között MUTHEN és JÖRESKOG (1981), LEE (1982), és BLOOM-KILLINGSWORTH (1984) cikkei foglalkoztak az efajta modellek becslésével. A második probléma viszont a fogyasztói választás modellezése, és a részvételi motívumok megértése.

A következő fejezetben a modell kétfokozatú becslési technikáját írjuk le. Ezután megvizsgáljuk a részvételi ösztönzők modellezésének kérdését annak érdekében, hogy meghatározzuk az önkéntes részvétel jellemzőit, és identifikálhassuk a w_i változókat. Végül, ez utóbbi megfontolások alapján, alkalmazzuk a kétfokozatú becslési eljárás megmutatván, hogy a TOU kísérletekben létezik olyan információ w_i-ről az $I_i^* < 0$ esetben is, amely felhasználásával biztosítható a becslés első fázisának megvalósíthatósága.

3.1 Egy kétfokozatú becslési eljárás

Ahhoz, hogy levezessük $E(y_i I_i^* > 0)$-t, felhasználhatjuk a

$$y_i = x_i'\beta + \frac{\sigma_{u\mu}}{\sigma_\mu^2}\mu_i + e_i \tag{3.4}$$

összefüggést, ahol $e_i = u_i - \frac{\sigma_{u\mu}}{\sigma_\mu^2}\mu_i$. Ekkor

$$\begin{aligned} E(y_i|I_i^* > 0) &= x_i'\beta + \frac{\sigma_{u\mu}}{\sigma_\mu^2}E(\mu_i|I_i^* > 0) + E(e_i|I_i^* > 0) \\ &= x_i'\beta + \frac{\sigma_{u\mu}}{\sigma_\mu}\frac{\phi(w_i'\delta/\sigma_\mu)}{\Phi(w_i'\delta/\sigma_\mu)} \\ &= x_i'\beta + \frac{\sigma_{u\mu}}{\sigma_\mu}MR(w_i'\alpha) \end{aligned} \tag{3.5}$$

ahol $MR(m) = \phi(m)/\Phi(m)$ a Mill-arány és $\alpha = \sigma_\mu^{-1}\delta.\phi(.)$ és $\Phi(.)$ a sztenderd normális eloszlás sűrség- és eloszlásfüggvénye. Tehát a (3.1),(3.2), (3.3)-ban implicite definiált regressziós folyamat a következőképpen írható:

$$y_i = x_i'\beta + \lambda MR(w_i'\alpha) + \varepsilon_i, \tag{3.6}$$

ahol

$$E(\varepsilon_i) = 0 \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(\varepsilon_i) &= \mathrm{Var}(y_i|I_i^* > 0) = \\ &= \sigma_u^2(\sigma_{u\mu}/\sigma_\mu)^2[(w_i'\alpha)MR(w_i'\alpha) + MR^2(w_i'\alpha)] \end{aligned} \tag{3.8}$$

és

$$\lambda = \sigma_{u\mu}/\sigma_\mu.$$

Ha vannak adatok w_i-ről minden fogyasztóra, valamint y_i-ről és x_i-ről az önkéntesekre, akkor a (3.6) egyenlet becsülhető HECKMAN (1976) kétfokozatú módszerével. A Mill-arány $MR(w_i'\alpha)$ előrejelzett értékét megkaphatjuk, ha α-t becsüljük a (3.2), (3.3) probit modellben. Azonban, amint már említettük, nincs specifikációnk a

w_i változókról, amelyek a fogyasztói döntéseket befolyásolják, és nincs adatunk a nemrésztvevő fogyasztókról sem. Az alábbiakban ezeket a kérdéseket fogjuk megvizsgálni.

3.2 A fogyasztói részvétel motívumainak modellezése

A haszonmaximalizáló modell keretein belül maradva feltesszük, hogy a háztartások az elektromos áram és az egyéb javak között úgy allokálják a jövedelmüket, hogy hasznosságot maximalizálnak egy költségvetési korlát mellett. Feltételezzük, hogy az elektromos áram iránti kereslet homotetikusan szeparálható az egyéb javak iránti kereslettől, és a háztartás preferenciáit az alábbi indirekt hasznossági függvénnyel reprezentáljuk:

$$ID = ID(P_e(PP, OP), P_n, Y, B), \tag{3.9}$$

ahol $P_e(PP, OP)$ az elektromos áram árindexe, amely függ a csúcsártól (PP), és a csúcson kívüli ártól (OP). Hasonlóképpen P_n az egyéb javak árindexe, Y a jövedelem, B pedig a háztartás preferenciáira ható paraméterek vektorát reprezentálja. Ezt a formulát alkalmazta CAYES, HERRIGES és KIRSCH (1987), akik az önkéntes részvételnek a közszolgáltatások bevételeire való hatását elemezték. Mi itt egy hasonló eljárást alkalmazunk a fogyasztó részvételi döntését befolyásoló (w_i) változók identifikációjához.

Az elektromos áram árindexéhez a CES függvényformát választottuk.

$$\begin{aligned} P_e(PP, OP) &= [S_p^f(PP)^{1-\sigma} - (1 - S_p^f)(OP)^{1-\sigma}]^{1/1-\sigma} \\ &= \left[S_p^f \left(\frac{PP}{OP}\right)^{1-\sigma} + (1 - S_p^f)\right]^{1/1-\sigma} \cdot (OP) \end{aligned} \tag{3.10}$$

ahol

σ a csúcs és normális fogyasztás közötti Allen-féle parciális helyettesítési rugalmasság, és

S_p^f a teljes elektromos áram felhasználásának a csúcsidőszak alatt fogyasztott része, amikor $PP = OP$.

Az S_p^f csúcsidőszaki részarány jelzi azt, hogy a háztartás hogyan viszonyul a TOU rátákhoz, mivel, ha ez alacsony, akkor a háztartás jól jár ennek bevezetésével akkor is, ha nem módosítja fogyasztási szerkezetét. A helyettesítési rugalmasság azt méri, hogy a háztartás mennyire tudja átcsoportosítani fogyasztását a csúcsidőszakról a normál időszak irányába. Reprezentáljuk a (3.9)-beli indirekt hasznossági függvényt az alábbi konstans elaszticitású formával:

$$ID(P_e, P_n Y, B) = \left(\frac{Y}{P_n}\right)^{1-\lambda} \frac{1}{1-\lambda} - \left[\left(\frac{P_e}{P_n}\right)^{1+\eta} \frac{1}{1+\eta}\right] e^{\theta} \tag{3.11}$$

ahol η az elektromos áram saját-árrugalmassága

$$\eta = \frac{\partial ln(X_e)}{\partial ln(P_e)}$$

és λ az elektromos áram jövedelem-rugalmassága,

$$\lambda = \frac{\partial ln(X_e)}{\partial ln(Y)},$$

ahol X_e a teljes elektromos áramfogyasztást reprezentáló mennyiségi index. A θ paraméter az egyforma díjak melletti elektromos áram felhasználására vonatkozik. Ha P_n-t 1-nek vesszük (azaz numeraire-nek), akkor (3.9)-et behelyettesítve (3.11)-be azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} ID(P_e, Y, B) &= \frac{Y^{1-\lambda}}{1-\lambda} - \frac{P_e^{1+\eta} e^{\theta}}{1+\eta} \\ &= \frac{Y^{1-\lambda}}{1-\lambda} - \frac{(OP)^{1+\eta} e^{\theta}}{1+\eta} \left[S_p^f \left(\frac{PP}{OP} \right)^{1-\sigma} + (1 - S_p^f) \right]^{(1+\eta)/(1-\sigma)} \end{aligned} \tag{3.12}$$

Tehát az indirekt hasznossági függvény $B = (S_p^f, \sigma, \eta, \lambda, \theta)$ paraméterei azok, amelyek a fogyasztói preferenciák változatait reprezentálják. Alkalmazzuk a Roy-azonosságot a (3.12) formulára:

$$E = P_e X_e = P_e^{1+\eta} Y^{\lambda} e^{\theta}$$

$$S_p = \frac{(PP) \cdot X_p}{E} = \tag{3.13}$$

$$= \frac{S_p^f \left(\frac{PP}{OP}\right)^{1-\sigma}}{S_p^f \left(\frac{PP}{OP}\right)^{1-\sigma} + 1 - S_p^f}, \tag{3.14}$$

ahol $E = (PP)X_p + (OP)X_o$ az elektromos áramfogyasztás összes költsége, és S_p a teljes fogyasztás csúcsidőszakra eső hányada. A csúcs és normál időszaki fogyasztást ekkor a következő két formula határozza meg:

$$X_p = \frac{S_p \cdot E}{(PP)} \tag{3.15}$$

$$X_0 = \frac{(1 - S_p) \cdot E}{(OP)}. \tag{3.16}$$

Most tegyük fel, hogy egy háztartást, amely eddig a sztenderd $PP = OP = \bar{P}_e$ díjszabás szerint fizetett megkérdeznek, hogy hajlandó lenne-e résztvenni egy önkéntes TOU programban PP és OP díjszabás mellett. A háztartás vállalkozni fog erre, ha a TOU díjszabás növelni fogja az általa elért hasznosságot,[5] azaz

$$ID(P_e, Y, B) > ID(\bar{P}_e, Y, B). \tag{3.17}$$

[5] Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy nincs fix költség, sem a TOU, sem pedig a sztenderd díjszabás esetén.

Ezt a feltételt megfogalmazhatjuk a kiadási függvényekkel is:

$$\begin{aligned} G(B) &= E[\bar{P}_e, ID(P_e, Y, B), B] - E[\bar{P}_e, ID(\bar{P}_e, Y, B), B] = \\ &= E[\bar{P}_e, ID(P_e, Y, B), B] - Y > 0, \end{aligned} \tag{3.18}$$

ahol $E(\bar{P}_e, ID, B)$ az a minimális kiadási szint, amely elég ahhoz, hogy ID hasznossági szintet érjenek el $\bar{P}_e$ ár mellett.

A (3.18) feltétel meghatározza az úgynevezett általánosított ekvivalens variációt (generalized equivalent variation), amely természetes jóléti mérőszámot is szolgáltat.[6] $G(B)$ mutatja annak a kompenzációnak a mértékét, amelyet a háztartás számára kellene fizetni azért, hogy *ne* vegyen részt a kísérletben. Tehát a feltétel azt jelenti, hogy a háztartás részt fog venni, ha pozitív összeget kellene kapnia azért, hogy a sztenderd díjszabásnál maradjon.

Ezenkívül a háztartás részvételi döntése függ a B és Y által reprezentált jellemzőitől is. CAVES, HERRIGES és KIRSCH (1980) bebizonyították a következő egyenlőtlenségeket:

$$\frac{\partial G(B)}{\partial S_p^f} < 0 \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial G(B)}{\partial \sigma} > 0. \tag{3.20}$$

Ezek a feltételek azt mutatják, hogy azok a háztartások fognak inkább önként jelentkezni a kísérletben való részvételre, amelyek vagy főleg a normál időszakban használnak áramot, vagy pedig képesek és hajlamosak elmozdulni ilyen irányba.

Tehát a preferenciákra alapozott fogyasztói választási elmélet azt a nyilvánvaló következményt sugallja, hogy egy háztartás nem lesz önként jelentkező, ha várakozása szerint rosszabb helyzetbe kerül a kísérleti díjak mellett. Ez a feltétel a fogyasztói jellemzők nyelvén azt jelenti, hogy a háztartások döntéseiket a kísérlet előtti csúcs és normál időszakbeli elektromosáram fogyasztásukra és ezek között való helyettesítési lehetőségeikre alapozzák.

A fogyasztói választás fenti megfogalmazása azért hasznos, mert útmutatást ad az önkiválasztási torzítás tesztelésében és korrigálásában rejlő két probléma megoldására, nevezetesen arra, hogy a nem-résztvevőkre nincsenek adatok, valamint a (3.2)-beli w_i specifikációjára. Figyelembe véve a háztartás választására és jellemzőire vonatkozó feltételeket, ezután lehetővé válik az előző fejezetben illusztrált kétfokozatú becslési módszer adaptálása a (3.1) — (3.3) önkiválasztási modellre.

A modell első fázisának becsléséhez szükséges információkat a nem-résztvevőkről ($I_i^* < 0$) a kísérletek kontrollcsoportjaiból nyerjük. Mivel az ebbe a csoportba tartozó fogyasztók számára a csúcs és normális időszaki díjak aránya egy az egyhez volt, feladatunk abban áll, hogy identifikáljuk azok jellegzetességeit, akik rosszabbul

[6] Lásd CHIPMAM—MOORE (1980). és CAVES, HERRIGES, KIRSCH (1987).

járnának a kísérleti díjszabás bevezetésével. Feltevésünk szerint azok a fogyasztók, akik megtagadták a részvételt olyanok, akik nem hajlandók fogyasztásuk szerkezetét megváltoztatni és áramfelhasználásukat a normál időszak irányába eltolni. Ebben az esetben az alternatív díjak, a csúcs és normál időszakok hosszúsága és a saját fogyasztási szerkezet ismeretében a fogyasztó megtagadja a részvételt mindakkor, amikor számlájának növekedését várja.

Ezzel a logikával elemeztük mindegyik kísérlet adatait, és a nem-résztvevő fogyasztók csoportjába bevettük a kontrollcsoport fogyasztói közül azokat, akik rosszabb helyzetbe kerülnének valamely kísérletben. Mivel adataink nem voltak a kísérlet előtti csúcs és normál időszaki fogyasztásról, az első hónap fogyasztását tekintettük proxy-nak, és ezzel számoltuk ki a Mill-arányokat. Az első hónap adatait ezután kihagytuk a becslés második fázisában. Mint az alkalmazásból kiderül, a csúcsidőszaki fogyasztás kedvezőtlenül hat a részvételre, míg a normál időszaki fogyasztás pozitív kapcsolatban van vele.

Eljárásunk konzisztenciájának biztosítása érdekében ugyanúgy elemeztük mind az öt esetet. Azt találtuk, hogy két kísérletben van kiválasztási torzítás olyan értelemben, hogy a Mill-arány figyelembe vétele nagy mértékben változhat a paraméterbecsléseken. Ezek a kísérletek azok, amelyekről tudjuk, hogy a részvétel nem volt kötelező, vagyis a los-angeles-i és az SCE kísérlet.[7] Azok a nem-választható kísérletek, amelyeket úgy kezelünk, mintha azok volnának, szignifikánsan Mill-arányokat adnak, de csak jelentéktelen mértékben változik a helyettesítési rugalmasság becslése, amikor a nem-korrigált regresszióról áttérünk az önkiválasztást is figyelembe vevő becslésre.

4. Alkalmazás

Módszerünk alkalmazásakor a CES modell következő alakját használtuk:

$$LCRATIO = \alpha + \beta * LPRATIO, \tag{4.1}$$

ahol

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1(CDP) + \alpha_2(HDP) \tag{4.2}$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_1(CDP) + \beta_2(HDP) \tag{4.3}$$

CDP és HDP a hűtési és fűtési foknap szám.

Az α és β ilyen specifikációjával a releváns regressziós modell a következő lesz.

$$(LCRATIO)_i = \alpha_0 + \alpha_1(CDP)_i + \alpha_2(HDP)_i + \beta_0(LPRATIO)_i + \\ + \beta_1(CDP * LPRATIO)_i + \beta_2(HDP * LPRATIO)_i + u_i, \tag{4.4}$$

ahol u_i véletlen hibatag 0 várható értékkel és σ_u^2 szórásnégyzettel, valamint i a háztartások indexe.

---

[7] Nem becsültünk nem-korrigált és korrigált egyenleteket Connecticut esetében, mivel ebben a kísérletben csak egyetlen TOU ráta létezett.

(4.3)-ban β a legfontosabb paraméter, mivel mínusz egyszerese az úgynevezett csúcs és normál időszaki áramfogyasztás közötti helyettesítési rugalmasság. Az Allen-féle helyettesítési keresztrugalmasságot az alábbi formula adja meg.

$$\sigma_{p0} = -\beta = -(\beta_0 + \beta_1(CDP + \beta_2 HDP), \tag{4.5}$$

amely a hűtési és fűtési változók átlagán van kiértékelve.

4.1. táblázat

Kísérletenként becsült résztvétel a nem önként jelentkezők közül

Kísérlet	A minta százaléka
Los Angeles	10.1
CP & L	22.59
SCE	8.75
Wisconsin	16.30
Connecticut	8.00

A becslés első fázisában egy (3.2) és (3.3) típusú probit modellt becsültünk. A w_i változók közé bevettük az első hónap csúcs és normál időszaki fogyasztását, mint a kísérlet előtti fogyasztás proxy-jait. A *4.1* és a *4.2 táblázatok* tartalmazzák a (3.2) részvételi döntési egyenlet maximum likelihood becslésének eredményeit. Mint ezek a táblázatok is mutatják, a fogyasztó fogyasztási szerkezete, amit a csúcs és normál időszaki fogyasztás mutat, nagy hatással van részvételi döntésére. Jelesül, egy fogyasztó annál inkább ódzkodik a kísérlettől, minél több áramot használ csúcsidőszakban, míg ha fogyasztásában nagyon nagy a súlya a normál időszaknak, akkor valószínűleg a részvételt fogja választani. A fentiek jól megegyeznek a részvételi motívumokról alkotott előzetes elképzeléseinkkel.

4.2. táblázat

Probit becslések (t-statisztikák zárójelben)

Kísérlet	Konstans	Az első hónapi csúcsfogyasztás	Az első hónapi normál fogyasztás
Los Angeles	1.3601	-0.050798	0.056879
	(12.519)	(-9.4381)	(5.6845)
CP & L	0.98401	-0.050564	0.057445
	(5.5952)	(-3.2797)	(2.8636)
SCE	1.0582	-0.0028310	0.0048392
	(7.0764)	(-2.9153)	(3.88210)
Wisconsin	0.94436	-0.052251	0.096805
	(4.9087)	(-4.8825)	(3.7255)
Connecticut	1.0225	-0.15842	0.57829
	(4.7567)	(-1.0091)	(1.4187)

A második fázisban mindegyik mintánál kiszámítottuk a Mill-arányt és bevittük a (4.4) egyenlet regresszorai közé. Mivel az így kapott modell heteroszkedasztikus, WHITE (1980) javaslatával összhangban korrigáltuk az OLS sztenderd hibákat.[8] Amint azt a *4.3 - 4.6 táblázatok* mutatják, az összes kísérlet önkéntesként való kezelése szignifikáns Mill-arányokat eredményezett az összes korrigált egyenletben, de csupán azon egyenletek paraméterei változtak jelentősen, amelyek valóban önkéntes részvételen alapultak. Ez nagyon jól magyarázza azt a megfigyelést, hogy bár a kísérlet előtti csúcs és normál időszaki áramfelhasználás korrelál a kísérletek alatti felhasználásokkal, ez a korreláció csak akkor szignifikáns, amikor a fogyasztók „önkiválasztódtak" éppen ennek a korrelációnak a bázisán.

4.3. táblázat

Nem-korrigált és korrigált egyenletek
Los Angeles (t-statisztikák zárójelben)

Paraméter	Nem-korrigált	Korrigált
Konstans	-0.21905	-0.46366
	(-12.771)	(-21.717)
LPRATIO	-0.29772	-0.24789
	(-20.277)	(-13.990)
CDP	-0.00596	-0.00518
	(-58.935)	(-40.406)
CDP*LPRATIO	0.000984	0.000838
	(19.155)	(9.931)
HDP	-0.006006	-0.005584
	(10.505)	(7.309)
HDP*LPRATIO	0.000928	0.000792
	(-63.637)	(-44.694)
Mill-arány	—	0.55566
		(26.46)
Helyettesítási rug.*	0.117	0.094
	(15.897)	(7.90)
R^2	0.248	0.254

* Az időjárási átlagértéken számítva.

A *4.7 táblázat* összefoglalja az önkiválasztás hatásait a helyettesítési rugalmasságokra. Los Angeles és SCE esetében az önkiválasztás felfelé torzít körülbelül 24 illetve 8 százalékkal, míg Wisconsin és a CPL esetében a helyettesítési rugalmasságok lényegében változatlanok. Ez az eredmény egybecseng MANNING és ACTON (1980) eredményével, akik a Los Angeles kísérletben az önkéntes részvételt egy az ittenihez

[8] Ahhoz, hogy a legkisebb négyzetek becslés korrekt sztenderd hibáit megkapjuk, a következő kovarianciamátrixot becsültük:

$$(X'X)^{-1}(X'\Omega X)(X'X)^{-1},$$

ahol X az egzogén változók mátrixa, és Ω diagonális, és diagonális elemei az egyes megfigyelések varianciái.

hasonló önkiválasztási modellel írták le. A maximum likelihood eljárást használták nem említve a nem-résztvevőkre vonatkozó adatok kezelését. Az összesen hét los-angeles-i kísérletből ötre egy egyszerű modellt alkalmazva azt találták, hogy a saját-ár koefficiensek lényegében változatlanok reggel és kora délután, ám sokkal kisebbek a többi három periódusban akkor, amikor a szelekciós kiigazítást megtesszük.

4.4. táblázat

Nem-korrigált és korrigált egyenletek

SCE (t-statisztikák zárójelben)

Paraméter	Nem-korrigált	Korrigált
Konstans	-0.043026	-0.097364
	(-5.726)	(-3.268)
LPRATIO	-0.07010	-0.063148
	(-13.770)	(-7.617)
CDP	-0.000483	-0.000525
	(13.823)	(7.617)
CDP*LPRATIO	-0.000019	-0.000032
	(-1.719)	(-1.600)
HDP	-0.001638	-0.001517
	(-7.659)	(-4.227)
HDP*LPRATIO	0.000533	0.000499
	(8.698)	(4.578)
Mill-arány	—	0.24070
		(2.111)
Helyettesítási rug.*	0.066	0.061
	(17.525)	(10.417)
R^2	0.046	0.047

* Az időjárási átlagértéken számítva.

4.5. táblázat

Nem-korrigált és korrigált egyenletek
CP & L (t-statisztikák zárójelben)

Paraméter	Nem-korrigált	Korrigált
Konstans	0.081023	0.028366
	(2.987)	(-0.832)
LPRATIO	-0.10232	-0.099287
	(-7.940)	(-5.522)
CDP	0.000742	0.000848
	(3.654)	(3.303)
CDP*LPRATIO	-0.000021	-0.000013
	(-0.454)	(-0.202)
HDP	-0.000031	-0.000013
	(-0.489)	(-0.051)
HDP*LPRATIO	0.000011	0.000017
	(-0.767)	(-0.909)
Mill-arány	—	0.20067
		(6.099)
Helyettesítási rug.*	0.104	0.105
	(10.505)	(7.309)
R^2	0.106	0.117

* Az időjárási átlagértéken számítva.

4.6. táblázat

Nem-korrigált és korrigált egyenletek
Wisconsin (t-statisztikák zárójelben)

Paraméter	Nem-korrigált	Korrigált
Konstans	-0.093614	0.0013472
	(-10.309)	(0.123)
LPRATIO	-0.22816	-0.22620
	(-29.587)	(-13.912)
CDP	0.00031529	0.00029608
	(4.461)	(2.576)
CDP*LPRATIO	0.00027874	0.00027443
	(12.610)	(6.891)
HDP	-0.00021764	-0.00022035
	(-31.006)	(-14.776)
HDP*LPRATIO	0.000044675	0.000043946
	(18.483)	(8.010)
Mill-arány	—	-0.36756
		(-9.91)
Helyettesítási rug.*	0.187	0.186
	(27.910)	(13.957)
R^2	0.146	0.148

* Az időjárási átlagértéken számítva.

4.7. táblázat

Nem-korrigált és korrigált helyettesítési rugalmasságok (t-statisztikák zárójelben)

Paraméter	Nem-korrigált	Korrigált	százalékos szelekciós torzítás
Los Angeles	0.117	0.094	24.47
	(15.897)	(7.90)	
SCE	0.0661	0.061	8.20
	(17.525)	(10.417)	
CP & L	0.104	0.105	-0.95
	(10.505)	(7.309)	
Wisconsin	0.210	0.0210	0
	(36.207)		

5. Következtetések

Az öt legjobb TOU kísérletet pooling technikával elemző publikált források egyike sem vette explicite figyelembe a becslési torzítás eshetőségét, amely abból származik, hogy három kísérletben a minta önként jelentkezőkből állt. Ez azonban lényeges, mivel vizsgálataink fő célja annak megbecslése, hogy hogyan változna a felhasználási szerkezet a TOU díjszabás kötelező bevezetése esetén. Az eredmények széleskörű alkalmazása szempontjából legfontosabb tanulmány, amelyet a *Christensen Associates* készített az Electric Power Institute számára, nem korrigálja a kiválasztási torzítást, ahol ez létezik, és nem használ inverz minta súlyozást sem ellenhatásként az olyan torzításokra, amelyek inherensek egy olyan esetben, amikor az adatokat nem arányosan választották ki az egyes rétegekből.

Ez utóbbival kapcsolatban úgy érvelnek, hogy egy olyan teljes modellspecifikáció, amely figyelembe veszi az árak és az időjárás mellett rendelkezésre álló elektromos berendezések hatását is, szükségtelenné teszi (vagy kell, hogy tegye) az inverz minta súlyozás használatát, és így nem is alkalmazták a RETOU modell kidolgozásakor. Míg elvben ezzel egyetértünk, ebben a tanulmányban az egyszerűbb (és ezért nem teljes) CES specifikációt használtuk, ami mellett a helyes súlyozás lényegesen különböző eredményekhez vezet. Sajnos a *Cristensen Associates* egyik munkájában sem bizonyította ténylegesen, hogy a súlyozás szükségtelen még akár „teljes" specifikáció esetében is.

Ami az önkiválasztási torzítást illeti világos, hogy a RETOU modell a téren kritizálható e tények alapján. A korrigálatlanul megtartott Los Angeles, SCE és Connecticut kísérletek felfelé torzítják a kötelező TOU díjszabás bevezetésére való fogyasztói reakció becslését. Jóllehet itt nem próbáltuk meg az összes kísérletet az összes kísérletet összekapcsoló pooling modellt felírni (ezért nem tudjuk, hogy a Connecticut kísérlet milyen potenciális torzító hatású), következő feladatunknak ezt tekintjük olymódon, hogy az AIGNER - LEAMER (1984) transzferálhatósági (transferability) modellt kiterjesztjük az önkiválasztás esetére is. Az egyedi esetek közül a kiválasztási torzítás Los Angeles esetében a legnagyobb, ahol a helyettesítési rugalmasság 0.0094-ről 0.117-re nő, amely az öt alkísérlet átlagában 24 %-os torzítást jelent. A Southern California Edison kísérletben az átlagos helyettesítési rugalmasság 0.061-ről 0.066-ra nő, ami 8 %-os felfelé torzítást jelent. Az, hogy ezek a torzítások hogyan hatnak a TOU tarfákra való válaszok pooling becslésére, még nem ismert, de a torzítás iránya olyan, hogy a reakció eltúlzása várható, és a RETOU program felhasználóinak ennek megfelelően óvatosnak kell lenniük.

Az egyéb lehetséges torzító tényező között fel kell ismernünk az egyedi kísérletek heterogenitását, mint az előzőhöz hasonló fontosságú problémát. Sztenderd statisztikai eljárásokkal kimutatták az egyes tervek közötti heterogenitást mind a négy „többtervű" kísérletben. Azonban, figyelembe véve a kiválasztási problémát is, a hozzáférhető adatok nem engedik meg, hogy mindkét kérdést egyszerre kezeljük. Itt nem is törekedtünk erre, de legújabb vizsgálódásaink e probléma megoldására is irányulnak. A heterogenitás jelenléte a (3.2) résztvételi döntési egyenlet független becslését követeli meg, amely viszont mindegyik tervhez a megfelelő w_i adatokat igényli. Habár ez lehetséges a résztvevők esetében, nincs mód arra, hogy a nem-résztvevőket valamely specifikus tervhez egyértelműen hozzárendeljük. Továbbá nem rendelkezünk még olyan statisztikai eljárásokkal sem, amelyekkel kezelhetővé válik a (3.2) - (3.3) modellben meglévő heterogenitás.

Hivatkozások

AIGNER, DENNIS J. (1985): „The Residential Electricity Time-of-Use Pricing Experiments: What Have We Learned?" Chapter 1 in *Social Experimentation*, edited by J.A. Hausman and D. Wise, Chicago: University of Chicago Press, 11-48.

AIGNER, DENNIS J. and JERRY A. HAUSMAN (1980): „Correcting for Truncation Bias in the Analysis of Experiments in Time-of-Day Pricing of Electricity," *Bell Journal of Economics*, 11, 131-142.

AIGNER, DENNIS J. and LEE A. LILLARD (1982): „Southern California Edison's Domestic Time-of-Use Experiment," *Award Papers on Public Utility Economics and Regulation*, Institute of Public Utilities, Michigan State University, East Lansing, MI, 181-233.

AIGNER, DENNIS J. (1984): „Measuring Peak Load Pricing Response from Experimental Data," *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 21-39.

AMEMIYA, T. (1973): „Regression Analysis When the Dependent Variable is Truncated Normal," *Econometrica*, 42, 999-1012.

AMEMIYA, T. (1981): „Qualitative Response Models: A Survey," *Journal of Economic Literature*, 19, 1483-1536.

AMEMIYA, T. ed. (1984): „Censored or Truncated Regression Models," *Journal of Econometrics*, 24, No.1.

BLOOM, DAVID E. and MARK R. KILLINGSWORTH (1985): „Correcting for Truncation Bias Caused by a Latent Truncation Variable," *Journal of Econometrics*, 27, 131-135.

CAVES, DOUGLAS W. and LAURITS R. CHRISTENSEN (1980): „Residential Substitution of Off-Peak for Peak Electricity," *The Energy Journal*, 2, 85-142.

CAVES, DOUGLAS W., LAURITS R. CHRISTENSEN and JOSEPH A. HERRIGES (1984): „Modelling Alternative Residential Peak-Load Electricity Rate Structures," *Journal of Econometrics*, 26, 249-268.

CAVES, DOUGLAS W., J. A. HERRIGES and L. D. KIRSCH (1987): „Voluntary Time-of-Use Rates and Involuntary Revenue Erosion," unpublished paper.

CHIPMAN, JOHN and J. C. MOORE, (1980): „Compensation Variation, Consumer's Surplus, and Welfare," *American Economic Review*, 70, 933-949.

CHRISTENSEN ASSOCIATES INC. (1983): *Residential Response to Time-of-Use Rates: Development and Demonstration of a Transferability Model*, Report RP 1956-1, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA.

GRANGER, CLIVE W. J., ROBERT ENGLE, RAMU RAMANTHAN and ALAN ANDERSEN (1979): „Residential Load Curves and Time-of-Day Pricing: An Econometric Analysis," *Journal of Econometrics*, 9, 13-32.

GRONAU, R. (1974): „Wage Comparisons — A Selectivity Bias," *Journal of Political Economy*, 82, 1119-1143.

HAUSMAN, J. A. and D. A. WISE (1976): „The Evaluation of Results from Truncated Samples: The New Jersey Negative Income Tax Experiment," *Annals of Economic and Social Measurement*, 5, 421-445.

HAUSMAN, J. A. (1977): „Social Experimentation, Truncated Distributions and Efficient Estimation," *Econometrica*, 45, 319-339.

HAUSMAN, J. A. (1979): „Attrition Bias in Experimental and Panel Data: The Gary Negative Income Maintenance Experiment," *Econometrica*, 47(2), 445-473.

HECKMAN, J. (1976): „The Common Structure of Statistical Models of Truncation, Sample Selection and Limited Dependent Variables and a Simple Estimator for Such Models," *Annals of Economic and Social Measurement*, 5, 475-492.

HECKMAN, J. (1979): „Selection Bias as a Specification Error," *Econometrica*, 47, 153-162.

HENDRICKS, W. and R. KOENKER (1979): „Demand for Electricity by Time-of-Day: An Evaluation of Experimental Results", paper presented at the Rutgers Conference.

HENSHER, D. and L. JOHNSON (1981): *Applied Discrete Choice Modeling.* New York: Halsted.

HILL, DANIEL H., ROBERT M. GROVES, E. PHILIP HOWREY, A. CHRISTOPHER KLINE, DANIEL F. KOHLER, JAMES M. LEPKOWSKI and MARC A. SMITH (1979): *Evaluation of the FEA's Load Management and Rate Design Demonstration Projects*, Report EA-1152, Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA.

HIRSCHBER, JOSEPH G. (1987): „Economic Experiment Data: A Primer on the Use of Time-of-Day Electricity Pricing Data," Working Paper No.8719, Southern Methodist University, Dallas, TX.

KOHLER, DANIEL F. and BRIDGER M. MITCHELL: „Response to Residential Time-of-Use Electricity Rates: How Transferable are the Findings," *Journal of Econometrics*, 9, 59-78.

LEE, L-F. (1982): „Some Approaches to the Correction of Selectivity Bias," *Review of Economic Studies*, 355-372.

LEE, L-F., G. S. MADDALA and R. P. TROST (1980): „Asymptotic Covariance Matrices of Two-Stage Probit and Two-Stage Tobit Methods for Simultaneous Equations Models With Selectivity," *Econometrica*, 48, 491-503.

MADDALA, G. S. (1977): „Self-Selectivity Problems in Econometric Models," in P. Krishriah (ed.), *Applications of Statistics*, Amsterdam: North-Holland, 351-366.

MADDALA, G. S. (1983): *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics.* Cambridge: Cambridge University Press.

MANNING, WILLARD G., JR. and JAN P. ACTON (1980): *Residential Electricity Demand Under Time-of-Day Pricing: Exploratory Data Analysis from the Los Angeles Rate Study*, report prepared for the Los Angeles Department of Water and Power, Rand Corporation, Santa Monica, CA.

McFADDEN, D. (1981): „Econometric Models of Probabilistic Choice," in *Stuctural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, in C. Manski and D. McFadden, eds., Cambridge, MA:MIT Press, 198-272.

MIEDEMA, ALLEN K., KAY K. LEE and S. B. WHITE (1981): *Time-of-Use Electricity Price Effects: Final Report*, report prepared for the U.S. Department of Energy, Office of Utility System, Research Triangle Institute, Rearch Triangle Park, NC.

MUTHÉN, B. and K. G. JÖRESKOG (1981): „Selectivity Problems in Quasi-Experimental Studies," paper presented at a conference on experimental research in the social sciences, University of Florida, Gainesville, FL.

NELSON, F. (1981): „A Test for Misspecification in the Censored Normal Model," *Econometrica*, 49, 1317-1329.

OLSEN, R. (1980): „A Least Squares Correction for Selectivity Bias," *Econometrica*, 48, 1815-1820.

OLSEN, R. (1982): „Distributional Test for Selectivity Bias and a More Robust Likelihood Estimator," *International Economic Review*, 23, 223-240.

RESEARCH TRIANGLE INSTITUTE (1978): *Analytical Master Plan for the Analysis of Data from the Electric Utility Rate Demonstration Projects*, report prepared for the U.S. Department of Energy.

WHITE, HALBERT (1980): „A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica*, 48, 817-838.

Szigma, XXI. 1989/90. 1. sz.

BADI H. BALTAGI — JAMES M. GRIFFIN

A technikai haladás általános indexe*

1. Beveztés

A technikai haladás[1] mérésének dilemmái az ökonometriai becsés és az index szám megközelítések szétválásához vezettek.[2] TINBERGEN (1942) óta az ökonométerek a termelési, vagy költségfüggvények ökonometriai becslésekor a technikai haladást egy egyszerű időtrenddel ábrázolják. CHRISTENSEN, JORGENSON és LAU (1973), valamint mások munkássága révén az ökonometria olyan általános függvényformák kifejlesztéséig jutott el, melyekben a technológia több inputtal és outputtal, valamint kvázi-fix tényezőkkel rendelkezhet, és a függvény nem feltétlenül kell, hogy elsőfokú homogén legyen, stb. (ld. STEVENSON (1980); CAVES, CHRISTENSEN és SWANSON (1981); GOLLOP és ROBERTS (1983); NELSON és WOHAR (1983)). Ehhez hasonlóan az időben kvadratikus kifejezések bevezetésével, valamint az időtrend és az input–output árak közti kölcsönhatás megengedésével, a technikai haladás kezelése is jelentős általánosításon ment keresztül, lehetővé téve a technikai haladás számára a nem állandó ütemű növekedést, valamint a nem semleges fejlődést, és a volumen növekedést (ld. GOLLOP és JORGENSON (1980); JORGENSON és FRAUMENI (1981); GOLLOP és ROBERTS (1983)). Bár ez a fejlődés csökkentette a kényszerű feltevések számát, amelyek a technikai haladást korlátok közé kényszerítették, a technikai haladást még mindig elsősorban időben lineáris és kvadratikus kifejezésekkel írják le.

Egy index számokat hasznosító alternatív út SOLOW (1957) eljárásából származik. Ez a semleges technikai haladás általános indexének kiszámítására szolgál.[3] *Solow* index szám megközelítése, és eljárásának az ún. „tisztított" index számokra vonatkozó fejlesztései (ld. DIEWERT (1976) és mások) megszabadították a technikai haladást az időtrend láncaitól. A napjainkban folyó általánosítások (ld. CAVES, CHRISTENSEN és DIEWERT (1982a),(1982b)) ellenére azonban az index számok használata még mindig speciális másodrendű függvényforma, és állandó vagy csökkenő volumen hozadék feltevését igényli.

---

* BADI H. BALTAGI — JAMES M. GRIFFIN: „A general index of technical change" *Journal of Political Economy* 1986, vol 96, No1 (*Fordította:* DEMETER Krisztina)

[1] Köszönettel tartozunk *M. Mokharinak* a hasznos programozási segítségért, és *Randy Nelsonnak* az adatállomány rendelkezésünkre bocsátásáért. Szintén köszönjük az Ökonometriai Társaság (Econometric Society) 1986 ülésein résztvevőknek a segítőkész megjegyzéseket. Külön köszönetét fejezi ki *Badi Baltagi* a Houston Egyetem energetikai laboratóriumának a pénzügyi támogatásért.

[2] Ezzel kapcsolatban ld. NADIRI (1970) és DIEWERT (1981).

[3] További példákat ld. DENISON (1967), JORGENSON és GRILICHES (1967) és CHRISTENSEN, CUMMINGS és JORGENSON (1980).

Azonos iparághoz tartozó vállalatokra vonatkozó panelszerkezetű megfigyelések alapján egy olyan eljárást vázolunk, ami az időtrendet időspecifikus segédváltozókkal (dummy változókkal) helyettesíti, lehetővé téve ezzel a technikai haladás teljesen általános indexének a becslését. A cikk másodlagos célja továbbá annak vizsgálata, hogy a technikai haladás így nyert indexe hogyan segíti elő a technikai haladás meghatározóinak megértését az elektromos közműveknél. A *2. rész* rövid összefoglalást ad azokról az erőfeszítésekről, amelyeket a technikai haladás mérésére tettünk, mind ökonometriai becsléssel, mind index számokkal. A *3. rész* két alternatív ökonometriai modellt ismertet; a sztenderd időtrend modellt, és az általános index megközelítést, melyek a technikai haladás becslésére szolgálnak abban az esetben, amikor az alapul szolgáló technológia általános. A *4. rész* a két megközelítés ökonometriai számszerűsítésének eredményeit mutatja be, megvizsgálva a skálahatások és a nem semleges technikai fejlődés szerepét. Az *5. rész* szembeállítja a sztenderd időtrend index és az általános index értékeit a technikai haladás meghatározó tényezőire vonatkozó további elemzések megalapozása céljából. Ezek az eredmények megerősítik *Gollop* és *Roberts* állításait, melyeket a kén-oxidok korlátozásának jelentőségére vonatkozóan tettek, és *Nelsonét*, aki azt találta, hogy a technikai haladás az évjárati tőkehatásokon keresztül testesül meg. A *6. rész* összefoglalja a főbb eredményeket.

2. Áttekintés a technikai változás mérésének ökonometriai és index szám megközelítéséről

DIEWERT (1981) a következő négy csoportba sorolta a technikai haladás mérésének lehetséges megközelítéseit: a költség és termelési függvények ökonometriai becslése, a Divisia-indexek, a technikai haladás index számai és a lineáris programozást felhasználó nem parametrikus módszerek. Az utóbbi módszer számítási korlátai és a negatív technikai haladás kizárása miatt a kutatási erőfeszítések nagy része a közvetlen ökonometriai becslésre, vagy az index szám változatok számítására irányul.

2.1. Ökonometriai becslés

A technikai haladás — szélesebb termelési modellt feltételező — általánosabb mutatójának kidolgozásában lezajlott fejlődés ellenére a technikai haladás ütemének egyenletes, lassan változó mozgását mutató, első és másodrendű időtrendek, továbbra is uralkodók. MANSFIELD (1968) iparági szintű tanulmányaiban — melyek az új folyamatok és termékek terjedésével foglalkoznak — a technikai haladás szűkebb definícióját fogadta el, amely szerint a technikai haladás nem más, mint egy alapvetően technológiai fejlődés, amely tartalmazza a tudás állapotában végbement előrehaladást is. A tanulmányok az adaptáció erős változékonyságáról tanúskodnak, amely nem jellemezhető egyszerű időtrendekkel. KOPP és SMITH (1983) hasonlóképpen azt találta, hogy az időtrend gyenge proxyja az innováció sebességének.

A sztenderd időtrend modellel való elégedetlenség indította STEVENSON-t (1980), valamint GOLLOP-ot és ROBERTS-et (1981) arra, hogy időtrendek felhasználásával általánosabb elemzéseket végezzenek. GOLLOP és ROBERTS cikkében például minden egyes input tényező képviselhetett olyan tényezőbővítő technikai haladást, ami állandó ütemben nő egy egyszerű időtrend alapján. Más alkalmazásokban az időtrendet egy az egyben elhagyják, hogy a technikai haladás olyan közvetlenebb mutatói határozhassák meg, mint például a tőkésített K+F kiadások (DENNY, FUSS és WAVERMAN (1981)) és az évjárati tőke mutatók (PESCATRICE és TRAPANI (1980), NELSON (1984)). E fejlődés ellenére továbbra is a sztenderd időtrend modell használata maradt elfogadott. A technikai haladás explicit mérőszámai még nem állnak rendelkezésünkre, bár ez alól kivétel a vállalati és az iparági szint.[4]

2.2. Index számok

Az állandó ütemű technikai haladás feltevésének mesterkélt volta arra sarkallta SOLOW-t (1957), hogy a technikai haladás általános $A(t)$ indexét a következőképpen határozza meg:

$$Q_t = A(t)F(L,K). \tag{1}$$

Solow teljesen általános indexe egészen eltérő növekedési ütemeket tárt fel $A(t)$-re az USA gazdaságában az 1909–1949 közti időszakra. A konstans időtrendtől való ilyen eltérések akkor várhatók, ha elfogadjuk Solow definícióját a technikai haladásra vonatkozóan, ami „a termelési függvényben végbemenő bárminemű mozgás tömör kifejezése". Így $A(t)$ egyaránt tükrözheti a rövid távú egyensúlytalanság valamint a technológiai változások új folyamatainak hosszú távon érvényesülő hatásait.

Solow technikai haladásának általános indexe három korlátozó feltevést igényelt: az állandó volumen hozadékot, a semleges technikai haladást, és a szabad versenyt mind az output, mind az input tényezők piacán. Ezen feltételek mellett a technikai haladás ($\dot{T}$) megegyezik az össztényező-termelékenység százalékos növekedésével ($T\dot{F}P$: Total Factor Productivity). $T\dot{F}P$-t ezek után úgy kapjuk,hogy az outputok százalékos növekedéséből ($\dot{Q}$) kivonjuk az inputok részesedési indexének százalékos változását, azaz:

$$\dot{T} = T\dot{F}P \equiv \dot{Q} - \sum_i \frac{P_i x_i}{C}\dot{x} \equiv \dot{Q} - \sum_i S_i \dot{x}_i, \tag{2}$$

ahol az input Divisia-indexe az inputok százalékos növekedésével ($\dot{x}$) súlyozott költségmegosztástól (S_i) függ.

Sajnos az össztényező-termelékenység és a technikai haladás közt fennálló ekvivalencia hamar megszűnik általánosabb termelési technológiák esetén. Növekvő hozadékú technológiákban például a tényezőtermelékenység emelkedése inkább tulajdonítható a költségfüggvény mentén való elmozdulásnak, mint a költségek csökkenésének. További korlátozó feltevés a szabad verseny és a technikai haladás semlegessége.

[4] Míg a technikai haladás speciális mutatói kétségtelenül haladást jelentenek az időtrendhez képest, az olyan mutatók, mint pl. az évjárati tőkeindex, a számos tényező által okozott jelenségnek csak egy dimenziós mértékét adhatják. Ld. pl. *az 5. részt.*

DIEWERT (1976) megmutatta, hogy létezik az ún. „tisztított” index számoknak egy olyan osztálya, amely a különböző másodrendű közelítéseken alapuló termelési technológiákhoz tartozik. Nevezetesen a Tornqvist-index, ami a Divisia-indexek közvetlen közelítését adja, és transzlog technológián alapul. A transzlog költségfüggvény esetére *Diewert* megmutatta, hogy a költségek százalékos változása a költségrészaránnyal súlyozott input ár (P_i), valamint az outputra és a technikai haladásra vonatkozó, költségrugalmassággal súlyozott output változástól függ, tehát:

$$\begin{aligned}
&\ln C(P_{1t} \dots P_{mt}, Q_t, t) - \ln C(P_{1t^*} \dots P_{mt^*}, Q_{t^*}, t^*) = \\
&= \sum_{i=1}^{m} \frac{S_{it} + S_{it^*}}{2} \ln \frac{P_{it}}{P_{it^*}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln Q_t} + \frac{\partial \ln C}{\partial \ln Q_{t^*}}\right) \ln \frac{Q_t}{Q_{t^*}} + \\
&+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ln C}{\partial t} + \frac{\partial \ln C}{\partial t^*}\right)(t - t^*), \qquad (3)
\end{aligned}$$

ahol $*$ a t^* időszakból származó megfigyeléseket jelöli. A (3) egyenletből könnyen észrevehető, hogy állandó skálahozadék feltevése esetén nem kell a transzlog függvényt becsülni. Nem kell ismernünk továbbá $\partial \ln C/\partial t$ értékét sem, mivel a technikai haladás a reziduumból származtatható. Így transzlog technológia esetén a Tornqvist-index nem igényli teljes egészében a *Solow* féle Divisia-index mögött meghúzódó három feltevést. A (3) egyenletből látható, hogy a skálahozadék rugalmasság ismeretére még itt is szükség van, sőt — mivel a költségmegosztás (S_i) kiszámításához felhasználtuk a Shephard lemmát — az input beszerzés szabad versenyét is fel kell tételezni. Nincs ellenben szükség az outputok szabad versenyére,[5] és nem kell élni a semleges technikai haladás feltevésével sem.

Összefoglalva, a Tornqvist-index a technikai haladás számításának nagyon kényelmes mechanizmusát adja, elkerülve a termelési technológia ökonometriai becslésének feladatát. A kapott eredmény a technológia transzlog jellegének feltevésén és a volumen hozadéki paraméter ismeretén,[6] valamint a sztenderd versenyfeltételeken nyugszik. Nyilvánvaló ugyanakkor, hogy az index szám megközelítés használata növekvő volumen hozadékú iparágak bevonása esetén — amilyen például a villamosenergia szolgáltatás — a technikai haladás torzított becslését eredményezheti. DENNY és FUSS (1983) illusztrálta, hogy ha a technológia nem transzlog, vagy a másodrendű transzlog paraméterek az egyes vállalatoknál különbözőek, akkor a Tornqvist-index jelentősen torzíthat. Ezekben az esetekben az ökonometriai becslés elkerülhetetlen. Még egy érv szól a technikai haladás explicit ökonometriai becslése mellett: az alapul szolgáló helyettesítési rugalmasságok és hozadéki paraméterek önmagukban is

[5] Költségfüggvény használatánál csak költségminimalizálásra és rögzített input árakra van szükség. Együttes termelés esetén az outputpiacok szabad versenye is szükséges feltevés.

[6] Ahogy ez CAVES, CHRISTENSEN és DIEWERT (1987) cikkében látható, az output költségruhalmassága mind konstans, mind csökkenő hozadék esetén a megszokott adatokkal számolható. Növekvő hozadék esetén független ökonometriai becslésekre van szükség, ahogyan ezt NELSON és WOHAR (1983) tette.

fontosak, és a technikai haladás megfelelően meghatározott értéke ezen paraméterek torzítását is csökkentheti.

3. Modellspecifikációk

3.1. *Sztenderd időtrend modell*

Az összehasonlíthatóság érdekében a költségfüggvény olyan transzlog specifikációját használjuk, ami nem homotetikus technológiát tételez, és ahol az időtrendes alak lehetővé teszi a nem-semleges illetve a volumen növelő technikai haladást is:

$$\begin{aligned}\ln C = {} & \alpha_0 + \sum \lambda_k D_k + \sum \alpha_i \ln P_i + \gamma \ln Q + \delta T + \\ & + \frac{1}{2}\sum\sum \beta_{ij} \ln P_i \ln P_j + \frac{1}{2}\gamma^*(\ln Q)^2 + \frac{1}{2}\delta^* T^2 + \\ & + \sum \phi_i T \ln P_i + \sum \psi_i \ln P_i \ln Q + \theta T \ln Q, \end{aligned} \tag{4}$$

ahol C az összköltség, $D_k (k = 2, \ldots, m)$ a vállalati egyedhatást kifejező segédváltozók, P_i az input ár, Q az output, és T az egyszerű időtrend.

Felidézve a Shephard lemmát a már ismert költségmegosztáshoz (S_i), ami a (4) egyenlettel együtt a becslés alapjául szolgál:

$$S_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln P_i} = \alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln P_j + \phi_i T + \psi_i \ln Q, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{5}$$

Ha adottak a (4) és (5) egyenlet paramétereinek becslései, akkor a következőképpen számíthatjuk a technikai haladás ütemét:

$$\dot{T} = \frac{\partial \ln C}{\partial T} = \delta + \delta^* T + \sum \phi_i \ln P_i + \theta \ln Q. \tag{6}$$

A technikai haladás ezek után a következő három komponensre bontható: (1) a műszaki haladásnak tulajdonítható hatások $(\delta + \delta^* T)$ (2) a nem semleges technikai haladásból származó hatások $(\sum \phi_i \ln P_i)$ (3) és azok a hatások, amelyek a volumen növelő technikai haladásból erednek $(\theta \ln Q)$.

Ezen kívül a (6) egyenlet technikai haladásának becslésével, és — a (4) egyenlet differenciálása révén — az output költségrugalmasság becslésével kiszámítható az össztényező-termelékenység becsült százalékos változása $(\widehat{T\dot{F}P})$:

$$\widehat{T\dot{F}P} = -\dot{T} + (1 - \epsilon_{CQ})\dot{Q}. \tag{7}$$

Mivel az össztényező-termelékenység becsült értéke a (4) egyenlet paraméterbecslésein nyugszik, ezért $\widehat{T\dot{F}P}$ általában különbözni fog az össztényező-termelékenység megfigyelhető változásától, ami közvetlenül a (2) egyenletből számítható. Ez a cikk empirikusan is megmutatja, hogy az össztényező-termelékenység megfigyelhető és becsült indexei észrevehetően különböznek egymástól a (6) egyenletben szereplő, technikai haladást megszorító jellemzők miatt.[7]

A (4) egyenletbe foglalt általános termelési technológiát a technikai haladás jellemzőinek korlátozása árán nyerjük. A műszaki haladás ($\delta + \delta^* T$) konstans lesz, vagy pedig állandó ütemben csökkenő vagy növekvő. Hatásában, a műszaki haladás korlátok közé szorításával, e két kifejezés előreláthatólag dominálni fogja a (6) egyenlet technikai haladásának becsléseit. Ezen túlmenően a technikai haladás felbontásának lehetősége is erősen csökken attól függően, hogy a műszaki haladás félrespecifikálása milyen mértékben korrelál más változókkal. Ha az output változások korrelálnak az időtrenddel, akkor a volumen növelő technikai haladás ($\theta \ln Q$) hatásai a műszaki haladásnak tulajdoníthatók, és *vice versa*. Hasonlóképpen a tartósan egy irányba változó árak is a műszaki haladás állandó ütemének következményei, ami a nem semleges technikai haladás ($\sum \phi_i \ln P_i$) hatásainak torzított becsléséhez vezet.

3.2. A technikai haladás általános indexének származtatása

Megközelítésünk kiindulópontja *Solow* technikai haladásának $A(t)$ indexe azzal a különbséggel, hogy a mi specifikációnkban $A(t)$ lehet nem semleges és volumen növelő is. Megközelítésünk egyben megköveteli, hogy T-t és T^2-t a technikai haladás egy teljesen általános indexével cseréljük ki a következőképpen:

$$\begin{aligned}\ln C = {} & \alpha_0 + \sum \lambda_k D_k + A(t) + \sum \alpha_i \ln P_i + \gamma \ln Q + \\ & + \frac{1}{2} \sum \sum \beta_{ij} \ln P_i \ln P_j + \frac{1}{2} \gamma^* (\ln Q)^2 + \\ & + \sum \phi_i A(t) \ln P_i + \sum \psi_i \ln P_i \ln Q + \theta A(t) \ln Q. \end{aligned} \tag{8}$$

A megfelelő költségarányok pedig:

$$\begin{aligned} S_i = \frac{\partial \ln C}{\partial \ln P_i} = \alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln P_j + \phi_i A(t) + \psi_i \ln Q, \\ i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{9}$$

A (8) és (9) egyenlet becslése egyszerű feladat lenne, ha A(t) megfigyelhető volna. A fenti egyenleteket azonban így is becsülhetjük segédváltozók és paneladat-állomány

[7] A mérési hiba részletes tárgyalását alternatív megközelítések mellett ld. DIEWERT (1981) cikkében.

segítségével,[8] a következő kifejezés szerint:

$$\ln C = \sum_k \lambda_k D_k + \sum_t \eta_t D_t + \frac{1}{2}\sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln P_i \ln P_j + \frac{1}{2}\gamma^*(\ln Q)^2 +$$
$$+ \sum \psi_i \ln P_i \ln Q + \sum_i \sum_t \alpha_{it}^* D_t \ln P_i + \theta_t^* D_t \ln Q, \tag{10}$$

ahol D_t az időhatást jelölő segédváltozók ($t = 1, \ldots, T$), míg D_k-k ($k = 2, \ldots, m$) az egyedhatások segédváltozói. A megfelelő költséghányad egyenlet:

$$S_i = \sum_t \alpha_{it}^* D_t + \sum_j \beta_{ij} \ln P_j + \psi_i \ln Q, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{11}$$

A (10) és (11) egyenletek akkor és csak akkor azonosak a (8) és (9) egyenletekkel, ha

$$\eta_t = \alpha_0 + A(t), \tag{12a}$$
$$\alpha_{it}^* = \alpha_i + \phi_i A(t), \tag{12b}$$
$$\theta_t^* = \gamma + \theta A(t). \tag{12c}$$

$A(t)$-re vonatkozó becsléseinket úgy származtathatjuk, hogy a (12a)-(12c) egyenletek megszorításait a (10) és (11) egyenletekből álló rendszerre alkalmazzuk.[9]

A kezdőévet $A(t)$ bázisának tekintve ($A(t) = 0$) lehetővé válik $\alpha_0, \alpha_i, \gamma$ és λ_k identifikálása is csakúgy, mint az $A(t)$ indexé.

Mindezek ismeretében úgy tűnhet, hogy az általános technológiai index modell nagymértékben növeli a paraméterek számát. Az eredmény azonban a várakozással ellentétben egy a sztenderd időtrend modellnél mindössze $T-3$-mal több paraméterrel rendelkező egyenletrendszer. Mivel számos iparágnál a vállalatok száma T-hez képest nagy, ezért a becslés anymptotikus tulajdonságainak vizsgálata mérvadó a megbízhatóság szempontjából.

A két modellt összehasonlítva látható, hogy lényeges különbségek vannak köztük a technikai haladás jellemzőit tekintve. A (6) egyenlethez hasonlóan a technikai haladás az általános technikai index modellben:

$$\dot{T} = A(t) - A(t-1) + \sum_i \phi_i [A(t) - A(t-1)] \ln P_i +$$
$$+ \theta[A(t) - A(t-1)] \ln Q. \tag{13}$$

[8] Felületes vizsgálat azt sugallhatja, hogy CAVES, CHRISTENSEN és SWANSON (1981) hasonló eljárást fejlesztett ki, mivel segédváltozókat használtak a keresztmetszeti különbségek magyarázatára 1955, 1963 és 1974-ben. A segédváltozók használata azonban náluk teljesen ad hoc módon történt, és nem vezetett a technikai változás általános indexéhez. A mi kifejezésünknél ugyanaz az A(t) index áll kapcsolatban a tényező árakkal és az outputtal.

[9] Ez egyszerűen végrehajtható a SAS programcsomag SYSLIN parancsa segítségével. Ebben a konkrét esetben mi a nemlineáris iterált SUR (seemingly unrelated regression) eljárást használtuk (ld. GALLANT és JORGENSON (1979)).

A technikai haladás ekkor az alábbi három összetevőre bontható: (1) a műszaki haladás hatásaira $[A(t) - A(t-1)]$; (2) a nem semleges technikai haladás hatására $(\sum_i \phi_i[A(t) - A(t-1)] \ln P_i)$; és (3) a volumen növelő hatásokra $(\theta[A(t) - A(t-1)] \ln Q)$. Vegyük észre, hogy $A(t)$ becsléseink évről évre való változásai a technikai haladás nagyon szabálytalan alakulását is jelzik, *Solow* indexéhez hasonlóan tükrözve a technológiai korszakok hatásait. $A(t)$ változásai, a műszaki haladás alapvető alakulását követve, egyben tükrözik azt a mértéket is, amivel a tényező változások és a volumen növelés befolyásolják a technikai haladást. Ha például $A(t)$ változatlan, akkor a tényező áraknak és az outputnak nem lesz hatása a technikai haladás általános ütemére. Ez a viselkedés éles ellentétben áll a sztenderd időtrend modellbelivel, ahol még konstans árak és output esetén is módosul a technikai haladás.

4. Az eredmények összevetése

4.1. Az adatok és a becslés módszerei

A 30 elektromos közmű 1951–1978 közötti évekre vonatkozó adatait NELSON és WOHAR (1983) cikkéből vettük. Az elektromos közművek választása azért jó példa, mert számos tanulmány foglalkozott már ezen iparág termelékenységi viszonyaival.[10] Ez a választás egyben felveti azt a kérdést, vajon szabályozási hatások befolyásolják-e a technikai haladás rátáját, a helyettesítési kapcsolatokat stb., hiszen akkor kidolgozottabb modellre van szükség. A már létező irodalom alapján megállapíthatjuk, hogy az Averch-Johnston hatások bevonása alig jelent változást.[11] Ehelyett JOSKOW-nak (1974) a szabályozó folyamatokról kialakított véleményéből kiindulva a szabályozási feszültségeket úgy tekintettük, mint a technikai haladás rátájának egy lehetséges meghatározóját (*5. fejezet*).

Mindkét költségfüggvény becslésére egy 840 megfigyelésből álló adatbázist és az iteratív Zellner féle hatásos becslést használtuk egy két tényezős költségmegosztásból (munka és a fűtőanyag részesedést nem tartalmazó tőke) plusz az összköltségfüggvényből álló rendszerre. A becslések során a szokásos szimmetria feltevéseket $(\beta_{ij} = \beta_{ji})$ és additivitási megszorításokat alkalmaztuk.[12]

A két alternativ modell paraméterbecslései a ***Függelék F1 táblázatában*** találhatók.[13] A jól viselkedő költségfüggvényre végzett sztenderd próbák eredményei

[10] Csak néhány a sok közül: BARZEL (1963), GOLLOP és JORGENSON (1980), GOLLOP és ROBERTS (1981), NELSON és WOHAR (1983) és ATKINSON és HALVORSEN (1984).

[11] Ld. JOSKOW (1974). Ezen túl NELSON és WOHAR (1983) numerikus becslései sem támasztják alá jelentőségüket. Egy alternatív megközelítést ld. ATKINSON és HALVORSEN (1984) cikkében.

[12] Mivel a nemlineáris becslés érzékeny lehet az induló értékekre, ezért érzékenységvizsgálatot végeztünk, melynek során eredményeink a különböző induló értékekre robusztusnak bizonyultak.

[13] Vegyük észre, hogy a két modell közös paramétereire az együtthatók egészen hasonlóak.

elkeserítőek voltak. A szimmetriát mindkét modell elutasította.[14] Noha az input árak konkávitására vonatkozó, a minta átlagán elvégzett további próbák nagatív szemidefinit Hessen mátrixot eredményeztek, azonban a sztenderd időtrend modellben 840 megfigyelésből 97 esetben, az általános technológia index modellben 83 esetben megsérült a konkavitás követelménye. Említésre méltó, hogy az eltérések többsége az 1975–1978-as időszakban történt, amikor az olajár sokkok és a környezettel kapcsolatos intézkedések befolyásolták a közműveket. Bár ez a cikk nem foglalkozik a rövid távú költségfüggvény becslésével, egy ilyen megközelítés is érdekes lenne, különösen azokban az években, mikor rövid távon egyensúlytalanság állt fenn.

4.2. *Az össztényező-termelékenység becslése*

Első lépésként megvizsgáljuk, hogy a két alternatív modell mennyire képes magyarázni az össztényező termelékenység megfigyelt növekedését. Kiindulásként a megfigyelt költség input ár és output adatokból kiszámítottuk tényezőtermelékenység Divisia-indexének egy Tornqvist féle közelítését a (2) egyenletnek megfelelően:

$$TFP_t = TFP_{t-1}(1 + \dot{TFP}), \quad TFP_{1951} = 1. \tag{14}$$

Ehhez hasonlóan, a két modell paraméterbecsléseinek felhasználásával meghatároztuk $\widehat{\dot{TFP}}$ értékét, és egy ökonometriai össztényező-termelékenység indexet származtattunk.[15]

A 30 elektromos közmű indexeinek számítása után egy iparági aggregált indexet számoltunk időben változó output súlyok felhasználásával. A megfigyelt iparági össztényező-termelékenységi indexek két technológiai korszakra utalnak. Az első 1969-ig tart, mikor az index eléri a 157 értéket, és ahol egyenlőtlen ütemű, de észrevehető termelékenység növekedés megy végbe 2.4 %-os évi átlaggal. Az 1969–1978-as időszakra az össztényező-termelékenység index nem mutat észlelhető trendet. A közel- keleti olajembargót követő recesszióban az össztényező-termelékenység 1975-ben 157.9-ről 139.5-re zuhant. A következő évében az iparág feléledt az első energiaválság okozta sokkból, és így a termelékenység is majdnem teljesen visszatért az 1974-es szintre, de ezt követően nagyon kevés növekedés volt tapasztalható.

A sztenderd időtrend modell össztényező-termelékenység indexe több vonatkozásban is jelentősen eltér a Divisia-indextől. Először is, egyenletes növekedést mutat éves ingadozások (mint pl. 1974–1976-ban) nélkül. Másodszor, az előrejelzett össztényező-termelékenység gyorsabb ütemű növekedési tendenciát jelez a korai, 1951–1958-as időszakra. Ezután 1959–1969-re, a sztenderd időtrend modell többnyire lassú

Látszólagos anomália ϕ_K és ϕ_L értéke, melyek azért különböznek, mert $A(t)$ és T mérése eltérő. Míg az előbbi általában csökkenő, addig T növekvő, ami magyarázatul szolgál az ellentétes előjelekre.

[14] Az időtrend modellre $-2\ln L_0/L_1 = 114.7$. Ez χ^2 eloszlású 3 szabadságfokkal ($\chi^2_3 = 7.8$).

[15] Az index számítás során folytonos transzlog költségfüggvényt használtunk két diszkrét időpontban a „kvadratikus közelítés" lemma (DIEWERT (1976)) felhasználásával.

termelékenység növekedéssel jár. Végül 1974–1978-ban az előrejelzett össztényező-termelékenység hanyatlása figyelhető meg.

Az általános index modell szorosan követi a megfigyelt össztényező-termelékenységet, azaz jelentősen nő 1955, 1959, 1966 és 1976-ban, és hirtelen esik vissza 1975-ben. Az általános index modell előrejelzési hibája (az átlagos négyzetes eltérés gyöke, RMSE) 2.57 a sztenderd időtrend modell 7.01 értékével szemben.

4.3. Az össztényező-termelékenység felbontása technikai haladásra és skálahatásokra

Mire következtet a két modell a technikai haladás és a volumen hozadéki hatások relatív fontosságát illetően? Az *1. táblázat* — kiválasztott időintervallumokra — hasonlítja össze az össztényező-termelékenység előrejelzett átlagos növekedését, és annak felbontását technikai haladásra és méretgazdaságossági (skála) hatásokra. Mindkét modellre elvégeztük a vállalati szintű termelékenység növekedés becsléseit, majd ezeket súlyoztuk az iparági kibocsátásból való részesedéssel, hogy iparági szintű össztényező-termelékenységi becsléseket, valamint ezek technikai haladásra és méretgazdaságossági hatásokra való felbontását nyerjük.

1. táblázat

Az össztényező-termelékenység átlagos növekedése és felbontása az alternatív modellekben

Időszak	Tényleges $T\dot{F}P$ időszaki átlaga	A. Sztenderd időtrend modell: $\widehat{T\dot{F}P}$ időszaki átlaga	A. Technikai haladás hatás	A. Skála-hozadék hatás	B. Általános technikai index modell: $\widehat{T\dot{F}P}$ időszaki átlaga	B. Technikai haladás hatás	B. Skála-hozadék hatás
1951-55	3.25	4.52	3.66	.87	3.37	2.76	.62
1956-60	3.27	3.45	2.83	.61	3.27	2.90	.37
1961-65	1.64	2.47	1.91	.56	1.48	1.18	.30
1966-70	4.30	1.69	1.03	.66	3.65	3.31	.33
1971-75	-3.22	-.002	-.178	.176	-4.34	-4.43	.09
1976-78	4.87	-.98	-1.25	.27	4.66	4.58	.09

Az *1. táblázat* mutatja, hogy a termelékenység növekedés eltérő becslései elsősorban a technikai haladás becsléseiben meglévő különbségeknek köszönhetők. Mindkét modell azt sugallja, hogy a méretgazdaságossági hatások meglehetősen csekélyek a technikai haladáshoz, mint a termelékenység növekedés egy meghatározó tényezőjéhez viszonyítva. A skálaparaméterekre vonatkozó becslések szerint a hosszú távú átlagköltség görbe mindkét modellben hanyatlik az alacsony outputtal rendelkező vállalatok körében, majd kisimul és enyhén növekszik magas kibocsátás esetén. Következésképp az '50-es évek megfigyelt alacsonyabb kibocsátásáért a skálahatások az össztényező-termelékenység növekedésének 20%-ában felelősek. A hetvenes évektől a vállalatok többsége állandó költséggel üzemel, ami magyarázatot ad a skálahatások relatíve csökkenő fontosságára. Ilymódon a csökkenő skálahatások kis szerepet játszanak az 1968 óta a termelékenység növekedés terén zajló hanyatlásban.

Ennek tudatában az a megállapítás, hogy a technikai haladáshoz képest a méretgazdaságossági hatások viszonylag kis szerepet játszottak, ellentétesnek tűnik az egyedi üzemi vizsgálatok régi hagyományával, ami a méretek jelentőségét, és termelékenység növelésére ösztönző képességét hangsúlyozza (például NERLOVE (1963); CHRISTENSEN és GREENE (1976)). Fontos felidézni, hogy mintánk vállalati szintű, ahol a méretgazdaságossági hatások valószínűleg jóval kisebb jelentőségűek, mint üzemi szinten.[16] Eredményeink szoros összhangban állnak NELSON és WOHAR (1983) 1950-73-ra vonatkozó $\epsilon_{CQ} = 0.945$ értékű becslésével, ahol számításaink szerint a termelékenység növekedésének 13.6%-a származik a skálahatásokból.

4.4. A technikai haladás felbontása

Mint már korábban említettük, a technikai haladás felbontaható a műszaki haladás, a nem semleges és a volumen (skála) növelő technikai haladás hatásaira a (6) egyenletnek megfelelően sztenderd időmodell esetén, és (13) egyenletnek megfelelően az általános technikai index modell használatakor. Vajon a két alternatív modellből eltérő következtetések származnak-e a technikai haladás forrásainak relatív szerepéről? A *2. táblázat* erre a kérdésre igyekszik választ adni.

Mindkét modell egy nem semleges, energia felhasználó jellegű[17] technikai fejlődést mutat, ami megerősíti STEVENSON (1980), GOLLOP és ROBERTS (1981) és JORGENSON és FRAUMENI (1981) megállapításait.

Mindazonáltal az eredmények azt sugallják, hogy a növekvő energia árak a hetvenes években csak igen szerény közvetlen szerepet játszottak mindkét modellben. Ezen felül a technikai haladás nem befolyásolta jelentősen a kibocsátás volumenét, amint azt a θ együttható mutatja, melynek értéke mindkét modellben alacsony és statisztikailag nem szignifikáns. Így a volumen növelő technikai haladás lényegtelennek tekinthető.

Bár az energiaigényes technikai haladás a hetvenes években fokozatosan csökkentette a technikai haladás kimutatott ütemét, mégis a műszaki haladás a fő komponens a technikai haladás irányának meghatározásában az ötvenes, hatvanas sőt még az 1970-es években is. Az 1950–1978 közötti időszakban a műszaki haladás a technikai haladásnak átlagosan 96.5%-át adja a sztenderd időtrend modellben, és 97.5%-át az általános technikai index modellben. Bár a két modell minden egyes évben a technikai

[16] A vállalati és üzemi skálahatások tárgyalására ld. NERLOVE (1963).

[17] A *Függelék F1 táblázatából* úgy tűnhet, hogy ϕ_k előjele ellentmondó a két modellben. A modellek azonban valójában hasonló eredményt mutatnak, mivel $A(t)$ időben általában csökken, míg T nő.

2. táblázat

A technikai haladás felbontása az alternatív modellekben

Időszak	A. Sztenderd időtrend modell T	Mű-szaki	Nem seml. haladás hatás	Skála-növelő	B. Általános technikai index modell $\dot{T}$	Mű-szaki	Nem seml. haladás hatás	Skála-növelő
1952	3.94	4.18	-.16	-.07	3.28	3.54	-.18	-.08
1953	3.76	3.96	-.14	-.06	2.96	3.15	-.12	-.06
1954	3.56	3.75	-.13	-.06	-.006	-.007	.00	.00
1955	3.36	3.53	-.13	-.05	4.79	5.02	-.16	-.08
1956	3.18	3.32	-.09	-.04	1.93	2.00	-.04	-.03
1957	3.00	3.10	-.07	-.04	4.58	4.70	-.06	-.05
1958	2.82	2.89	-.04	-.03	1.39	1.41	-.006	-.01
1959	2.66	2.68	.01	-.02	5.67	5.64	.07	-.04
1960	2.51	2.46	.05	-.01	.93	.91	.03	-.003
1961	2.30	2.25	.06	-.002	.37	.35	.01	-.00
1962	2.10	2.03	.06	.002	-.05	-.04	-.002	-.00
1963	1.90	1.82	.08	.007	3.29	3.14	.15	.007
1964	1.72	1.60	.10	.02	1.39	1.31	.07	.007
1965	1.53	1.39	.11	.02	.89	.83	.05	.006
1966	1.36	1.17	.15	.03	5.24	4.82	.36	.05
1967	1.20	.96	.20	.04	2.27	2.05	.19	.02
1968	1.03	.75	.24	.05	3.52	3.15	.33	.05
1969	.88	.53	.30	.06	5.15	4.51	.56	.08
1970	.68	.32	.30	.06	.38	.34	.04	.006
1971	.38	.10	.21	.06	-4.34	-3.91	-.35	-.08
1972	.10	-.11	.14	.07	-.32	-.30	-.02	-.006
1973	-.13	-.33	.13	.08	3.57	3.32	.17	.08
1974	-.46	-.54	.005	.07	-3.12	-3.07	.02	-.07
1975	-.78	-.76	-.09	.07	-17.95	-18.49	.95	-.41
1976	-1.01	-.97	-.11	.08	15.52	16.08	-.94	.38
1977	-1.26	-1.19	-.16	.08	-.61	-.64	.06	-.02
1978	-1.49	-1.40	-.17	.08	-1.18	-1.26	.10	-.03
1952-78 átl.	1.44	1.39	.03	.01	1.47	1.43	.05	-.01

haladás eltérő változásait mutatja, nem kétséges, hogy a műszaki, a nem semleges és a volumen növelő technikai haladás relatív fontossága a két modellben nem különbözik jelentősen.

5. Következtetések az alternatív indexek alapján

Jelentős különbség van a két index között mind abban, hogy a technikai haladást hogyan szemlélhetjük mind abban, hogy mennyire tekinthetők hasznosnak a technikai haladás okainak leírásában. A *2. táblázat* alapján nyilvánvaló, hogy a két index a technikai haladás egész más mérőszámát adja. De vajon melyik mutató segíti jobban elő a folyamatok alakulása mögött rejlő okok megértését? Az időtrend modell szerint a technikai haladás véletlenszerűen ingadozhat az időtrend index körül, de a technikai haladás végső oka itt csupán az idő múlása. A kvadratikus trend 1974-ben jut el a technikai haladás csúcspontjához, majd innen negatív technikai haladás következik. De mégha a kvadratikus tényezőt mellőznénk is, hogy elkerüljük a jövőben megjelenő technikai visszaesés következményeit, nyilvánvaló, hogy egy egyszerű időtrend nem képes egyszerre leírni egy gyors technikai haladást (1950–1960-as évek), amit stagnáló időszak követ (1970-es évek).

Míg az időtrend modell az idő múlásából származó egyszerű indexet ad, addig az általános technikai index nem állít semmit *a priori* a technikai haladás okairól. Mindamellett egy közgazdaságilag tartalmas idősort ad, ami alapul szolgálhat a technikai haladás okainak elemzéséhez (ld. SOLOW (1957); BRAZEL (1973); KENDICK (1973)). Ezt illusztrálandó, egy egyszerű ökonometriai elemzést mutatunk be a technikai haladás meghatározó tényezőinek magyarázatára. Előzetes kutatások alapján abból indulunk ki, hogy az elektromos műveknél a technikai haladásnak négy meghatározó tényezője van. Mivel *Solow* felfogásában a technikai haladás magába foglalja a termelési szerkezet bárminemű változását, ezért az első meghatározó tényező — logikus módon — a kapacitáskihasználás (CU), ami a rövid távú egyensúlytalanságot tükrözi.[18] A meghatározó tényezők második csoportját a kén-oxidokra vonatkozó korlátozások alkotják, melyek a hetvenes években léptek életbe, és a termelékenységre valószínüleg hátrányosan hatottak, amint ezt GOLLOP és ROBERTS (1983) cikke mutatja. Az üzemekre részletesen megadott emissziós határértékek helyett a kén-oxid becsült értékét (SOKWH) használjuk, feltéve, hogy 1970-től korlátozások érvényesültek.[19]Harmadik meghatározó tényezőként figyelembe vettük NELSON (1984) nyomán, hogy a technikai haladás a tőkefelszerelés évjárataiban (VINT) testesül meg.[20] Negyedikként, követve JOSKOW (1974)-t azt állítjuk, hogy a szabályozási feszültségek befolyásolhatják a költségminimalizáló törekvések intenzitását. Ennek megfelelően a szabályozási feszültségek mérésére a 30 közmű súlyozott átlagos hozamrátájának az AAA kötvényhozamhoz viszonyított értékét (REGT) használjuk. A (15) egyenlet a technikai haladás általános indexe

[18] A kapacitáskihasználás közvetlen felhasználására példákat ld. STEVENSON (1980) és COWING, SMALL és STEVENSON (1981).

[19] Céljainknak megfelelően a font/kwh-ban mért kén-dioxid kibocsátást használtuk. A kén-dioxid kibocsátás adatait a Környezetvédelmi Ügynökségtől (Enviromental Protection Agency) kaptuk. 1970 előtt — feltevéseink szerint — a kén-dioxid korlátozások még nem érvényesültek, ezért SO_2/kwh értékét az 1970-re becsült szinten tartottuk. Jobb környezeti mutató felépítését ld. GOLLOP és ROBERTS (1983).

[20] *Nelson* jól feldolgozható formában bocsájtja közre az átlagos évjárat indexet (VINT), ami 44 nagyobb elektromos közmű évi beruházásának a számtani átlagán alapul.

(I^*) regressziójának eredményeit mutatja, ahol a kapacitáskihasználást (CU), a SO_2 korlátozásokat (SOKWH), az évi átlagos tőkeberuházást (VINT), és a szabályozási feszültséget (REGT) használtuk magyarázó változóként:

$$\begin{aligned} I^* &= \underset{(3.5)}{-1.865} + \underset{(2.0)}{.665CU} + \underset{(3.9)}{29.90SOKWH} + \\ &+ \underset{(3.8)}{.0188VINT} - \underset{(1.5)}{.098REGT}, \\ \bar{R}^2 &= .898, \quad SE = .046, \quad D-W = 1.53 \end{aligned} \tag{15}$$

A (15) egyenlet eredményeinek megfelelőek az előjeleik és a REGT kivételével statisztikai értelemben is szignifikánsak. A paraméterek nagyságrendje megyőző a *3. táblázatban* szereplő számítás alapján, ami felhasználja a (15) egyenletet, hogy a technikai index változását az 1951-60, 1961-70 és 1971-78-as időszakokra előrejelezze. A *3. táblázat* arra ad választ, hogy a technikai index változása az egyes alperiódusokban milyen mértékben magyarázható a kapacitáskihasználással, az évjárat hatásokkal, a környezeti irányítással és a szabályozási feszültséggel.

3. táblázat

Az évi átlagos technikai haladás magyarázata

Időszak	A technikai haladás százalékos növekedése	Kapacitás-kihasználás hozzájárulása	Évjárat tőkehatások hozzájárulása	SO_2 korlátozások hozzájárulása	Szabályozási feszültség hozzájárulása
1951-60	2.93	-.57	2.19	0	.74
1961-70	2.04	.44	1.44	0	.57
1971-78	-1.03	-.83	1.62	-2.61	.10

A *3. táblázat* néhány mélyértelmű eredménnyel szolgál. Az első ilyen következtetés, hogy a technikai haladás hanyatlásának legjelentősebb tényezőjét a hetvenes években bevezetett SO_2 korlátozások jelentik. Ez a megállapítás összhangban áll GOLLOP és ROBERTS (1983) korábbi eredményeivel. Második következtetésünk *Nelson* állítását támasztja alá, azaz a technikai haladás igen szoros kapcsolatban van az évjárati tőkehatásokkal. Az ötvenes évek folyamán az áramfejlesztési állomány kapacitása gyorsan nőtt, és ekkor ez volt a technikai haladás magas ütemeinek fő hordozója. Azóta a tőkeállomány lassabban növekszik, ami hozzájárul a technikai haladás fejlődési ütemének visszaeséséhez. Harmadszor, a szabályozási feszültség hatása relatív nagyságát tekintve sokkal kisebb, és csak 10%-os szignifikanciaszintű egyoldalú próba mellett szignifikáns.[21] Mindazonáltal ez a mutató egy nagyon valószínűsíthető, és tartós költségcsökkentéssel járó szabályozó

[21] A szabályozási feszültséget elhagyva a regresszió hasonló eredményre vezet. Pl. a *3.*

szigorítást jelez az 1950-60-as években. 1970-től a mutató egy már erősen korlátozott szabályozórendszert fed, ahol a további költségcsökkentésnek csak kis szerepe van. Negyedszer, a kapacitáskihasználás a vártnál sokkal jobban ingadozik a konjuktúraciklus változásai miatt. A kapacitáskihasználás tartósan hanyatlik, számszerűen az 1951-es 57%-ról 1978 45.8%-ra esett vissza. Ez a folyamat a csúcsidőszak igényeinek az alapigényekhez viszonyított állandó növekedésének köszönhető, ami pedig elsősorban a légkondicionálás elterjedésével magyarázható. A kapacitás alacsonyabb szintű kihasználása miatt nem meglepő, hogy a termelékenység is csökken. Érdekes módon a hatvanas évek kivételt képeznek e tendencia alól — a kapacitáskihasználás nőtt, mivel a gyors keresletnövekedés ebben az időszakban lassabb kapacitásbővüléssel párosult. Következésképp a technikai haladás indexe a hatvanas években nem esett jelentősen vissza az ötvenes évek többnyire mesterségesen növekvő kapacitáskihasználási rátájával szemben. Mikor a hetvenes években a kapacitáskihasználás visszaállt a lefelé hajló trendre ez (a kén-oxid korlátozásokkal együtt) a technikai haladás ütemének gyors csökkenéséhez vezetett. Ezek után úgy tűnhet, hogy az elektromos művekben a hetvenes évek termelékenységi zavaraira létezik ésszerű magyarázat, ami részben a kén-dioxid korlátozásokon, részben — az alacsonyabb kapacitáskihasználáshoz vezető — az alapkereslethez képest gyorsan növekvő csúcsterhelési igényeken alapszik.

6. Összefoglalás és következtetések

A gyakorlati kutatók kényes választás előtt állnak (1) index számokat használjanak a technikai haladás általános indexének számítására, az alapul szolgáló technológiára vonatkozó korlátozó feltevések elfogadásával; (2) vagy a technikai haladás időtrendes leírását alkalmazzák a termelési technológia egy általánosabb modelljére. Ez a cikk egy olyan módszert mutat be, ami lehetőséget ad a technikai haladás indexének meghatározására egy egészen általános technológia keretein belül. Módszerünk azonos iparágba tartozó vállalatok paneladat-rendszerét igényli, és a technikai haladás $A(t)$ teljesen általános indexének ökonometriai becsléséhez segédváltozókat használ. Mivel az azonos iparágba tartozó vállalatok adataihoz egyre könnyebb hozzájutni, eljárásunk széles körben alkalmazhatóvá válhat.[22]

Példánk — amely az 1951-78-as időszak elektromos energia szektorát vizsgálja — érdekes eredményekkel szolgált. Először is, összehasonlítva a Divisia-index egyszerű Tornqvist féle közelítését az általános technikai index modellel, ez utóbbi az össztényező-termelékenység megfigyelt változásának alakulására sokkal jobb közelítést nyújtott (*1. táblázat*). Ráadásul az általános technikai index modell lehetővé teszi a méretgazdaságossági hatásoknak a technikai haladástól való elkülönítését, és ez utóbbi felbontását műszaki, nem semleges és volumennövelő technikai haladásra. Másodszor, a sztenderd időtrend modellel összehasonlítva a fő különbség a két mo-

táblázat százalékos részesedései sorrendben -0.067, 2.98, 0 (1951-60); 0.51, 1.96, 0 (1961-70); -0.97, 2.20 és -2.87 (1971-78). Vegyük észre, hogy a szabályozási változó hatása elsősorban az évjárati tőke hatásokban kötődik le.

[22] Különösen biztató, hogy a Statisztikai Hivatal (Bureau of the Census) 1972 óta széleskörű szervezeti adatfile-t szervez mintegy 300.000 szervezet adatainak gyűjtésével.

dellben a műszaki haladás mérésére, ami a sztenderd időtrend modellben $\delta + \delta^* T$ szemben az általános index modell $A(t) - A(t-1)$ kifejezésével. Ez utóbbi index a változás — közgazdasági szempontból — gazdag leírását adja, ami a technikai haladás meghatározó tényezőinek további elemzésében igen hasznos. Ugyanakkor a sztenderd időtrend modell nagyon keveset mond a technikai haladásról és kevés alapot nyújt a további elemzésekhez. Az általános technikai indexnek a kapacitáskihasználáson, a környezeti korlátozásokon, az évjárati tőkehatásokon és a szabályozási feszültség iparági mutatóin alapuló egyszerű regressziója azt sugallja, hogy a hetvenes évek termelékenység csökkenése elsősorban a kén-oxid korlátozásoknak, és a tartósan hanyatló kapacitáskihasználásnak tulajdonítható, ahol ez utóbbit a gyorsan növekvő csúcsterhelési kereslet okozza.

Függelék

F1. táblázat

A sztenderd időtrend modell és az általános technikai index modellek paraméterbecslései

	Becslés	Sztenderd hiba	t-próba	Becslés	Sztenderd hiba	t-próba
α_0	.318	.037	8.7	.283	.033	8.7
α_K	.297	.005	57.9	.273	.006	43.3
α_L	.142	.003	40.8	.147	.004	34.9
γ	.930	.022	41.9	.964	.019	49.5
γ^*	.038	.0116	3.3	.050	.010	4.9
β_{KK}	.112	.005	22.1	.102	.006	17.9
β_{KL}	-.016	.004	4.1	-.004	.004	1.0
β_{LL}	.058	.004	14.0	.060	.004	15.5
ϕ_K	-.003	.0003	11.4	.094	.017	5.5
ϕ_L	-.002	.0002	12.8	.144	.013	10.8
ψ_K	-.013	.002	6.4	-.018	.002	8.6
ψ_L	-.004	.001	3.4	-.005	.001	3.7
θ	-.001	.0008	1.4	.034	.039	.7
δ	-.045	.002	18.9	.	.	.
δ^*	.002	.0001	17.5	.	.	.
Segédváltozó együtthatók						
D2	-.190	.027	-7.1	-.155	.024	-6.6
D3	-.039	.024	-1.6	-.048	.021	-2.3
D4	-.189	.022	-8.5	-.168	.019	-8.6
D5	-.057	.032	-1.8	-.109	.027	-4.0
D6	.139	.036	3.9	.070	.030	2.3
D7	.003	.023	.1	.020	.020	1.0
D8	.007	.030	.2	-.035	.026	-1.4
D9	-.286	.022	-13.2	-.268	.019	-14.3
D10	-.169	.028	-6.0	-.232	.024	9.5
D11	-.077	.029	-2.6	-.146	.025	-5.8
D12	-.083	.025	-3.4	-.114	.021	-5.3
D13	-.231	.025	-9.1	-.271	.022	-12.3
D14	-.103	.029	-3.5	-.158	.025	6.3
D15	-.217	.022	9.7	.218	.020	11.2
D16	-.166	.026	-6.5	-.191	.022	-8.6
D17	-.034	.035	-1.0	-.110	.030	-3.7
D18	-.134	.027	-4.9	-.184	.024	-7.8
D19	-.085	.025	-3.4	-.122	.022	-5.5
D20	-.165	.027	-6.1	-.213	.023	-9.1

(folytatás)

	Becslés	Sztenderd hiba	*t*-próba	Becslés	Sztenderd hiba	*t*-próba
D21	-.136	.022	-6.2	-.128	.019	-6.8
D22	-.262	.022	-12.0	-.260	.019	13.7
D23	-.320	.029	-10.9	-.372	.025	14.7
D24	-.129	.024	-5.1	-.114	.021	-5.4
D25	-.260	.022	-11.8	-.267	.019	-14.0
D26	-.014	.023	-.6	-.020	.020	-1.0
D27	-.045	.023	-2.0	-.059	.020	-3.0
D28	-.183	.022	-8.4	-.181	.019	-9.6
D29	-.032	.033	-1.0	-.098	.028	-3.5
D30	-.147	.022	-6.6	-.152	.019	-7.9
A(2)				-.035	.020	1.8
A(3)				-.067	.020	3.3
A(4)				-.067	.020	3.3
A(5)				-.117	.020	5.6
A(6)				-.137	.021	6.4
A(7)				-.184	.022	8.3
A(8)				-.198	.022	8.9
A(9)				-.254	.023	10.9
A(10)				-.264	.024	11.1
A(11)				-.267	.024	11.2
A(12)				-.267	.024	11.1
A(13)				-.298	.025	12.1
A(14)				-.311	.025	12.4
A(15)				-.320	.025	12.6
A(16)				-.368	.026	14.0
A(17)				-.388	.026	14.7
A(18)				-.420	.027	15.5
A(19)				-.465	.027	16.9
A(20)				-.468	.028	16.9
A(21)				-.429	.028	15.4
A(22)				-.426	.028	15.1
A(23)				-.459	.029	16.0
A(24)				-.429	.029	14.8
A(25)				-.244	.029	8.5
A(26)				-.405	.030	13.7
A(27)				-.398	.030	13.2
A(28)				-.386	.030	12.9

Hivatkozások

ATKINSON, SCOTT E., and HALVORSEN, ROBERT: „Parametric Efficiency Tests, Economies of Scale, and Input Demand in U.S. Electric Power Generation," *Internat. Econ. Rev.* 25, (October 1984), 647-62.

BARZEL, YORAM: „Productivity in the Electric Power Industry, 1929–1955." *Rev. Econ. and Statis.* 45 (November 1963), 395-408.

CAVES, DOUGLAS W., CHRISTENSEN, LAURITS R., and DIEWERT W. ERWIN: „The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity," *Econometrica* 50 (November, 1982), 1393–1414 (a)

CAVES, DOUGLAS W.: „Multilateral Comparisons of Output, Input, and Productivity Using Superlative Index Numbers," *Econ. J.* 92 (March 1982), 73-86 (b)

CAVES, DOUGLAS W., CHRISTENSEN, LAURITS R., and SWANSON, JOSEPH A.: „Productivity Growth, Scale Economies, and Capacity Utilization in U.S. Railroads, 1955-74", *A.E.R.* 71 (December 1981), 994–1002.

CHRISTENSEN, LAURITS R., CUMMINGS, DIANE and JORGENSON, DALE W.: „Economic Growth, 1947-73: An International Comparison", In: *New Developments in Productivity Measurement and Analysis*, edited by John W. Kendrick and Beatriace N. Vaccara. Chicago: Univ. Chicago Press (for NBER), 1980.

CHRISTENSEN, LAURITS R., and GREEN, WILLIAM H.: „Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation," *J.P.E.* 84., no.4, pt. 1 (August 1976), 655-76.

CHRISTENSEN, LAURITS R. JORGENSON, DALE W., and LAU, LAWRENCE J.: „Transcendental Logarithmic Production Frontiers," *Rev. Econ. and Statis.* 55 (February 1973), 28-45.

COWING, THOMAS G., SMALL J. and STEVENSON, RODNEY F.: „Comparative Measures of Total Factor Productivity in the Regulated Sector: The Electric Utility Industry," In: *Productivity Measurement in Regulated Industries*, edited by Thomas G. Cowing and Rodney E. Stevenson. New York: Academic Press, 1981.

DENISON, EDWARD F.: *Why Growth Rates Differ: Postwar Experience in Nine Western Countries.* Washington, Brookings Inst., 1967.

DENNY, MICHAEL, and FUSS, MELVYN: „A General Approach to Intertemporal and Interspatial Productivity Comparisons" *J. Econometrics* 23 (December 1983), 315-30.

DENNY, MICHAEL, FUSS, MELVYN, and WAWERMAN, LEONARD: „The Measurement and Interpretation of Total Factor Productivity in Regulated Industries with an Application to Canadian Telecommunication." In: *Productivity Measurement in Regulated Industries*, edited by Thomas G. Cowing and Rodney

E. Stevenson, New York: Academic Press, 1981.

DIEWERT, W. ERWIN: „Exact and Superlative Index Numbers," *J. Econometrics* 4 (May 1976), 115-45.

DIEWERT, W. ERWIN: „The Theory of Total Factor Productivity Measurement in Regulated Industries," In: *Productivity Measurement in Regulated Industries*, edited by Thomas G. Cowing and Rodney E. Stevenson. New York: Academic Press, 1981.

GALLANT, A. RONALD, and JORGENSON, DALE W.: „Statiastical Inference for a System of Simultaneous, Non-linear, Implicit Equations in the Context of Instrumental Variable Estimation," *J. Econometrics* 11 (October/December 1979), 275-302.

GOLLOP, FRANK M., and JORGENSON, DALE W.: „U.S. Productivity Growth by Industry, 1947-73", In: *New Developments in Productivity Measurement and Analysis*, edited by John W. Kendrick and Beatrice N. Vaccara. Chicago: Univ. Chicago Press (for NBER), 1980.

GOLLOP, FRANK M., and ROBERTS, MARK J.: „The Sources of Economic Growth in the U.S. Electric Power Industry," In: *Productivity Measurement in Regulated Industries*, edited by Thomas G. Cowing and Rodney E. Stevenson. New York: Academic Press, 1981.

GOLLOP, FRANK M., and ROBERTS, MARK J.: „Environmental Regulations and Productivity Growth: The Case of Fossil-fueled Electric Power Generation," *J.P.E.* 91 (August 1983), 654-74.

JORGENSON, DALE W., and FRAUMENI, BARBARY M.: „Relative Prices and Technical Change," In *Modeling and Measuring Natural Resource Substitution*, edited by Ernst R. Berndt and Barry C. Tield. Cambridge, Mass. MIT Press, 1981.

JORGENSON, DALE W. and GRILICHES, ZVI: „The Explanation of Productivity Change," *Rev. Econ. Studies* 34 (July 1967), 249-83.

JOSKOW, PAUL L.: „Inflation and Environmental Concern: Sturctural Change in the Process of Public Utility Price Regulation," *J. Law and Econ.* 17 (October 1974), 291-327.

KENDRICK, JOHN W.: *Postwar Productivity Trends in the United States, 1948–1969*, New York: Columbia Univ. Press (for NBER), 1973.

KOPP, RAYMOND J., and SMITH, V. KERRY: „Neoclassical Modeling of Nonneutral Technological Change: An Experimental Appraisal," *Scandinavian J. Econ.* 85, No.2. (1983), 127-46.

MANSFIELD, EDWIN: *Industrial Research and Technological Innovation. An Econometric Analysis.* New York: Norton (for Cowles Found.), 1968.

NADIRI, M. ISHAQ: „Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: A Survey." *J.Econ.Literature* 8 (December 1970), 1137-77.

NELSON, RANDY A.: „Regulation, Capital Vintage, and Technical Change in the Electric Utility Industry," *Rev. Econ. and Statis.* 66 (February 1984), 59-69.

NELSON, RANDY A., and WOHAR, MARK E.: „Regulation, Scale Economies, and Productivity in Steam-Electric Generation", *Internat. Econ. Rev.* 24 (February 1983), 57-59.

NERLOVE, MARC.: „Returns to Scale in Electricity Supply" In *Measurement in Economics Studies in Mathematical and Econometries in Memory of Yehuda Granfeld*, by Carl Christ et al. Standford, Calif.: Stanford Univ. Press, 1963.

PESCATRICE, DONN R. and TRAPANI, JOHN M. III: „The Performance and Objectives of Public and Private Utilities Operating in the United States", *J. Public Econ.* 13, (April 1980), 259-76.

SOLOW, ROBERT M. „Technical Change and the Aggregate Production Function", *Rev. Econ. and Statis.* 39 (August 1957), 312-20.

STEVENSON, RODNEY E.: „Measuring Technological Bias", *A.E.R.* 70 (March 1980), 162-73.

TINBERGEN, JAN: „Zur Theorie der langfristigen Wirtschaftsentwicklung". *Weltwirtschaftliches Archiv* 55, no. 1. (1942), 511-49.