Fluck Zsuzsanna—Szidarovszky Ferenc

Az oligopol játék bizonytalan koalíció-alakítások esetén

1. Bevezetés

Az oligopol probléma az egyik legismertebb gazdasági játék. Egy konkrét gazdasági helyzetet ír le, amikor több termelő egy homogén piacon értékesíti termékeit. Legegyszerűbb változata a következőképpen fogalmazható meg (ld. Burger, 1959; Szidarovszky, 1977a; 1978; 1979).

Tegyük fel, hogy n különböző termelő egység ugyanazt a terméket állítja elő, és ugyanazon a piacon értékesíti. Jelölje $x_k (1 \leq k \leq n)$ a k-adik termelő által előállított mennyiséget. A kapacitás korlátok miatt az x_k mennyiségek valamilyen alkalmas $[0, L_k]$ intervallumba eshetnek. Minthogy a termelők a piacon együtt jelennek meg, az általuk előállított termék f egységára a piacra kerülő $\sum_k x_k$ együttes termékmennyiségtől függ. Tegyük fel továbbá, hogy az egyes termelők K_k költsége csak az általuk előállított termékmennyiségtől függ. Így a k-adik játékos (termelő) kifizető függvénye:

$$\varphi_k(x_1, \ldots, x_n) = x_k f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) - K_k(x_k) \tag{1}$$

A játék (Nash-féle) egyensúlypontján olyan n dimenziós $(x_1^*, \ldots, x_n^*)$ vektort értünk, amelyre fennáll, hogy

(a) $x_k^* \in [0, L_k]$ $(k = 1, 2, \ldots n)$;

(b) tetszőleges $k = 1, 2, \ldots n$ és $x_k \in [0, L_k]$ esetén

$$\varphi_k\,(x_1^*, \ldots, x_k^*, \ldots, x_n^*) \geq \varphi_k(x_1^*, \ldots, x_k, \ldots, x_n^*). \tag{2}$$

Alkalmas folytonossági és konkavitási feltételek mellett kimutatható a játék egyensúlypontjának létezése, egyértelműsége, valamint numerikus eljárás is ismeretes az egyensúlypont közelítő meghatározására (ld. Szidarovszky—Yakowitz, 1977; 1982).

Az (1) játék többtermékes általánosítását, valamint más típusú egyensúlypontokat is vizsgálták az irodalomban (ld. Szidarovszky 1977b; 1979).

Természetes törekvése a játékosoknak, hogy nyereségük növelése érdekében feladják önállóságukat. Amennyiben ez a helyzet, akkor kooperatív játékról beszélünk. A kooperatív játékok megoldására számos koncepció ismeretes az irodalomból (ld. pl. Szép—Forgó, 1972). Ebben a dolgozatban olyan kooperációkkal foglalkozunk, amikor bizonyos játékosok egy, vagy több koalíciót alkotnak, és ezek a koalíciók egymás között már egyensúlyi helyzetre törekszenek. Az irodalomban az ilyen játékokat csoportegyensúly problémáknak is szokták nevezni (ld. Szidarovszky, 1974). Az (1) klasszikus oligopol játék csoportegyensúly-problémája a következőképpen fogalmazható meg. Bontsuk

fel a játékosok $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ halmazát a diszjunkt $N_1, N_2, \ldots, N_m$ halmazok egyesítésére, ekkor $k = 1, 2, \ldots, m$ esetén az N_k halmazba tartozó játékosok alkotják a k-adik csoportot.
E csoport stratégiahalmaza:

$$S_k = \underset{i \in N_k}{\times} [0, L_i], \tag{3}$$

valamint kifizetőfüggvénye:

$$\left(\sum_{i \in N_k} x_i\right) f\left(\sum_{l=1}^{n} x_l\right) - \sum_{i \in N_k} K_i(x_i). \tag{4}$$

Könnyen kimutatható, hogy az így definiált csoportegyensúly-probléma közönséges m-személyes oligopol játékra redukálható, ha $k = 1, 2, \ldots, m$ esetén megoldjuk a

$$\begin{gathered} \min \sum_{i \in N_k} K_i(x_i) \\ \sum_{i \in N_k} x_i = s_k \\ x_i \in [0, L_i] \end{gathered} \tag{5}$$

nemlineáris programozási feladatot, ahol s_k a feladat paramétere, amely végigfut a $[0, \sum_{i \in N_k} L_i]$ intervallumon.
Ekkor ugyanis jelölje $Q_k(s_k)$ az optimális célfüggvényértéket, és definiáljuk az m-személyes klasszikus oligopol játékot a Q_k költségfüggvényekkel, az eredeti f árfüggvénnyel, valamint a $[0, \sum_{i \in N_k} L_i]$ stratégiahalmazokkal.
Ha $(s_1^*, \ldots, s_m^*)$ a redukált játék egyensúlypontja és $k = 1, 2, \ldots m$ esetén $(x_i^*)_{i \in N_k}$ jelöli az (5) feladat s_k^* melletti optimális megoldását, akkor az $(x_1^*, \ldots, x_n^*)$ vektor csoportegyensúlypontot szolgáltat. Továbbá bármely csoportegyensúlypontot ezen a módon megkaphatunk.

Ez a redukciós elv feltételezi azt, hogy a játékosok $N_1, N_2, \ldots, N_m$ koalíciói valamennyien ismertek az összes játékos előtt. A gazdasági életben azonban nem mindig ez a helyzet. Jogosan felmerül tehát az a kérdés, hogy a koalíció alakításokról alkotott ismeretek hiánya, vagy bizonytalansága hogyan befolyásolja az egyes játékosok viselkedését.

Tegyük fel, hogy k valamelyik játékost jelöli. A redukciós elv alapján nyugodtan feltehetjük, hogy a játékos egyedül játszik, ugyanis ellenkező esetben koalíciója egyetlen játékosként lép fel a piacon. Ha a fennmaradó játékosok koalíció alakításai nem ismeretesek teljes egészében a k-adik játékos számára, akkor a következő két lehetőségről (vagy azok kombinációjáról) van szó. A első esetben adottak olyan $M_1, M_2, \ldots, M_h$ N-beli részhalmazok, amelyekről csak azt tudjuk, hogy a létrejövő koalíciókban nem kerülnek további felbontásra. Más szavakkal ezt úgy is kifejezhetjük, hogy $j = 1, 2, \ldots, h$ esetén az M_j halmazba tartozó játékosok mindenképpen együtt játszanak. Nem tudja a k-adik játékos viszont azt, hogy az egyes M_j halmazok esetleg milyen összevonással alkotják a koalíciókat, illetve ezekhez még milyen játékosok csatlakoznak. Az ilyen jellegű információkat parciális *determinisztikus* ismereteknek nevezzük. A másik esetben ennek olyan általánosításáról van szó, amikor az $M_1, \ldots, M_h$ halmazrendszerhez egy olyan p valószínűségérték is adott, amely megadja annak a valószínűségét, hogy az M_j-be tartozó játékosok együtt játszanak ($1 \leq j \leq h$). Továbbra sem tételezünk fel semmilyen további információt a csoportok további esetleges összevonásáról, illetve a halmazokba nem tartozó játékosok koalíciókhoz való tartozásáról. Ilyen esetben parciális *sztochasztikus* ismeretekről beszélünk.

2. Determinisztikus ismeretek kezelése

Jelöljön most is $M_1, M_2, \ldots, M_h$ N-beli halmazokat. Mint az előzőekben részleteztük, a k-adik játékos a többi játékos koalíció alakításairól csak annyit tud, hogy az M_j ($j = 1, \ldots, h$) halmazok nem kerülnek további felbontásra. Ez matematikailag azt jelenti, hogy csak olyan $N_1, N_2, \ldots, N_m$ koalíciók alakulhatnak ki, ahol a következők teljesülnek:

a) valamely i_0-ra $N_{i_0} = \{k\}$;
b) tetszőleges $i \neq j$ esetén $N_i \cap N_j = \emptyset$; (6)
c) $N_1 \cup N_2 \cup \ldots \cup N_m = N$;
d) tetszőleges $i = 1, \ldots, m$ és $j = 1, \ldots, h$ esetén $N_i \cap M_j$ vagy az üres halmaz, vagy M_j-vel azonos.

Jelölje a fenti feltételeknek eleget tevő $C = \{N_1, N_2, \ldots, N_m\}$ koalíció-rendszerek halmazát K. Jelölje továbbá $\mathbf{x}^*(C)$ a C esetén fellépő csoportegyensúlyi pontot, valamint $\mathbf{x}^{*(k)}(C)$ az ebből a k-adik játékos egyensúlyi stratégiájának elhagyásával adódó vektort. Ekkor nyilvánvalóan $\mathbf{x}^*(C) = (\mathbf{x}^{*(k)}(\mathrm{C}), x_k^*(C))$. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a k-tól különböző játékosok számára ismert a C koalíció-rendszer teljes egészében így, ők az $\mathbf{x}^{*(k)}(C)$-nek megfelelő egyensúlyi stratégiákat választják. A k-adik játékos számára ez a viselkedési mód ismeretes, csak azt nem tudja, hogy éppen melyik C koalíció-rendszer jön létre. Ilyenkor a k-adik játékos számára természetes viselkedés az, hogy az összes létrejöhető $\mathbf{x}^{*(k)}(C)$ vektor melletti minimum feltételezésével maximalizálja saját hasznát. Azaz, a

$$\max_{x_k \in S_k} \{\min_{C \in K} \varphi_k(x^{*(k)}(C), x_k)\} \tag{7}$$

optimumfeladatot oldja meg és az annak optimális megoldását választja.

Mielőtt a (7) feladatnak az oligopol játék esetén való megoldásával foglalkozunk megjegyezzük, hogy a (7) optimuma még a $h = n$, $M_j = j$ ($j = 1, 2, \ldots, h$), azaz a teljes információhiány esetben sem egyezik meg a k-adik játékos karakterisztikus függvényével. Ennek az az oka, hogy az $N - \{k\}$-ba tartozó játékosok most nem egymástól függetlenül választják stratégiáikat, hanem feltétlenül egyensúlyra törekszenek.

Az oligopol játék esetén csak azt tegyük fel, hogy az f árfüggvény monoton csökkenő. Ekkor

$$\varphi_k(\mathbf{x}^{*(k)}(C), x_k) = x_k f(s^{*(k)}(C) + x_k) - K_k(x_k), \tag{8}$$

ahol $s^{*(k)}(C) = \sum_{l \neq k} x_l^{*(k)}(C)$, $\mathbf{x}^{*(k)}(C) = (x_l^{*(k)}(C))_{l \neq k}$.

Ha bevezetjük az

$$s_{\max}^{*(k)} = \max_{C \in K} \{s^{*(k)}(C)\} \tag{9}$$

jelölést, akkor nyilvánvalóan (7) a következő alakban is felírható:

$$\max \{x_k \cdot f(s^{*(k)}_{\max} + x_k) - K_k(x_k)\} \tag{10}$$

$$x_k \in [0, L_k].$$

1. *példa.* Tekintsük most azt az oligopol játékot, amikor $n = 5, L_1 = \ldots = L_5 = 5, f(s) = 5 - s$, valamint $K_k(x_k) = kx_k/5 + 0{,}005$. Ekkor a k-adik $(1 \leq k \leq 5)$ játékos haszna:

$$\varphi_k(x_1, \ldots, x_5) = x_k(5 - s) - kx_k/5 - 0{,}005, \tag{11}$$

ahol $s = x_1 + \ldots + x_5$. Tegyük fel, hogy a játékot a harmadik játékos szemszögéből vizsgáljuk.

Először az összes olyan csoportegyensúlyi pontot határozzuk meg, amikor a harmadik játékos egyedül játszik. Ilyenkor a következő helyzetek állhatnak elő:

1, 2, 3, 4, 5; (1, 2), 3, 4, 5; (1, 4), 2, 3, 5; (1, 5), 2, 3, 4; (2, 4), 1, 3, 5; (2, 5), 3, 1, 4; (4, 5), 1, 2, 3; (1, 2), 3, (4, 5); (1, 4), 3, (2, 5); (1, 5), 3, (2, 4); (1, 2, 4), 3, 5; (1, 2, 5), 3, 4; (1, 4, 5), 2, 3; (2, 4, 5), 3, 1; (1, 2, 4, 5), 3.

A nekik megfelelő egyensúlyi stratégiákat és kifizető-függvényértékeket az 1. táblázat tartalmazza. A táblázatban szereplő eredményeket a redukciós elv és a SZIDAROVSZKY (1974) értekezésben szereplő módszerrel nyertük. Ha semmilyen információ nem áll a harmadik játékos rendelkezésére, akkor $s^{*(3)}_{\max} = 2{,}9332$, így ekkor a (10) feladat a következő alakú:

$$\max \{x_3(5 - 2{,}9332 - x_3) - (0{,}6x_3 + 0{,}005)\} \tag{12}$$

$$0 \leq x_3 \leq 5,$$

amelynek optimális megoldása: $x_3^* = 0{,}7333$, és az optimális célfüggvényérték: 0,5425.

Ezután azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor a harmadik játékos biztosan tudja, hogy az első és ötödik játékos azonos koalícióba kerül, további információ viszont nem áll rendelkezésre. Ilyenkor a szóbajöhető koalíciók:

(1, 5), 2, 3, 4; (1, 5), 3, (2, 4); (1, 2, 5), 3, 4; (1, 4, 5), 2, 3; (1, 2, 4, 5), 3.

Tehát ezek alkotják most a K halmazt. A K halmazon $s^{*(3)}_{\max} = 2{,}8$, így a (10) feladat alakja

$$\max \{x_3(5 - 2{,}8 - x_3) - (0{,}6x_3 + 0{,}005)\}$$

$$0 \leq x_3 \leq 5, \tag{13}$$

amelynek optimális megoldása: $x_3^* = 0{,}8$, és az optimális célfüggvényérték: 0,635.

3. Sztochasztikus ismeretek kezelése

Tekintsük ismét adottnak az $M_1, \ldots, M_h$ halmazokat. Tegyük fel csak azt, hogy a k-adik játékos most csak azt tudja, hogy az $M_1, \ldots, M_h$ (esetleg tovább bővülő vagy összevonásra kerülő) csoportok létrejöttének valószínűsége p. Jelölje most is K azon koalíciórendszerek halmazát, amelyekben az M_j $(j = 1, \ldots, h)$ halmazok nem kerülnek felbontásra, és jelölje $\bar{K}$ a K-ba nem

1. táblázat

Csoportegyensúly-pontok

1; 2; 3; 4; 5	x	1,1333	0,9333	0,7333	0,5333	0,3333	$s^{*(3)} = 2,9332$
	φ	1,2945	0,8785	0,5425	0,2865	0,1105	
(1, 2); 3; 4; 5	x	1,32	0	0,92	0,72	0,52	$s^{*(3)} = 2,56$
	φ	(1, 2)					
		1,7324	—	0,8414	0,4134	0,2654	
(1, 4); 2; 3; 5	x	1,24	1,04	0,84	0	0,44	$s^{*(3)} = 2,72$
	φ	(1, 4)					
		1,5276	1,0766	0 7006	—	0,1886	
(1, 5); 2; 3; 4	x	1,2	1,0	0,8	0,6	0	$s^{*(3)} = 2,8$
	φ	(1, 5)					
		1,430	0,995	0,635	0,355	—	
(2, 4); 1; 3; 5	x	1,24	1,04	0,84	0	0,44	$s^{*(3)} = 2,72$
	φ		(2, 4)				
		1,5326	1,0716	0,7006	—	0,1886	
(2, 5); 3; 1; 4	x	1,2	1	0,8	0,6	0	$s^{*(3)} = 2,8$
	φ		(2,5)				
		1,435	0,99	0,635	0,355	—	
(4, 5); 1; 2; 3	x	1,2	1	0,8	0,6	0	$s^{*(3)} = 2,8$
	φ				(4, 5)		
		1,435	0,995	0,635	0,350	—	
(1, 2); 3; (4, 5)	x	1,45	0	1,05	0,85	0	$s^{*(3)} = 2,3$
	φ	(1, 2)			(4, 5)		
		2 ,0925	—	1,0975	0,7125	—	
(1, 4); 3; (2, 5)	x	1,35	1,15	0,95	0	0	$s^{*(3)} = 2,5$
	φ	(1, 4)	(2, 5)				
		1,8125	1,3125	0,8975	—	—	
(1, 5); 3; (2, 4)	x	1,35	1,15	0,95	0	0	$s^{*(3)} = 2,5$
	φ	(1, 5)	(2, 4)				
		1,8125	1,3125	0,8975	—	—	
(1, 2, 4); 3; 5	x	1,5	0	1,1	0	0,7	$s^{*(3)} = 2,2$
	φ	(1, 2, 4)					
		2,2350	—	1,205	—	0,485	
(1, 2, 5); 3; 4	x	1,45	0	1,05	0,85	0	$s^{*(3)} = 2,3$
	φ	(1, 2, 5)					
		2,0875	—	1,0975	0,7175	—	
(1, 4, 5); 2; 3	x	1,35	1,15	0,95	0	0	$s^{*(3)} = 2,5$
	φ	(1, 4, 5)					
		1,8075	1,3175	0,8975	—	—	
(2, 4, 5); 1; 3	x	1,35	1,15	0,95	0	0	$s^{*(3)} = 2,5$
	φ		(2, 4, 5)				
		1,8175	1,3075	0,8975	—	—	
(1, 2, 4, 5); 3	x	1,7333	0	1,3333	—	0	
	φ	(1,2,4,5)					$s^{*(3)} = 1,7333$
		2,9843	—	1,7726	—	—	

tartozó koalíciórendszerek halmazát. Ekkor $P(K) = p$, $P(\bar{K}) = 1 - p$, és a k-adik játékos a következőképpen gondolkodhat. További információk hiánya miatt a K-beli és $\bar{K}$-beli koalíciórendszereknek azonos valószínűségeket feltételez. Ha $|K|$ és $|\bar{K}|$ jelöli a K és $\bar{K}$ elemszámát, akkor tetszőleges C koalíciórendszer esetén feltételezi, hogy

$$P(C) = \begin{cases} \dfrac{p}{|K|}, & \text{ha } C \in K \\[2ex] \dfrac{1-p}{|\bar{K}|}, & \text{ha } C \in \bar{K}. \end{cases} \tag{14}$$

Ily módon az összes lehetséges kolíció-rendszer halmazán egy diszkrét valószínűségi mértéket definiáltunk. Ha E jelöli az e mérték szerinti várhatóérték képzést, akkor a Bayes elvnek megfelelően (ld. HARSÁNYI, 1967) a k-adik játékos a

$$\max_{\mathbf{x}_k \in S_k} \{E[\varphi_k(\mathbf{x}^{*(k)}(C), \mathbf{x}_k)]\} \tag{15}$$

feladat optimális megoldását választja, azaz hasznának várható értékét maximalizálja. Ha történetesen semmilyen információ sem áll rendelkezésre a többi játékos koalíció-alakításait illetően, akkor az összes lehetséges koalíció-rendszer halmazán egyenletes eloszlás szerinti várhatóérték képzés mellett oldja meg a (15) feladatot.

Az oligopol játék esetén a (15) feladat leegyszerűsödik:

$$\max_{x_k \in [0, L_k].} \{x_k \cdot E[f(\mathbf{s}^{*(k)}(C) + x_k)] - K_k(x_k)\} \tag{16}$$

2. *példa.* Tekintsük ismét az 1. példa esetét, és vizsgáljuk meg a 3. játékos viselkedését olyan többletinformáció esetén, miszerint a 2. és 4. játékos koalícióba lépésének valószínűsége 0,2. Ekkor K-ba a következő koalíciórendszerek tartoznak:

(2, 4), 1, 3, 5; (2, 4), 3, (1, 5); (1, 2, 4), 3, 5; (2, 4, 5), 1, 3; (1, 2, 4, 5), 3.

Az összes többi koalíciórendszer pedig $\bar{K}$-ba tartozik. Tehát $p = 0{,}20$, $|K| = 5$, $|\bar{K}| = 10$, vagyis

$$\mathrm{P(C)} = \begin{cases} 0{,}04, \text{ ha } C \in K \\ 0{,}08, \text{ ha } C \in \bar{K}. \end{cases} \tag{17}$$

Felhasználva f linearitását, a várhatóérték-képzés f alá bevihető, így (16) alakja:

$$\max_{0 \le x_3 \le 5.} \{x_3 \cdot (5 - \bar{s}^{*(3)} - x_3) - (0{,}6x_3 + 0{,}005)\} \tag{18}$$

Esetünkben $\bar{s}^{*(3)} = E(s^{*(3)}(C)) = 2{,}563188$, így az optimális megoldás: $x_3 = 0{,}918406$ és az optimális célfüggvényérték: 0,8384696.

Az előzőekben láttuk, hogy a (15) koncepció minden további nélkül alkalmazható, ha az összes lehetséges koalíciórendszer halmazán a rendelkezésre álló információ alapján diszkrét eloszlást tudunk definiálni. Az eloszlás előállítását mutatjuk be az előzőeknél bonyolultabb néhány esetben.

Elsőként tegyük fel, hogy az $M_1, \ldots, M_h$ részhalmazok létrejöttére p valószínűség adott, valamint az $M'_1, \ldots, M'_h$ részhalmazok létrejöttét biztosan tudja a k-adik játékos. Ilyen kombinált információk esetén a következőt kell tennünk. Jelölje K_0 azon koalíció-rendszereket, amelyekben az $M'_1, \ldots, M'_h$ halmazok nem kerülnek további felbontásra. A K halmaz jelentése legyen az előzőekben definiált. Ekkor a (14) valószínűségi mérték a következőképpen módosul:

$$P(C) = \begin{cases} \dfrac{p}{|K \cap K_0|}, & \text{ha} \quad C \in K \cap K_0 \\ \dfrac{1-p}{|K \cap K_0}, & \text{ha} \quad C \in \bar{K} \cap K_0 \\ 0, & \text{ha} \quad C \notin K_0. \end{cases} \tag{19}$$

Tegyük fel második esetként, hogy az $M_1, \ldots, M_h$ részhalmazok létrejöttére a p valószínűség adott, valamint az $M'_1, \ldots, M'_h$ részhalmazok létrejöttére adott a p' valószínűség. Ha a függetlenséget feltételezhetjük, akkor a kombinált információ az $M'_1, \ldots, M'_h, M_1, \ldots, M_h$ részhalmazrendszer létrejöttére $p \cdot p'$ valószínűséget feltételez. Ha a függetlenség nem teljesül, akkor a p valószínűség mellet a

$$p' = P(M'_1, \ldots, M'_h \mid M_1, \ldots, M_h) \tag{20}$$

feltételes valószínűséget kell megadni (ill. ismerni), és így már p és p' összeszorozható. A fentiek alapján a (20) típusú többletinformációk értéke is meghatározható. Tegyük fel ennek érdekében, hogy az $M_1, \ldots, M_h$ részhalmazok létrejöttére a p valószínűség adott, valamint a (20) feltételes valószínűségnek, mint információnak az értékét kívánjuk meghatározni. Nyugodtan feltehetjük, hogy p' értékére a k-adik játékosnak rendelkezésére áll az apriori eloszlása, hiszen mindennemű (esetleg szubjektív) ismeretek nélkül például egyenletes eloszlást feltételezhet a $[0,1]$ intervallumon. Első lépésként határozzuk meg a (15) optimális célfüggvényértékét a p' valószínűség pontos ismeretének feltételezésével. Jelölje $\bar{\varphi}_k(p')$ ezt az optimális értéket. Jelölje ezután $\bar{\bar{\varphi}}_k$ a (15) optimális célfüggvényértékét csak az $M_1, \ldots, M_h$ részhalmazokra adott p valószínűség ismerete alapján. Ekkor a p' valószínűség, mint információ értéke:

$$E_{p'}[\bar{\varphi}_k(p')] - \bar{\bar{\varphi}}_k. \tag{21}$$

Megemlítjük továbbá, hogy a determinisztikus információk a $p = 1$ valószínűségi értékkel „sztochasztizálhatók", így a fentiek a determinisztikus esetben minden további nélkül alkalmazhatók.

A fenti kérdések valamennyien a k-adik játékos szempontjából merülnek fel. Igen érdekes megvizsgálni az alábbi szituációkat az esetleg koalíciókba lépő játékosok szempontjából is. A koalíciók számára sem mindegy az, hogy a többi játékos tud-e a koalíciók létrejöttéről, vagy nem. Ez az ismeret ugyanis döntően meghatározza választott stratégiáikat, így a koalíció nyereségét is. Ennek alapján meghatározhatók nemcsak a (20) típusú információk értékei, hanem koalíció-alakításokról szóló információk titokban tartásának, illetve téves információk közlésének értéke is. Bizonyos információk ismeretének eltitkolása is esetleg többlet haszonnal járhat. Ezeknek a kérdéseknek matematikai megfogalmazására, és a megoldási koncepciók bemutatására egy következő tanulmányunkban kerül majd sor.

(Beérkezett: 1986. április 10-én.)

IRODALOM

1. Burger, E.: *Einführung in die Theorie der Spiele.* de Gruyter, Berlin, (1959).
2. Harsányi, J. C.: Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players. *Man. Sci.*, Vol. 14, (1967) No. 3–5–7, pp. 159–182; 320–334; 468–502.
3. Szép J.—Forgó F.: *Bevezetés a játékelméletbe.* Közg. és Jogi Könyvkiadó, Budapest, (1972).
4. Szidarovszky, F.: Az oligopol játék csoportegyensúly-problémája. Kandidátusi értekezés, MTA, Budapest, (1974).
5. Szidarovszky, F.: A nem differenciálható oligopol probléma. *Szigma*, (1977a) pp. 69–74.
6. Szidarovszky, F.: Az oligopol játék r–egyensúly-problémája. *Alk. Mat. Lapok*, (1977b) pp. 105–110.
7. Szidarovszky, F.: A többtermékes oligopol játék egyensúly problémájáról. *Szigma*, (1978) pp. 243–247.
8. Szidarovszky, F.: A Nash-féle kooperatív megoldási koncepció általánosításáról. *Szigma*, (1979) pp. 69–74.
9. Szidarovszky, F.—S. Yakowitz: A New Proof of the Existence and Uniqueness of the Cournot Equilibrium. *Int. Econ. Review*, Vol. 18, (1977) No. 3. pp. 787–790.
10. Szidarovszky, F.—S. Yakowitz: Contributions to Cournot Oligopoly Theory. *J. of Econ. Theory*, Vol. 28, (1982) No. 1, pp. 51–70.

THE OLIGOPOLY GAME IN THE CASE OF UNCERTAIN COALITIONS

The paper examines the oligopoly problem under conditions when the coalition formation of those participating in the game is uncertain. This uncertainty may be modelled with both deterministic and stochastic information. The behaviour and choice of strategy of the players is determined — as shown — by the nature of the uncertainty and the information available on it. The problem is first formulated in general terms, then the solution is presented for the case of the single-product oligopoly game.

ОЛИГОПОЛЬНАЯ ИГРА ПРИ ОБРАЗОВАНИИ КОАЛИЦИЙ

В статье рассматривается олигопольная проблема с ограничениями, в которых образование игроками коалиций является лабильным. Эту лабильность можно моделировать с помощью детерминистической и стохастической информации. Поведение отдельных игроков, изменение их стратегии, как показано позже, определяется характером лабильности и наличной информацией о ней. Задача сначала формулируется для общего случая, ее конкретное решение демонстрируется для случая однопродуктовой олигопольной игры.