TARJÁN TAMÁS

Orrnehéz és farnehéz beruházási megoszlások

1. Bevezetés

A Közgazdaságtudományi Intézetben hosszú idő óta folynak kutatások a szocialista gazdaságban jelentkező beruházási ciklusok jellegzetességeinek feltárására. A különböző kutatók különböző aspektusokból vizsgálták a kérdést és különböző módszert alkalmaztak vizsgálataikban. Hagyományos közgazdasági elemzéssel dolgozott pl. BAUER TAMÁS [10] és TÉNYI GYÖRGY [11]. Matematikai módszereket és modelleket alkalmazott BRÓDY ANDRÁS [12], [13], KORNAI JÁNOS [14], LACKÓ MÁRIA [15], KOVÁCS JÁNOS—VIRÁG ILDIKÓ [16], TARJÁN TAMÁS—TÉNYI GYÖRGY [1], KOVÁCS JÁNOS és TARJÁN TAMÁS [2]. Ezekhez a kutatásokhoz csatlakozik az Országos Tervhivatalban végzett számos vizsgálat is, pl. AUGUSZTINOVICS MÁRIA [8], BEREND IVÁN [17] és FAUR TIVADAR [8] kutatásai.

E kutatások részben a ciklus lefolyására, időtartamára és hatására vonatkoznak, részben keletkezésük okainak feltárására. Ez a cikk azokhoz a vizsgálatokhoz csatlakozik, amelyek a ciklusok létrejöttének okait és a beruházási ingadozásoknak a népgazdaságra való hatását vizsgálják. A vizsgálati módszer első gyökereit alighanem BRÓDY ANDRÁS [18] 1972-es baseli előadásában találhatjuk meg, majd ennek nyomdokain, de más felfogásban TARJÁN—TÉNYI [1] cikkében.

E cikk a beruházási folyamatot leíró pálya stabilitásának két szükséges feltételével foglalkozik, majd a két feltétel valószínűségszámítási, fizikai és közgazdasági interpretációját adja.

A fizikai értelmezés segítségével bebizonyítja, hogy a TARJÁN—TÉNYI [1] cikkében tárgyalt „orrnehéz" megoszlások nem feltétlen stabilizálóak, míg a „farnehéz" megoszlások szükségszerűen destabilizálóak.

A cikk a közgazdasági értelmezést az átlagos tőkelekötési idő fogalmának segítségével adja. Bebizonyítja, hogyha a beruházási megoszlásokhoz tartozó átlagos tőkelekötési idő rövidebb mint a beruházási idő fele ($T/2$) akkor a beruházás instabil pályán megy végbe. A cikk végül matematikai statisztikai eszközökkel elég általános feltételek mellett bebizonyítja, hogy a két feltétel egyenként az „összes lehetséges" beruházási megoszlás 50%-ára, együtt pedig több mint 70%-ára képes eldönteni, hogy azok instabil beruházási pályához vezetnek.

2. Diszkrét rendszerek stabilitásának szükséges feltételei

Mint TARJÁN—TÉNYI [1] és KOVÁCS—TARJÁN [2]-ben tettük jelöljük a beruházások megvalósítási arányszámait $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \ldots, \alpha^{(T)}$-vel $\left(\sum_{k=1}^{T} \alpha^{(k)} = 1\right)$, és tekintsük őket állandóaknak. Jelentse $B(t)$ a t időpontban induló beruházások összvolumenét. Így a beruházásokra fordítható t évi $K(t)$ keretet a következő összeg adja:

$$K(t) = \sum_{k=1}^{T} \alpha^{(k)} B(t-k+1).$$

Tegyük fel, hogy a t évben beruházásokra fordított $K(t)$ keret γ rátával nő egyenletesen, azaz

$$K(t) = K_0 \cdot \gamma^t.$$

Ekkor a t évi $B(t)$ beruházás-indításokra az alábbi diszkrét időpontokra felírt

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha^{(k)} B(t-k+1) = K_0 \gamma^t \tag{0}$$

állandó együtthatós inhomogén differenciaegyenletet kapjuk. Ennek megoldását (lásd pl. [19]-et) a differenciaegyenletek elméletében szokásos módon a

$$\sum_{k=1}^{T} a_k z^{T-k} = 0 \quad \left(a_k = \frac{\alpha^{(k)}}{\gamma^{k-1}}, \ k = 1, 2, \ldots T \right)$$

karakterisztikus polinom gyökeinek a segítségével kapjuk.

Míg a folytonos időparaméter alapján felírt lineáris differenciálegyenletek megoldásai pontosan akkor stabilak, ha a hozzájuk tartozó

$$G(w) = \sum_{k=1}^{T} b_k w^{T-k} = 0 \quad (b_1 > 0) \tag{1}$$

karakterisztikus egyenlet minden gyökének valós része negatív, addig a beruházási folyamatot diszkrét időpontokban leíró differenciaegyenletek megoldásai akkor és csak akkor stabilak, ha a hozzájuk tartozó

$$F(z) = \sum_{j=1}^{T} a_j z^{t-j} = 0 \quad (a_1 > 0) \tag{2}$$

karakterisztikus egyenlet minden gyöke abszolút értékben kisebb mint 1.

Az előző negativitási feltétel teljesüléséhez az algebrából jól ismert Hurwitz tételt[1] kellene alkalmaznunk, amely az (1) karakterisztikus polinom együtthatóiból képzett determináns sorozat előjeleiből mondja meg pontosan, hogy mikor hány gyök esik a negatív valós részű komplex számok alkotta félsíkba.

Jegyezzük meg, hogy a folytonos paraméterű rendszer stabilitásának fontos szükséges feltétele, hogy (1) minden együtthatója pozitív legyen, azaz

$$b_k > 0, \text{ ha } 1 \leq k \leq T. \tag{3}$$

Ez az algebra alaptételének és a negativitási feltételnek közvetlen következménye, ui. a valós együtthatójú $G(w)$ polinom első és másodfokú valós polinomok szorzatára bomlik, amelyek a gyökök valós részének negativitása miatt mind pozitív együtthatójúak, így szükségképpen szorzatuk is az.

[1] Lásd pl. Kuros [3], Gantmacher [4].

Ismert, hogy

$$z = \frac{w+1}{w-1} \tag{4}$$

bilineáris leképzés segítségével a negatív valós részű $Re(w) < 0$ komplex félsík kölcsönösen egyértelműen leképezhető a $|z| < 1$ komplex egységsugarú körlemezre.

Így a Hurwitz kritériumnak megfelelő szükséges és elégséges kritérium adható a diszkrét paraméterű rendszer stabilitására is (Lásd MARDEN [5], JURY [6]).

Annak ellenére, hogy az automata- és vezérléselméleti alkalmazások következtében az 50- és 60-as évekre a diszkrét rendszerek stabilitására vonatkozó kritériumok lényegesen leegyszerűsödtek, megfogalmazásukra könnyen kezelhető algoritmusok születtek (JURY [6]), a stabilitás szükséges és elégséges feltételeinek közgazdasági értelmezése, interpretációja lehetetlen. Ezért itt megelégszünk azzal, hogy két szükséges feltétel közgazdasági interpretációját adjuk meg és matematikai statisztikai eszközökkel megvizsgáljuk, hogy e két szükséges feltétel a beruházási megoszlások hány „százalékára" képes eldönteni, hogy azok instabil beruházási pályához vezetnek.

A (4) bilineáris leképezés a (2)-beli a_j együtthatók és az (1)-beli b_k együtthatók között az alábbi képlettel számolható kapcsolatot létesíti (lásd JURY [6] 83. oldal):

$$b_k = \sum_{j=1}^{T} a_j \sum_{l=0}^{k-1} (-1)^l \binom{j-1}{l} \binom{T-j}{k-1-l} \quad (1 \leq k \leq T). \tag{5}$$

Az (5) képlet alapján tehát b_1, b_2 és b_T értékei a következők:

$$b_1 = \sum_{j=1}^{T} a_j = F(1) \tag{6}$$

$$b_2 = \sum_{j=1}^{T} a_j(T - 2j + 1) = 2 \cdot F'(1) - (T-1) \cdot F(1) \tag{7}$$

$$b_T = \sum_{j=1}^{T} a_j(-1)^{j-1} = (-1)^{T-1} F(-1). \tag{8}$$

Mivel az [1] és [2]-ben bemutatott közgazdasági alkalmazásokban a karakterisztikus egyenlet a_j együtthatói nem negatívok és $a_1 > 0$, ezért a (3) feltétel $k = 1$ esetén értelemszerűen mindig teljesül. Így az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy

$$\sum_{j=1}^{T} a_j = 1. \tag{9}$$

A (3) szükséges feltételt az (7)-beli b_2-re alkalmazva kapjuk, hogy

$$\sum_{j=1}^{T} a_j(T - 2j + 1) > 0, \tag{10}$$

azaz átrendezéssel és (9) felhasználásával az

(i) $$\sum_{j=1}^{T} j a_j < \frac{T+1}{2}$$

szükséges feltételt kapjuk.

A (3) szükséges feltételt az (8)-beli b_T-re alkalmazva kapjuk, hogy

$$\sum_{j=1}^{T} a_j(-1)^{j-1} > 0, \qquad (11)$$

azaz (9) és (11) összeadásával a

(ii) $$\sum_{l=1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} a_{2l-1} > \frac{1}{2}$$

$\left(\left[\frac{T}{2}\right]\right.$ a felső egész rész$\left.\right)$ szükséges feltételt kapjuk.

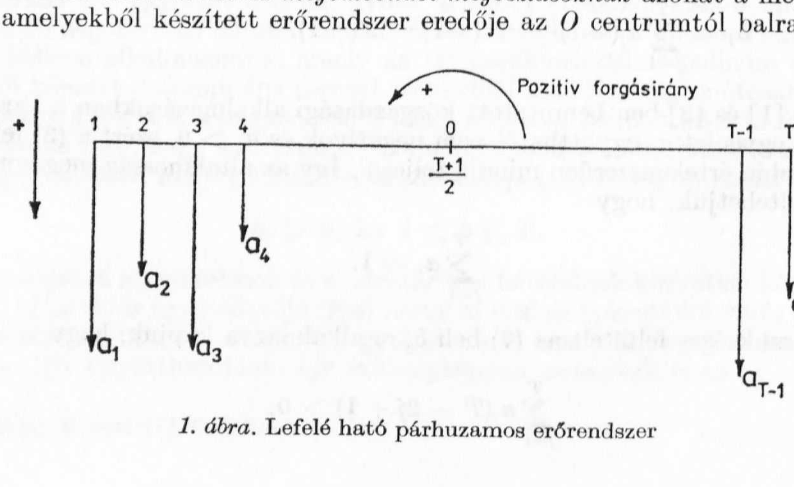
3. A két szükséges feltétel közgazdasági interpretálása

Az (i) feltétel valószínűségszámítási értelmezése kézenfekvő, hiszen az [1]-ben és [2]-ben ismertetett modelleknél az $a_1, a_2, \ldots, a_T$ beruházási megoszlás egyben valószínűségi megoszlás is (lásd a (9) feltételt), ezért az (i) feltétel bal oldala az eloszlás várható értéke. Az (i) feltétel azt követeli, hogy a beruházási eloszlás várható értéke kisebb legyen az 1 és T számtani közepénél. Ha tehát a beruházási megoszlással súlyozott átlag eléri vagy meghaladja az egyenlő súlyokkal súlyozott közepet, akkor a hozzá tartozó beruházási pálya instabil.

Adhatunk az (i) feltételnek fizikai értelmezést is. (1. ábra)

Vegyünk egy $T-1$ méter hosszúságú vízszintes tartót. Balról számítva $k-1$ méter távolságban $(1 \leq k \leq T)$ hasson egy a_k nagyságú erő lefelé. A fizikából tudjuk, hogy a (6)-beli b_1 az erőrendszer eredője, míg a (7)-beli b_2 az erőrendszer 0 centrumára számított nyomatékának 2-szerese.

Nevezzük tehát *orrnehéz megvalósítási megoszlásoknak* azokat a megoszlásokat, amelyekből készített erőrendszer eredője az O centrumtól balra támad,



1. ábra. Lefelé ható párhuzamos erőrendszer *farnehezeknek* pedig azokat, amelyeknél az eredő a centrumban vagy tőle jobbra támad.

Ez a definíció, a vízszintes tartó analógiából természetesnek adódik. Már a TARJÁN–TÉNYI [1] cikk írásakor is használtuk az elnevezést, azonban ott pontos definíciót a fogalomra nem adtunk, tételt sem mondtunk ki rá. Az így definiált farnehéz megoszlásokra a következő tétel igaz az (i) feltétel alapján:

1. tétel. A farnehéz megvalósítási megoszlások esetén a beruházás instabil pályán megy végbe.

Az orrnehéz megoszlásokra volt [1]-ben egy sejtésünk, nevezetesen az, hogy azok stabil pályát eredményeznek. Ez azonban nem bizonyult igaznak. Az orrnehézség csak szükséges feltétele a stabilitásnak.

Orrnehéz eloszlásoknak nevezhetnénk azokat a beruházási eloszlásokat, amelyeknél a $\left(\frac{T+1}{2}\right)$ félidőig már több mint a fele beruházás megvalósul; farnehezeknek pedig azokat, amelyekre ez a feltétel nem igaz. Valószínűségszámítási fogalmakkal ezt úgy mondhatnánk, hogy az eloszlás orrnehéz vagy farnehéz, ha a hozzátartozó medián kisebb vagy nagyobb az első és utolsó érték számtani közepénél, $\left(\frac{T+1}{2}\right)$-nél. Ez sokkal egyszerűbben definiálható osztályozás lenne, azonban erre nem lenne igaz az előző vagy hozzá hasonló tétel. Ennek illusztrálására tekintsük a következő példát.

Példa: $T = 4$; $a_1 = 0{,}1$, $a_2 = 0{,}5$, $a_3 = 0{,}1$, $a_4 = 0{,}3$

A várható értékhez kapcsolódó definíciónk értelmében ez az eloszlás farnehéz, tehát az 1. tétel értelmében instabil pályát eredményez. A mediánhoz kapcsolódó definíció értelmében azonban orrnehéz lenne.

A matematikai statisztikából tudjuk, hogy a két fogalom szimmetrikus eloszlások esetén egybeesik. Nem szimmetrikus eloszlások esetén (épp azoknál, amelyeket mi akarunk vizsgálni) azonban különválnak. *Pearson* az aszimmetria jellegének és mértékének mérésére épp a kettő különbségét használja (lásd pl. CALOT [7]):

$$\text{Második Pearson koefficiens} = \frac{3\ (\text{várható érték-medián})}{\text{szórás}},$$

amely negatív, *O* vagy pozitív, ha az eloszlás rendre balra elterülő, szimmetrikus vagy jobbra elterülő.

A példánkban szereplő eloszlásra a várható érték = 2,6, a medián = 2; ezért az eloszlás Pearson definíciója szerint jobbra elterülő, a mi definíciónk szerint pedig farnehéz.

Végül egy közgazdasági érv definíciónk jogosságára.

A beruházásoknál a lekötött tőke mennyisége után az átlagos tőkelekötési idő a legfontosabb szempont (lásd AUGUSZTINOVICS [8]), amelyet a

$$\text{átl. tőkelek. idő} = \sum_{j=1}^{T} \left(T - j + \frac{1}{2}\right) a_j, \tag{12}$$

képlettel számíthatnánk, hiszen az utolsó évben ráfordított tőke fél évet, az utolsó előttiben ráfordított tőke másfél évet stb. volt átlagosan lekötve. Az (i) feltétel a következőképpen fogalmazható meg az átlagos tőkelekötéssel:

$$\sum_{j=1}^{T}\left(T+\frac{1}{2}-j\right)a_j=\left(T+\frac{1}{2}\right)\sum_{j=1}^{T}a_j-\sum_{j=1}^{T}ja_j>T+\frac{1}{2}-\frac{T+1}{2}=\frac{T}{2}, \tag{13}$$

azaz

(i')
$$\sum_{j=1}^{T}\left(T-j+\frac{1}{2}\right)\cdot a_j>\frac{T}{2}.$$

Kimondhatjuk a következő tételt:

2. tétel. Ha az átlagos tőkelekötési idő nem nagyobb mint a beruházási idő fele ($T/2$), *akkor a beruházás instabil pályán megy végbe.*

A (ii) feltétel közgazdasági értelmezését a következő tétel adja.

3. tétel. Ha a páratlan évekbeli 1, 3, 5 stb. beruházási ráfordítások nem haladják meg az összes ráfordítások felét, akkor a beruházás instabil pályán megy végbe.

4. A két szükséges feltétel statisztikai vizsgálata

Mivel nincs empirikus ismeretünk a beruházási megoszlásokat illetően, ezért a két szükséges feltétel hatókörének vizsgálatánál az $a_1, a_2, \ldots, a_T$ megoszlás megvalósítási hányadait véletlen számoknak tekintjük. A vizsgálat eredménye természetesen függ attól, hogy azokat milyen konstrukcióval állítjuk elő. Két konstrukciót fogunk a továbbiakban tárgyalni:

I. az elsőben a $[0, 1]$ intervallum elválasztó pontjai a független valószínűségi változók, míg

II. a másodikban maguk a megvalósítási hányadok a független nem negatív eloszlású valószínűségi változók.

I. Tekintsünk egy tetszőleges $F(x)$ eloszlás függvényt, amely $a = 0{,}5$-re szimmetrikus, azaz minden x-re

$$F(a-x)=1-F(a+x+0), \tag{14}$$

(Lásd pl. Rényi [9] 200. old.) és amelyre

$$F(0)=0. \tag{15}$$

Tekintsük a teljesen független $X_1, X_2 \ldots X_{T-1}$ valószínűségi változókat, amelyek a 0,5-re szimmetrikus fenti eloszlást követik, amelyek értékei tehát 1 valószínűséggel 0 és 1 közé esnek.

Az $X_1, X_2, \ldots X_{T-1}$ valószínűségi változókat rendezzük nagyság szerint, és legyen X_k^* az X_j valószínűségi változók közül nagyság szerint a k-adik. Ekkor természetesen $X_1^* \leq X_2^* \leq \ldots \leq X_{T-1}^*$. Ezt rendezett mintának szokás nevezni a statisztikában, továbbá legyen $X_0^* = 0$ és $X_T^* = 1$.

Ekkor az első konstrukcióban a beruházási megoszlás $a_1, a_2, \ldots a_T$ megvalósítási hányadai álljanak elő a következő módon:

$$a_1 = X_1^* - X_0^*,\ a_2 = X_2^* - X_1^* \ldots a_{T-1} = X_{T-1}^* - X_{T-2}^*,\ a_T = X_T^* - X_{T-1}^*.$$

Az (i) feltétel statisztikai vizsgálatánál arra a kérdésre kell válaszolnunk, hogy mi annak a *valószínűsége*, hogy az (i) szükséges feltétel nem teljesül (a beruházási eloszlás instabil megoldást ad):

$$P\big(\text{(i) nem teljesül}\big) = P\left(\sum_{k=1}^{T} k(X_k^* - X_{k-1}^*) \geq \frac{T+1}{2}\right) = ?$$

Először tekintsük az alábbi átalakítást:

$$\sum_{k=1}^{T} k(X_k^* - X_{k-1}^*) = \sum_{k=1}^{T} kX_k^* - \sum_{k=0}^{T-1} (k+1)X_k^* = T - \sum_{k=1}^{T-1} X_k^* - 0 = T - \sum_{k=1}^{T-1} X_k.$$

Tehát

$$P\left(\sum_{k=1}^{T} k(X_k^* - X_{k-1}^*) \geq \frac{T+1}{2}\right) = P\left(\sum_{k=1}^{T-1} X_k \geq \frac{T-1}{2}\right) = 0{,}5.$$

Ui. mivel $X_k - k$ az $a = 0{,}5$-re szimmetrikusak és függetlenek, ezért a $T-1$ változó összege $0{,}5 \cdot (T-1)$-re lesz szimmetrikus. Ezért a fenti valószínűség értéke 0,5.

Az (ii) feltétel statisztikai vizsgálatánál pedig az alábbi valószínűségre vagyunk kíváncsiak:

$$P\big(\text{(ii) nem teljesül}\big) = P\left(\sum_{l=1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} X_{2l-1}^* - X_{2l-2}^* \leq \frac{1}{2}\right) = ?$$

A függetlenség és a 0,5-re való szimmetria miatt:

$$P(X_1 < x_1,\ X_2 < x_2, \ldots X_{T-1} < x_{T-1}) = \prod_{j=1}^{T-1} P(X_j < x_j) =$$

$$= \prod_{j=1}^{T-1} P(1 - X_{T-j} < x_j) = P(1 - X_{T-1} < x_1, 1 - X_{T-2} < x_2, \ldots, 1 - X_1 < x_{T-1}).$$

Így a rendezett mintájukra is fennáll a

$$P(X_1^* < x_1, X_2^* < x_2, X_{T-1}^* < x_{T-1}) = P(1 - X_{T-1}^* < x_1, 1 - X_{T-2}^* <$$
$$< x_2, \ldots, 1 - X_1^* < x_{T-1})$$

egyenlőség. Vezessük be az

$$X^* = \sum_{l=1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} X_{2l-1}^* - X_{2l-2}^*$$

jelölést. Ekkor, ha T páros

$$1 - X^* = \sum_{l=1}^{\frac{T}{2}} X_{T-2l-1}^* - X_{T-2l-1}^* = \sum_{l=1}^{\frac{T}{2}} (1 - X_{T-2l-1}^*) - (1 - X_{T-2l-2}^*),$$

azaz

$$P(X^* < x) = P(1 - X^* < x),$$

tehát X^* 0,5-re szimmetrikus, vagyis $P(X^* < 0{,}5) = 0{,}5$ *ha T páros*. Ha T páratlan, akkor a pontos értéket nem tudjuk kiszámítani.

Foglalkozzunk most a második konstrukcióval:

II. Tekintsünk egy tetszőleges $G(x)$ eloszlásfüggvényt, amelyre

$$G(0) = 0. \tag{16}$$

Tekintsük a teljesen független $Y_1, Y_2, \ldots Y_T$ valószínűségi változókat, amelyek a fenti eloszlást követik, értékeik tehát 1 valószínűséggel nem negatívak.

Vezessük be az

$$Y = \sum_{j=1}^{T} Y_j \text{ jelölést.} \tag{17}$$

Ekkor a második konstrukcióban a beruházási megoszlás $a_1, a_2, \ldots a_T$ megvalósítási hányadai a következő módon álljanak elő:

$$a_1 = \frac{Y_1}{Y},\ a_2 = \frac{Y_2}{Y},\ \ldots,\ a_T = \frac{Y_T}{Y}.$$

Jelen konstrukciónál az (i) feltétel statisztikai vizsgálata a következőben áll:

$$P(\text{(i) nem teljesül}) = P\left(\sum_{k=1}^{T} kY_k \geq \frac{T+1}{2} \sum_{k=1}^{T} Y_k\right) = ?$$

Gondoljuk meg az alábbiakat:

a) két 1 valószínűséggel nemnegatív eloszlású teljesen független valószínűségi változó különbsége $a = 0$-ra szimmetrikus eloszlást követ.

b) véges sok, $a = 0$-ra szimmetrikus teljesen független elosztás összege is $a = 0$-ra szimmetrikus.

c) $$\sum_{k=1}^{T}\left(k - \frac{T+1}{2}\right) Y_k = \sum_{k=1}^{\left[\frac{T}{2}\right]}\left(k - \frac{T+1}{2}\right)(Y_k - Y_{T-k}). \tag{18}$$

Tehát a (18) összeg $a = 0$-ra szimmetrikus. Így

$$P(\text{(i) nem teljesül}) = P\left(\sum_{k=1}^{T}\left(k - \frac{T+1}{2}\right) Y_k \geq 0\right) = 0{,}5.$$

Az (ii) feltétel statisztikai vizsgálata pedig a következő:

$$P(\text{(ii) nem teljesül}) = P\left(\sum_{l=1}^{\left[\frac{T}{2}\right]} Y_{2l-1} \geq 0{,}5 \sum_{k=1}^{T} Y_k\right) = ?$$

Ha T páros, akkor

$$\sum_{l=1}^{\frac{T}{2}} Y_{2l-1} - 0{,}5 \sum_{k=1}^{T} Y_k = 0{,}5 \sum_{l=1}^{\frac{T}{2}} (Y_{2l-1} - Y_{2l}). \tag{19}$$

A (19) összeg is az $a = 0$-ra szimmetrikus az *a)* és *b)* pontok alapján. Tehát ha T páros, akkor

$$P((\text{ii})\ \text{nem teljesül}) = P\left(\sum_{l=1}^{\frac{T}{2}} Y_{2l-1} - 0{,}5 \sum_{k=1}^{T} Y_k \geq 0\right) = 0{,}5.$$

Az (i) és (ii) feltétel együttes szimulációs vizsgálata

A két szükséges feltétel együttes vizsgálatát a második konstrukcióban és pszeudo-véletlen számokkal végeztük.

Az eredményeket az alábbi táblázatban foglaltuk össze. Minden esetben $T = 10$. $G(x)$ eloszlás két féle

α) [0, 1] intervallumban egyenletes,

β) $\lambda = 1$ paraméterű exponenciális eloszlás.

A kísérletek száma legyen N, ennek függvényében

r(i), r(ii) és r(i, ii) jelentse rendre annak a relatív gyakoriságát, hogy az (i) feltétel, a (ii) feltétel és mind a kettő teljesül.

1. táblázat

T = 10	Egyenletes eloszlás			Exponenciális eloszlás		
N	r(i)	r(ii)	r(i,ii)	r(i)	r(ii)	r(i,ii)
20	0,7	0,55	0,3	0,7	0,65	0,35
50	0,58	0,5	0,28	0,58	0,58	0,36
100	0,52	0,49	0,28	0,54	0,52	0,31
500	0,5	0,48	0,27	0,508	0,496	0,288
1000	0,501	0,506	0,287	0,503	0,513	0,296
10000	0,4961	0.5103	0.281	0.491	0.5116	0.2797
∞	0,5	0,5	≈0,28	0,5	0,5	≈0,28

Az 1. táblázatból tehát azt olvashatjuk ki, hogy annak a relatív gyakorisága, hogy

— az (i) feltétel nem teljesül, tart 0,5-höz.

— az (ii) feltétel nem teljesül, tart 0,5-höz.

— az (i) vagy az (ii) feltétel nem teljesül, tart 0,72-höz.

A szimulációs vizsgálatot csak a második konstrukcióban végeztük el, de mindkét konstrukcióban tudjuk elvileg, hogy a fenti első két relatív gyakoriságnak 0,5-höz kell tartania. A szimulációs vizsgálatot azért volt célszerű elvégezni, mert a két szükséges feltétel együttes vizsgálata olyan általános eloszlásokkal, mint azt az (i) és (ii) feltétel esetében tettük, sokkal bonyolultabb bizonyításokat és meggondolásokat igényelne, s a szimuláció mégis ad valami képet.

A fenti harmadik relatív gyakoriság az egyenletes és exponenciális pszeudo-véletlen számok esetében is 0,72-höz tart; így elmondhatjuk, hogy

$$P((\text{i})\ \text{nem teljesül vagy (ii) nem teljesül}) \approx 0{,}72,$$

azaz a két szükséges feltétel az összes beruházási megoszlások több mint 70 százalékára képes kimutatni, hogy azok instabil beruházási pályához vezetnek.

(Beérkezett: 1985. febr. 14-én.)

IRODALOM

1. TARJÁN, T.—TÉNYI, Gy.: Kísérlet a beruházási folyamat modellezésére, *Szigma*, 10, 1—2 (1977) 11—24.
2. KOVÁCS, J.—TARJÁN, T.: Ciklus és pótlás, *Közgazdasági Szemle*, 33, 1. (1986) 24—40.
3. KUROS, A. G.: *Felsőbb algebra*, Tankönyvkiadó, Budapest, (1966) 278.
4. GANTMACHER, F. R.: *Mátrixelmélet* (orosz nyelven) Moszkva, (1967) 483—488.
5. MARDEN, M.: *The Geometry of the Zeros of a Polynomial in a Complex Variable*, New York (1949) 152—157.
6. JURY, E. J.: *Theory and application of the z-transform method*, Wiley, (1964) 79—138.
7. CALOT, G.: *Cours de Statistique descriptive*, Dunod (1975)
8. AUGUSTINOVICS, M.: *Népgazdasági modellek a hosszú távú tervezésben*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest. (1979)
9. RÉNYI, A.: *Valószínűség-számítás*, Tankönyvkiadó. Budapest (1968)
10. BAUER, T.: *Tervgazdaság, beruházás, ciklusok*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest. (1979)
11. TÉNYI, Gy.: *Beruházási egyenetlenségek a magyar népgazdaságban*. Budapest, Kézirat. MTA Közgazdaságtudományi Intézete (1976)
12. BRÓDY, A.: *Ciklus és szabályozás*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, (Budapest. (1980)
13. BRÓDY, A.: A beruházási ciklus elmélete és szabályozása, *Gazdaság*, 17, 3. (1983), 57—71.
14. KORNAI, J.: *Növekedés, hiány és hatékonyság*. Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, (1982)
15. LACKÓ, M.: Feszültségek felhalmozása és leépítése. *Közgazdasági Szemle*, 27. 7—8 (1980) 923—940.
16. KOVÁCS, J.—VIRÁG, I.: Szakaszos vagy egyenletes növekedés, *Közgazdasági Szemle*, 28, 6 (1981) 675—686.
17. BEREND, I.: *Eszközigényesség és fejlesztési politika*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, (1979)
18. BRÓDY, A.: *A beruházási ciklusok belső struktúrája*, Német nyelvű kézirat egy Baselben tartott előadáshoz (1972)
19. GELFOND, A. O.: *Differenciaszámítás*. Akadémiai Kiadó. Budapest, 1954.

STEM-HEAVY AND STERN-HEAVY INVESTMENT DISTRIBUTIONS

The article establishes two necessary conditions of the stability of the investment process modelled in an article by Tarján—Tényi and then gives an interpretation of the two conditions from the aspect of probability theory, physics and economics. With the aid of the physical interpretation it is proved that the stem-heavy distributions are not necessarily stabilizing while the stern-heavy ones are necessarily destabilizing.

The economic interpretation is based on the notion of average time of capital demobilization. It is proved that if the average capital demobilization time belonging to the investment distribution is shorter than half of the investment gestation period then the investment takes place along an unstable path.

Finally, the article proves with mathematical-statistical tools and under rather general conditions that each of the conditions can decide for 50 percent of „all possible'' investment distributions and the two combined for more than 70 percent whether they lead to unstable investment paths.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ С «НОСОВЫМИ» И «КОРМОВЫМИ» ПЕРЕГРУЗКАМИ

В статье называются два необходимых условия стабилизации процесса капиталовложений, смоделированных в статье Тарьяна и Теньи (I), а затем эти два условия определяются в аспекте теории вероятности, физики и экономической науки. С помощью физического толкования доказывается, что распределения с «носовыми» перегрузками не обязательно являются стабилизирующими, а с «кормовыми» — не обязательно дестабилизирующими.

Экономическое толкование дается в статье с помощью понятия среднего срока отвлечения капитала. Доказывается, что если средний срок овлечения капитала при данном распределении капиталовложений меньше половины срока капиталовложений, то капиталовложения идут по неустойчивому пути.

И наконец, в статье с помощью средств математической статистики при достаточно общих условиях доказывается, что эти два условия способны каждое в отдельности в случае 50 процентов «всех возможных» распределений капиталовложений, а вместе — в случае 70% способны решить, ведут ли они к неустойчивому пути капиталовложений.