

SIMONOVITS ANDRÁS

A szocialista gazdaság beruházási ciklusainak matematikai modellje

1. Bevezetés

1.1. Expozíció

Dolgozatomban a *szocialista gazdaság beruházási ciklusait* egy viszonylag egyszerű matematikai modellel vizsgálom. Folytatva a SIMONOVITS (1987) és (1988a) dolgozatpárban elkezdett munkát, olyan modellt óhajtok szerkeszteni, amelyben a szocialista gazdaság beruházási ciklusai nem egyszerűen a rosszul megválasztott reakciók következményei, hanem a hiánygazdaságban uralkodó feszültségek enyhítésének szükségszerű velejárói. Míg korábbi két dolgozatom vagy a belső, vagy a külső feszültség ingadozását vizsgálta, most a két feszültség együttes (bár késleltetett) hullámszerűségét vizsgálom. Módszertani okokból a szocialista gazdaság klasszikus korszakát, az 1960-1973-as éveket vizsgálom.

Kiindulásul BAUER (1978) és (1981) munkája szolgál, amely monografikusan dolgozta föl a témát.¹ A modellezésnél nagymértékben támaszkodhattam korábbi modellekre: KORNAI (1976), (1982) és LACKÓ (1980), (1987), (1988).² Természetesen hasznosítottam az említett források által ihletett dolgozatokat is, köztük saját korábbi — részben Kornai Jánossal közösen írt — cikkeimet: SIMON (1981), KORNAI-SIMONOVITS (1982), (1983) és SIMONOVITS (1986). A források bősége ellenére igyekeztem a cikket úgy megírni, hogy az előzmények ismerete nélkül is érthető legyen.³

¹ A dolgozatban nem foglalkozunk alternatív cikluselméletekkel. Mindazonáltal felhívjuk az Olvasó figyelmét SOÓS (1986) monográfiájára (lásd még SOÓS (1983)), amely számos ponton egyetért Bauer cikluselméletével, Kornai hiányelméletével és Lackó modellezésével, alapvető kérdésekben azonban szemben áll velük.

² A továbbiakban nem hivatkozom külön LACKÓ (1988)-ra, amely a publikálatlan LACKÓ (1987) számunkra legfontosabb részeinek angol nyelvű publikációja.

³ Mindenekelőtt köszönetet mondok Kornai Jánosnak és Lackó Máriának, akiknek munkája és támogatása nélkül ez a dolgozat nem született volna meg.

Köszönet illeti a dolgozat korábbi változatainak bírálóit: Ábel Istvánt, Bauer Tamást, John Bonint, Bródy András, Gács Jánost, Halpern Lászlót, Kapitány Zsuzsát, Király Júliát, Michael Lovellt, Martos Bélát, Molnár Györgyöt, Simon András, Soós K. Attilát, Tarján Tamást és Vincze Jánost. Természetesen a dolgozatban kifejtett állításokért és az esetleges hibákért kizárólag én vagyok felelős.

Az említett kutatásokkal párhuzamosan fejlődött a TÉNYI (1976) és a TARJÁN-TÉNYI (1977) cikkel fémjelzett irányzat, amelyet Bródy kezdeményezett, és BRÓDY (1980) és TARJÁN (1987) foglalt össze.

Bár nem foglalkozom a tőkés gazdaság beruházási ciklusaival, néhány klasszikus cikk módszertani gondolatait felhasználom: FRISCH (1933), SAMUELSON (1939), KALECKI (1933) és HICKS (1950). (A gazdasági ciklusokról szóló összefoglaló cikk ZARNOWITZ (1985), amely azonban meg sem említi a szocialista gazdaságot.)

Modellem statisztikailag mért vagy mérhető mennyiségekkel dolgozik, ökonometriai elemzésre azonban nem használható. LACKÓ (1980) és (1987) egy-egy hasonló modellt ökonometriailag verifikált.⁴

1.2. A modell dióhéjban

A modellen végig húzódik KORNAI (1980) gondolata: a szocialista gazdaságban a termelési és különösen a beruházási célú kereslet majdnem végtelen. Az állandó túlkereslet folytán kialakuló *feszültségeket* mennyiségi (árjelzés nélküli) szabályozási mechanizmusok korlátozzák, (KORNAI, 1982).

BAUER (1981) nyomán a beruházási folyamatnak kétféle feszültségét különböztetjük meg: a *külső és a belső* feszültséget, (v.ö. LACKÓ (1980) és (1987)). A *külső* feszültséget vagy a fogyasztási hányad elégtelenségével vagy a külkereskedelmi mérleg hiányával mérjük. A *belső* feszültség definiálásához a következő fogalmakat kell bevezetnünk.

Minden gazdaságban jelentős eltérés lehet az adott évben beruházásra fordított eszközök volumene (röviden: *beruházás*), az adott évben indított beruházási akciók *várható teljes költsége* (röviden: *indítások*) és az adott évben üzembe helyezett beruházások volumene (röviden: *üzembe helyezés*) között. (BAUER (1981, 1. és 2. fejezet); lásd még: FRISCH (1933) és KALECKI (1933)). Mivel a beruházási akciók általában több évig tartanak, párhuzamosan különböző években indított beruházási akciókat valósítanak meg. A folyamatban lévő beruházások *teljes és maradék költségelőirányzata* — az utóbbit *beruházási elkötelezettségnek* is nevezik — Bauer szerint alapvető szerepet játszik a szocialista gazdaság beruházási ciklusaiban. Míg Bauer elsősorban a teljes költségelőirányzat és a beruházás hányadosával, a beruházások szétforgácsoltásával számol, mi — KORNAIT (1982) és LACKÓT (1980) követve — a maradék költségelőirányzat és a GDP hányadosával dolgozunk, és *belső* feszültségnek e hányados minimális értéke fölötti részét nevezzük.

Mint említettük, a döntések feszültségeket gerjesztenek, s a feszültségekre reagálnak a döntések. Először a feszültségek keletkezését tanulmányozzuk.

⁴ A teljesség kedvéért megemlítek néhány olyan ökonometriai modellt, amely a szocialista gazdaság beruházási folyamataival foglalkozik: GROSFELD (1987), ROLAND (1987) és SIMON (1981).

A külső feszültség a beruházási hányad növekvő függvénye. Ez az összefüggés szinte definíció szerint igaz, ha figyelembe vesszük, hogy a készletfelhalmozási hányad együtt változik a beruházási hányaddal. A túlberuházás tehát túlfelhalmozás, amely vagy a) a fogyasztást, vagy b) a külkereskedelmi mérleget terheli. Az a) esetet OLIVERA (1960) tanulmányozta, a b) esetet pedig ZALA (1967). BAUER (1978) és (1981) *fogyasztás-szimmetrikus*, ill. *külkereskedelem-szimmetrikus* beruházási ciklusnak nevezte a két esetet. Mi a továbbiakban a b) esetet vizsgáljuk.

A belső feszültség, ill. az elkötelezettség keletkezésének megmagyarázása jóval bonyolultabb. Kiindulásul tegyük föl, hogy a) a beruházási költségelőirányzatok minden évben pontosak és b) minden változó azonos és állandó ütemben növekszik. Az a) feltétel mellett a beruházási elkötelezettség változása az indításnak és a beruházásnak a különbsége. Ha a b) feltétel is teljesül, akkor az elkötelezettség változása (azaz az indítás és a beruházás különbsége) egyenlő a korábbi elkötelezettség és a növekedési ütem szorzatával. Rögtön adódik a következtetés: egyenletesen növekvő gazdaságban az indítás nagyobb, mint a beruházás.

Ha föloldjuk az egyenletes növekedés feltételezését, akkor előfordulhat, hogy az alsó fordulóponton az indítás kisebb a beruházásnál, tehát az elkötelezettség csökken. Ennek ellenére a ciklus egész tartamára, időátlagokat véve, érvényes a fenti összefüggés. Bauer cikluselméletének egyik alaptétele szerint a szocialista gazdaságban a ciklus átlagában a beruházáshoz képest túl nagy az indítás, ezt lehetővé teszi a BAUER (1981) által leírt *tervbeakaszkodás*, s ezért *túlzott elkötelezettség* alakul ki.

A szocialista gazdaságban azonban a költségelőirányzatokat minden évben rendszeresen túllépi, mert a *költségeket alátervezik*, a beruházási igények jelentős részét elbújtatják (KORNAI (1966, 9. fejezet), BAUER (1981, 1. és 23. fejezet), BRÓDY (1983) és SOÓS (1986)). Emiatt mind az indítás, mind az elkötelezettség fogalma módosul, sőt, egyesek szerint értelmét veszti (SOÓS, 1986).

Ezt a nehézséget a dolgozat a költségnövekedési folyamat explicit modellezésével próbálja meg leküzdeni. A fent leírt elkötelezettségváltozást kiegészítjük az elkötelezettségnek a költségnövekedésből fakadó, ún. *autonóm növekményével*, amelyről feltesszük, hogy az előző évi (záró) elkötelezettség növekvő függvénye.⁵ (Aláhúzzuk, hogy belső feszültség költségtúllépés nélkül is keletkezik, és a költségtúllépés tovább növeli e feszültséget!) Ezzel a feszültségek keletkezését leírtuk.

Rátérünk a feszültségekre való reagálás magyarázatára. *Bauert* követve feltesszük, hogy az indítási hányad az *indítás igényhányadnál* kisebb és az előző év feszültségeinek csökkenő függvénye (v.ö. *Bauer* jóváhagyási koefficiensével).

Hasonlóan: a beruházási hányad az autonóm beruházási hányadnál nagyobb és az előző évi belső feszültségnek növekvő függvénye.

⁵ A dolgozat beadása után BAGDY (1989) jobb megközelítést javasolt: a költségtúllépés az indítással arányos.

Ez a feltevés eléggé ritka az irodalomban. LACKÓ (1980), (1987), SIMONOVITS (1988a) kivételével a belső feszültséggel is foglalkozó tanulmányok föltették, hogy a beruházás az ideai és a korábbi évek indításának függvénye, amelyet FRISCH (1933) és BAUER (1981) nyomán *folytatási függvénynek* hívunk. A szóban forgó írások föltették, hogy e folytatási függvény kívülről adott és időben változatlan (v.ö. JORGENSON (1963)). Könnyen belátható, hogy a folytatási függvények segítségével az elkötelezettség is kifejezhető az ideai és a korábbi évek indításának függvényeként.

Az osztott késleltetésen alapuló folytatási függvény azonban súlyos terheket rakott a modellezők vállára: (i) A magyar statisztika szűkmarkúan bánt mind az indítási és az elkötelezettségi idősorok mind a megvalósítási arányok publikálásával. A folytatási függvény szakértői becslései meglehetősen szóródnak (LACKÓ, 1987). (iii) A modell kvalitatív viselkedése nagyon érzékenyen függ a megvalósítási eloszlástól (TARJÁN, 1987). (iv) Egyes kutatók kétségbe vonják a megvalósítási eloszlás létezését (SOÓS, 1983, 1986). E nehézségek megkerülésére LACKÓ (1980) a következő szellemes egyszerűsítést javasolta: osszuk három részre a beruházást: (i) „első éves” ráfordítások, (ii) folytatási ráfordítások és (iii) gyorsítássalassítás; de LACKÓ (1987)-ben már nem szerepel a (iii) megkülönböztetés. Sőt, Martos Béla — dolgozatom korábbi változatát olvasva — felhívta a figyelmemet arra, hogy az (i) rész is beolvasható. S ekkor a LACKÓ (1980) cikkben csupán a (ii) részre kimondott összefüggés most a teljes beruházásra érvényes: A beruházási hányad növekvő függvénye a belső feszültségnek. (A filológiai pontosság kedvéért megemlítjük Bauer következő megállapítását: „A tervezettnél nagyobb beruházási elkötelezettségnek a beruházási volumen mind gyorsabb — az eredetileg tervezettnél gyorsabb — növelésével teret engednek.” (BAUER (1981, 16. o.))

1.3. Eredmények

Miután körvonalastuk modellünket, röviden összefoglaljuk a dolgozat eredményeit.

a) „A szabályozás árjelzések nélkül” (KORNAI–MARTOS szerk. (1981)) egyik központi fogalma a *norma*, amely körül a változó ingadozik. Például, modellünkben a beruházás normától való eltérése arányos az előző évi elkötelezettség normától való eltéréseivel. Ez a szabályozás biztosítja, hogy hosszú idő átlagában mind a beruházási, mind az elkötelezettségi norma érvényesül.

A korábbi modellek sémében (mint pl. KORNAI–MARTOS szerk. (1981), KORNAI (1982), KORNAI–SIMONOVITS (1982) és LACKÓ (1980)) a normák kívülről adott, *exogén* mennyiségek. (Ezt kifogásolta HARE (1988)). Ezzel szemben nálunk a normák modellen belül meghatározott, *endogén* értékek (mint pl. KORNAI–SIMONOVITS (1983)). A szabályozási egyenletben egyes paraméterek (mindenekelőtt az indítási igényhányad) állandók, míg más paraméterek (a reakcióegyütthatók) változtathatók. A paraméterek változásával változnak a normák. Hamarosan látjuk majd e megközelítés előnyeit.

b) BAUER (1981) több helyen (pl. 345. o.) hangsúlyozza, hogy a norma körüli ingadozás *szimmetriája* mellett *aszimmetria* is jellemzi a szocialista gazdaság

beruházási ciklusait: a feszültségek mindig pozitívak (ezt egyébként SOÓS (1986, 209–230.o.) kétségbe vonja), a beruházási igények mindig rostálódnak. Valószínűleg ez az aszimmetria késztette Bauert arra, hogy a norma szerinti szabályozás érvényességi körét a ciklus alsó fordulópontjára korlátozza, s a felső fordulóra egy más, az ún. *túréshatár* szerinti szabályozást posztuláljon. Az endogén normák bevezetésével a norma szerinti szabályozás szimmetriája összeegyeztethetővé válik a ciklus aszimmetriájával; főleges tehát a felső fordulópont külön kezelése: a norma szerinti szabályozás az egész periódusra kiterjeszhető.

c) Ellentétben Bauer verbális leírásával és összhangban SIMONOVITS (1988a) megállapításával, a modell keretei között léteznek *aperiodikus* (oszcillációmentes) rendszerek, azonban *reális paraméterek* mellett ezekben az aperiodikus rendszerekben a normál belső feszültség elviselhetetlenül nagy (pl. a beruházások megvalósítási ideje öt év, lásd SIMONOVITS (1988a)). A normál belső és külső feszültség csökkentéséhez bizonyos reakciók erősítésére van szükség, amelyek mindenképpen oszcillációt okoznak. Bizonyos esetekben (de nem mindig) a *feszültségenyhítés és a stabilizálás* ellentétbe kerül egymással, s kompromisszumként a beruházási ciklus adódik.⁶

d) Az általunk leírt *költségtüllépesi folyamat létezése* — BAUERREL (1981, 348. o.) ellentétben — *a beruházási ciklusnak sem nem szükséges, sem nem elégséges feltétele*. Belátható, hogy a túlsótt indítási szándék a legpontosabb költségvetés mellett is ciklust gerjeszt; ugyanakkor mérsékelt indítási szándék mellett reális mérvű költségtüllépés önmagában nem vezet ciklushoz. (Az eltérést valószínűleg az okozza, hogy Bauernál a költségtüllépés meglepi a döntéshozókat, nálam viszont nem.)⁷

e) Modellünkben egyszerűen meghatározható a *ciklus feltétele, a periódus, a ciklus fázisai és a fázisok sorrendje*. BAUER (1981, 14–16.o.) elméletével összhangban a fázisok sorrendje a következő: 1. megélnkülés, 2. fellendülés, 3. megtorpanás és 4. visszaesés. Kiderül, hogy 4 éves periódus esetén a belső feszültség (az elkötelezettség) és az indítás figyelembevétele nélkül is leírható a külső feszültség (nettóimport) és beruházás ingadozása, melyet ZALA (1967) nyomán SIMON (1981) és SIMONOVITS (1987) modellezett.

1.4. A dolgozat szerkezete

A dolgozat a következő részekből áll: 1. Bevezetés. 2. A modell. 3. Normák és ingadozások. 4. Feszültségenyhítés és stabilizálás. Függelék: A nehezebb matematikai állítások igazolása.

⁶ Vincze János felhívta a figyelmet arra, hogy külkereskedelem-szimmetrikus, azaz fogyasztás-párhuzamos ciklusnál a külső normál feszültség enyhítése egyben a normál fogyasztási hányad csökkentése is.

⁷ Az 5. lábjegyzetben említett BAGDY (1989)-féle megközelítésben Bauer állítása igaz!

1.5. A modell korlátai

Eddig a modell érényeit domborítottuk ki. Itt az ideje, hogy a modell korlátaival foglalkozzunk. Mindenekelőtt megemlítjük, hogy az ökonometriai verifikálás egyelőre nagyon bizonytalan, főleg az indítási és az elkötelezettségi idősorok „konstruálása” miatt. (Ezzel a kérdéssel LACKÓ (1987) foglalkozik alaposabban.)

A modellezésnél számos olyan tényezőt figyelmen kívül hagytunk, amelynek BAUER (1981) nagy jelentőséget tulajdonít: pl. a tervezési rendszer sajátosságait (v.ö. GÁCS-LACKÓ (1974)), a beruházási kapacitás korlátozó szerepét, az építési és a gépi beruházások eltérő viselkedését, a dollár- és rubelviszonylatú külkereskedelem különbségeit és kapcsolatait, stb.

Mégis remélem, hogy sikerült azokat a tényezőket kiválasztanom, amelyek nélkül lehetetlen a szocialista gazdaság beruházási ciklusainak a megértése, s amelyek segítségével a ciklus modellezhető. A megoldás problémáit magam is látom, s továbbfejlesztését elkerülhetetlennek tartom.

1.6. Következtetések

Dolgozatom a szocialista gazdaság *magyarázó-leíró* elméletéhez kíván hozzájárulni; ennek ellenére megkísérlem összefoglalni a modellezésből adódó *normatív* következtetéseket.

Eredetileg azt szerettem volna bebizonyítani, hogy a szocialista gazdaság eddigi mechanizmusaiból szinte törvényszerűen következik a beruházási ciklus. Egyelőre be kellett érnem egy jóval szerényebb állítással: Az autonóm beruházási hányad olyan kicsi, és az indítási hányad olyan nagy, hogy aperiodikus szabályozás esetén a keletkező normál belső feszültség elviselhetetlenül nagy. Paradox módon modellemben sikerült olyan reakcióegyüttható-rendszert találni, amely miközben enyhíti a normál feszültségeket, gyorsan csökkenti az oszcilláció amplitúdóját.

Úgy érzem, hogy ez a lehetőség inkább a modellre jellemző, mintsem a valóságra. Minden bizonnyal igaz Bauer tétele: a beruházási ciklus kiküszöböléséhez a gazdasági mechanizmust kell átalakítani, pl. a túlzott indítási igényeket korlátozni kell. Ezt látsszik bizonyítani két korábbi, speciális modellem is: SIMONOVITS (1987) és (1988a).

2. A modell

Ebben a pontban ismertetjük a modell alapfeltevéseit, változóit, együtthatóit és egyenleteit.

2.1. Alapfeltevések

Először kimondjuk a cikk alapfeltevéseit, majd rövid magyarázatot fűzünk hozzájuk. A speciális feltevéseket majd a megfelelő helyeken ismertetjük.

A1. Létezik egy homogén *makrotermék*, amely egyaránt termelhető, beruházható, fogyasztható, exportálható és importálható.

A2. Sem a belső, sem a külső árak nem hatnak a gazdaság működésére.

A3. A *nettóimport-hányad* a beruházási hányad növekvő függvénye (minden hányad a GDP-re vonatkozik).

A4. A beruházási szféra *külső feszültségét* a nettóimport-hányad növekvő függvényével definiáljuk.

A5. A *beruházási elkötelezettség* változása két részből áll: a) az indítás és a beruházás különbségéből, b) az elkötelezettség *autonóm növekményéből*.

A6. Az *elkötelezettség autonóm növekménye* kizárólag az előző év(vég)i elkötelezettségtől függ.

A7. A beruházási szféra *belső feszültsége* a beruházási elkötelezettség GDP-hányadának növekvő függvénye.

A8. Az *indítási hányad* az indítási igényhányadnál kisebb, az előző évi belső és külső feszültségnek pedig csökkenő függvénye.

A9. A *beruházási hányad* az autonóm beruházási hányadnál nagyobb és az előző évi belső feszültségnek növekvő függvénye.

A10. A *GDP növekedési üteme* pozitív és kívülről adott, *exogén* mennyiség.

A11. Az alapeltevésekben szereplő minden *függvény időben állandó és lineáris*.

Megjegyzések. Miután kimondtuk alapeltevéseinket, rövid magyarázatokat fűzünk hozzájuk.

Az A1 feltevés megszokott a makroökonomiában.

Az A2 feltevés valójában két részből áll: a) a belső árak hatástalanok és b) a külső árak hatástalanok. Az a) feltevés szerint elhanyagolhatónak tartjuk az árak és a monetáris szféra hatását a reálváltozókra. A b) feltevés érvényes az 1960–1973-as időszakra, de nem érvényes az 1973-as olajárrobbanás utáni időszakra.⁸ Feltevéssünkkel összhangban változatlan árakkal számolunk.

Az A3 feltevés megfelelő mennyiségi feltételek mellett a külkereskedelem-szimmetrikus beruházási ciklus megfogalmazása. A fogyasztás és a készletfelhalmozás párhuzamosan mozog a beruházással, ezért modellünkben figyelmen kívül hagyjuk őket. (LACKÓ (1987) ökonometria vizsgálatából kiderül, hogy a készletfelhalmozás explicit szerepeltetése jelentősen javítja a modell illeszkedését.)

Az A4 feltevés definíció.

⁸ Mentségül említem, hogy korábbi, SIMONOVITS (1986) dolgozatomban részletesen foglalkoztam a most elhanyagolt cserearány-romlással, az adósságállománnyal mint külső feszültséggel és a növekedési ütem csökkenésével. BAUER (1987) részletesen megvizsgálja, hogyan módosul elmélete az 1980-as évek stagnáló Kelet-Európájában.

Az A5–6 feltevéspár első része definíció, második része viszont a lehető legegyszerűbben írja le a költségtüllépés folyamatát. Mivel állandó árakkal dolgozunk, az inflációs hatásokat eleve kiszűrjük. Ennek ellenére a költségtüllépési egyenletünk olyan, mintha infláció lenne: amit ebben az évben nem ruháznak be, az jövőre már többbe kerül.

A7 szintén definíció, megegyezik LACKÓ (1987) definíciójával.

Az A8 feltevés a Bauer által leírt rostálási folyamatot írja le: az indítási igények messze meghaladják a lehetőségeket, s a Központ rostálja a javaslatokat. A rostálás erőssége azonban változó — minél erősebbek a feszültségek, annál szigorúbb a rostálás.

Az A9 feltevésről részletesen beszéltünk a Bevezetésben. Itt csupán azt emelnénk ki, hogy a tényleges beruházási hányad független az előző évi külső feszültségtől. Ez egyrészt összhangban van LACKÓ (1987) becslésével, másrészt nem zárja ki, hogy a beruházási hányad erősen függjön a két évvel korábbi külső feszültségtől (SIMON (1981), SIMONOVITS (1987) és (1988b), valamint a 11. lábjegyzet).

Az A10 feltevés eléggé szokatlanul hangzik az akcelerator-elven (SAMUELSON, 1939) nevelkedett matematikai közgazdásznak, de nem igen lepi meg a szocialista gazdaság szakértőit. Az indítás – beruházás – üzembe helyezés – termelés lánc olyan hosszú és olyan gyenge, hogy a GDP növekedési üteme és a beruházási tevékenység egymástól függetlenek, legalábbis rövid- és közép távon. Egyébként feltevéssünk ökonometriailag verifikálható.⁹

Az A11 egyszerűsítő feltevéspár. Az időbeli változatlanságot kimondó feltevés jó közelítéssel érvényes az 1960–73-as gazdaságtörténeti korszakra. A függvények linearitását kimondó feltevés gondot okoz a ciklus modellezésében (HICKS, 1950)¹⁰ de e feltevés nélkül nem tudnánk vizsgálni a reakciók és a normák kapcsolatát.

2.2. A modell változói és együttthatói

A modellen belül megkülönböztetünk abszolút- és hányadosváltozókat, valamint együttthatókat.

⁹ Összehasonlítául felsorolom, hogy a korábbi dolgozatok milyen feltevéssel éltek a GDP növekedési ütemével kapcsolatban. KORNAI (1982): a hosszú távú növekedési ütem állandó, a rövid távú függ a kapacitásoktól és a feszültségektől. KORNAI–SIMONOVITS (1983) és SIMONOVITS (1986): a hosszú távú növekedési ütem süllyedő, a rövid távú függ a feszültségektől, SIMON (1981) és LACKÓ (1981): a GDP exogén változó.

¹⁰ Hicks cikluselméletében az eredeti lineáris rendszer instabil, de a működőképességi korlátok ciklikussá szelidítették a rendszert. SIMONOVITS (1981) bemutatta az ellenkező esetet is: az eredeti lineáris rendszer stabil, de a működőképességi korlátok instabillá változtatták a rendszert.

Abszolút változók

$$Y = \text{GDP},$$

$$I = (\text{Bruttó}) \text{ beruházás},$$

$$M = \text{Nettóimport (=import-export)},$$

$$S = \text{Beruházási indítás volumene (röviden: indítás)},$$

$$K = \text{Beruházási elkötelezettség évvégi volumene (röviden: elkötelezettség)}.$$

*Hányadosváltozók*¹¹

Növekvő gazdaságban abszolút mennyiségek helyett célszerűbb relatív mennyiségekben gondolkodni. A szokástól eltérően inkább GDP-hányadosokkal dolgozunk, mint növekedési ütemekkel.

$$i = I/Y = \text{beruházási hányad},$$

$$m = M/Y = \text{nettóimport-hányad},$$

$$s = S/Y = \text{indítási hányad},$$

$$k = K/Y = \text{elkötelezettségi hányad},$$

$$n = \text{külső feszültség},$$

$$b = \text{belső feszültség}.$$

Együtthatók

$$(-\mu) = \text{a nettóimport értéke nulla beruházás mellett},$$

$$\mu_i = \text{nettóimport - beruházás együttható},$$

$$m^* = \text{minimális nettóimport-hányad (értéke függ a láthatatlan külkereskedelmi forgalomtól)}.$$

$$f_K = \text{az elkötelezettség autonóm növekedési együtthatója},$$

$$k^* = \text{az elkötelezettségi hányad minimális értéke},$$

$$i = \text{autonóm beruházási hányad},$$

$$i_b = \text{belső feszültség - beruházás reakcióegyüttható},$$

$$\sigma = \text{indítási igényhányad},$$

$$\sigma_b = \text{belső feszültség - indítás reakcióegyüttható},$$

$$\sigma_n = \text{külső feszültség - indítás reakcióegyüttható},$$

$$\delta = \text{a GDP növekedési együtthatója (=1+növekedési ütem)}.$$

2.3. A modell egyenletei

A feltevések és a jelölések előrebocsátása után már ujjgyakorlat az egyenletek fölrása. Mindössze az abszolút változókra kimondott összefüggéseket kell átírni relatív változókra. Az időt általában nem jelöljük: $K(t)$ illetve $K(t-1)$ helyett K , illetve K_{-1} szerepel, míg $K(-1)$ -et $K_{(-1)}$ jelöli.

Feltevéseink szerint $K - K_{-1} = S - I + (f_K - 1)K_{-1}$, azaz $K = f_K K_{-1} + S - I$. Összük el mindkét oldalt $Y = \delta Y_{-1}$ -gyel, és alkalmazzuk a hányadosváltozókat:

¹¹ A statisztikai gyakorlatban a hányadosváltozók nevezőjében nem a megtermelt, hanem a felhasznált jövedelem áll. A linearitás megtartása érdekében mi a megtermelt jövedelmet szerepeltetjük.

$k = f_k k_{-1} + s - i$, ahol $f_k = f_K/\delta$. (Figyelem: f_K az autonóm költségnövekedés abszolút együtthatója, míg f_k relatív együttható!)

A többi egyenletet közvetlenül fölírhatjuk.

Elkötelezettségi hányad

$$k = f_k k_{-1} + s - i, \quad 1/\delta \leq f_k \leq 1. \quad (1)$$

Belső feszültség

$$b = k - k^*, \quad k^* > 0. \quad (2)$$

Nettóimport-hányad

$$m = -\mu + \mu_i i, \quad \mu > 0 \quad \text{és} \quad \mu_i \geq 1. \quad (3)$$

Külső feszültség

$$n = m - m^*. \quad (4)$$

Indítási hányad

$$s = \sigma - \sigma_b b_{-1} - \sigma_n n_{-1}, \quad \sigma, \sigma_b, \sigma_n > 0. \quad (5)$$

Beruházási hányad

$$i = \iota + \iota_b b_{-1}, \quad \iota, \iota_b > 0. \quad (6)$$

Megjegyzések. 1. A modell egyenletei közgazdasági tartalmukat tekintve nagyon hasonlítanak LACKÓ (1980) és (1987) egyenleteire. Matematikailag a mi egyenleteink egységesebbek, mert rövidebbek a késleltetések és kevesebb a változó.

2. Problematikus az autonóm beruházás elnevezés, mert összetéveszthető HICKS (1950) autonóm beruházásával. Nálunk a beruházásnak a belső feszültségtől független részéről van szó, míg Hicksnél a termelés növelésétől független részéről.

3. Az (1) egyenlet után szereplő egyenlőtlenségpár magyarázatra szorul. Az $1/\delta \leq f_k \leq 1$ bal és jobb oldala azt fejezi ki, hogy az elkötelezettség autonóm növekedési üteme nem negatív, ill. legfeljebb akkora, mint a GDP növekedési üteme. Tekintettel arra, hogy a vizsgált időszakban a GDP évente kb. 5%-kal növekedett, és a beruházások kivitelezése több (pl. 4) évre elhúzódott, korlátunk tetemes, (5-20%-os) költségnövekedést is megenged. (Pl. ha a ráfordítások sőme az utolsó évre esik, akkor a költségnövekedés majdnem $4 \times 5\% = 20\%$.) Az $f_k > 1$ eset kizárását a 4. tételhez fűzött megjegyzésben indokoljuk majd.

4. A (3) egyenlet és a benne szereplő feltévespár is magyarázatot igényel. Induljunk ki az $M = Q + I + C - Y$ azonosságból, ahol Q és C a készletfelhalmozást, ill. a fogyasztást jelöli. Az azonosságot Y -nal osztva az $m = q + i + c - 1$ azonossághoz jutunk, ahol $q = Q/Y$ és $c = C/Y$ a készletfelhalmozási-, ill. a fogyasztási hányad. Tapasztalatok alapján első közelítésben feltesszük, hogy a készletfelhalmozás és a fogyasztás arányos a beruházással; ugyanez igaz a hányadosokra: $q = \Theta_i i$ és $c = \tau + \tau_i i$, ahol $\Theta_i \geq 0$ és $0 \leq \tau, \tau_i < 1$. Behelyettesítve: $m = (\tau - 1) + (\Theta_i + 1 + \tau_i) i$, ahol a $(-\mu)$ -vel jelölt állandó tag negatív, a μ_i -vel jelölt együttható pedig legalább 1.

5. A modell hat egyenletből áll, hat változó szerepel benne, és két kezdeti érték határozza meg a rendszer pályáját: $k_{(-1)}$ és $m_{(-1)}$. A modell *rekurzív*, azaz az egyenleteket megfelelő sorrendbe szedve a változók egymás után meghatározhatók. Valóban, (k_{-1}, m_{-1}) (2) és (4) segítségével meghatározza a (b_{-1}, n_{-1}) feszültségpárt, amelyet behelyettesítve (5-6)-ba adódik az (s, i) döntéspár. Innen már (1)-ből adódik k és (3)-ból m .

Az alapegyenletek

Hat egyenletből és hat változóból álló modellünk vizsgálatát nagyban egyszerűsíti, ha a két feszültségváltozó függvényében kifejezzük a többi négy változót, és levezetünk két olyan egyenletet, — az ún. *alapegyenleteket* — amelyek a feszültségváltozók dinamikáját a többi változótól függetlenül írják le. A feszültségpályák ismeretében a többi változó kiszámítása már gyerekjáték.

Levezetés nélkül közöljük a két alapegyenletet.

Alapegyenletek

$$b = \beta + \beta_b b_{-1} - \beta_n n_{-1} \quad (7)$$

és $(b_{(-1)}, n_{(-1)})$ adott

$$n = \alpha + \alpha_b b_{-1}, \quad (8)$$

ahol

$$\beta = (f_k - 1)k^* + \sigma - \iota, \quad \beta_b = f_k - \sigma_b - \iota_b, \quad \beta_n = \sigma_n \quad (9)$$

és

$$\alpha = -\mu + \mu_i \iota - m^*, \quad \alpha_b = \mu_i \iota_b. \quad (10)$$

Megjegyzés. A (7-8) alapegyenlet-rendszer két elsőrendű, kétváltozós differenciaegyenletből áll, s a rendszer rekurzív; adott (b_{-1}, n_{-1}) esetén (b, n) egyértelműen meg van határozva.

1. *segéd-tétel:* Az (1-6) eredeti egyenletrendszer ekvivalens a (7-8) alapegyenlet-rendszerrel.

Ezzel a modell ismertetését befejeztük.

3. Normák és ingadozások

Ebben a pontban az előzőleg bevezetett modell stacionárius pályáját és a körülötte való ingadozást tanulmányozzuk.

3.1. Stacionárius pálya

A dinamikus modellekben a stacionárius pálya kitüntetett szerepet játszik. Definíáljuk először magát a fogalmat!

Definíció: A (7–8) alaprendszer *stacionárius pályája* (pontja) egy olyan (b^0, n^0) feszültségpár, amelyből indítva az alaprendszert, az mindig ott marad. Képletben:

$$\text{Ha } (b_{(-1)}, n_{(-1)}) = (b^0, n^0), \text{ akkor } (b, n) = (b^0, n^0). \quad (11)$$

Megjegyzés. Nyilvánvaló, hogy a többi változó stacionárius értéke is kifejezhető a stacionárius feszültségek függvényében:

$$k^0 = b^0 + k^*, \quad m^0 = n^0 + m^*, \quad i^0 = \iota + \iota_b b^0 \quad \text{és} \quad s^0 = \sigma - \sigma_b b^0 - \sigma_n n^0. \quad (12)$$

Az előkésszületeket befejezván, kimondhatjuk a stacionárius pálya létezését és egyértelműségét.

1. tétel: A (7–8) alaprendszer *stacionárius pályája létezik és egyértelmű. Képlete:*

$$b^0 = (\beta - \beta_n \alpha) / \epsilon \quad \text{és} \quad n^0 = [\alpha_b \beta + (1 - \beta_b) \alpha] / \epsilon \quad (13)$$

ahol

$$\epsilon = 1 - f_k + \sigma_b + (1 + \mu_i \sigma_n) \iota_b. \quad (14)$$

Bizonyítás a Függelékben.

Megjegyzés. Feltévéseink szerint $\epsilon > 0$, tehát (13) értelmes. A (13–14) képletből leolvasható, hogy ha $f_k = 1, \sigma_b = 0$ és $\iota_b = 0$, akkor a stacionárius pálya nem létezik. Sőt, ha $f_k > 1$ és $\sigma_b < f_k - 1$, akkor b^0 negatív lenne. Ezért zártuk ki az (1) egyenletben az $f_k > 1$ esetet.

3.2. A norma szerinti szabályozás

A stacionárius pálya meghatározása után rátérhetünk a nem stacionárius pályák vizsgálatára. Célsszerű bevezetni a tényleges- és a stacionárius érték *eltéréseit*:

$$b^d = b - b^0, \quad n^d = n - n^0, \quad s^d = s - s^0 \quad \text{és} \quad i^d = i - i^0. \quad (15)$$

Helyettesítsük be (15)-öt az (5–6) szabályozási egyenletekbe:

$$s^d = -\sigma_b b_{-1}^d - \sigma_n n_{-1}^d \quad \text{és} \quad i^d = \iota_b b_{-1}^d. \quad (16)$$

Szavakban: az indítási- és a beruházási hányad stacionárius értéktől való eltérése pozitív, ill. negatív előjellel arányos a belső és a külső feszültség stacionárius értéktől való eltéréseivel, azaz *norma szerinti szabályozásról* van szó (KORNAI-MARTOS, szerk. 1981). A stacionárius értékeket *normáknak* nevezzük.

A Bevezetésben említettük, hogy dolgozatunk egyik újdonsága, hogy a normák nem kívülről adóttak, hanem a modellen belül határosódnak meg. A későbbiekben még kitérünk e felfogás előnyeire.

Egyszerű számolással belátható, hogy az eltérés-feszültségek kielégítik azt a homogén alaprendszert, amely az inhomogén (7-8) alaprendszerből az additív állandók elhagyásával keletkezik:

$$b^d = \beta_b b_{-1}^d - \beta_n n_{-1}^d \quad (17)$$

és

$$n^d = \alpha_b b_{-1}^d. \quad (18)$$

A differenciaegyenlet-rendszerek elméletéből jól ismert, hogy az eltérésváltozók dinamikájának kvalitatív tulajdonságait a (16-17) együttható-mátrix $p(z) = z^2 - \Omega z + \Theta$ karakterisztikus polinomja határozza meg, amelynek Ω és Θ együtthatója az alaprendszer paramétereinek a következő függvénye:

$$\Omega = \beta_b \quad \text{és} \quad \Theta = \beta_n \alpha_b. \quad (19)$$

A (9-10) jelölések értelmében Ω és Θ kifejezhető az eredeti paraméterek függvényeként:

$$\Omega = f_k - \sigma_b - \iota_b \quad \text{és} \quad \Theta = \mu_i \iota_b \sigma_n. \quad (20)$$

Megemlíjtjük, hogy $\epsilon = 1 - \Omega + \Theta$.

3.3. A pályák osztályozása

Diszkrét idejű, többváltozós nem-lineáris rendszerekben eléggé összetett feladat pályák kvalitatív osztályozása. Már a stabilitás/instabilitás osztályozás sem olyan egyszerű, de az igazi nehézségek az oszcilláció, és különösen a ciklus értelmezésénél lépnek föl. Szerencsénkre kétváltozós lineáris rendszerrel van dolgunk, ahol a nehézségek jelentős része elkerülhető. Lássuk a következő definíciókat (MARTOS (1981) és SIMONOVITS (1978)):

Definíciók: 1. Egy kétváltozós lineáris rendszert *aperiodikusnak* nevezünk, ha alkalmas t^0 természetes számtól kezdve az eltérés-változók előjele nem változik.

2. Egy kétváltozós lineáris rendszert *oszcillálóknak* nevezünk, ha nem aperiodikus, azaz, ha az eltérésváltozók előjele akármilyen nagy t^0 természetes szám után is változik. Kétfajta oszcillációt különböztetünk meg:

(i) *Elfajult* (kétfázisú) oszcillációt, ahol mindkét eltérésváltozó előjelváltása t^0 -tól kezdve minden évben végbe megy.

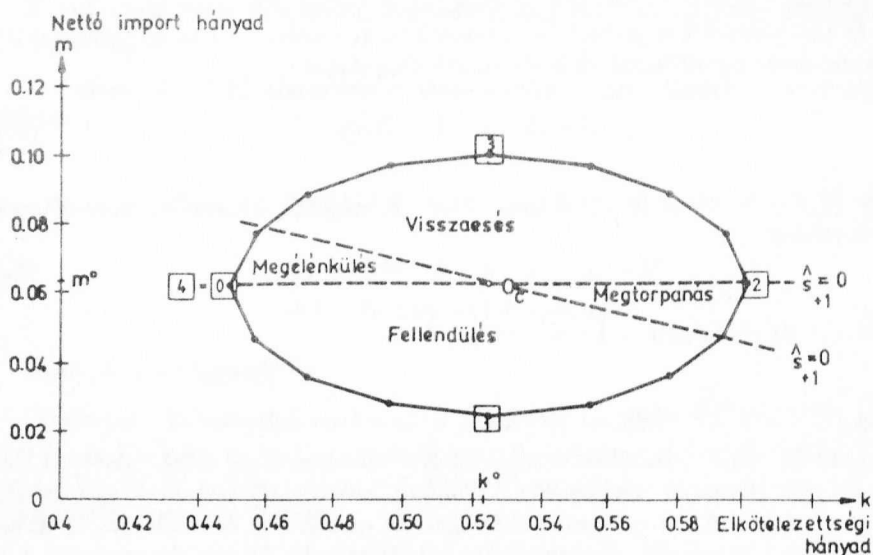
(ii) *Szabályos* (négyfázisú) oszcillációt, ahol a két eltérésváltozó előjelváltása között *késleltetés* van. Következésképpen négyféle előjel-kombináció figyelhető meg: ++, +-, --, -+, méghozzá meghatározott sorrendben.

3. Egy kétváltozós lineáris rendszert *stabílnak* nevezünk, ha az eltérésváltozók aszimptotikusan nullához tartanak.

4. Egy kétváltozós lineáris rendszert *instabílnak* nevezünk, ha az eltérésváltozók sorozata nem korlátos.

5. Egy kétváltozós lineáris rendszert szigorúan ciklikusnak nevezünk, ha sem nem stabil, sem nem instabil.

Megjegyzések: 1. Három ábrán három fajta rendszert mutatunk be: (i) szabályosan (és szigorúan) ciklikus, (ii) elfajultan oszcilláló stabil és (iii) aperiódikus stabil rendszert. Mindhárom rendszernek azonosak a következő paraméterei: $\mu_i = 1$, $\mu = 0,2$; $m^* = 0$; $f_k = 1$, $k^* = 0,4$; $\iota = 0,2$; $\sigma = 0,45$. Különböznek viszont a reakcióegyütthetők: (i) $\iota_b = 0,5$; $\sigma_b = 0,5$; $\sigma_n = 2$; (ii) $\iota_b = 0,25$; $\sigma_b = 1,5$; $\sigma_n = 0,5$; (iii) $\iota_b = 0,3$; $\sigma_b = 0,6$; $\sigma_n = 0$.

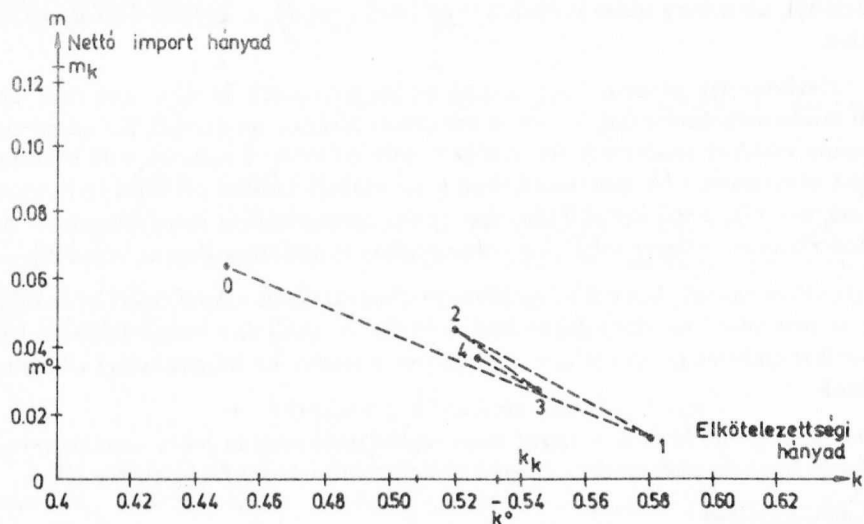


1. ábra. Szigorú ciklus és fázisai

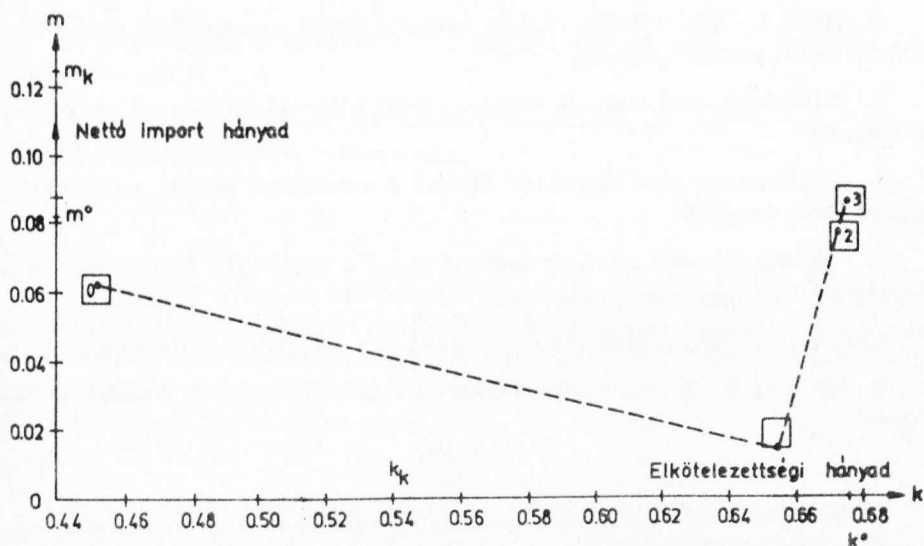
2. Figyeljük meg, hogy osztályozásunk — jelentéktelen kivételektől eltekintve — független a kezdőállapottól, azaz egy adott típusú (kétváltozós lineáris) rendszer (majdnem) minden pályája ugyanolyan típusú.

3. A szabályos oszcilláció és a szigorú ciklus definíciója nagyon körülményes. A diszkrét idő miatt szabályos oszcillációnál előfordulhat, hogy bizonyos fázisok (előjel-kombinációk) időnként kimaradnak, a szigorú ciklusnál pedig általában elmarad a visszatérés. Mindazonáltal belátható, hogy a kétváltozós lineáris rendszereknél a sem nem stabil, sem nem instabil rendszerek a szó eredeti jelentése szerint ciklikusak.

Érdekes módon a gyakorlatilag fontosabb esetben, a szabályos oszcillációnál a diszkrét idejű megoldás folytonossá tehető, s a megoldásként adódó elliptikus spirálok körbeforgási ideje meghatározza a periódust, (amely általában nem természetes szám). A szigorú ciklus zárt elliptikus spirálként ellipszisként — adódik.



2. ábra. Elfajult (és stabil) oszcilláció



3. ábra. Aperiodikus (és stabil) pálya

Természetes módon a szűkülő spirál stabil, a táguló spirál instabil oszcillációt ábrázol. Végül a csillapítási tényező (másnéven: konvergencia-sebesség) az egy körforgásra jutó szűkülés vagy tágulás átlagát mutatja.

Ugyanakkor a gyakorlatban kevésbé fontos aperiodikus mozgásnál vagy elfajult oszcillációnál, ahol vagy nincs periódus vagy 2-vel egyenlő, a folytonos kiterjesztés lehetetlen.

4. Nyelvtanilag zavaró, hogy a nem stabil rendszerek körébe nem csak az instabil rendszerek tartoznak, hanem a szigorúan ciklikus rendszerek is. Azonban a szigorúan ciklikus rendszerek fontosságára való tekintettel célszerű volt hármas felosztást alkalmazni. (A matematikában a mi stabilitásunkat aszimptotikus stabilitásnak nevezik, a mi instabilitásunkat pedig aszimptotikus instabilitásnak. A szigorúan ciklikus rendszer tehát Ljapunov-stabil, de aszimptotikusan instabil.)

Hasonlóan zavaró, hogy a közgazdaságtanban használt ciklus-fogalom sokkal tágabb a matematikai ciklus-fogalomnál. Ezért használjuk a *szigorú* jelzőt, ha matematikai ciklusra gondolunk, és hagyjuk el a jelzőt, ha közgazdasági ciklusra gondolunk.

Ismert, hogy az Ω és a Θ együttható segítségével hogyan lehet osztályozni a kétváltozós lineáris rendszereket. Megfelelő helyen hivatkozni fogunk e tételekre.

Szabályos oszcilláció

Mivel a gyakorlatban elsősorban szabályos oszcilláció fordul elő, egyelőre megelégszünk ennek vizsgálatával. Ekkor BAUER (1981, 16–19.o.) nyomán az alábbi négy fázist különböztetjük meg:

Definíció 1. Megélénkülés, ahol az indítási hányad a normájánál nagyobb, a beruházási hányad pedig kisebb.

2. *Fellendülés*, ahol mind az indítási-, mind a beruházási hányad nagyobb a normájánál.

3. *Megtorpanás*, ahol az indítási hányad a normájánál kisebb, a beruházási hányad pedig nagyobb.

4. *Visszaesés*, ahol mind az indítási, mind a beruházási hányad kisebb a normájánál.

Ezek után néhány megállapítást mondunk ki a szabályos oszcillációról.

2. tétel: a) A (17–18) rendszer akkor és csak akkor oszcillál szabályosan, ha teljesül

$$\Omega^2 < 4\Theta. \quad (21)$$

b) Szabályos oszcilláció esetén a rendszer T periódusa és Φ csillapítási tényezője független a kezdeti értékektől:

$$T = 2\pi/\psi, \quad \text{ahol } \psi = \arccos \Omega/2\Theta^{1/2} \quad (22)$$

és

$$\Phi = 1/\Theta^{1/2}. \quad (23)$$

c) A szabályosan oszcilláló rendszer akkor és csak akkor szigorúan ciklikus, ha (21) mellett teljesül

$$\Theta = 1. \quad (24)$$

d) Szabályos oszcilláció esetén négy fázis van, s sorrendjük megegyezik a definícióban adott sorrenddel.

Bizonyítás a Függelékben.

Megjegyzés. Az imént kimondott tétel alapján könnyen tehetünk hasonló megállapításokat a nem vizsgált esetekre. Például a szabályos oszcilláció stabil, ha $\Theta < 1$; és instabil, ha $\Theta > 1$. Aperiodikus szabályozásnál (21) nem teljesül és $\Omega > 0$; míg elfajult oszcillációnál (21) nem teljesül és $\Omega \leq 0$.¹²

4. Feszültségcsökkentés és akadályai

Vizsgálatunk egyik fő kérdése: Hogyan hat a reakcióegyütthatók növelése a normákra és a stabilitásra? Lehet-e egyszerre csökkenteni a normákat és növelni a csillapítási tényezőt? Mielőtt e kérdésre válaszolnánk, megvizsgálunk néhány feltételt, amelynek teljesülnie kell ahhoz, hogy a rendszer működőképes legyen.

4.1. Működőképesség

Bármely közgazdasági modellben a legtöbb változó pozitív. Ezt tükrözi a következő fogalom.

Definíció. Az (1–6) rendszert *működőképessnek* nevezzük, ha mindkét döntés és mindkét feszültség minden évben pozitív:

$$i > 0, \quad s > 0, \quad b > 0 \quad \text{és} \quad n > 0. \quad (25)$$

Megjegyzések: 1. Az i és s pozitívítása természetes követelmény. A feszültségek pozitívítását Bauertől vettük át (lásd a Bevezetést). A megmaradó elkötelezettség és nettóimport-hányad nem szerepel a definícióban: k -nak pozitívnak kell lennie, m viszont lehet pozitív is, és negatív is. Mivel $k^* > 0$, teljesül $k > 0$; viszont m^* előjele tetszőleges, így m előjele is az.

¹² Ezen a ponton megemlítjük a következő speciális esetet: a periódus 4 év, azaz (22) értelmében $\Omega = 0$. Ekkor $n^d = \Phi^4 n_{-4}^d$, azaz $n^d = -\Phi^2 n_{-2}^d$. Figyelembe véve (3)-at, $i^d = \iota_n^{(2)} n_{-2}^d - s$ ez az irodalomból — ZALA (1967), SOÓS (1975), (1986), SIMON (1981) és SIMONOVITS (1986) — jól ismert szabályosság: a beruházási hányad a két évvel korábbi külső feszültség (nettóimport-hányad) csökkenő függvénye, ahol $\iota_n^{(2)} = \Theta^{1/2}/\mu_i$. — Egyébként SOÓS (1986) cikluselmélete összhangban van ezzel a speciális esettel, sőt, nála a kétéves késleltetés a feszültség-tervezés-beruházás láncon alapul (v.ö. GÁCS-LACKÓ (1974)).

2. A működőképességi feltételek két csoportra oszlanak: a) a normák pozitívítását és b) a nem normál változók pozitívítását biztosító feltételek csoportjára. Az egyszerűség kedvéért csupán az a) csoporttal foglalkozunk. Ehhez azonban némi kitérőt kell tennünk.

Definíció. Feszültségmentes beruházási hányadnak nevezzük azt a beruházási hányadot, amely mellett nincs külső feszültség. Feszültségmentes indítási hányadnak nevezzük azt az indítási hányadot, amely a feszültségmentes beruházási hányaddal együtt nem gerjeszt belső feszültséget. Képletben:

$$i^* = (m^* + \mu) / \mu_i \quad \text{és} \quad s^* = i^* + (1 - f_k)k^* . \quad (26)$$

Három speciális feltevést mondunk ki.

(i) A feszültségmentes beruházási hányad pozitív:

$$i^* > 0 . \quad (27)$$

(ii) Az autonóm beruházási hányad legalább akkora, mint a feszültségmentes beruházási hányad, de nem sokkal nagyobb:

$$i^* \leq \iota \leq \iota_M , \quad (28)$$

ahol ι_M némileg nagyobb i^* -nál.

(iii) Az indítási igényhányad jóval nagyobb, mint az autonóm beruházási hányad:

$$\sigma > \iota + (1 - f_k)k^* . \quad (29)$$

Megjegyzések. 1. Az (i) feltevés azt mondja ki, hogy létezik elegendően kicsiny, de pozitív beruházási hányad, amely mellett nincs (pozitív) külső feszültség. Ez nagyon enyhe megkötés, pl. következik az $m^* \geq 0$ feltevésből. (N.B. (26) és $f_k \leq 1$ értelmében $s^* \geq i^*$, tehát $s^* > 0$.)

2. A (ii) feltevés azt mondja ki, hogy még az autonóm beruházási hányad is elég nagy ahhoz, hogy külső feszültséget gerjesszen, de nem olyan nagy, hogy önmaga erős belső feszültséget származtasson. A feltevés empirikus tartalma távolról sem világos, de a feltevés első része logikailag szükséges ahhoz, hogy a külső feszültség pozitív legyen. (Valóban, $n_{-1} = 0$ mellett (8) $n = \alpha$ összefüggéshez vezet, ahol $\alpha = \mu_i(\iota - i^*)$, azaz $n \geq 0$ ekvivalens (28) első felével.) A második rész ahhoz kell, hogy az oszcillációk elkerülhetetlenek legyenek (lásd. 5. tételt). A tárgyalást egyszerűsítendő a (ii) feltevést a következő feltevéssel helyettesítjük:

(ii⁰) Az autonóm beruházási hányad egyenlő a feszültségmentes beruházási hányaddal¹³

$$\iota = i^* . \quad (28^0)$$

¹³ SIMONOVITS (1988b) 4.5. alfejezete részletesen foglalkozik a (28) általános esettel. Meghatározhatók olyan kvantitatív feltételek, amelyek mellett az 5. tétel igaz marad.

3. A (iii) feltevés empirikusan magától értetődő: $\iota < \iota^0 < s^0 < \sigma$ (vö. (12)) és $(1 - f_k)k^* \approx 0$.

Kimondjuk a normák pozitivitásáról szóló tételt:

3. tétel: A (27), (28⁰) és (29) feltétel mellett a normák pozitívak.

Bizonyítás. Induljunk ki a (13) képletpárból, amely (28⁰) értelmében ($\alpha = 0$) a következőképpen egyszerűsödik:

$$b^0 = \beta/\varepsilon \quad \text{és} \quad n^0 = \mu_i \iota_b b^0. \quad (30)$$

Mivel $\beta = \sigma - \iota - (1 - f_k)k^* > 0$ és $\varepsilon > 0$, igaz $b^0 > 0$; figyelembe véve, hogy $\iota_b > 0$, teljesül $n^0 > 0$.

Ezzel befejeztük a működőképesség vizsgálatát és rátérhetünk a norma – reakcióegyüthetőség függvények tanulmányozására.

4.2. Feszültségcsökkentés

Felfogásunk szerint a reakcióknak az a szerepe, hogy fokozásukkal csökkenjenek a normál feszültségek. A most következő tételből kiderül, hogy várakozásunk általában igazolódik, de van egy fontos kivétel.

4. tétel: Ha a működőképességi feltételek közül (27), (28⁰) és (29) teljesül, akkor a normál feszültségek a reakcióegyüthetőségnek csökkenő függvényei, kivéve a külső normál feszültséget, amely a belső feszültség — beruházás reakcióegyüthetőségnek növekvő függvénye.

Megjegyzések: 1. A 4. tétel kvalitatív jellegű, de kiegészíthető kvantitatív megfontolásokkal. Mivel a kulcsszerepet az indítási igényhányad és a feszültségmentes indítási hányad különbsége játssza, s e különbség a valóságban nagy (pl. $\beta = 0, 25$), a változások is nagyok.

2. A matematikai bizonyítás előtt szeretnénk heurisztikusan megmutatni, miért viselkedik $n^0(\iota_b)$ ellentétesen, mint a másik öt függvény. (1-2) értelmében n^0 növekvő függvénye ι^0 -nak, amely viszont (6) értelmében — adott b^0 mellett — növekvő függvénye ι_b -nek. (Persze ι_b növelésekor b^0 nem állandó, sőt: csökken, tehát csökkentően hat n^0 -ra. A matematikai érvelés éppen azt mutatja meg, hogy e második hatást dominálja az első!)

3. Most megindokolhatjuk az $f_k > 1$ eset kizárását: ebben az esetben a normál indítási hányad növekvő függvénye lenne a belső feszültség — indítás reakcióegyüthetőségnek.

Bizonyítás: (30)-ba behelyettesítve (9)-et és (14)-et, közvetlenül adódik, hogy b^0 csökkenő függvénye ι_b -nek, σ_b -nek és σ_n -nek. Behelyettesítve új összefüggésünket (30) második képletébe, látható, hogy n^0 csökkenő függvénye σ_b -nek és σ_n -nek. A számlálót és a nevezőt elosztva ι_b -vel, adódik, hogy n^0 növekvő függvénye ι_b -nek.

4.3. Az aperiodikus rendszerek megvalósíthatatlansága

A beruházási ciklus kiküszöbölésének legegyszerűbb módja az oszcillációk megszüntetése volna. Belátható, hogy létrehozhatók aperiodikus beruházási szabályozási rendszerek.¹⁴

Példa stabil aperiodikus beruházási szabályozásra: Legyen $\sigma_n = 0$. Ekkor (20) szerint $\Theta = 0$, azaz (21) nem teljesül. A 2. tételhez fűzött megjegyzésben említett aperiodicitási feltétel ($\Omega > 0$) speciális alakja — stabil esetben — (20) folytán $0 < \iota_b + \sigma_b < f_k$.¹⁵

Bizonyítani kívánjuk sejtésünket: bármely aperiodikus beruházási rendszer normál belső feszültsége túl erős.

Definíció. Tegyük föl, hogy adva van a maximális elviselhető normál belső- és külső feszültség, és jelölje őket b_K és n_K . Egy rendszer megvalósítható, ha mindkét normál feszültség kisebb, mint a megfelelő maximális elviselhető feszültség:

$$b^0 < b_K \quad \text{és} \quad n^0 < n_K. \quad (31)$$

A mondottak értelmében további feltevés, hogy az egyes maximális elviselhető normál feszültségek pozitívak:

$$b_K > 0 \quad \text{és} \quad n_K > 0. \quad (32)$$

Élesítjük a (iii) feltevést:

(iv) A maximális elviselhető normál belső feszültség kisebb, mint az indítási igényhányad és az autonóm beruházási hányad különbsége:

$$b_K < \sigma - \iota - (1 - f_k)k^*. \quad (33)$$

Megjegyzések: 1. A (32–33) feltételpárból következik (29).

2. A (33) feltétel empirikus érvényessége nyitott kérdés. A feltétel érzékeltetése egészítsük ki korábbi példáinkat az $r^0 = 0,25$ adattal, és vegyük figyelembe BAUER (1981) 42. o. megállapítását: "... A beruházási elkötelezettség és a beruházási teljesítés hányadosa ... azt fejezi ki, hogy hány évi — adott évi szinten stagnáló — beruházási teljesítésre van szükség a már folyamatban lévő beruházások befejezéséhez." Azaz a virtuális befejezési idő (k/i) a feszültségmentes rendszerben

¹⁴ Az aperiodikus rendszerek szerény szerepet játszanak a közgazdaságtanban. BRÓDY (1973) hangsúlyozta az aperiodicitás kívánatoságát, SIMONOVITS (1978) pedig igazolta, hogy bizonyos decentralizált szabályozásoknál e kívánalom teljesíthetetlen.

¹⁵ Ezt az állítást állandó beruházási hányad esetén már korábban igazolta TARJÁN (1987) a hagyományos, SIMONOVITS (1988a) pedig az egyszerűsített folytatási függvény mellett.

0,4/0,25 = 1,6 év, míg a már elviselhetetlen $b^0 = \beta$ normál belső feszültségű rendszerben 2,6 év. Ez tényleg túlzott érték, még a szocialista gazdaságban is.

3. A feltételt egyébként logikai alapon választottuk: A fenti példában (30) értelmében $b^0 = \beta/(1 - f_k + \sigma_b)$, azaz az aperiodicitási feltétel értelmében $b^0 \geq \beta$. (33) értelmében teljesül $b^0 \geq b_K$, azaz az aperiodikus beruházási szabályozás ($\sigma_n = 0$ esetén) megvalósíthatatlan.

Most már kimondhatjuk a speciális példát $\sigma_n = 0$ -ról $\sigma_n \geq 0$ -ra általánosító tételt.

5. *Tétel: Ha a (28^o) és a (33) feltétel teljesül, akkor minden aperiodikus beruházási szabályozás megvalósíthatatlan.*

Bizonyítás. Ha a rendszer aperiodikus, akkor a 2. tételhez fűzött megjegyzés szerint $\Omega^2 \geq 4\Theta$ és $\Omega > 0$. Mivel $\varepsilon = 1 - \Omega + \Theta$, $\varepsilon \leq (1 - \Omega/2)^2$. (20) értelmében $\Omega < 1$, tehát $1 - \Omega/2 > 0$, ezért $\varepsilon < 1$. A példa okoskodása szerint tehát $b^0 > \beta$, amely viszont (33) értelmében $b^0 > b_K$ egyenlőtlenséghez vezet. A normál belső feszültség tehát elviselhetetlen.

4.4. Reakcióegyütthatók és a csillapítási tényező

Az imént bebizonyított 5. tétel szerint az aperiodikus rendszerek gyakorlatilag megvalósíthatatlanok, ezért a további vizsgálatokban föltehetjük, hogy a rendszer oszcillál. Azt vizsgáljuk, hogy oszcilláció esetén hogyan hat a reakcióegyütthatók növelése a csillapítási tényezőre.

A rövidség kedvéért átugorjuk a gyakorlatilag nem túl fontos elfajult oszcillációt (lásd SIMONOVITS (1988b) 4.9a tételt), és kizárólag a szabályos oszcillációval foglalkozunk.

6. *tétel: Szabályos oszcilláció esetén a csillapítási tényező csökkenő függvénye a külső feszültség - indítás és a belső feszültség - beruházás reakcióegyütthatóknak; és független a belső feszültség - indítás reakcióegyütthatótól.*

Bizonyítás. (23) értelmében Φ csökkenő függvénye Θ -nak, amely viszont (20) szerint növekvő függvénye σ_n -nek és ω_b -nek, valamint független σ_b -től.

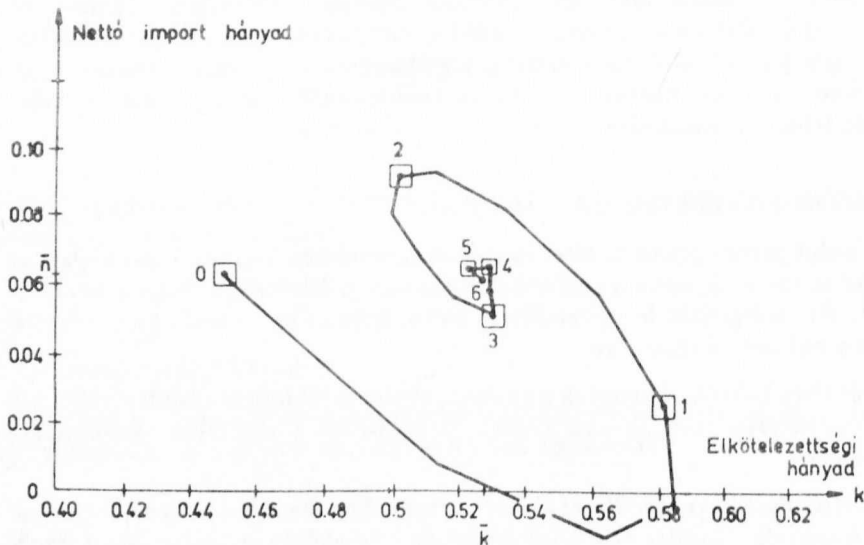
4.5. Feszültségenyhítés és stabilizálás

A 4.3. alpontban beláttuk, hogy a feszültségenyhítés keresztezi az anticiklikus politika egyik célját: az oszcilláció főlészámolását. Most egy rokon kérdést vizsgálunk: Mennyire lehet összehangolni a normál feszültségek enyhítését az oszcilláció csillapítási tényezőjének a növelésével? A választ a 4. és a 6. tétel összehasonlítása adja:

7. *tétel: Szabályos oszcillációnál ellentmondás van a két cél között a belső feszültség - beruházás és a külső feszültség - indítás reakciónál, de nincs ellentét a belső feszültség - indítás reakciónál: ez utóbbi erősítésekor mindkét normál feszültség erősen csökken, míg a csillapítási tényező változatlan marad.*

Megjegyzés. A 7. tétel alapján a következő anticiklikus politika javasolható: Induljunk ki olyan rendszerből, amely ugyan szabályosan oszcillál, de kilengései viszonylag gyorsan csillapodnak. (20) és (23) értelmében az utóbbihoz az kell, hogy $\mu_i \sigma_n t_b$ viszonylag kicsi legyen. A normál feszültségekkel nem kell törődni, mert azok σ_b növelésével csökkenthetők, anélkül, hogy befolyásolnánk a csillapítás sebességét. Természetesen vigyáznunk kell, hogy ne hagyjuk el a működőképes oszcillációk (itt nem vizsgált) tartományát: a reakciók ne legyenek túl erősek.

Példa sikeres anticiklikus politikára: Megtartva az 1–3. ábrákon szereplő rendszerek közös paraméterértékeit, új reakciógyűthetőkat mutatunk be: $t_b = 0,5$; $\sigma_b = 1,25$; $\sigma_n = 0,5$. Ekkor $\beta = 0,25$; $\Phi = 2$; $b^0 = 0,125$ és $n^0 = 0,0625$.



4. ábra. Gyorsan csillapodó oszcilláció

Megjegyzés. Példánk azt mutatja, hogy elvben, legalább is modellünk világában, a normál feszültségek enyhítése és a beruházási ingadozások gyors csillapítása lehetséges még irreálisan nagy indítási igényhányadoknál is.

Óvatosan fogadjuk az ellenpéldát, különösen azért, mert előző két modellemben (SIMONOVITS (1987), (1988a)) sikerült bebizonyítani a beruházási ciklus szükségességét. Jó lenne tudni, hogy milyen feltevések bevezetésével szabadulhatunk meg a gyorsan stabilizálódó, valószínűleg csak modellvilágunkban létező rendszerektől. Ez azonban már egy további vizsgálat feladata. (Egyébként figyelemre méltó a 4. ábra tanulsága: míg az „éves” modell működőképes, a „negyedéves” modell működésképtelen.)

4.6. A ciklusfeltételek összefoglalása

Cikkünk végéhez közeledünk. Nem sikerült bebizonyítani, hogy a ciklus szükségyszerűen következik a hiánygasdasági mechanizmusokból. Ellenpéldánk ellenére a beruházások ciklikus ingadozásai a valóságban nem (vagy alig észrevehetően) csillapodnak, tehát önmagában is értelmes a ciklusfeltételeket összefoglalni.

8. tétel: Tegyük föl, hogy (27), (28°) és (29) teljesül. Ha létezik működőképes szabályos szigorú ciklus, akkor teljesül a következő feltételpár:

$$\sigma_n = 1/\mu_i \iota_b \quad (34)$$

és

$$\iota_b + \sigma_b < 2 + f_k. \quad (35)$$

Bizonyítás: (24)-nek felel meg (34), ekkor (21)-nek felel meg (35).

Megjegyzés. A szigorúan ciklikus rendszerek legfontosabb jellemzője a (34) feltétel: a külső feszültség — indítás reakcióegyüttható fordítottan arányos a belső feszültség — beruházás reakcióegyütthatóval, ahol az arányossági szorzó a nettóimport — beruházási együttható. Természetesen dőre dolog két paraméter szorzatát rögzíteni, de lineáris ciklusmodellben ez elkerülhetetlen. Ha lemondunk a szigorú ciklikusságról, akkor persze enyhíthető a (41) feltevés: pl. $0,9 < \mu_i \sigma_n \iota_b < 1,1$. (A (35) feltétel SIMONOVITS (1988b) szerint a működőképesség miatt teljesül.)

Függelék: A nevezetesebb matematikai állítások bizonyítása

Az 1. tétel bizonyítása

Tegyük föl, hogy létezik egy (b^0, n^0) normál feszültség vektor. Ekkor az említett vektor kielégíti a (7-8) alapegyenletrendszert. Új egyenletrendszerünket rendezve az

$$(F.1) \quad (1 - \beta_b)b^0 + \beta_n n^0 = \beta$$

és

$$(F.2) \quad -\alpha_b b^0 + n^0 = \alpha$$

egyenletrendszert kapjuk.

Fejezzük ki n^0 -at (F.2)-ből, és helyettesítsük be (F.1)-be: Ekkor $(1 - \beta_b + \beta_n \alpha_b)b^0 = \beta - \beta_n \alpha$, azaz (13).

Hasonlóan igazolható n^0 képlete.

A 2. tétel bizonyítása

A (17-18) rendszer együtthatómátrix $p(z) = z^2 - \Omega z + \Theta$ karakterisztikus polinomjának gyökei a következőképpen határozzák meg a rendszer kvalitatív viselkedését (v.ö. MARTOS (1981, 99-101. o.)).

a) A rendszer akkor és csak akkor szabályosan oszcilláló, ha a karakterisztikus polinom két gyöke komplex (konjugált).

b) Legyen a két gyök $z_{1,2} = (\cos\psi \pm i\sin\psi)/\Phi$, ahol ψ és Φ pozitív valós szám, és i a komplex egységgyök. A másodfokú polinom gyökei és együtthatói közti összefüggések értelmében $z_1 + z_2 = \Omega$ és $z_1 z_2 = \Theta$. Behelyettesítve a komplex gyökpárt két egyenletünkbe adódik, hogy $2\cos\psi = \Omega$ és $1/\Phi = \Theta^{1/2}$. Ezzel bebizonyítottuk a (22–23) egyenletet.

c) Nyilvánvaló, hogy a szabályos oszcilláció akkor szigorúan ciklikus, ha csillapítási tényezője 1, azaz (23) folytán, ha (24) teljesül.

d) Be kell még látnunk, hogy a fázisok sorrendje megegyezik BAUER (1981) és definíciónk sorrendjével. Ehhez azt kell igazolnunk, hogy a forgatás pozitív irányú (azaz az óra járásával ellentétes irányú).

Tekintsük pl. a megélnkülés–fellendülés határpontjait, és igazoljuk, hogy ezek a pontok a megtorpanási fázisba mennek át. Valóban, a szóban forgó határon fekvő (b_{-1}^d, n_{-1}^d) pontokat az jellemzi, hogy mindkét feszültségeltérés negatív, és $i^d = 0$. Az egyenlőség miatt $s^d > 0$, tehát $(1 - f_k)b^d = s^d - i^d > 0$. A egyenlőség miatt $n^d = 0$. Figyelembe véve (16)-ot, adódik, hogy $s_{+1}^d < 0$ és $i_{+1}^d > 0$, s ez éppen a megtorpanási fázis definíciója.

(Beérkezett: 1988. február 29-én)

Irodalom

- BAGDY G. (1989) Beruházási ciklus és költségűllépés a szocialista gazdaságban, *Közgazdasági Szemle*, közlésre benyújtva.
- BAUER T. (1978) Beruházási ciklusok a tervgazdaságban. (A reform előtti gazdaságirányítási rendszer alapján) *Gazdaság* 11, 4. sz. 57–75.
- BAUER T. (1981) *Tervgazdaság, beruházás, ciklusok*, Budapest, KJK.
- BAUER T. (1987) Ciklusok helyett válság?, *Közgazdasági Szemle* 34, 1409–1434.
- BRÓDY A. (1973) Szabályozási modellekről, *Sigma* 6, 93–102.
- BRÓDY A. (1980) *Ciklus és szabályozás*, Budapest, KJK.
- BRÓDY A. (1983) A beruházási ciklus elmélete és szabályozása, *Gazdaság* 16, 57–85.
- DAVIS, CH. és W. CHAREMZA (1988) szerk: *Disequilibrium and Shortage Models*, megjelenés alatt.
- FRISCH, R. (1933) „Terjedési és hatás problémák a dinamikus közgazdaságtanban”, magyarul: *Kvantitatív és dinamikus közgazdaságtan*, Budapest, KJK. (1974) 103–137.
- GÁCS J. – LACKÓ M. (1974) A népgazdasági szintű tervezési magatartás vizsgálata, *Közgazdasági Szemle*, 21 257–274.
- HARE, P. (1988) Theoretical Foundations: The Economics of Shortage, in: DAVIS – CHAREMZA (1988) szerk. 4. fejezet.
- HICKS, J. (1950) *A Contribution to the Theory of Trade Cycle*, Oxford, Clarendon.
- GROSFELD, I. (1987) Modelling Planners' Investment Behavior: Poland, 1956–1981, *Journal of Comparative Studies* 11, 180–191
- ICKES, B.W. (1986) Cyclical Fluctuations in Centrally Planned Economies, *Soviet Studies* 38, 36–52.

- JORGENSON, D. W. (1963) Capital Theory and Investment Behavior, *American Economic Review* 53, *Papers and Proceedings*, 247–255.
- KALECKI, M. (1933) A konjunktúraciklus elméletének vázlata, magyarul: *A tőkés gazdaság működéséről. Válogatott tanulmányok, 1933–1970*, Budapest, KJK.
- KORNAI J. (1966) *Strukturális döntések matematikai tervezése*, Budapest, Akadémiai Kiadó.
- KORNAI J. (1971) *Anti-Equilibrium*, Budapest, Akadémiai Kiadó
- KORNAI J. (1976) Makroszimulációs modell, *kézirat*, Budapest, KTI.
- KORNAI J. (1980) *A hiány*, Budapest, KJK.
- KORNAI J. (1982) *Növekedés, hiány és hatékonyság*, Budapest, KJK.
- KORNAI J. – MARTOS B. szerk. (1981) *Szabályozás árjelzések nélkül*, Budapest, Akadémiai Kiadó.
- KORNAI J. – SIMONOVITS A. (1982) Egy makronövekedési modell matematikai tulajdonságai, *Sigma* 15, 132–147.
- KORNAI J. – SIMONOVITS A. (1983) Beruházás, hatékonyság és hiány: egy makronövekedési modell, *Sigma* 16 259–278.
- LACKÓ M. (1980) Feszültségek felhalmozása és leépítése, *Közgazdasági Szemle* 33, 24–40.
- LACKÓ M. (1987) Feszültségek és normák szerepe a beruházások szabályozásában Magyarországon, *kézirat*, Budapest, KTI.
- LACKÓ M. (1988) Sectoral Shortage Models in Hungary, in: DAVIS–CHAREMZA (1988) szerk. 10. fejezet.
- MARTOS B. (1981) Fogalmak és tételek a szabályozás-elméletből, *Kornai–Martos szerk. (1981)*, 73–101.
- OLIVERA, H. G. (1960) Cyclical Economic Growth under Collectivism, *Kyklos* 2, 229–255.
- ROLAND, G. (1987) Investment Growth Fluctuations in the Soviet Union: An Econometric Analysis, *Journal of Comparative Economics* 11, 192–206.
- SAMUELSON, P. (1939) Interactions between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration, *Review of Economic Studies* 21, 75–78.
- SIMON A. (1981) A magyarországi beruházások ciklikusságának egy modellje, *Közgazdasági Szemle* 28, 293–302.
- SIMONOVITS A. (1978) A decentralizált szabályozás maximális konvergencia-sebessége, *Sigma* 11, 49–67.
- SIMONOVITS A. (1981) Korlátos szabályozás és destabilizálás, *Kornai–Martos szerk. (1981)*, 255–289.
- SIMONOVITS A. (1986) Növekedés, szabályozás és feszültségek egy nyitott szocialista gazdaságban, *Sigma* 19, 155–176.
- SIMONOVITS A. (1987) A stop-go beruházási ciklusok – egy régi modell új értelmezése, *Közgazdasági Szemle* 34, 1027–1034.
- SIMONOVITS A. (1988a) Rejtett beruházási ciklusok a szocialista gazdaságban, *Közgazdasági Szemle* 35, 866–878.
- SIMONOVITS A. (1988b) A szocialista gazdaság beruházási ciklusainak három matematikai modellje, *kézirat*, Budapest, KTI.
- SOÓS K. A. (1983) The Problem of Time Lags in the Short – Term Control of Macroeconomic Processes, *Acta Oeconomica* 30, 369–380.
- SOÓS K. A. (1986) *Terv, kampány, pénz. Szabályozás és ciklusok Magyarországon és Jugoszláviában*, Budapest, KJK.
- TARJÁN T. – TÉNYI GY. (1977) Kísérlet a beruházási folyamat modellezésére, *Sigma* 10, 11–24.
- TARJÁN T. (1985) Orrnehéz és farnehéz beruházási eloszlások, *Sigma* 18, 137–147.
- TARJÁN T. (1987) Beruházási ciklusok és ráfordítási megoszlások, *kézirat*, Budapest, KTI.

- TÉNYI GY. (1976) Beruházási egyenetlenségek a magyar gazdaságban, *kézirat*, Budapest, KTI.
- ZALA J. (1967) 1958–1967. Egy évtized gazdasági fejlődése, *Gazdaság* 1, 29–40.
- ZARNOWITZ, V. (1985) Recent Work on Business Cycles in Historical Perspective: A Review of Theories and Evidence, *Journal of Economic Literature* 23, 523–580.

Mathematical Model of the Investment Cycles in a Socialist Economy

The paper models the investment cycles in a socialist economy by relying on the ideas of BAUER (1981), KORNAI (1980), (1982) and LACKÓ (1980). The controlled variables (commitment and net import) depend on the simultaneous values of the control variables (investment starting and investment spending), while the control variables themselves depend on the past value of the controlled variables.

Under adequate simplifying assumptions the following results are obtained: a) The norms are, in general, too large, for their reduction relatively strong reactions are necessary. These reactions always cause oscillations which are frequently undamped: involving a cycle. b) In the model the conditions of cycling, the period and the ordering of phases can be determined.