Szigma, XX. (1987-88) 4. sz.

KLEMENCSICS MÁRTA – POVILAITIS SIGITAS

Egy optimális szabályozási modell és alkalmazása a gazdaságpolitikai elemzésben

1. Bevezetés

A közgazdasági, gazdaságpolitikai kutatásokban jól hasznosíthatók az optimális szabályozási modellek, amelyek a gazdaság reál- és szabályozási szféráját összefüggéseiben ábrázolják. Ezeknek a modelleknek két olyan fontos tulajdonsága van, amely különösen alkalmassá teszi őket gazdaságpolitikai, tervezési problémák vizsgálatára:

- *dinamikus* modellek, tehát folyamatokat ábrázolnak, és
- nem csupán leírják azokat, hanem lehetőséget nyújtanak a modellező számára a folyamatokba való *beavatkozásra* is.

Az optimális szabályozási modellek legegyszerűbb — és ezért legkönnyebben használható — típusa a lineáris–kvadratikus szabályozási feladat, amelyben a modell összefüggésrendszere lineáris, a célfüggvény pedig kvadratikus. Az ilyen feladatot tehát a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

$$x_t = Ax_{t-1} + Bu_t + c \tag{1.1.}$$

$$\min_{x,u} \sum_{t=1}^{T} [(x_t - \bar{x}_t)'R(x_t - \bar{x}_t) + (u_t - \bar{u}_t)'Q(u_t - \bar{u}_t)], \tag{1.2.}$$

ahol

- x_t az állapotváltozók t. évi értékeit tartalmazó n elemű vektor
- x_0 adott n elemű vektor
- u_t a szabályozóváltozók t. évi értékeit tartalmazó m elemű vektor
- c konstans vektor
- $\bar{x}_t$ és $\bar{u}_t$ az állapot-, illetve szabályozóváltozók előre megadott, valamilyen szempontból kívánatos, megvalósítandó pályái
- A,B,R,Q megfelelő méretű együttható mátrixok, R-ről és Q-ról általában feltételezzük, hogy szimmetrikus, pozitív (szemi)definit mátrixok.

Az (1.2.) célfüggvényt úgy értelmezhetjük, hogy adott az állapot- és szabályozóváltozók valamilyen kívánt (pl. tervezett) pályája, és a feladat megoldása során az állapot- és szabályozóváltozóknak azokat az évenkénti értékeit hatŕozzuk meg, amelyek mellett együttesen a lehető „legközelebb" haladnak a kitűzött pályáikhoz, abban az értelemben, hogy az eltéréseknek az adott súlyokkal súlyozott négyzetösszege minimális.

A feladat megfogalmazásához néhány megjegyzést szeretnék fűzni:

a.) A modell feltételrendszerének (1.1.) formája eléggé általános, ugyanis mind az állapot-, mind pedig a szabályozóváltozóknál tetszőleges számú késleltetett értéket figyelembe vehetünk, a feladat ekkor is (1.1.) alakra transzformálható. Ebben az esetben az (1.1.) formulát a modell állapottér-reprezentációjának nevezzük.

b.) A kvadratikus célfüggvény alkalmazását többen bírálták. A fő ellenvetés ezzel szemben az, hogy szimmetrikus, tehát a kívánt pályáktól fölfelé és lefelé való eltéréseket egyformán kezeli, ami közgazdasági modelleknél nem fogadható el. A felvetés jogos, és történtek is próbálkozások e téren (ld. pl. FRIEDMAN [5] és SANDBLOOM [9]), amelyeknek lényege az, hogy szakaszosan kvadratikus célfüggvényeket használnak. Mi — munkánk jelenlegi első szakaszában — az egyszerűség kedvéért mégis a „sima" kvadratikus célfüggvényt alkalmaztuk, noha tudatában vagyunk ennek a problémának.

c.) Kifogásolni szokták a célfüggvényben szereplő súlymátrixok szubjektív voltát is. Erről a kérdésről, illetve a célfüggvény értelmezéséről a következő részben, a konkrét modell bemutatása kapcsán szólunk majd.

A lineáris–kvadratikus optimális szabályozási feladatnak a megoldására többféle módszer létezik. A legáltalánosabban használt CHOW módszere (ld. pl. CHOW [2], ȚURNOVSKY [10]), amely az optimális szabályozás meghatározását rekurzív módon, Riccati egyenletek sorozatának megoldásával végzi. Erre többféle numerikus eljárás létezik (ezekről ad jó összefoglalást pl. GYURKOVICS [6]). Közgazdasági alkalmazásoknál azonban problémát jelent az, hogy ahhoz, hogy értelmezhető megoldást kapjunk, a szabályozóváltozók értékeire alsó- és felső korlátokat kell megadnunk. Chow módszere ezt nem teszi lehetővé. Ezt a problémát kétféleképpen lehet megoldani. Az egyik lehetséges út a Lagrange–féle relaxációs módszer alkalmazása a Riccati egyenletekre (ld. SANDBLOOM [9]), a másik az, hogy a feladatot átalakítjuk programozási feladattá. A megoldáshoz ekkor felhasználható a Magyarországon is elérhető CONOPT nevű programcsomag (ismertetését ld. MIHÁLYFFY–BAGDY [8]). A CONOPT igen általános esetre van kidolgozva, így alkalmas nem lineáris összefüggésrendszerrel leírt feladat tetszőleges célfüggvény mellett történő megoldására. A lineáris–kvadratikus feladat ennél egyszerűbben oldható meg, figyelembe véve a feladat sajátosságait. A következő részben ezt az algoritmust mutatjuk be. Ezt követően röviden ismertetjük azt a modellt, amelyhez az eljárást kialakítottuk, és szólunk a számítások néhány fő tapasztalatáról is.

2. A lineáris–kvadratikus feladat megoldásának algoritmusa

Induljunk ki a következő feladatból:

$$\min_{x,u} \sum_{t=1}^{T} [(x_t - \bar{x}_t)'R(x_t - \bar{x}_t) + (u_t - \bar{u}_t)'Q(u_t - \bar{u}_t)] \tag{2.1.}$$

$$x_t = Ax_{t-1} + Bu_t + Ge_t + c \tag{2.2.}$$

$$UL_t \leq u_t \leq UP_t\,, \tag{2.3.}$$

ahol x_t az állapotváltozók t. évi értékeinek n elemű vektora

u_t a szabályozóváltozók t. évi értékeinek m elemű vektora

e_t a modell szempontjából külső hatásokat képviselő exogén változók k elemű vektora

UL_t és UP_t a szabályozóváltozók értékeire vonatkozó alsó és felső korlátok m elemű vektorai

A, R $m \times n$ méretű mátrixok

B $n \times m$ méretű mátrix

Q $m \times m$ méretű mátrix

G $n \times k$ méretű mátrix

c n elemű konstans vektor

$\bar{x}_t$ adott n elemű vektorok, az állapotváltozók megvalósítandó (tervezett) pályái

$\bar{u}_t$ adott m elemű vektorok, a szabályozóváltozók megvalósítandó pályái.

Feltesszük továbbá, hogy x_0 vektor adott, valamint hogy R és Q szimmetrikus pozitív szemidefinit mátrixok.

A feladat megoldása azt jelenti, hogy meghatározzuk azokat az x_t és u_t vektorokat, amelyek kielégítik a (2.2.) rendszerfeltételeket, valamint a (2.3.) korlátozó feltételeket, és amelyek mellett a (2.1.) célfüggvény értéke minimális.

Írjuk fel a (2.2.) rendszer általános megoldását:

$$x_t = A^t x_0 + \sum_{k=0}^{t-1} A^k Bu_{t-k} + \sum_{k=0}^{t-1} A^k Ge_{t-k} + \sum_{k=0}^{t-1} A^k c\,. \tag{2.4.}$$

Ezt most helyettesítsük be a (2.1.) célfüggvénybe! A megfelelő átalakításokat elvégezve azt kapjuk, hogy a (2.1.)–(2.3.) feladat ekvivalens a nála jóval egyszerűbb formában felírható

$$\min_{v} v'Fv + 2d'v + q \tag{2.5.}$$

$$v_L \leq v \leq v_p \tag{2.6.}$$

feladattal, ahol

$$v = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_T \end{pmatrix}; \quad v_L = \begin{pmatrix} UL_1 \\ UL_2 \\ \vdots \\ UL_T \end{pmatrix}; \quad v_p = \begin{pmatrix} UP_1 \\ UP_2 \\ \vdots \\ UP_T \end{pmatrix};$$

$$q = \sum_{i=1}^{T} r_i' R r_i + \sum_{i=1}^{T} \bar{u}_i' Q \bar{u}_i$$

$$d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0' RA^0 B + \; r_1' RAB + r_2' RA^2 B + \ldots + \; r_{T-1}' RA^{T-1} B - \bar{u}_1' Q \\ r_1' RA^0 B + r_2' RAB + \ldots + \; r_{T-1}' RA^{T-2} B - \bar{u}_2' Q \\ \vdots \\ r_{T-1}' RA^0 B - \bar{u}_T' Q \end{pmatrix},$$

amelyben a következő jelöléseket alkalmaztuk:

$A^0 = E$ egységmátrix

$r_0 = Ax_0 + Ge_1 + c - \bar{x}_1 = p_1 - \bar{x}_1$

$r_1 = Ap_1 + Ge_2 + c - \bar{x}_2 = p_2 - \bar{x}_2$

$\vdots$

$r_{T-1} = Ap_{T-1} + Ge_T + c - \bar{x}_T = p_T - \bar{x}_T.$

Mivel Q és R szimmetrikus mátrixok, a célfüggvényben szereplő F mátrix is szimmetrikus és az alábbi formában írható fel (itt csak a felső háromszög mátrixot írjuk fel):

$$F = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{T} B'A'^{i-1} RA^{i-1} B + Q; & \sum_{i=1}^{T-1} B'A'^{i} RA^{i-1} B; & \ldots & \sum_{i=1}^{T-(T-1)} B'A'^{i+(T-2)} RA^{i-1} B \\ & \sum_{i=1}^{T-(T-1} B'A'^{i-1} RA^{i-1} B + Q & \ldots & \sum_{i=1}^{T-(T-1)} B'A'^{i+(T-3)} RA^{i-1} B \\ & & & \vdots \\ & & & \sum_{i=1}^{T-(T-1)} B'A'^{i+T-(T+1)} RA^{i-1} B + Q \end{pmatrix}.$$

Adott x_0 mellett keressük tehát azt a v vektort, amelyre a (2.5.) célfüggvényérték minimális. A feladatban szereplő v változókra csak alsó- és felső korlátok vannak megadva, a programozási feladat feltételrendszere tehát igen leegyszerűsödött. A felírásból látható, hogy a módszer a szabályozók optimális értékeit a vizsgált időszak minden évére egyszerre, egy feltételrendszer keretein belül határozza meg, szemben Chow módszerével, ahol az optimális szabályozók évente kerülnek meghatározásra, a feladat újból és újból történő megoldásával.

Ez a módszer megnöveli a feladat méreteit: a (2.5.)–(2.6.) feladatban szereplő változók száma $T \times m$, a feltételrendszer viszont igen egyszerű, így végülis gyors, hatékony megoldási algoritmust sikerült kialakítani.

Oldjuk fel most azt a feltevésünket, hogy Q és R szimmetrikus mátrixok. Ebben az esetben természetesen az F mátrix sem lesz szimmetrikus. A (2.5.) célfüggvény viszont ugyanott veszi fel minimális értékét, mint a vele ekvivalens

$$\min \frac{1}{2} v'(F + F')v + 2d'v + q \tag{2.7.}$$

függvény, ahol az $(F + F')$ mátrix már szimmetrikus.

A (2.5.)–(2.6.), illetve (2.6.)–(2.7.) kvadratikus programozási feladatnak a megoldására FLETCHER R. és JACKSON M. P. módszerét használtuk fel (programkönyvtári leírását ld. [4]), amely az optimális pont meghatározására a gradiens módszert alkalmazza, de ennek során erősen kihasználja a feladatnak azokat a sajátosságait, hogy a változókra csak alsó- és felső korlátok vannak megadva, valamint hogy a (2.5.) célfüggvényben szereplő F mátrix szimmetrikus.

Az algoritmus hatékonyságát jellemzi, hogy számszerűsített modellünk (ld. következő részben) — amelyben a transzformált (2.5.)–(2.6.) feladat 42 változót tartalmazott — a számítógépben 40 K memóriát foglalt, egy futás 9 sec. CPU időt használt el.

3. A vegyes irányítás egy optimális szabályozási modellje[1]

Röviden ismertetjük azt a modellt, amelynek a megoldására az előzőekben leírt algoritmust kialakítottuk.

Célunk egy olyan modell kidolgozása volt, amely felhasználható a gazdaságpolitika mozgásterének feltárására, a különböző gazdaságpolitikai prioritások hatásának vizsgálatára. Ezért modellünket nagyon aggregáltan, a fő népgazdasági kategóriákra építve dolgoztuk ki.

Modellünk állapotváltozóinak körét a népgazdasági mérleg alábbi kategóriái alkotják :

1.) Bruttó nemzeti termelés (BT)
2.) Hazai eredetű anyagfelhasználás (AH)
3.) Anyagimport (AI)
4.) Állóeszközállomány (K)
5.) Lakossági fogyasztás (LF)

[1] A vegyes irányítás modellezésének gondolatát LIGETI ISTVÁN vetette fel. Az eredeti modell kidolgozása, ökonometriai becslése BERDE ÉVA nevéhez fűződik (ld. [1]). A modell megfogalmazásához, felépítéséhez rajtuk kívül az OT TGI és OT IMI munkatársai közül HULYÁK KATALIN, HUNYADI LÁSZLÓ, HÜTTL ANTÓNIA és NEMÉNYI JUDIT nyújtott segítséget.

6.) Közösségi fogyasztás (KF)
7.) Állami beruházás (ÁB)
8.) Vállalati beruházás (VB)
9.) Nem rubel export (ED)
10.) Nem rubel import (IDD)
11.) Rubel export (ER)
12.) Rubel import (IR)

A szabályozóváltozók kiválasztásánál abból a megfontolásból indultunk ki, hogy gazdaságunkban egyidejűleg, egymás mellett és sokszor egymás hatását keresztezve, gyengítve léteznek és működnek az indirekt és a direkt irányítás elemei is (innen származik a vegyes irányítás elnevezés). Ennek megfelelően modellünkben megkülönböztetjük a szabályozók két csoportját:

Az *indirekt szabályozás* elemeit képviseli

- a lakossági jövedelem (J)
- a lakossági hiteltöbblet (HL) és
- a nyereségági fejlesztési alap (NYF)[2] kategóriája.

Ezzel kapcsolatban megjegyezzük, hogy tulajdonképpen ezek a pénzügyi kategóriák nem szabályozók, maguk is többféle szabályozó (pl. adókulcsok, kamatlábak) hatására alakulnak. Akkor mégis miért ezeket kezeljük modellünkben szabályozóváltozókként? Erre több okunk van. Először is az „igazi" szabályozók mértéke, hatóköre, sőt a szabályozás elvei is gyakran változtak az elmúlt években, azért ezek felhasználásával idősorokon alapuló vizsgálatokat végezni szinte lehetetlen. Másodszor: a szabályozók és a gazdasági folyamatok szövevényes kapcsolatában az egyes szabályozók (gyakran egymás hatását módosító) működését elkülöníteni sokszor nem is lehet. Végül: az itt felsorolt három kategória viszonylag jól kézbentarthatónak bizonyult.

A *direkt irányítást* képviselik modellünkben a szabályozóváltozókként szereplő tervszámok. Itt azt a hatást próbáltuk megragadni, amit a nyilvánosságra hozott tervszámok gyakorolnak — az alsóbb szintű döntéseken keresztül — a gazdasági folyamatok alakulására. Ez természetesen igen áttételes, bonyolult hatásmechanizmus, amit modellünk jócskán leegyszerűsítve kezel. Ezért az eredmények értékelésénél igen óvatosnak kell lenni. Modellünkben három tervszám szerepel szabályozóként, ezek mind az importhoz kapcsolódnak:

- tervezett gépimport (PIG)
- tervezett anyagimport (PIA)
- tervezett rubel relációs import (PIR).

[2] Ez a kategória 1985 óta már nem létezik, a továbbiakban csak az egyszerűség kedvéért alkalmazzuk, és a nyereségből vállalati fejlesztésekre fordított összegeket értjük alatta.

Ezekre a kategóriákra — az import erősen központosított szabályozás miatt — fokozottan érvényes, hogy a nyilvánosságra kerülő tervszámok bizonyos várakozásokat, elvárásokat indukálnak, illetve eligazítást adnak a várható tendenciákról.

A nem rubel relációs külkereskedelmi kategóriák egyenleteinek becslésénél olyan változókat is be kellett vezetnünk, amelyek kívül esnek a modellünk vizsgálati körén: az import egyenletében egy dummy változót kellett szerepeltetnünk (DUM2), az exportéban pedig egyfajta külkereskedelmi árindexet (MNWA).[3]

A modell egyenleteit az egyes kategóriák 1970–83-as évekre vonatkozó folyóáras idősorai alapján az egyszerű legkisebb négyzetek módszerével számszerűsítettük, majd a becslést újra elvégeztük az egyenletrendszer egészére a legkisebb négyzetek kétfokozatú módszerével.[4]

Modellünk egyenletei a következők:[5]

1.) $BT_t = 1,1064(ED_{t-1} - IDD_{t-1}) + 0,807\, BT_{t-1} + 1,549\, AI_{t-1} + {} + 4,7749(J_t - J_{t-1})$

2.) $AH_t = 0,6905\, BT_t - 0,2021\, AI_t - 0,6905\, BT_{t-1} + 1,0345\, AH_{t-1} - 9582,316$

3.) $AI_t = 0,5562(IDD_t + IR_t) + 0,2611\, AI_{t-1}$

4.) $K_t = 0,9407\, K_{t-1} + 0,5171(VB_{t-1} + AB_{t-1})$

5.) $LF_t = 0,2609\, LF_{t-1} + 0,7285\, J_t - 0,9489\, HL_t$

6.) $KF_t = 0,05(IDD_t + IR_t) + 0,8534\, KF_{t-1}$

7.) $AB_t = 0,6848\, VB_{t-1} - 0,0921\, K_{t-1} + 0,3334\, PIA_t + 10319,17$

8.) $VB_t = -0,3279\, AB_{t-1} + 1,6078\, NYF_t + 0,8019\, PIG_t + 6105,951$

9.) $ED_t = 0,2458\, IDD_t + 0,04862\, BT_{t-1} + 55,3998\, MNWA_t$

10.) $IDD_t = 0.0498\, BT_t - 0,5127\, IDD_{t-1} + 1,41516\, PIG_t + 48583,43\, DUM2_t + {} + 11455,87$

11.) $ER_t = 0,4225\, ER_{t-1} + 0,5683\, PIR_t$

12.) $IR_t = 0,1564(VB_t + AB_t) - 0,1475\, IR_{t-1} + 0,7430\, PIA_t\,.$

Mint látható, modellünk 12 állapotváltozót és 6 szabályozóváltozót tartalmaz. Mivel a bruttó nemzeti termelés egyenletében a lakossági jövedelem késleltetett értéke is szerepel, fel kellett írnunk a modell állapottér–reprezentációját, amely 18 egyenletet tartalmaz.

A modellel végzett vizsgálatok során a (2.1.) formájú célfüggvényt használtuk. Számításainkban a kezdő (0.) évnek az 1984-es évet tekintettük, az optimalizálást a VII. ötéves tervidőszak végéig, vagyis 1990-ig végeztük. Megadtuk a vizsgált időszak minden évére az állapot- és szabályozóváltozók tervezett értékeit (a VII. ötéves tervben szereplő előirányzatokat tekintettük „kívánatos" pályáknak), és megpróbáltuk a változók alakulását ezekhez a pályákhoz közel terelni.

---

[3] A modell felépítése során figyelembe vett elméleti megfontolásokat és tapasztalati szempontokat BERDE É. [1] anyaga részletesen ismerteti, itt azokra nem térünk ki.

[4] A számítások az OT IMI HwB gépén a TSP 4.0 programmal készültek.

[5] Az egyenletek statisztikai jellemzőit számszerűen itt nem ismertetjük, azok [1]-ben megtalálhatók.

A célfüggvényben szereplő súlymátrixokat (Q és R) többféleképpen értelmezhetjük. Felfoghatjuk úgy, hogy egyes elemeik a hozzájuk tartozó változókra vonatkoztatva a kívánt pályáktól való eltérés „költségeit” reprezentálják. Tekinthetjük ezeket az elemeket „büntetésnek” is, amellyel az eltéréseket sújtjuk. Kifejezhetik a súlymátrixok ezenkívül a gazdaságpolitikai prioritásokat is. Ha pl. a gazdaságpolitika számára különösen fontos a külkereskedelmi egyenleg tervezett alakulásának biztosítása, a megfelelő változókhoz tartozó súlyt elég nagynak választva elérhetjük, hogy a külkereskedelmi egyenleg a kívánt pályán, vagy ahhoz elég közel haladjon, és megvizsgálhatjuk, hogy ez a követelmény milyen vonzatokkal jár a gazdasági folyamatok más területén. Mi vizsgálataink során ez utóbbi megközelítést alkalmaztuk. Kiinduló helyzetben úgy határoztuk meg a súlymátrixok elemeit, hogy figyelembe vettük azt, hogy az egyes változóknak különböző a szórásuk, ezért úgy tudunk egyenlő követelményeket támasztani az egyes változókkal szemben, ha a súlymátrixok diagonális elemeiként a megfelelő változók szórásának reciprokát szerepeltetjük. Mivel azonban a szórások nagyok, így gyakorlatilag minden elem zérus lett volna. Ezért, ehelyett az egyes változók relatív szórásainak reciprokai szerepeltek a súlymátrixok fődiagonálisában. A gazdaságpolitikai prioritások vizsgálatánál azután eltértünk ezektől a súlyoktól.

Akárhogyan értelmezzük is a célfüggvényben szereplő súlymátrixokat, azok elemei szükségképpen szubjektív itéleteket tükröznek, hiszen nem létezik olyan objektív mérce, amivel a kívánt pályáktól való eltérések költségeit, vagy a gazdaságpolitikusok prioritásait mérni tudnánk. Ezért a célfüggvény értékének szerintünk nincs reális közgazdasági tartalma, elemzéseinkben nem foglalkoztunk az optimális célfüggvényértékek vizsgálatával. CHOW [3] cikkében a szabályozóváltozók különböző értékei mellett kapott optimális célfüggvényértékeket az egyes gazdaságpolitikai alternatívák rangsorolására használja. Véleményünk szerint ez megalapozatlan, de a gazdaságpolitikai prioritások vizsgálatára a kvadratikus célfüggvény jól használható.

A modellel végzett számításokat [7] tanulmányunk részletesen ismerteti. Itt csupán a számítások néhány fő eredményét foglaljuk össze röviden.

4. A modellszámítások eredményeiről

A vizsgálatot három lépésben végeztük:

1.) a VII. ötéves terv konzisztenciájának vizsgálata;
2.) az optimális reál- és szabályozási pályák meghatározása;
3.) a gazdaságpolitikai prioritások vizsgálata.

Első lépésben kiszámítottuk az állapotváltozók pályáit az 1985–1990. időszakra, feltételezve, hogy a szabályozóváltozók minden évben a tervezett értéküket veszik fel.

Az így számított pályák néhány jellemző mutatóját — a tervvel összehasonlítva — az *1. táblázat* tartalmazza.

1. táblázat:
A VII. ötéves tervben meghatározott és a szabályozó változók tervezett értékeivel számított pálya

Pálya / Jellemző	Tervezett pálya	Számított pálya
Bruttó termelés 1990/85	1,36	1,35
Beruházás 1990/85	1,54	1,67
Nem rubel import 1990/85	1,35	1,43
Nem rubel export 1990/85	1,37	1,27
Rubel import 1990/85	1,30	1,48
Rubel export 1990/85	1,28	1,30
Lakossági fogy. 1990/85	1,38	1,40
Közösségi fogy. 1990/85	1,47	1,35
Kumulált nem rubel egyenleg md Ft 1986–90	107,2	44,8
Kumulált rubel egyenleg md Ft 1986–90	16,9	-79,1

(A mutatók értékelésénél figyelembe kell venni, hogy az 1985 évi bázisértékeket is a modellből számítjuk!)

Az eredményekből látható, hogy modellünk feltételrendszerében az állapot- és szabályozóváltozók tervezett pályáit egyidejűleg nem tudjuk megvalósítani. A szabályozók tervezett alakulása esetén modellünkben a bruttó termelés tervezettnél valamivel alacsonyabb növekedése a beruházások és mindkét relációs import erőteljes növekedésével jár, amit a nem rubel export nem tud követni. A lakossági fogyasztás a tervezett 38 % helyet 40 %-kal nő, míg a közösségi fogyasztás növekedése jelentősen elmarad a tervezett értéktől.

Második lépésben számítottuk ki modellünk optimális megoldását, amelyben nem ragaszkodunk a szabályozóváltozók tervezett értékeihez, hanem azt vizsgáljuk, hogy hogyan lesz a reál- és szabályozási folyamatoknak a tervezett pályáiktól való eltérése együttesen minimális.

Az optimális pálya fő mutatóit a *2. táblázatban* hasonlítjuk össze a tervezett mutatókkal.

2. táblázat:
A VII. ötéves tervben meghatározott és a modell által optimálisnak ítélt pálya

Pálya / Jellemző	Tervezett pálya	Optimális pálya
Bruttó termelés 1990/85	1,36	1,33
Beruházás 1990/85	1,54	1,48
Nem rubel import 1990/85	1,35	1,46
Nem rubel export 1990/85	1,37	1,27
Rubel import 1990/85	1,30	1,34
Rubel export 1990/85	1,28	1,28
Lakossági fogy. 1990/85	1,38	1,40
Közösségi fogy. 1990/85	1,47	1,32
Kumulált nem rubel egyenleg md Ft 1986–90	107,2	87,1
Kumulált rubel egyenleg md Ft 1986–90	16,9	13,0

Ebben a megoldásban a bruttó termelés növekedési üteme még jobban elmarad a tervezettől, 36 % helyett csupán 33 %, amit azonban a modell a beruházások jóval alacsonyabb növekedésével valósít meg: a tervezett 54 % helyett csak 48 %-kal nőnek a beruházások. Az import növekedése azonban — elsősorban nem rubel relációban — igen gyors, míg a nem rubel export bővülése alaposan elmarad a tervben számított mértéktől.

Az állapotváltozók pályái közelebb kerültek a tervezetthez, ennek viszont az az „ára", hogy a szabályozóváltozóknál el kell térnünk ezektől az értékektől. Az optimális megoldást az jellemzi, hogy a beruházásokhoz kapcsolódó szabályozók (nyereségági fejlesztési alap, tervezett gépimport) rendre jóval alacsonyabb értékeket vesznek fel, mint ami a tervben szerepel (ez érthető is, hiszen a beruházások optimális volumene is jóval alacsonyabb a tervezettnél), a lakossági jövedelem és a lakossági hiteltöbblet (ami a lakossági fogyasztást csökkentő tényező) viszont meghaladja tervezett értékeit.

Összességében megállapíthatjuk, hogy a VII. ötéves terv — a modellünkkel számított optimális pályákhoz képest — túlzott növekedést irányoz elő, ugyanakkor a külgazdasági kérdéseket túl optimistán kezeli.

Harmadik lépésben kerül sor a gazdaságpolitikai prioritások vizsgálatára. Ennek során feltételeztük, hogy a gazdaságpolitika irányítói valamely állapotváltozó tervezett alakulását akkor is biztosítani akarják, ha ez más változóknál a tervezett pályáktól való távolodást idéz elő. Erre vonatkozóan több pályát számítottunk ki. Feltételeztük, hogy az a változó, aminek prioritása van a többivel szemben

A: a nem rubel relációs külkereskedelmi egyenleg
B: a rubel relációs külkereskedelmi egyenleg
C: a bruttó termelés
D: a beruházás (állami+vállalati).

Ezeket a változatokat összefoglalóan a *3. táblázat* jellemzi.

3. táblázat:
Kiemelt prioritások mellett számított modellpályák

Pálya / Jellemző	Valamely változó prioritásával számított pálya					
	Tervezett pálya	Optimális pálya	A változat: nem rubel egyenleg	B változat: rubel egyenleg	C változat: bruttó termelés	D változat: beruházás
Bruttó termelés 1990/85	1,36	1,33	1,51	1,33	1,36	1,33
Beruházás 1990/85	1,54	1,48	1,36	1,49	1,44	1,54
Nem rubel import 1990/85	1,35	1,46	1,37	1,48	1,47	1,44
Nem rubel export 1990/85	1,37	1,27	1,32	1,27	1,29	1,27
Rubel import 1990/85	1,30	1,34	1,25	1,30	1,26	1,44
Rubel export 1990/85	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28
Lakossági fogyasztás 1990/85	1,38	1,40	1,54	1,39	1,42	1,39
Közösségi fogyasztás 1990/85	1,47	1,32	1,32	1,32	1,33	1,34
Kumulált nem rubel egyenleg md Ft 1986–90	107,2	87,1	107,2	86,8	91,6	94,1
Kumulált rubel egyenleg md Ft 1986–90	16,9	13,0	−29,3	16,9	−22,9	−47,1

Az eredmények alapján a következő fő megállapításokat tehetjük:

- A nem rubel relációs külkereskedelmi egyenleg tervezett alakulásának biztosításához a tervezettnél és az optimálisnál is jóval dinamikusabb termelésbővülés szükséges, amit a tervezettnél kisebb volumenű beruházás mellett kell elérni.

- A rubel relációs külkereskedelmi egyenleg tervezett pályán tartása az optimális pályához közeli megoldást ad.

– A bruttó termelés alakulását a tervezettnél jóval alacsonyabb beruházási növekedési ütem mellett, de a nem rubel külkereskedelmi egyenleg kedvezőtlenebb alakulásával lehet a tervezett pályán tartani.

– Ha a beruházások az — optimálisnál gyorsabb — tervezett ütemben bővülnek, az optimálishoz közeli pályát kapunk. A szükséges többlettforrásokat a modell rubel importból fedezi, de szembetűnő, hogy a beruházások gyorsabb növekedése nem jár sem a termelés, sem az export, sem pedig a fogyasztás gyorsabb bővülésével, ami a beruházások igen alacsony hatékonyságára utal.

– A lakossági fogyasztás növekedési üteme minden pályán meghaladja a tervezettet.

– Ami az egyes pályákhoz tartozó szabályozókat illeti, számításaink két fő jellegzetességet mutatnak:

1.) A nyereségági fejlesztési alap értéke minden változatban — még abban is, amelyben a beruházások volumene a tervezett szerint alakul — jóval alacsonyabb a tervezettnél. Ugyanez érvényes, csak kisebb mértékben a beruházásokhoz kapcsolódó másik szabályozóra, a tervezett gépimportra is.

2.) A lakossági fogyasztás szabályozására, a modell minden változatban azt az utat választja, hogy a tervezettnél magasabb jövedelem mellett a megtakarítás is magas szintet ér el.

Eddigi munkánkat összefoglalva szeretnénk hangsúlyozni, hogy egy kutatás első lépéseinél tartunk, tudjuk, hogy konkrét modellünk sok vonatkozásban túlzottan leegyszerűsített, számos ponton tökéletesítésre szorul, és az itt leírt eredményekből nem is szeretnénk messzemenő gazdaságpolitikai következtetéseket levonni, azokat csupán illusztrációnak szántuk, hogy ezzel érzékeltessük, milyen típusú vizsgálatokra alkalmasak a lineáris–kvadratikus szabályozási modellek. Ezzel együtt talán sikerült bemutatnunk, hogy az ilyen típusú modellekkel érdemes foglalkozni, azok a tervezés számára hasznosítható információkat adhatnak.

(Beérkezett: 1988. december 20-án.)

Irodalom

1. BERDE ÉVA (1986): *A vegyes irányítás egy aggregált modellje.* (VIRAG), OT TGI, Budapest.
2. CHOW, G. C. (1970): Optimal Stochastic Control of Linear Economic Systems. *Journal of Money, Credit and Banking* 2.
3. CHOW, G. C. (1973): Problems of Economic Policy from the Viewpoint of Optimal Control *The American Economic Review* 1973 December
4. FLETCHER, R. – JACKSON, M. P.: Minimization of quadratic function of many variables subject only to lower and upper bounds. *AERE–T. P.* 528.
5. FRIEDMAN, B. M. (1972): Optimal Economic Stabilization Policy: An Extended Framework. *Journal of Political Economy* 5.
6. GYURKOVICS ÉVA (1984): *Diszkrét idejű lineáris–kvadratikus vezérlelési feladatok.* OT TGI, Budapest.

7. KLEMENCSICS MÁRTA – POVILAITIS SIGITAS (1987) : *Első számítások egy aggregált szabályozáselméleti modellel.* OT TGI, Budapest.
8. MIHÁLYFFY LÁSZLÓ – BAGDY GÁBOR (1986): Nagyméretű dinamikus nemlineáris ökonometriai modellek szabályozására alkalmas számítógépes programok. *Szigma* 3.
9. SANDBLOOM, D.–L. ('986): On the effects of smoothing optimal economic policies. (*Előadás az 5. IFAC/IFORS konferencián*, Budapest, 1986. junius).
10. TURNOVSKY, S. J. Optimal Control of Linear Systems with Stochastic Coefficients and Additive Disturbances.
Megjelent: PITCHFORD, J. D. and TURNOVSKY, S. J. (eds.): *Applications of Control Theory to Economic Analysis.* North-Holland Publishing Co. 1977.

An Optimal Control Model and Its Application in Economic Policy Analysis

Optimal control models which represent the real and control spheres of the economy in their interrelations can be well used in the study of economics, economic policy and planning. These models possess two important properties: they are dynamic models but they not only describe processes but also provide an opportunity for modellers to intervene.

We present the solution algorithm of a linear-quadratic optimal control problem and concrete model computations which illustrate the application possibilities of such models.

For the solution of linear-quadratic optimal control problems the Chow method is most generally used, which carries out the determination of optimal control in a recursive way, solving a series of Riccati equations. But in this case there is no way to set individual upper and lower bounds to the values of the control variables which, however, are necessary in economic applications. Therefore, in the course of solutions, the problem is transformed into a quadratic programming one, where, though the number of variables is a multiple of the original, the constraint system becomes highly simplified: it only comprises lower and upper bounds on the control variables. Thus we have finally succeeded in working out a rapid and efficient solution algorithm.

In the second part of the article the application of the method is presented. We have worked out an aggregated model, based merely on the main national economic categories, with which we have attempted to explore the scope of manoeuvring of economic policy and examine the impact of economic policy priorities. The model computations have been performed in three steps:

- consistency analysis of the 7th five-year plan,
- determination of optimal real and control paths,
- investigation of economic policy priorities.

The article gives a detailed review of the numerical results and the economic conclusions derived from them.