SIMONOVITS ANDRÁS

Ütköző készletek és naiv várakozások egy nem-walrasi dinamikus makromodellben: stabilitás, ciklus és káosz*

1. Bevezetés

Az olvasó már többször találkozhatott a Szigma oldalain is nem-walrasi (azaz disequilibrium-elméleti) modellekkel, sőt az egyik legfontosabb idevágó cikk BENASSY (1974) először éppen e folyóirat hasábjain jelent meg. A legutóbbi években a téma jelentősége egyre nőtt; BARRO és GROSSMANN (1971), MALINVAUD (1977) stb. klasszikus munkáinak egyre több követője akad a világon. Ez az elmélet szembefordul a walrasi elmélettel: nem az ár- hanem a volumenváltozásokat tekinti rövidtávon meghatározónak. Ez a megközelítés lehetővé teszi, hogy a walrasi egyensúlyt általánosítva *munkanélküliségi* és *inflációs egyensúlyról* beszélhessünk. Sajnos a disequilibrium-modellek számottevő része *statikus* marad, ezért is helyesebb nem-walrasi elméletről beszélni. De még a *dinamikus* disequilibrium-modellek jelentős része is csak korlátozott értelemben dinamikus. Például MALINVAUD (1977) függelék, MUELLBAUER és PORTES (1978), valamint BENASSY (1980) a *készlet-dinamika* bevezetését *előre adott várakozásokkal* kapcsolta össze, azaz pl. a második időszak eladási várakozása *független* volt az első időszak készletétől és eladásától. Szemléletesen mutatja e megközelítés további korlátját, hogy e szerzők *két* időszakra korlátozták vizsgálatukat és, *nulla* kezdő és záró készletet feltételezve, *átmenetinek* tekintették a készleteket. DEHEZ és GABSZEWICZ (1977) viszont az állami kiadások bevezetésével küszöbölte ki a termékkészleteket, ellenben dinamikusan vizsgálta a *megtakarítások*, ill. a pénzkészletek alakulását.

Ilyen előzmények után látott napvilágot HONKAPOHJA és ITO (röviden: H—I) (1980) dolgozata, amelyben a készletdinamika *tetszőleges* számú időszakra vonatkozott, és az eladási *várakozás függött* az előző időszak készletétől. Jellegében hasonló: GREEN és LAFFONT (1981) és MALINVAUD (1980). Kiindulópontul LOVELL (1962) modellje szolgált, azonban a szerzők kiterjesztették e modell hatókörét a *keynesi munkanélküliségről* (áru- és munkaerő-túlkínálatról) az *elégtelen fogyasztásra* (árutúlkínálat és munkaerő-túlkereslet kombinációja) valamint a *visszaszorított inflációra* (áru- és munkaerő-túlkeresletre).

* Köszönetemet fejezem ki *Kornai Jánosnak*, aki dolgozatom több változatát is elolvasta és fontos tanácsokkal látott el. Megköszönöm *Seppo Honkapohja* önzetlen segítségét, s külön kiemelem a kaotikus viselkedésről szóló megjegyzéseit, melyet dolgozatom korábbi változatával kapcsolatban adott, ahol még nem szerepelt az instabilitásról szóló rész. Köszönöm a *Szigma* névtelen lektorainak hasznos megjegyzéseit, valamint *J.-P. Benassy*, *Bródy András*, *A. R. Doina*, *Körösi Gábor* és *Vince János* megjegyzéseit. Természetesen minden megmaradó hibáért egyedül engem terhel a felelősség.

[1] J.-P. Benassy figyelmeztetett arra, hogy modellemben a *klasszikus munkanélküliség* fogalma ellentétbe kerülhet a hagyományos fogalommal, amely szerint csak a túl magas reálbér okozhat klasszikus munkanélküliséget. Egy finomabb osztályozás található BENASSY (1982) 12. fejezetében.

Dolgozatomban H—I modelljének több fontos feltevését módosítom: (i) H—I-val ellentétben az eladási várakozások *pontatlanságából* és folytonos korrekciójából indulok ki. (ii) A keynesi viselkedési szabály *kiterjesztését* más tartományokra csak akkor fogadom el, ha a rendszer csak *időnként* van a keynesi tartományon kívül. (iii) A készletdinamika mellett tanulmányozom a *kényszermegtakarítások* dinamikáját is.

Honkapohja és Ito eredményeinek egy része érvényben marad a módosított modellben is, más része nem. Lábjegyzetekben térek ki néhány apróságral amely H—I dolgozatában helyesbítésre szorul. Teljesen új viszont az instabi, szabályozásnál fellépő *kaotikus* viselkedésről szóló rész.

A dolgozat a Bevezetésen kívül négy fejezetből és egy függelékből áll. A 2. fejezetben röviden ismertetjük a *modellt*, a 3. fejezetben definiáljuk a különböző *tartományokat* és az *egyensúlyi* helyzetet tanulmányozzuk. A 4. fejezet a *dinamikával* foglalkozik: stabilitás, ciklus és káosz. Az 5. fejezetben *összehasonlítjuk* a két modellt és szólunk Lovell modelljéről is. A függelék a bonyolultabb *bizonyításokat* tartalmazza.

A dolgozat nem tételezi föl H—I cikkének ismeretét!

2. A módosított modell

Ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk Honkapohja és Ito modelljének egyenleteit, de ezeket már a módosított feltevések szerint írjuk föl. Két piac van: árupiac és munkaerőpiac. A t-edik időszakban a munkaerő iránti kereslet L_t^d, a munkaerő kínálata L_t^s, az áru iránti kereslet Y_t^d és az áru kínálata Y_t^s. A disequilibrium-elmélet *rövidebb oldal szabályát* követve a tényleges cserét mindkét piacon a kisebbik mennyiség határozza meg:

$$Y_t = \min (Y_t^d, Y_t^s) \tag{2.1}$$

és

$$L_t = \min (L_t^d, L_t^s). \tag{2.2}$$

A termék kínálatának és eladásának[2] különbsége adja az időszak *zárókészletét*:

$$I_t = Y_t^s - Y_t. \tag{2.3}$$

Föltesszük, hogy a vállalatok kizárólag munkaráfordításokkal hozzák létre a terméket. Sőt mi több, a megfelelő termelési függvényről föltételezzük, hogy homogén lineáris: $Q = \delta L$. Definíció szerint az árukínálat egyenlő a kezdőkészlettel és a termeléssel:

$$Y_t^s = I_{t-1} + \delta L_t, \text{ ahol } \delta > 0. \tag{2.4}$$

Ezen a ponton vezetjük be a *kényszermegtakarítások*[3] *állományát*, melyet M_t-vel jelölünk, és ez definíció szerint egyenlő az árukereslet és az eladás

[2] H—I (4.3) képletében Y_t^d *kereslet* szerepelt Y_t *eladás* helyett; (4.5)-ben már a helyes képlet szerepel.

[3] A szándékolt- és a kényszermegtakarítás megkülönböztetését ugyanúgy be kellene vezetnünk, mint a szándékolt és a nemszándékolt készletfelhalmozást, ezzel azonban tovább bonyolítanánk modellünket.

különbségével:

$$M_t = Y_t^d - Y_t. \tag{2.5}$$

Most az árukeresletet a kényszermegtakarítás-állomány adott ϑ hányadának és a folyó jövedelemnek az összegével definiáljuk, ahol a folyó jövedelem két részből áll: a népesség szavatolt jövedelméből (a) és a munkanélküliségi, valamint a biztosítási hozzájárulás feletti munkajövedelmekből:[4]

$$Y_t^d = \vartheta M_{t-1} + a + bL_t, \text{ ahol } 0 \leq \vartheta \leq 1 \text{ és } a > 0;\ b \geq 0. \tag{2.6}$$

Föltesszük, hogy a termelés nyereséges: $\delta > b$.

Következő feltevésünk szerint a munkaerő kínálat adott:

$$L_t^s = d. \tag{2.7}$$

Lovellt követve föltesszük, hogy a kívánt készlet arányos a várt árukereslettel:

$$I_t^* = \beta \bar{Y}_t^d \quad \text{ahol} \quad \beta \geq 0. \tag{2.8}$$

Vegyük észre, hogy $\bar{Y}_t^d$-nek már a t-edik időszak elején ismertnek kell lennie, amikor a vállalatok meghatározzák lehetséges árukínálatukat: $I_t^* + \bar{Y}_t^d$-t. (H—I-t követve föltesszük, hogy a vállalatok nem részben, hanem teljesen igazodnak várakozásaikhoz, ezzel elkerüljük a magasabbrendű differencia egyenletek használatát.) (2.4) és (2.8) szerint a munkaerő-kereslet

$$L_t^d = \frac{1}{\delta}\left[(\beta + 1)\bar{Y}_t^d - I_{t-1}\right]_+, \tag{2.9}$$

ahol $x_+ = \max(0, x)$.

Most már bevezethetjük az árukeresletre vonatkozó *naív várakozást*:

$$\bar{Y}_t^d = \vartheta M_{t-1} + a + bL_{t-1}. \tag{2.10}$$

Megjegyzések[5]. (2.3) és (2.5) értelmében nem lehet $I_t > 0$ és $M_t > 0$. Ha $I_{t-1} > 0$ és $M_t > 0$ vagy fordítva, akkor a $t-1$-edik és t-edik időszak között *váltás* történt.

Már a Bevezetésben említettük, hogy modellünk *rekurzív*. Most már a változók meghatározásának a sorrendjét is megadhatjuk:

$$\bar{Y}_t^d \to L_t^d \begin{matrix} \nearrow L_t \searrow \\ \searrow Y_t^s \nearrow \end{matrix} Y_t \begin{matrix} \nearrow I_t \\ \searrow M_t \end{matrix}.$$

[4] Honkapohja és Ito valójában még egy sztochasztikus zavart is hozzáadott (2.1) egyenlete jobb oldalához, s ez az általánosítás indokolta, hogy tökéletes előrelátás helyett csak ésszerű várakozásról beszéljenek. Ez az általánosítás azonban nem érinti az eredményeket; sőt, a szerzők maguk is figyelmen kívül hagyják a zavarokat, amikor az állapotokat osztályozzák. Mi egyszerűen kizárjuk ezt a bonyodalmat. Következésképp H—I α-ja nulla minden képletünkben és mint additív tag kiesik.

[5] Egyszerűség kedvéért nem vesszük át H—I megkülönböztetését a kereslet és a kínálat *névleges* és *effektív* értéke közt. Matematikailag ez az jelenti, hogy H—I e, γ és c paraméterei mind nullák képleteinkben. Egyébként H—I-nál is csak c jut szerephez és csak az R-tartományban.

3. Állapot-típusok és egyensúly

A disequilibrium-elmélet hagyományainak megfelelően először definiáljuk a *munkanélküliséget* ($L_t^d < d$) és a *teljes foglalkoztatást* ($L_t^d \geq d$). Nyilvánvaló, hogy más alakú a készlet- és a megtakarítás-egyenlet az első esetben mint a másodikban. Szükségünk lesz még a termékkínálat és a termékkereslet különbségére, B_t-re:

$$(3.1) \qquad B_t = Y_t^s - Y_t^d = I_t - M_t = B_t^+ - B_t^-,$$

ahol a második egyenlőségnél a (2.3) és a (2.5) egyenletre támaszkodtunk.

L_t^d-t egyszerűbben felírhatjuk, ha (2.10)-et behelyettesítjük (2.9)-be:

$$(3.2) \qquad L_t^d = \frac{1}{\delta}\left[(\beta+1)bL_{t-1} - B_{t-1}^+ + (\beta+1)\vartheta B_{t-1}^- + (\beta+1)a\right]_+$$

Új jelölésünkkel tömörebben felírhatjuk az árupiac dinamikáját is, három esetet különböztetve meg:

$$(3.3) \qquad B_t = B_{t-1}^+ - \vartheta B_{t-1}^- - a, \text{ ha } L_t^d = 0$$

$$(3.4) \qquad B_t = \frac{\delta - b}{\delta}(\beta+1)bL_{t-1} + \frac{b}{\delta}B_{t-1}^+ - \frac{\sigma}{\delta}\vartheta B_{t-1}^- - \frac{\sigma}{\delta}a, \text{ ha } 0 < L_t^d < d$$

$$(3.5) \qquad B_t = B_{t-1}^+ - \vartheta B_{t-1}^- + g, \text{ ha } L_t^d \geq d,$$

ahol

$$(3.6) \qquad g = (\delta - b)d - a \text{ és } \sigma = (\beta+1)b - \beta\delta.$$

g a rendszer kulcsfontosságú paramétere; jelentése: a folyó termelés és jövedelem különbsége teljes foglalkoztatásnál.

Föltesszük, hogy $g > 0$.

A (3.2)–(3.5) egyenletek egyértelműen leírják a rendszer mozgását. Az elemzést viszont megnehezíti, hogy más és más képletek érvényesek a különböző esetekben.

Követve tehát MUELBAUER és PORTES (1978) eljárását, mind a munkanélküliségi, mind a teljes foglalkoztatási tartományon belül további két résztartományt különböztetünk meg aszerint, hogy a termékkereslet kisebb-e vagy nagyobb mint a termékkínálat. Összesen tehát négy tartományunk van;

A) *Keynesi munkanélküliség* (K): $L_t^d < L_t^s$ és $Y_t^d < Y_t^s$,
B) *Klasszikus munkanélküliség* (C): $L_t^d < L_t^s$ és $Y_t^d > Y_t^s$,
C) *Elégtelen fogyasztás* (U): $L_t^d \geq L_t^s$ és $Y_t^d \leq Y_t^s$,
D) *Visszaszorított infláció* (R): $L_t^d \geq L_t^s$ és $Y_t^d > Y_t^s$.

Hosszadalmas, de érdektelen munkával meghatározhatnánk azoknak a tartományoknak a határait, amelyekből a rendszer a fenti négy tartomány valamelyikébe ugrik. Erre azonban nem nagyon van szükségünk. Inkább rátérünk az *egyensúlyi* állapotok vizsgálatára.

Az (L, B) párt *egyensúlyi állapotnak* nevezzük, ha belőle indítva a rendszert a rendszer mozdulatlan marad. Másképp szólva, egyensúlynál $L_t = L_{t-1}$ és $B_t = B_{t-1}$.

1. *tétel. Egy és csak egy egyensúlyi állapot van, s ez keynesi egyensúly*:

$$L^K = \frac{a}{\delta - b}, \qquad I^K = \frac{\beta a \delta}{\delta - b} \quad \text{és } M^K = 0; \tag{3.7}$$

Megjegyzések: A keynesi egyensúly (3.7) képlete lényegében véve megegyezik H—I (4.3) képletével. Az egybeesés nem meglepő, mert egyensúlyban a naiv várakozás egybeesik az ésszerű várakozással: $\overline{Y}_t = Y_{t-1} = Y_t$.

Bizonyítás. Először azokkal a tartományokkal foglalkozunk, amelyekben nem lehet egyensúlyi pont. Ilyen például a K-tartománynak az a K° résztartománya, amelyben $L_t^d = 0$. Ekkor (3.2) értelmében $I_{t-1} > 0$, azaz (3.3) szerint $I_t = I_{t-1} - a < I_{t-1} \neq I_t$.

A klasszikus munkanélküliség esetén sem létezhet egyensúly, mert a klasszikus munkanélküliséget modellünkben éppen olyan előrebecslési tévedések okozzák, amelyek a foglakoztatás *növekedéséből* fakadnak. (Éppen az ésszerű várakozás feltevése zárta ki a klasszikus munkanélküliséget H—I modelljéből.)

Hasonló még a helyzet az elégtelen fogyasztással és a visszaszorított inflációval, amikoris $g > 0$ miatt B_t nő. (Ha H—I-hez hasonlóan megengednénk $g < 0$-t is, akkor létezne egyensúly R-ben is.)

A megmaradó K^+-tartozmányt ($K^+ = K \backslash K^0$) vizsgáljuk. Egyensúly esetén pozitív készletek vannak, (3.2) és (3.4) tehát a következő alakot öltik:

$$L_t = \frac{1}{\delta}(\beta + 1)bL_{t-1} - \frac{1}{\delta}I_{t-1} + \frac{\beta + 1}{\delta}a \tag{3.8}$$

és

$$I_t = \frac{\delta - b}{\delta}(\beta + 1)bL_{t-1} + \frac{b}{\delta}I_{t-1} - \frac{\sigma}{\delta}a \tag{3.9}$$

(3.7) egyszerű számolással adódik (3.8)—(3.9)-ből. A $g > 0$ feltétel annak szükséges és elégséges feltétele, hogy $0 < L^K < d$ teljesüljön.

4. Stabilitás, ciklus és káosz

Egy szabályozási rendszer vizsgálata nem áll meg az egyensúlyi pont meghatározásánál; ellenkezőleg, tulajdonképpen itt kezdődik. A szabályozásról tudjuk, hogy *működőképes* állapotból működőképesbe megy ($0 \leq L_t \leq d$; $t = 0, 1, 2, \ldots$). Nem tudjuk viszont még, hogy *stabilis-e* a rendszer. Ha a rendszer nem az egyensúlyi állapotából indul el, mit csinál a rendszer: tetszőlegesen megközelíti-e az egyensúlyt vagy nem? A választ két lépésben adjuk meg: 1. először az egyensúly közeléből induló rendszereket vizsgálunk *(lokális* stabilitás), 2. majd tetszőleges távolságból induló rendszerekre is kiterjesztjük eredményeinket *(globális stabilitás)*. A fokozatos megközelítést a rendszer nem-lineáris volta követeli meg, s *több-dimenzióssága* teszi bonyolulttá.[6] Az instabil pálya viszont lehet *ciklikus* és lehet *kaotikus*.

2. *tétel. A keynesi egyensúly akkor és csak akkor lokálisan stabilis, ha $g > 0$ mellett a*

$$(\beta + 1)b < \delta \tag{4.1}$$

feltétel is teljesül.

Bizonyítás. A (3.8)—(3.9) egyenletrendszer együtthatómátrixának karakterisztikus polinomja

$$p(\lambda) = \lambda^2 - \frac{b}{\delta}(\beta + 2)\lambda + \frac{b}{\delta}(\beta + 1).$$

A lokális stabilitás szükséges és elégséges feltétele az, hogy a polinom mindkét gyökének abszolút értéke kisebb legyen mint 1. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa esetünkben mindig negatív, tehát a két gyök egymás komplex konjugáltja, azaz szorzatuk a abszolút-érték négyzete. A gyökök és együtthatók összefüggése szerint tehát (4.1) valóban a lokális stabilitás szükséges és elégséges feltétele.

Megjegyzések. A K^+ tartományban a rendszer egy *elliptikus spirálison* mozog úgy, hogy két egymásutáni pontját az egyensúlyi ponttal összekötő egyenesek által bezárt szög állandó.

A bizonyításokban a fő nehézséget azonban nem annyira a szakaszosság okozza, hanem a különböző mozgástörvények hatása a különböző tartományokban. Bár azt *sejtjük*, hogy rendszerünk *globális* stabilitása következik *lokális* stabilitásából, az ekvivalenciánál jóval gyengébb eredményt tudunk csak igazolni.

3. *tétel. A keynesi egyensúly globálisan stabilis, ha a 2. tétel feltevései mellett teljesül még a következő két feltétel közül legalább az egyik:*

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{1}{\beta + 1} \tag{4.2}$$

vagy

$$\beta \geq \frac{b}{\delta - b} \tag{4.3}$$

Megjegyzés: Ellentétben a (4.1) feltevéssel, sem a (4.2) sem a (4.3) feltevés nem szükséges, csak elégséges. A (4.2)-beli felső határra a bizonyításban van szükségünk, amikor a $K^+ \to C \to K^+$ átmeneteket vizsgáljuk. E feltétel csak

[6] H—I esetében annyira egyszerű volt a kétféle stabilitás viszonya, hogy a szerzők meg sem említették a jelzőket. Sem H—I-nél, sem a jelen modellben nem válik szét a *globális és a lokális stabilitás*. Milyen feltételek mellett igaz az ekvivalencia? SIMONOVITS (1981) olyan példát ismertet a két fogalom szétválására, amelyben a korlátok nélküli rendszer lineáris és stabilis, a korlátos rendszer azonban csak lokálisan stabilis, globálisan nem.

$\beta = 0$-nál nem megszorító, β növelésével viszont egyre szigorúbbá válik. Jellemző módon a (4.3) feltevés viszont viszonylag nagy β mellett *tetszőleges* ϑ-ra biztosítja a globális stabilitást, egyszerűen kizárva a $K^+ \to C$ átmenetet; minél kisebb b; annál kisebb β-kra teljesül (4.3). (Ebben az esetben a reálbér csökkentése csökkenti a klasszikus munkanélküliség valószínűségét, v. ö. 1. lbj.)

A *ciklikus* eset vizsgálatára rátérve figyelembe kell vennünk, hogy egy *folytonos idejű ciklikus rendszer* szabályos időközökben történő megfigyelése is csak akkor vezet *diszkrét időben is folytonos rendszerhez,* ha a periódus idő egészszámú többszöröse a megfigyelési időköznek. Hasznos lesz azonban *pszeudo ciklikusságról* beszélni, ha a szóbanforgó feltétel nem teljesül. Ekkor érvényes:

4. *tétel. A rendszer mozgása lokálisan pszeudó ciklikus, ha*

$$(\beta + 1)b = \delta. \tag{4.4}$$

Anélkül, hogy a részletekbe bocsátkoznánk, bevezetjük a *pszeudo határciklus* fogalmát olyan diszkrét rendszereknél, amelyek *határciklussal* rendelkező folytonos rendszerekből származnak. (A matematikai részletek iránt érdeklődőnek CODDINGTON és LEVINSON (1955) könyvét ajánljuk.) Ekkor a következő tételhez jutunk.

5. *tétel. Mindazoknak a rendszereknek, amelyek legalább egy korlátba beleütköznek, közös pszeudo határciklusuk van, feltéve, hogy a* (4.2) *vagy a* (4.3) *feltétel mellett teljesül még* (4.4) *is.*

A szóbanforgó pszeudo határciklus nem más, mint az az ellipszis, amelynek közös pontja van a korlátok valamelyikével.

A még fenn maradó $(\beta + 1)b > \delta$ esetben nincs szükségünk a (4.2) ill. a (4.3) feltételekre. A 2. és a 4. tételből világosan következik, hogy a rendszerünk ekkor *lokálisan instabil.* De mi történik az egyensúlytól távoli pályákkal? Kiderül, hogy e pályák nagyon furcsán viselkednek. Vegyünk például két olyan pályát, amely indulási pontja nagyon közel esik egymáshoz. Bizonyos idő múlva a két pálya messze kerül egymástól, bár mindkettő egy korlátos halmazban marad mindvégig. Később megint közel kerülnek egymáshoz, majd megint távol és ez ismétlődik — minden szabályosság nélkül. Bár *determinisztikus* rendszerrel van dolgunk, mégis úgy viselkedik, mintha *sztochasztikus* volna. Az ilyen rendszereket a matematikában *kaotikusnak* nevezik. A közgazdaságtanban még alig néhány olyan cikk született, amely káosszal foglalkozik, de minden bizonnyal számuk hamarosan meghatványozódik, akárcsak a fizikában. MAY (1976) általános cikke mellett két közgazdasági alkalmazást említünk meg: POHJOLA (1981) és MONTRUCCHIO (1982).

6. *tétel. A rendszer kaotikus ha*

$$(\beta + 1)b > \delta. \tag{4.5}$$

Bizonyítás-vázlat. Mint a 3. tételnél elmondottakból kiderül, (4.5) mellett az elliptikus spirál sugara nem csökken, hanem nő, exponenciálisan. A korlátok azonban megakadályozzák, hogy a rendszer sokáig az elliptikus spirálon maradjon. Az ütközés után a rendszer meglehetősen gyorsan halad az egyensúly irányába. Például teljes foglalkoztatásnál a készletszint minden időszakban g-vel nő, egészen addig, amíg a készletszint meg nem haladja az 5. tételben szereplő ellipszisét. Ekkor a rendszer újból egy elliptikus spirálra tér rá, majd újra korlátba ütközik. Számelméleti okokból azonban valószínűtlen bármilyen határciklus kialakulása.

5. A modellek összehasonlítása

A Bevezetésben már említettük, hogy modellünk H—I modelljének módosított változata, és távirati stílusban utaltunk is módosításainkra. A tárgyalás során pedig lábjegyzetekben térünk ki néhány apróbb eltérésre. Ebben a fejezetben részletesen ismertetjük a két modell viszonyát, azonban ezt megelőzően szólunk közös előfutárukról, LOVELL (1962) modelljéről, ill. Lovellt bíráló cikkemről, SIMONOVITS (1979)-ről.

Ez a kitérő annál is inkább helyénvaló, mert Lovellel H—I nem foglalkozik érdemben. (i) H—I állításával ellentétben Lovell modellje *nem aggregált*, hanem a dolgozat címéhez híven *sokszektoros*. (ii) Lovell modellje *nyílt*, H—I-jé *zárt:* Lovellnél a fogyasztás független a foglalkoztatástól, H—I-nél függ. (iii) Lovellnél vannak *inputkészletek* (bár Lovell nem használja a kifejezést), és „nincs foglalkoztatás"; H—I-nél nincs raktározható input, de van foglalkoztatás. (iv) H—I modelljében a munkaerő beszerzése a *folyó* termeléssel arányos, viszont Lovellnél a raktározható inputok beszerzése a *következő* időszak termelésével arányos, s ez a feltevés keresztezheti a termelési szabályt, amely azonos mindkét modellben. SIMONOVITS (1979) dolgozatomban részletesen foglalkoztam Lovell beszerzési feltevésével (lásd még: FOSTER (1963)), s a beszerzést a *következő időszak várható* termelésével tettem arányossá.

Mind Lovell, mind én háromféle várakozást vizsgáltunk: a jelen dolgozatban szereplő *naiv várakozást*, a H—I dolgozatában szereplő *ésszerű várakozást* és az ún. *statikus várakozást*.

A) *Az ésszerű várakozás* feltevése napjainkban nagyon divatossá vált különösen a monetarista közgazdászok körében. A mi modellünkben ez a feltevés a tényleges és a várt kereslet azonosságát mondja ki. Képletben:

$$\bar{\bar{Y}}_t^d = Y_t^d. \tag{5.1}$$

Mivel $\bar{\bar{Y}}_t^d$ függ L_t-től és L_t függ $\bar{\bar{Y}}_t^d$-től, a modell nem rekurzív. Szigorúan véve a modell logikáját, az értelmezhetőség megköveteli a foglalkoztatási és az eladási döntés előzetes összehangolását, félretolva a várakozás elvét.

Ha viszont megengedjük a foglalkoztatás és az eladás összehangolását, akkor az igazán ésszerű eljárás az volna, hogy egy lépésben megteremtsük az egyensúlyt. Valóban, a (2.9) termelési szabályban $(\beta + 1)\bar{\bar{Y}}_t^d$ helyett I^K-t írva az egyensúlyt egy lépésben elérhetjük — legalábbis nem túl nagy kezdeti egyensúlytalanság mellett.

Egyébként Lovell is csak elméleti *alternativaként* vizsgálta az ésszerű várakozást (vagy ahogyan ő hívta: a tökéletes előrelátást). Érdeklődése középpontjában a termelők *tanulási folyamatát* tükröző *naiv várakozás* állt, ahol minden dőszak eladási várakozása az előző időszak tényleges eladásával azonos.

Lovell *paradoxonja* szerint az *ésszerű várakozás instabilitást okoz*, a *naiv várakozás* viszont megfelelően kicsiny készletegyütthatónál stabilitást biztosít.

Az ésszerű várakozással szemben azonban nemcsak az hozható fel, hogy *életidegen* feltevés, hanem az is, hogy több szempontból is *ésszerűtlenebb* mint a naiv várakozás.

Először is (4.4) esetén a rövidtávú keynesi egyensúly *nem értelmezhető* az ésszerű várakozás mellett. (Hasonló szingularitás lépett fel SIMONOVITS (1979)-ben az ésszerű várakozás mellett; Lovell viszont minden paraméterre értelmezni tudta az ésszerű várakozást, talán éppen a már bírált beszerzési szabálya miatt.)

Másodszor, H—I kizárta a (4.5) esetet (amikor a naiv várakozás kaotikus viselkedéshez vezet) azon a címen, hogy ebben az esetben a rövidtávú keynesi egyensúly *negatívvá* válik az ésszerű várakozás mellett. Ez az állítás *téves:* H—I (3.1)-beli törtje nemcsak a számláló és a nevező pozitivitása esetén pozitív, hanem azok egyidejű negativitása esetén is, azaz ha (4.5) teljesül és $I_{t-1} > (\beta + 1)a = \hat{I}$. Más kérdés, hogy ebben az esetben H—I rendszere meglehetősen furcsán viselkedik; a nulla foglalkoztatás nem az $\hat{I}$-nál nagyobb, hanem az $\hat{I}$-nál kisebb készletek mellett valósul meg; pozitív foglalkoztatás pedig nem csökkenő, hanem növekvő függvénye a készleteknek. A (4.1) feltevést a H—I modellben tehát nem a pozitivitás, hanem monotonitási követelmények indokolják, ha indokolják. Végül megemlítjük hogy $g > 0$ mellett a kizárt esetben a hosszútávú keynesi egyensúly *instabil* az ésszerű várakozások esetén.

Harmadik hátrányos következménye az ésszerű várakozásnak az, hogy olyankor is instabilitást okoz, amikor a naiv várakozás stabilizál. Valóban, H—I stabiitási feltétele

$$(2\beta + 1)b < \delta \tag{5.2}$$

szigorúbb mint a mi (4.1) feltételünk. A H—I modellben tehát valóban érvényes Lovell paradoxona; *Pontatlanabb előrelátás jobb szabályozást biztosít.*

Megjegyzés. Figyelmeztetjük az Olvasót, hogy 1979-es cikkemben egy lényegében azonos modellben éppen az ellenkező állítást bizonyítottam: *Pontosabb előrelátás jobb szabályozást biztosít.* Kiábrándító, hogy olyan mellékes körülmények, mint a Lovell és H—I modellje közti eltérések, minőségileg ellentétes következtetéshez vezetnek. Nem szabad túl komolyan venni az így adódó következtetéseket!

Végül idézzük POHJOLA (1981) megjegyzését a káosz és a tökéletes várakozás ellentétéről, amelyet ő egy más modell elemzése kapcsán írt le: „A káosznak érdekes következménye van az ésszerű várakozás irodalmára nézve. Ha a gazdaság kaotikusan viselkedik, akkor a gazdaság szereplői képtelenek determinisztikusan előrejelezni a gazdaság viselkedését, még ha tökéletesen ismerik is a gazdaság működését."

B) Mint minden nem-walrasi modellben, H—I modelljében is elválik egymástól a kereslet és a kínálat. Túlkínálat esetén *készlet* képződik, túlkeresletnél viszont *kényszermegtakarítás*. H—I úttörő érdeme a készletdinamika ábrázolása a disequilibrium-elmélet keretében, ugyanakkor *figyelmen kívül hagyták* a kényszermegtakarítások dinamikáját. (Mintha hallgatólagosan feltették volna, hogy a külvilág felszívja e kényszermegtakarításokat.) Dolgozatomban a mérleg mindkét oldala egyenrangú szerepet játszik, általánosítva H—I modelljét.

C) Szeretnék szólni még a modell *érvényességi köréről.* A disequilibrium-elmélet hagyományait követve H—I egységes keretben próbálta leírni a stabil keynesi és a stabil visszaszorított inflációs rendszer működését. A különbség g előjelétől függött: a keynesi rendszer $g > 0$ esetén lehetett stabil, a visszaszorított infláció pedig az $g < 0$ esetén.

Véleményem szerint H—I modellje csak a $g > 0$ esetben értelmezhető kifogástalanul. Most kifejtendő gondolatunk KORNAI (1980) 21. 10. alfejezetének azt az érvelését konkretizálja a H—I és a jelen modellre, hogy a *visszaszorított infláció* inkább *átmeneti* állapotként értelmezhető, amikor a gazdaság szereplői még nem szoktak hozzá a *tartós hiányhoz.* A tartós hiány elmélete nem redukálható a keynesi elmélet tükörképére.

Hajlandó vagyok elfogadni, hogy amennyiben a gazdaság csak *átmenetileg* hagyja el a keynesi tartományt, feltehető, hogy a keynesi típusú viselkedési szabály a nem keynesi típusú állapotoknál is érvényben marad. Nem fogadom viszont el azt a feltevést, hogy a termelő akkor is pozitív zárókészletre törekszik, amikor *tartós hiány* áll fenn. Mind elméleti mind tapasztalati alapon ilyenkor „negatív" készletre törekszik a termelő: *sorbanállás* (KORNAI és WEIBULL (1978)), ill. *rendelésre való termelés* (KORNAI és SIMONOVITS (1975)) nyer tért még akkor is, ha ez technológiailag indokolatlan: több éves várakozás autóra, lakásra stb. akkor, amikor tömegtermékről van szó (v.ö. KORNAI (1980)).

Jó lenne egy olyan modellt is kidolgozni, amely a tartós hiányt írná le olyan egyszerűen, ahogy H—I nyomán a jelen dolgozat a stabil keynesi rendszert írta le.

D) *Egy másik megközelítés.* A folyóirat olvasói számára bizonyára nem ismeretlen az az irányzat, melynek első cikke, KORNAI és MARTOS (1971) éppen e folyóiratban jelent meg. Ezt több módosító dolgozat és a készletjelzéses szabályozás gondolatkörén túlmenő cikk követte, pl. KORNAI és SIMONOVITS (1975), KORNAI és WEIBULL (1978), továbbá három könyv: KORNAI (1980) és (1982), KORNAI és MARTOS (szerk.) (1981). E megközelítés *szabályozáselméleti* alapokon nyugszik, szemléletmódja *dinamikus,* és kitüntetett szerepet játszik benne a *készletjelzéses szabályozás.*

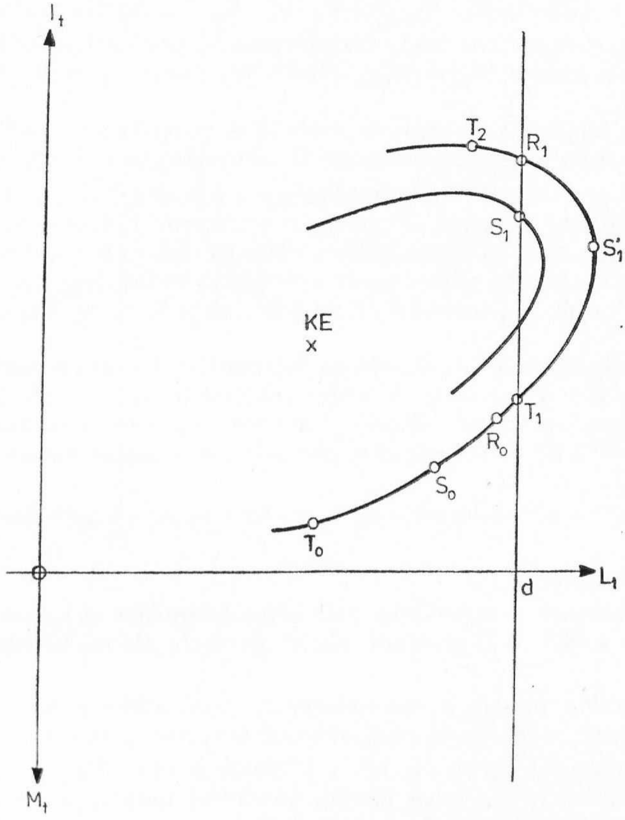
Mint a Bevezetésben említettük, a disequilibrium-elméletre általában nem jellemző ez a hozzáállás. H—I dolgozatát úgy is tekinthetjük, mint a két megközelítést összekapcsoló út egyik első szakaszát — természetesen a disequilibrium-elmélet oldaláról. (Felfogásunkban a disequilibrium-elmélet megkülönböztető jegye a rövidebb oldal elve, amely H—I dolgozatában is jelen van.) Időszerűnek látszik további útszakaszok megépítése, természetesen mindkét oldalról.

6. Függelék

Bizonyítás. A keynesi-egyensúly globális stabilitása

Több-változós nem-lineáris rendszerek globális stabilitását általában *Ljapunov-függvények* segítségével szokták vizsgálni. Esetünk annyiban szokatlan, hogy rendszerünk a tartomány-határoknál nem-differenciálható függvények szerint változik. A szabványos megoldás az lenne, hogy meghatároznánk a lineáris K^+ szabály kvadratikus Ljapunov-függvényét, amelyre $x_t'Vx_t <$

$< x'_{t-1}Vx_{t-1}$, $[x_t = (L_t - L^K, I_t - I^K) \neq 0]$ teljesül a K^+-tartományon. Hosszadalmas számításokkal bizonyára igazolhatnánk egyenlőtlenségünket a K^+-tartományon kívül is.



1. ábra

Ehelyett inkább geometriai megoldásokkal próbálunk boldogulni és csak végső esetben folyamodunk számoláshoz. Lényegében három váltást kell elemeznünk: a $K^+ \to U$ átmenetet, a $K^+ \to K^0$ átmenetet és a $K^+ \to C$ átmenetet, nem beszélve még a visszamenetekről.

A $K^+ \to U$ átmenet

Tegyük föl, hogy a rendszer beleütközik a teljes foglalkoztatásba. Tudjuk, hogy ha a munkaerő kínálata teljesen rugalmas lenne, akkor a rendszer folytatná útját a K^+-szabály szerint. Mivel a pálya elliptikus spirálon elhelyezkedő diszkrét pontokból áll, elképzelhető, hogy bár a spirál metszi az $L_t = d$ egyenest, méghozzá kétszer: T_1-ben és R_1-ben, az elliptikus íven mégsincs pont, azaz nincs $K^+ \to U$ átmenet. Esetünkben azonban van átmenet, tehát az S_0 pont az S'_1 pont helyett — amely a K^+-szabály szerint íven van — a $\overline{T_1R_1}$ szakaszon fekvő S_1 pontba kerül. Azt szeretnénk belátni, hogy az S_1 pont egy *beljebb lévő* elliptikus íven fekszik mint S'_1.

Tegyük először föl, hogy T_1-nek a K^+-képe (T_2) ismét a K^+-tartományban fekszik. Legyen T_0 az a pont, amelyből a rendszer a T_1 pontba megy át. Végül legyen R_0 az a pont, amelyből a rendszer az R_1 pontba megy át. Feltevéseink szerint e pontok egy elliptikus spirálison helyezkednek el a következő sorrendben: T_0, S_0, R_0, T_1, S_1', R_1, T_2. Nyilvánvalóan a $\widehat{T_0R_0}$ ív U-képe a $\overline{T_1R_1}$ szakasz lesz, mely tartalmazza S_0-nek az U-képét, S_1-et. Mivel elliptikus ívünk *konvex*, S_1 tényleg beljebb van mint T_1 és R_1, ill. ami lényeges, S_0.

Most pedig térjünk rá annak az esetnek a vizsgálatára, amikor T_2 nem a K^+-tartományban fekszik, hanem az U-tartományban. Természetesen ekkor az R_0 pont is ott fekszik, következésképpen a teljes $\widehat{T_0T_1}$ ív U-képe a $\overline{\tilde{T}_1R_1}$ szakaszon található. Tegyük föl, hogy e szakaszon helyezkedik el az S_1, S_2, . . ., S_{k-1} állapot, ahol az egymásutáni állapotok készlete g-vel nő. Tegyük föl, hogy az S_{k-1}-ből induló elliptikus ív már olyan rövid, hogy S_{k-1} rajta fekvő K^+-képe ismét a K^+-tartományban fekszik, tehát $S_k = S_k'$. Végül is S_k beljebb van mint S_0.

Mivel az elliptikus spirál távolsága központjától exponenciálisan csökken, a $K^+ \to U \to K^+$ átmenet csak véges sokszor fordulhat elő. Sőt, az induló állapottól független korlát adható, amelynél nagyobb sorszámú időszakban a rendszer végig a K^+-tartományban marad, s ott rendben konvergál a keynesi-egyensúlyhoz.

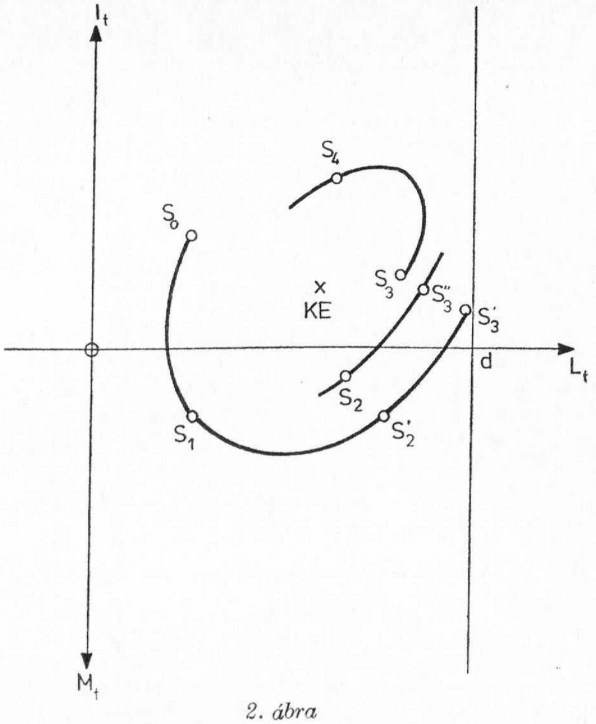
A $K^+ \to K^0 \to K^+$ eset teljesen hasonló a most vizsgált esethez.

A $K^+ \to C$ átmenet

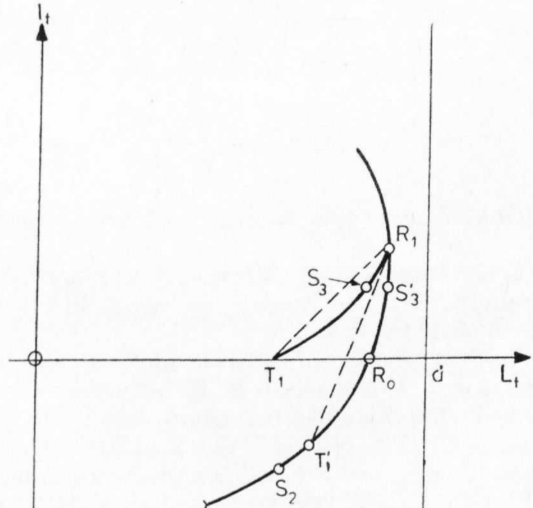
Ennek az esetnek a vizsgálata már némi számolást is igényel. Először belátjuk, hogy a $K^+ \to C$ átmenet akkor és csak akkor lehetséges, ha (4.3) *nem* teljesül.

Ez az egyetlen pontja a bizonyításnak, ahol szükségünk lesz azoknak a tartományoknak a részleges meghatározására, *amelyekből* a rendszer a K^+-, ill. a C-tartományba megy át. H—I jelöléséhez hasonlóan $\overline{\overline{I}}(L_{t-1})$-gyel jelöljük azt a készletet, amelynél kisebb készlettel indulva a t-edik időszakban hiány keletkezik, s amelynél nagyobb készlettel indulva maradnak készletek — feltéve, hogy munkanélküliség lesz a t-edik időszakban. $\overline{\overline{I}}(L_{t-1})$ nyilvánvalóan a (3.10) egyenlet $I_t = 0$ specifikációjából adódik: $\overline{\overline{I}}(L_{t-1}) = (b - \delta)(\beta + 1) \times$ $\times L_{t-1} + \dfrac{\sigma}{b} a$, feltéve, hogy pozitív. Mivel $g > 0$, $\delta < b$, tehát $I(\overline{\overline{L}}_{t-1})$ csökkenő függvény. Azaz $\overline{\overline{I}}(L_{t-1})$ akkor és csak akkor lehet pozitív, ha $\overline{\overline{I}}(0) > 0$, azaz ha $\sigma > 0$.

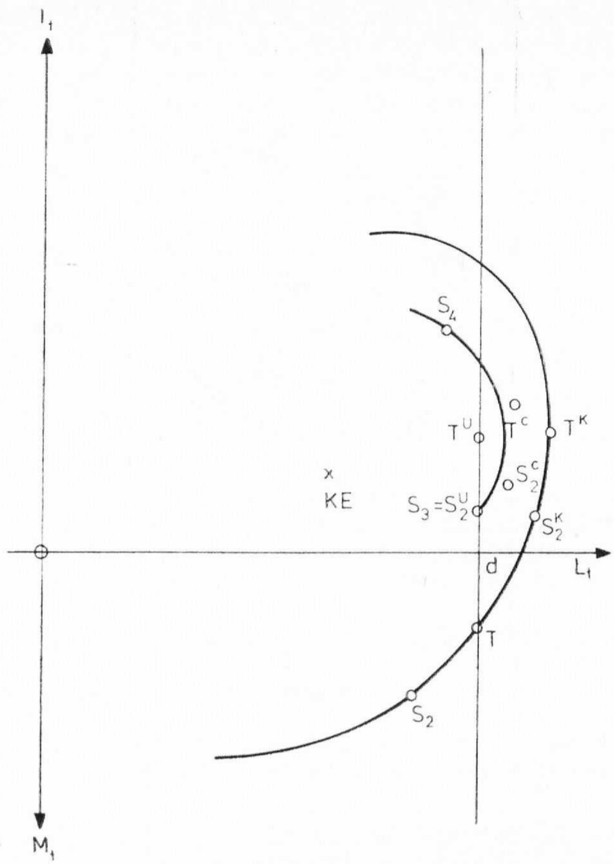
Szükséges viszont még az is, hogy alkalmas $L_{t-1} \geq 0$ mellett tényleg munkanélküliség legyen a t-edik időszakban. $\overline{I}(L_{t-1})$-gyel jelölve azt a készletet, amely választóvonal a munkanélküliség és a teljes foglalkoztatás között, a (3.8)-ban szereplő L_t-nek d-vel kell egyenlőnek lennie $I_{t-1} = \overline{I}(L_{t-1})$-nél. Innen $\overline{I}(L_{t-1}) =$ $= (\beta + 1)(a + bL_{t-1}) - \delta d$. A klasszikus munkanélküliség akkor és csak akkor jöhet létre keynesi munkanélküliségből, ha $\overline{I}(L_{t-1})_+ < \overline{\overline{I}}(L_{t-1})$ teljesül valamilyen L_{t-1}-re. Mivel $\overline{I}(L_{t-1})$ növekvő függvény, elegendő $L_{t-1} = 0$ esetén mérlegelni az egyenlőtlenséget, mely ekkor valóban (4.3) tagadásához vezet.



2. ábra



3. ábra



4. ábra

Végül megemlítjük, hogy (4.3) tagadásából következik $\sigma > 0$, feltéve, hogy $g > 0$.

Rátérünk az átmenet vizsgálatára. Megemlítjük, hogy $\beta = 0$ és $\vartheta = 1$ mellett a rendszer mozgástörvénye lineáris az egész $K^+ + C$ tartományban. Ekkor felesleges a további vizsgálat.

A 3. tétel (4.2) feltevését viszont éppen úgy választottuk meg, hogy a C-pálya bizonyíthatóan a K-ellipszisen belül haladjon.

Az egyszerűség kedvéért tekintsük a 2. ábrán látható helyzetet. A 0. és a 3. időszakban a rendszer K^+-állapotú, az 1. és a 2. időszakban viszont C-állapotú. Az S_1' és S_2' virtuális állapot az S_0S_1 elliptikus ív folytatásán található, míg az S_3'' virtuális állapot az S_2 tényleges állapotból keletkező virtuális állapot.

(3.2)-ből és (3.4)-ből leolvasható, hogy $L_{t-1} < L_t \leq L_t'$ és $M_t \leq M_t'$ teljesül, sőt, további számolással az is igazolható, hogy az $\overline{S_1S_2}$ szakasz előjeles iránytényezője kisebb mint az $\overline{S_1S_2'}$-é, s ugyanez a helyzet az $\overline{S_2S_3}$ és $\overline{S_2S_3'}$ szakaszpárral.

Egyszerű geometriai okoskodással levezethető tehát, hogy a C-pálya a K^+-pályán belül húzódik, legalábbis a hiány-térfélen.

Az egyensúly vizsgálatánál már említettük, hogy a C-tartományt korlátos időn belül elhagyja a rendszer. Két kiútja van: vagy a K^+-tartományba megy vissza vagy a $U + C$-tartományba.

Tekintsük először a *$C \to K^+$ visszatérést*. Ha $\vartheta = 0$, akkor nincs nehézség: $S_3 = S_3''$. Geometriai okoskodással azonban általánosan belátható, hogy a (4.2) feltevés mellett a rendszer továbbra is az elliptikus íven belül marad.

Legyen T_0 az elliptikus ívnek az a pontja, amelyet a C-törvény a $B = 0$ egyeneshez tartozó T_1 pontba visz, és amelyet a K^+-törvény a T_1' pontba vinne. Legyen R_0 az elliptikus ív és a $B = 0$ egyenes metszéspontja és legyen R_1 az a pont, melybe, mind a C- mind a K-törvény az R_0 pontot átvinné. Ekkor az S_2 pont a $\widehat{T_0R_0}$ íven található, S_3' a $\widehat{T_1'R_1}$ íven és S_3 a $\widehat{T_1R_1}$ íven. Mivel mind a K^+, mind a C-transzformáció *lineáris*, az elliptikus ívek elliptikus ívekbe mennek át, a szakaszok pedig szakaszokba. Belátható, hogy S_3 a $T_1R_1R_0$ háromszögben fekszik, tehát az eredeti, S_2-höz tartozó elliptikus íven belül.

A $C \to U + R$ átmenet viszont a $C \to K^+$ és a $K^+ \to U$ átmenet kombinációja. A 4. ábrán ennek megfelelően az S_2 pont K^+, C- és U-transzformáltjait rendre, S_2^K, S_2^C és S_2^U szimbolummal jelöltük.

(Beérkezett: 1982. január 15-én)

IRODALOM

BARRO, R. J. és GROSSMAN, H. I. (1971): „A General Disequilibrium Model of Income and Employment", *American Economic Review*, 61. évf. 82—93. o.

BEMASSY, J. P. (1974): „Disequilibrium-elmélet", *Szigma*, 7. évf. 4. sz. 241—269. o.

BENASSY, J. P. (1982): *The Economics of Market Disequilibrium*, megjelenik New York, Academic Press.

DEHEZ, P. és GABSZEWICZ, J. J. (1977): „Savings Behaviour and Disequilibrium Analysis", *Colloques Internationaux au C.N.R.S.*

FOSTER, E. (1963): „Sales Forecast and the Inventory Cycle", *Econometrica*, 31. évf. 400—421. o.

GREEN J. és LAFFONT, J. J. (1981): Disequilibrium Dynamics with Inventories and Anticipatory Price-Setting *European Economic Review*, 16. évf. 199—221. o.

HONKAPOHJA, S. és ITO, T. (1980): Inventory Dynamics in a Simple Macroeconomic Model", *Scandinavian Journal of Economics*, 82. évf. 184—198. o.

KORNAI, J. (1980): *A hiány*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

KORNAI J. (1982): *Növekedés, hiány és hatékonyság*, Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

KORNAI J. és MARTOS B. (szerk.) (1981): *Szabályozás árjelzések nélkül*, Budapest, Akadémiai Könyvkiadó.

KORNAI, J. és MARTOS, B. (1971): „Gazdasági rendszer vegetatív működése", *Szigma* 4. évf. 34—50. o.

KORNAI, J. és SIMONOVITS, A. (1975): „Rendelésjelzésen alapuló szabályozás egy Neumann gazdaságban", *Szigma*, 8. évf. 81—99. o.

KORNAI, J. és WEIBULL, J. (1978):A piac normál állapota hiánygazdaságokban: egy sorbanállási modell", *Szigma*, 11. évf. 1—32. o.

LOVELL, M. (1962): „Buffer Stocks, Sales Expectations, and Stability: A Multi-Sector Analysis of the Inventory Cycle", *Econometrica*, 30. évf. 267—296. o.

MALINVAUD, E. (1977): *The Theory of Unemployment Reconsidered*, Basil Blackwell Publisher.

MALINVAUD, E. (1980): *Profitability and Unemployment*, Cambridge University Press.

MUELLBAUER, J. és PORTES, R. (1978): „Macroeconomic Models with Quantity Rationing", *Economic Journal* 83. évf. 788—821. o.

SIMONOVITS A. (1979): „Normák, várakozások és stabilitás egy lineáris dinamikus modellben", és „Mégegyszer a várakozásokról", *Szigma*, 12. évf. 31—56. és 245—248. o.

SIMONOVITS A. (1981): „Korlátos szabályozás és destabilizálás" Kornai és Martos (1981) szerk. 255—289. o.

BUFFER STOCKS AND NAIVE EXPECTATIONS IN A NON-WALRASIAN DYNAMIC MACROMODEL: STABILITY, CYCLICITY AND CHAOS

In their pioneering work Honkapohja and Ito (1980) constructed a non-Walrasian macromodel with inventory dynamics. Some of their assumptions are modified in this paper, e.g. the expected demand for goods is defined by previous rather than actual demand. The modified model yields results which are both similar and dissimilar to those of Honkapohja and Ito. For example, the Keynesian unemployment equilibrium remains invariant but the corresponding stability condition becomes milder. The chaotic behavior of the unstable systems is also analyzed.

БУФЕРНЫЕ ЗАПАСЫ И НАИВНОЕ ОЖИДАНИЕ В ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ МОДЕЛИ: УСТОЙЧИВОСТЬ, ЦИКЛИЧНОСТЬ И ХАОС

Хонкапохя и Ито в своей пионерской работе (1980) составили макромодель, принципиально отличающуюся от модели Валраса, в которой динашика запасов также получила место. В статье модифицируется ряд их предсположений: так, например, *ожидаемый спрос товаров* отождествляется с *фактическим спросом предыдущего*, а не *текущего* периода.

Модифицированная модель дает в частности сходные, а в частности несходные результаты по сравнению с моделью Хонкапохя и Ито. Так например, кейнсианское равновесие безработицы остается неизменным, однако соответствующее условие устойчивости является менее строгим.

Новым результатом исследования является анализ *хаотичного* поведения неустойчивой системы.