MELLÁR TAMÁS

A transzformációs probléma megoldásának egy útja

A tőke első két kötetében *Marx* főként az értékkel és az értékbeni számbavétellel foglalkozott. Amennyiben árakról beszélt, azokat úgy tekintette, mint az értékek megjelenési formáját. Ezek az árak ugyan változhattak a piac keresleti-kínálati viszonyainak hatására, de mozgásukon az értéktörvény uralkodott. Marx felismerte, hogy kora kapitalizmusában az érték nem lehet árcentrum, mert az értékarányos árak léte szemben állna a tőke-jövedelmezőség kiegyenlítődésének elvével. A III. kötetet ezen ellentmondás feloldásával, a termelési ár és a profitráta tárgyalásával kezdte. Bemutatta egyrészt, hogy az értéktöbblet hogyan alakul át profittá és hogy milyen kapcsolat van az értéktöbbletráta és a profitráta között, másrészt, hogy az átlagprofitráta kialakulásával hogyan váltja fel az érték- árcentrumot a termelési ár- árcentrum. Ezt az átalakulási folyamatot nevezhetjük — a polgári közgazdászok elnevezése nyomán — transzformációs problémának.

Nem sokkal a III. kötet megjelenése után azonban már éles bírálatok érték a marxi megoldást. A sort *Böhm—Bawerk* nyitotta meg „híres-hírhedt" bírálatával, amelynek nyomán egy hosszan tartó vita alakult ki, s ez a vita még napjainkban sem ért a nyugvópontjára. A transzformációs vita több párhuzamos szálon futott. Az egyik szál az ún. történeti transzformációs probléma, amely azt vizsgálja, hogy a prekapitalista érték- árcentrum hogyan alakul át a kapitalizmusban termelési ár-árcentrummá. Ettől némileg eltérőnek tekinthető az a közelítésmód amely Marx egész gondolatrendszerébe próbálja beilleszteni a transzformációs problémát és így elemezni Marx „igazi" szándékát. Harmadik szálnak tekinthető az érték- és a termelési árrendszer közötti logikai kapcsolat vizsgálata, függetlenül ennek történeti és elmélettörténeti aspektusától. A logikai transzformációra való leszűkítés lehetővé teszi, sőt megköveteli a probléma matematikai elemzését. Ebben a cikkben — elismerve az első két közelítésmód létjogosultságát — csak a harmadik közelítésmóddal foglalkozunk. Nem célunk, s terjedelmi okok miatt nem is lehet a célunk az, hogy a transzformációs probléma 80 éve tartó vitáját bemutassuk. Ehelyett a következő kérdésekre próbálunk választ adni:

1. Milyen problémákat vet fel a marxi transzformációs eljárás?
2. Hogyan biztosítható az értékek és a termelési árak összehasonlíthatósága?
3. A „helyesbített" transzformációs eljárás mennyiben igazolja a marxi transzformáció eredményeit?

Marx transzformációs eljárása

Az értékek termelési árakba való átalakulásának marxi megoldása jól ismert, ezért csak röviden ismertetjük. Az értéktöbbletráták kiegyenlítődése miatt az egyes iparágakban lekötött tőkékre különböző nagyságú értéktöbblet (profit) jut, ha iparáganként különbözik a tőkék szerves összetétele. A tőkéknek az iparágak közötti szabad áramlása azonban azt eredményezi, hogy kialakul az átlagprofitráta, és így az összértéktöbblet a lekötött tőkék arányában realizálódik. Ennek eredményeként az értéktől különböző árcentrum alakul ki: a termelési ár. Az i-edik ágazat termelési árát a $c_i + v_i + áp'(c_i + v_i)$ összefüggés adja meg, ahol az $áp' = \sum_{i=1}^{n} m_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} (c_i + v_i)$. (Ebben a megfogalmazásban a megtérülést egységnyinek, a lekötött és felhasznált tőkét pedig azonosnak vettük.) A marxi transzformációs eljárás eredményeként a következő összefüggések állnak fenn:

(i) „A társadalomban — valamennyi termelési ág összességét tekintve — a termelt áruk termelési árainak összege egyenlő értékeik összegével" (III. 156. old.)

(ii) Az összértéktöbblet és az összprofit nagysága megegyezik.

(iii) Az átlagos szerves összetételnél magasabb (alacsonyabb) összetételű ágazatokban a termelési ár magasabb (alacsonyabb) lesz, mint a termelt áruk értéke. „Csak azokban a termelési ágakban, ahol a tőke összetétele véletlenül egybeesik a társadalmi átlaggal, lesz az érték és a termelési ár egyenlő." (III. 160. old.)

(iv) Az átlagprofitráta nagysága az értéktöbbletráta és a társadalmi össztőke szerves összetételének nagyságától függ.

A fentiekből kitűnik, hogy Marx a $c_i + v_i$ költségárat értéken vette számba és az átlagprofitrátát is értékelemekkel (m_i, c_i és v_i) határozta meg. Ez az eljárás azonban helytelen, mert ha feltételezzük, hogy az értékek helyett a termelési árak játszák az árcentrum szerepét, akkor ennek az egész gazdaságra érvényesnek kell lennie. Nem helytálló ugyanis input oldalon azzal a feltevéssel élni, hogy a termelési árak megegyeznek az értékekkel és output oldalon arra a következtetésre jutni, hogy a termelési árak eltérnek az értékektől. A marxi eljárás tehát korrekcióra szorul: input oldalon is az értékektől eltérő termelési árakat kell figyelembe venni.

Bortkiewicz [1] felismerte Marx eljárásának hiányosságát, és olyan három szektoros modellt dolgozott ki, amelyben a költségárakat is termelési áron vette számba. Az így kialakított modell feltételei között nem állt fenn egyidejűleg a marxi (i) és (ii) összefüggés és a profitráta (iv) definíciója is módosításra szorult. Bortkiewicz modelljét többen is bírálták, mert a modell az egyszerű újratermelés feltevésén alapult és önkényes árnormalizálást alkalmazott.[1] Mindemellett Bortkiewicz érdeme, hogy felvillantotta a probléma szigorú matematikai kezelésének lehetőségét.

[1] Winternitz [14], May [5], és Sweezy [13]. A bírálóknak csak az önkényes árnormalizálás felvetésében adhatunk igazat, az egyszerű újratermelés feltételezése nem érvényteleníti Bortkiewicz fő következtetéseit.

A módosított transzformáció

Az újratermelés körfolyamata három aspektusból vizsgálható:

1. a javak fizikai (használati értékbeni) körfolyamata,
2. az értékek körfolyamata és
3. a termelés árakon kifejezett (pénzbeli)[2] körfolyamat.

Ez a három körfolyamat A tőke különböző részeiben is fellelhető.

Fogalmazzuk át matematikai formába a statikus Leontief-modell[3] segítségével ezt a három körfolyamatot! Alapfeltevéseink a következők:

a) Egy terméket egy ágazat állít elő, egyetlen termelési eljárással és rögzített technikai koefficiensekkel.

b) Tiszta árutermelő gazdaságot tekintünk, újratermelhető javakkal és külkereskedelem nélkül.

c) A felhasznált élőmunka termelőképessége és újratermelésének ráfordításigénye szempontjából homogén.

d) Csak a termelésben felhasznált termékmennyiségeket vesszük számításba. Az állóeszközök tehát egy időszak alatt átadják értéküket és még ebben az időszakban pótolják őket.

Vegyük először az érték körfolyamatot és az értékbeni elszámolást. Legyen t_i az i-dik áru egységének értéke, a_{ji} az i-dik termék egységéhez felhasznált j-dik termék mennyisége és L_i az i-dik termék egységéhez felhasznált élőmunka mennyisége (pl. munkaórában). Ekkor az értékmeghatározó egyenleteink a

$$t_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ji} t_j + L_i \qquad i = 1, \ldots, n \tag{1}$$

formában írhatók fel. A *c)* feltevés lehetővé teszi, hogy a munkaerő újratermeléséhez szükséges fogyasztási javak körét (nevezhetjük ezt fogyasztói kosárnak, vagy reálbérrátának) egységesen definiáljuk. Jelölje b_i az egységnyi munkaerő újratermeléséhez szükséges i-dik fogyasztási cikk mennyiségét. Természetesen $b_i = 0$, ha az i-dik termék termelési eszköz vagy luxuscikk. A munkaerő egységének értékét $\overline{w}$-t, ekkor így határozhatjuk meg:

$$\overline{w} = \sum_{i=1}^{n} t_i b_i. \tag{2}$$

Értéktöbblet csak akkor keletkezhet, ha az egységnyi homogén munkaerő értéke kisebb, mint az általa létrehozott egységnyi érték, vagyis ha $\overline{w} < 1$. Az értéktöbbletrátát ezek után az

$$m' = \frac{1 - \overline{w}}{\overline{w}} = \frac{1 - \sum_{i=1}^{n} t_i b_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i b_i} \tag{3}$$

[2] Természetesen az értékbeni körfolyamat is kifejezhető pénzben. Marx gyakran élt is ezzel a fogással. Az ilyenfajta pénzbeli kifejezés azonban értékárakat vagy értékarányos árakat jelent és nem termelési árakat.

[3] A statikus és dinamikus Leontief-modellek felhasználása igen gyümölcsözőnek bizonyult a marxi gondolatok újraértelmezésében. Kiemelkedő ebben a témakörben pl. Bródy [3], Morishima [7], Okishio [9] és Seton [11] munkája.

egyenlet definiálja. Ebből a megfogalmazásból kitűnik, hogy az értéktöbbletráta nagysága két dologtól függ: egyrészt a munkások rendelkezésére álló fogyasztói kosár, a b vektor nagyságától, másrészt ezeknek a bérjavaknak az értékétől. Fontos megjegyeznünk, hogy az értéktöbbletráta nagysága nem függ azon javak értékétől, amelyek nem vesznek részt közvetlenül vagy közvetve a bérjavak termelésében. Az egyes szektorokban csak akkor keletkezhet pozitív értéktöbblet, ha a

$$t_i > \sum_{j=1}^{n} a_{ji}t_j + \overline{w}L_i \qquad i = 1, \ldots, n \tag{4}$$

összefüggés fennáll. Ha létezik az (1)-nek közgazdaságilag értelmes megoldása,[4] akkor a (4) csak úgy állhat fenn, hogy $\overline{w} < 1$, vagyis az értéktöbbletráta pozitív. A (4)-et átalakíthatjuk úgy, hogy a bL^* diadikus szorzatot D-vel, az $A + D$-t pedig M-mel jelöljük, ekkor

$$t^* > t^*A + t^*D = t^*M \tag{4'}$$

ahol M a bővített (a munkaerő újratermeléséhez szükséges javakkal kibővített) input-koefficiensek mátrixa.

Vegyük most a fizikai mennyiségeket! A fizikai mennyiségek összefüggése az értékmeghatározás duálisának tekinthető. Legyen x a bruttó kibocsájtások vektora. A terméktöbblet létezésének feltétele ekkor az

$$x - Mx > 0 \tag{5}$$

egyenlőtlenség fennállása. Ha a (4') fennáll, akkor a dualitás tétele ([15] 11. old.) alapján az (5) is teljesül. Terméktöbblet tehát csak akkor létezhet a gazdaságban, ha van értéktöbblet.

A termelési árak egyenlete a következőképpen írható fel:

$$q_i = (1 + \pi)\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ji}q_j + wL_i\right) \qquad i = 1, \ldots, n \tag{6}$$

$$w = \sum_{i=1}^{n} q_i b_i,$$

ahol q_i az i-dik áru termelési ára, π az átlagprofitráta és w a munkaerő egységére jutó bérráta termelési áron kifejezve. A már előbb alkalmazott $M = A + D$ és $bL^* = D$ jelöléssel a (6) így írható fel:

$$q^* = (1 + \pi)qM. \tag{6'}$$

Az egységes π profitráta csak akkor lehet pozitív, ha a

$$q^* > q^*M \tag{7}$$

egyenlőtlenség fennáll. Nyilvánvaló, hogy a (7) az (5) duálisa, tehát ha az utóbbi teljesül, akkor az előbbi is.[5] Ebből viszont az előbb leírtak alapján az

[4] Az (1)-nek akkor létezik nem-negatív megoldása t_i-kre az $L_i \geq 0$ feltétel mellett, ha a *Simon—Hawkins* feltétel teljesül, vagyis az $(E - A)$ mátrix mindegyik főminorja pozitív. Lásd WOODS [15]. 7. old.

[5] A (6') feladat megoldása létezésének feltételeit a Frobenius tétel fogalmazza meg. A profitráta akkor lesz pozitív, ha az M irreducibilis és domináns sajátértéke kisebb, mint 1. Ekkor az ehhez tartozó q sajátvektor is pozitív lesz. Az M domináns sajátértéke pedig, akkor kisebb, mint 1, ha az $(E - M)$ főminorjai pozitívak, amely viszont az (5) teljesülésének a feltétele.

következik, hogy *a profitráta csak akkor pozitív, ha az értéktöbbletráta is pozitív, vagy másként fogalmazva a profit forrása az értéktöbblet, a munkások kizsákmányolása.* Jól látható ez a (3) és (6) egyenletek összevetéséből. Mitől függ a profitráta és ezen keresztül a termelési árak nagysága? Az a_{ij}, L_i koefficiensektől — vagyis az értékektől — és a b_j $(j = 1, \ldots, n)$ reálbérrátától. De ugyanezek a tényezők határozzák meg az értéktöbbletráta nagyságát is. Létezik tehát kapcsolat egyrészt az értéktöbbletráta és a profitráta között, másrészt az értékek és a termelési árak között. Az értékek és a termelési árak valamint az értéktöbbletráta és a profitráta ebben a módosított eljárásban *közvetlenül* nem kapcsolódnak egymáshoz, ahogy azt a marxi eljárásnál láttuk. Marx a költségárakat és a profitrátát értékelemekkel határozta meg és így a két elszámolási rendszer közötti kapcsolat definiálása minden nehézség nélkül elvégezhető volt. Ahhoz, hogy ezt mi is megtehessük, először a termelési árakat normalizálni kell, hogy összehasonlíthatóak legyenek az értékekkel. Csak ezután vizsgálhatjuk meg, hogy a módosított eljárás keretei között teljesül-e a marxi (i)—(iv) összefüggés.

Az értékek és a termelési árak kapcsolata

Az érték és a termelési ár minőségileg különböző kategória, ezért összehasonlításuk csak akkor lehetséges, ha azonos dimenzióban vannak, vagyis ha ugyanazzal a mértékegységgel vannak mérve. Az előző részben bemutatott érték- és termelési árrendszernél azonban a dimenziós azonosság nem valósul meg automatikusan. Az értékek legkézenfekvőbb dimenziója a munkamennyiségbeni kifejezés, de kifejezhetőek pénzben is. Marx gyakran alkalmazta ez utóbbi módszert. A pénzbeli kifejezés belső értékkel rendelkező pénzt feltételez, amely értékmérő funkciójával megméri az árukban lévő munkamennyiséget. A termelési áraknál azonban a dimenzionálás kérdése nyitva marad. Jól mutatja ezt a tényt a termelési árak (6)-beli definíciója, amely csak a termelési ár-arányokat határozza meg, de az árszintet nem. Numeraire-t kell tehát választanunk mégpedig olyat, amely lehetővé teszi az értékekkel való összehasonlítást. Ha az i-dik áru értékét és termelési árát választjuk egységnyinek, akkor az értékek és a termelési árak az i-edik áru egységében lesznek kifejezve.[6] Az összehasonlítás *látszólag* korrekt. Hangsúlyozzuk, hogy csak látszólag, mert nincs semmi biztosítékunk arra, hogy azonos mércével mérjük-e az értékeket és a termelési árakat. Ha ugyanis az i-edik szektor nem átlagos szerves összetételű, akkor az itt termelt áru értéke és termelési ára eltér egymástól. Az ilyen numeraire választás torzítást okoz az agregált nagyságokban. Pl. ha a kérdéses szektor az átlagosnál alacsonyabb szerves összetételű, akkor a gazdaság egészére értelmezett termelési árak összege felülmúlja az értékek összegét, mert az értéknél kisebb termelési árat használtunk az árak normalizálására. *Csak olyan árut választhatunk normalizálásra, amelyek értéke és termelési ára megegyezik.* Az ilyen áru pedig csak annak az iparágnak a terméke lehet, amelyben a termelés „technológia összetétele” megegyezik az egész gazdaság technológiai összetételével. Definiáljunk egy olyan k ágazatot, amelyben az

[6] Bortkiewitcz [1] is ezt tette amikor az arany egységében fejezte ki az értékeket és a termelési árakat.

input-felhasználások struktúrája megegyezik a gazdaság egészének input struktúrájával:

$$M_k = \beta M x \tag{8}$$

ahol M_k az M kibővített inputkoefficiens mátrix k-adik oszlopa, x a termelés vektora és β arányossági tényező. Nevezzük ezt az ágazatot „átlagos input összetételű" ágazatnak. A k-adik ágazat tehát ugyanolyan arányban használja fel a termelési eszközöket és a munkafelhasználáson keresztül a bérjavakat, mint az egész gazdaság. Az „átlagos input összetételű" ágazat az egész gazdaság termelési feltételeit tükrözi vissza, s ezen tulajdonsága alapján alkalmas arra, hogy az értékek és a termelési árak helyes mércéje legyen.[7] A termelési árak szintjét most úgy rögzítjük, hogy a k-adik áru termelési árát egyenlővé tesszük az értékével: $q_k = t_k$. Normalizálásunk helyességének ellenőrzésére nézzük meg, hogy a $q_k = t_k$ feltétel mellett az összérték megegyezik-e az össztermelési árral! Az értékmeghatározó egyenlet értelmében

$$t^* = t^* M + m' t^* D \tag{1'}$$

és

$$t_k = t^* M_k + m' t^* D_k.$$

A (8) alapján M_k és D_k helyébe βMx-et és βDx-et beírva kapjuk, hogy

$$t_k = \beta(t^* M x + m' t^* D x).$$

Az (1')-et jobbról megszorozzuk az x vektorral

$$t^* x = t^* M x + m' t^* D x.$$

Az utóbbi két egyenlet összevetéséből következik, hogy $t_k = \beta t^* x$. A (8) fennállása miatt $t^* M_k = \beta t^* M x$ és így

$$\frac{t_k}{t^* x} = \frac{t^* M_k}{t^* M x}. \tag{9}$$

A termelési árakat meghatározó (6)-os egyenletből következik, hogy

$$\frac{q^* M_k}{q_k} = \frac{q^* M x}{q^* x} \qquad \text{minden } k\text{-ra.} \tag{10}$$

Ezt átrendezve kapjuk, hogy

$$\frac{q_k}{q^* x} = \frac{q^* M_k}{q^* M x}. \tag{10'}$$

A (9) és (10') jobb oldala megegyezik a (8) fennállása miatt, így a bal oldalaknak is meg kell egyezniük. S mivel a normalizálás értelmében $q_k = t_k$, így

$$t^* x = q^* x. \tag{11}$$

[7] Az átlagos input összetételű ágazat és a Sraffa-féle standard áru definíciója között felfedezhető bizonyos hasonlóság. A két kategória azonban nem ekvivalens egymással. A standard áru is felhasználható az értékek és a termelési árak mércéjéül. Lásd MEDIO [6].

Következtetésünk tehát az, hogy ha az „átlagos input összetételű" ágazat termékét választjuk numeriare-nek, akkor az összérték egyenlő lesz az össztermelési árral, vagyis a marxi (i) összefüggés fennáll. Olyan árnormalizálás véleményünk szerint nem elfogadható, amelynek eredményeként az összérték és az össztermelési ár egyenlősége nem áll fenn.[8] Az árnormalizálás lényege ugyanis éppen az, hogy lehetővé váljon az értékek és termelési árak összehasonlítása. Az összérték és az össztermelési ár egyezősége pedig éppen ezt támasztja alá: a gazdaságban egységnyi értékre egységnyi termelési ár-nagyság jut. Ha ez nem áll fenn, akkor parttalanná válik az összehasonlítás és értelmetlenné válik minden további vizsgálat.

Az eddigi gondolatmenetünket éppen ezért meg is fordíthatjuk és azt mondhatjuk: ha az összérték egyenlő az össztermelési árral, akkor az árnormalizálás helyes volt. Így feladatunkat lerövidíthetjük, nem kell olyan ágazatot keresnünk (ha egyáltalán van ilyen a valóságban), amely eleget tesz a (8) feltételnek, hanem egyszerűen a (11) azonosságot követeljük meg. A (11) fenntartása nem önkényes, hiszen segítségével az értékek és a termelési árak összehasonlítása válik lehetővé. Ezzel tehát igazoltnak tekintjük az (i) marxi összefüggést és a továbbiakban támaszkodunk rá.

Ezek után már megvizsgálhatjuk, hogy az (i) teljesülése mellett az (ii) marxi összefüggés fennáll-e. Az „összértéktöbblet egyenlő összprofit" feltétel így írható fel:

$$t^*(x - Mx) = q^*(x - Mx), \tag{12}$$

vagyis a gazdaságban megtermelt terméktöbblet értéken számbavéve megegyezik ugyanezen terméktöbblet termelési áron számbavett nagyságával. Milyen esetben teljesül a (12) a (11) feltétel mellett? Két fő esetet tekintsünk:[9]

1. Ha az értékek és a termelési árak egybeesnek. Ez akkor következik be, ha a tőke szerves összetétele minden egyes ágazatban megegyezik.
2. Ha a $\lambda x = Mx$, $(0 < \lambda < 1)$ egyenlőség fennáll, vagyis ha a gazdaság a Neumann-féle egyensúlyi növekedési pályán van.

Nézzük először az első esetet. A különböző iparágakban működő tőkék szerves összetételének egyenlősége a

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ji} t_j}{\bar{w} L_i} = k \qquad \text{minden } i\text{-re}, \tag{13}$$

vagy a

$$t^*A = kt^*D \tag{13'}$$

egyenlőségek fennállását jelenti. Mivel az értéktöbbletráta kiegyenlített a gazdaságban, az $m't^*D$ értéktöbblet vektor nemcsak a munkaerő értékének vek-

[8] MORISHIMA [8] és OKISHIO [9] béregységbeni árnormalizálást javasolt: $q_w = q/w$ Szerintük ekkor a termelési árak munkamennyiségekben vannak kifejezve. Az így adódó q_w árak azonban azt mutatják meg, hogy az áruk mennyi élőmunkára cserélhetők, és nem azt, hogy mennyi munkamennyiséget tartalmaznak. Ha van kizsákmányolás (vagyis ha a bérek kisebbek mint a hozzáadott érték) akkor a béregységekkel normalizált árak szisztematikusan magasabbak lesznek, mint az értékek. Ez az árnormalizálás nagyon hasonlít *Smith* II. értékelméletére, mely szerint az áru annyit ér, amennyi élőmunkára kicserélhető.

[9] Matematikailag természetesen más esetekben is teljesülhet (12), de ezek közgazdaságilag nem lényegesek.

torával, hanem a termelési eszközök értékének vektorával, illetve a kettő összegével is arányos lesz. Az (1) értékmeghatározó egyenletet átalakítva

$$t^* = t^*M + m't^*D, \tag{1'}$$

és figyelembe véve, hogy a (13') értelemben a t^*M arányos az $m't^*D$-vel azt kapjuk, hogy

$$t^* = t^*M + \frac{m'}{k+1} t^*M.$$

Jelöljük a $\dfrac{k+1}{k+1+m'}$ – t λ_1-el. Ekkor a következő formát kapjuk:

$$t^*M = \lambda_1 t^*. \tag{14}$$

A (6') termelési ár definícióban az $\dfrac{1}{1+\pi}$-t jelöljük λ_2-vel, így a

$$q^*M = \lambda_2 q^* \tag{6''}$$

összefüggés adódik. Jól látható, hogy a (14) és a (6'') egy-egy sajátérték feladatot határoz meg. Mégpedig ugyanazon mátrix bal oldali domináns sajátértékéhez tartozó sajátvektort kell meghatároznunk. Nyilvánvaló, hogy $\lambda_1 = \lambda_2$, valamint t érték- és q termelési ár-vektor is megegyezik — legalábbis arányaikat tekintve. De mivel a (11) fennáll, így a két vektor abszolút nagyságban sem tér el egymástól, vagyis $t = q$.

A második eset vizsgálatát kezdjük azzal, hogy a (11)-et átrendezzük:

$$(t - q)^*x = 0. \tag{11'}$$

A (11') felírásból kitűnik, hogy a $t - q$ különbségek ortogonálisak az x-re. A $t - q$ különbségeknek tehát az x-re merőleges hipersíkban kell elhelyezkedniük.

Hasonlóan a (12)-t is átalakíthatjuk, felhasználva, hogy $t^*x = q^*x$

$$(t - q)^*Mx = 0. \tag{12'}$$

Az előző gondolatmenet alapján a $t - q$ különbségeknek az Mx-re merőleges hipersíkban kell lenniük. A (11) fennállása csak akkor vonja maga után a (12) teljesülését, ha az Mx vektor az x vektorral arányos, mert csak akkor esik egybe a két hipersík. Ez a feltétel így fogalmazható meg:

$$Mx = \lambda x. \tag{15}$$

A (15) nem más mint a jól ismert Neumann pálya egyenlete.[10] Ha a (12) nem áll fenn, akkor a (8)-at és a (9)-et egyszerre kielégítő $t - q$ vektorok csak a két hipersík metszetét alkotó $m - 2$ dimenziós altér elemei lehetnek. Tehát végtelen sok olyan $t - q$ vektor van, amelyre a (11) teljesül, de a (12) nem. Az összértéktöbblet tehát csak bizonyos megszorító feltételek mellett egyenlő az összprofittal. Nyilvánvaló, hogy a tőkék szerves összetételének

[10] A (15) megfeleltethető a Sraffa-féle standard rendszernek is, mert a termékeket olyan arányban használják fel, amilyen arányban termelték azokat.

egyenlősége vagy a Neumann pálya melletti növekedés nem tételezhető fel egy általános modell keretei között. Konklúziónk ezért az, hogy a marxi (ii) összefüggés, vagyis az összértéktöbblet egyenlő összprofit általában nem teljesül. Következik-e ebből az hogy az értéktöbblet és a kizsákmányolás marxi elmélete érvényét vesztette? Semmiképpen sem. Továbbra is érvényben marad — mint azt már az előző részben kifejtettük — hogy *profitot csak akkor lehet realizálni ha a gazdaságban van értéktöbblet*, vagyis ha a munkások több új értéket hoznak létre, mint amennyi saját létfenntartásukhoz szükséges. A profit anyagi alapja a többlettermék, ez pedig csak akkor keletkezik, ha az értéktöbbletráta pozitív, ha a munkásokat kizsákmányolják. Felmerülhet a kérdés, hogy ha az összprofit nagyobb, mint az összértéktöbblet, akkor honnan veszik, vagy fordított esetben hová teszik ezt a különbséget. *Világosan kell látni, hogy a munkások nem az értéktöbbletet termelték meg, hanem a terméktöbbletet, az értéktöbblet csak ennek a munkatartalmát jelöli. Ha az érték elszámolásból áttérünk a termelési ár-elszámolásra, akkor ettől még a terméktöbblet nagysága nem változik meg, csak az azt kifejező termelési ár-összeg (az összprofit) fog eltérni az összértéktöbblettől.* Pl. ha a többlettermékben a magas szerves összetételű ágazatok termékei túlsúlyban vannak, akkor termelési áron értékelve ez több munkamennyiséget jelent, mint az értékelszámolás esetén. A másik oldalon viszont ebben az esetben a szükséges termék (Mx) termelési áron kevesebb munkamennyiséget jelent, mint értéken számba véve.

A következőkben a (iii) marxi összefüggés érvényességét vizsgáljuk meg. A (iii) értelmében valamely áru termelési ára csak akkor egyezik meg értékével, ha az árut átlagos szerves összetételű ágazatban termelték. Azt, hogy az i-edik szektor átlagos szerves összetételű a következőképpen fejezhetjük ki:

$$\frac{t^*A_i}{t^*D_i} = \frac{t^*Ax}{t^*Dx}, \tag{16}$$

ahol A_i és D_i az A és D mátrixok i-edik oszlopát jelölik. A (16)-ot olyan alakra hozhatjuk, amilyent az „átlagos input összetételű" ágazat esetén kaptunk

$$\frac{t^*M_i}{t_i} = \frac{t^*Mx}{t^*x}, \tag{9'}$$

vagy

$$t_i = \frac{t^*M_i}{t^*Mx} t^*x.$$

A (12′) termelési ár definícióból pedig az következik, hogy

$$q_i = \frac{q^*M_i}{q^*Mx} q^*x. \tag{12''}$$

A helyes árnormalizálás értelmében $t^*x = q^*x$, ezért t_i és q_i megegyezésének az a feltétele, hogy

$$\frac{t^*M_i}{t^*Mx} = \frac{q^*M_i}{q^*Mx}. \tag{17}$$

A (17) fennállása azonban nem következik a (16)-ból vagy az ezzel azonos (9′)-ből. Számtalan olyan M_i és Mx vektor található, amelyre a (9′) fennáll, de a (17) nem. A (17) fennállásához elégséges, ha az i iparágra teljesül az $M_i = \beta Mx$ feltétel. Az iparág átlagos szerves összetételének feltétele tehát nem elégséges az érték és a termelési ár egyenlőségéhez. Ez utóbbiak egyenlőségéhez az „átlagos input összetétel" feltétel is szükséges.

A fentiekből következik, hogy az „átlagos input összetételű" iparág feltétel erősebb, mint az átlagos szerves összetételű iparág feltétel. Ha egy iparág „átlagos input összetételű" iparág, akkor átlagos szerves összetételű is, mert a (8) maga után vonja a (16) és a (9') teljesülését. De fordítva ez nem áll fenn. Próbáljuk meg közgazdaságilag is megmagyarázni, hogy miért nem elegendő az érték és a termelési ár azonosságához az átlagos szerves összetétel feltétele. Az átlagos szerves összetételű ágazatban a felhasznált termelési eszközök értékének aránya a felhasznált bérjavak értékéhez megegyezik a gazdaság egészére érvényes aránnyal. Termelési áron számba véve ugyanezek az arányok már eltérhetnek egymástól. Az eltérés oka az, hogy az átlagos szerves összetételű ágazatban a belépő input termékek az értékeik helyett most (az értékektől eltérő) termelési árakon kerülnek elszámolásra. S így termelési árakon számba véve inthető átlmár nem tekagos szerves összetételűnek az i-edik szektor. Ebből következően az ágazat termékének értéke és termelési ára is el fog térni egymástól. Pl. ha az ágazat termeléséhez zömében alacsony szerves összetételű ágazatok termékeit használták fel, akkor a termelési ár az érték alatt fog maradni. Hogyan biztosítható — áttérve a termelési ár elszámolásra —, hogy az i-edik szektorban a termelési eszközök és a bérjavak költség aránya megegyezzen az átlagos aránnyal? Két módon érhetjük ezt el:

a) Az átlagos szerves összetételű ágazat termelésébe csak átlagos szerves összetételű ágazatok termékei épülnek be, amelyeket szintén csak átlagos szerves összetételű ágazatok termékeiből állítanak elő, . . . stb.

b) Az átlagos szerves összetételű ágazatba különböző szerves összetételű ágazatok termékei épülnek be, de olyan arányban, amilyen arányban az egész gazdaság felhasználja azokat (vagyis az ágazat „átlagos input összetételű"). Az *a)* vagy a *b)* eset pótlólagos megkövetelése biztosítja, hogy az átlagos szerves összetételű ágazatban az áru értéke és termelési ára megegyezzen.

Az átlagos szerves összetétel fogalmat ki kell tehát egészítenünk az *a)*, vagy a *b)* feltétellel és így igazolhatóvá válik a (iii) marxi összefüggés egyik része.[11] Az átlagnál magasabb illetve alacsonyabb szerves összetételű ágazatok érték- és termelési árarányok „valószínűleg" a (iii) szerint fognak alakulni.

Adósak vagyunk még a profitráta (iv) marxi összefüggésének vizsgálatával. Már utaltunk rá, hogy Marx a profitrátát értékelemekkel határozta meg. A profitráta azonban a termelési ár-elszámoláshoz tartozik, ezért nagyságát termelési árelemekkel, az összprofittal és az összönköltséggel kell meghatározni. Ha a (11) és (12) összefüggés együttesen teljesül, akkor az összértéktöbblet egyenlő az összprofittal és a marxi összköltségár ($c + v$) egyenlő az összönköltséggel. Ebben az esetben érvényes marad a (iv) profitráta definíció. Az előzőekben bemutattuk, hogy ez az eset csak akkor fordulhat elő, ha az egyes szektorok szerves összetétele megegyezik, vagy ha a gazdaság a Neumann-féle egyensúlyi növekedési pályán van. A szerves összetételek azonossága esetén a (11)

[11] Seton bizonyította a teljes (iii) összefüggés érvényességét egy háromszektoros (I. termelési eszközök, II. bérjavak, III. luxusjavak) modell keretei között. Mivel csak egy-egy szektor állítja elő a termelési eszközöket és a bérjavakat, így itt az előbbiekben vázolt arány-eltérési probléma fel sem merülhet. Ezért ezt a bizonyítást nem fogadhatjuk el általános érvényűnek.

és a (6'') összefüggésben szereplő λ_1 és λ_2 megegyezik. Ebből már egyenesen következik, hogy

$$\lambda_1 = \frac{k+1}{k+1+m'} = \lambda_2 = \frac{1}{1+\pi}$$

és

$$\pi = \frac{m'}{k+1},$$

amely megfelel a marxi definíciónak, mert $m' = \Sigma m/\Sigma v$ és $k = \Sigma c/\Sigma v$.

Írjuk fel a profit értékbeni és termelési áron vett rátáját:

$$p' = \frac{t^*(x - Mx)}{t^*Mx} = \frac{t^*\left(\frac{1}{\lambda}Mx - Mx\right)}{t^*Mx} = \frac{1}{\lambda} - 1,$$

$$\pi = \frac{q^*(x - Mx)}{q^*Mx} = \frac{q^*\left(\frac{1}{\lambda}Mx - Mx\right)}{q^*Mx} = \frac{1}{\lambda} - 1.$$

Az átalakítást azért tehettük meg, mert a Neumann-pályán a $\lambda x = Mx$. Az $(1/\lambda - 1)$ a gazdaság egyensúlyi növekedési üteme, amely megegyezik a profitráta értékbeni és termelési árbeli nagyságával. Ki kell emelnünk, hogy ez az összefüggés akkor is fennáll, ha a (11) és a (12) feltétel nem teljesül, ezt pusztán a Neumann-pálya tulajdonsága biztosítja.[12] Másként fogalmazva az egyensúlyi növekedési pályán haladó gazdaságra a marxi profitráta meghatározás érvényes, de ebből még nem következik, hogy a (11) és a (12) fennáll, vagyis hogy az összérték egyenlő az összes termelési árral és az összprofit egyenlő az összértéktöbblettel. Megfordítva viszont a (11) és a (12) fennállása maga után vonja a marxi profitráta definíció érvényességét is.

A fenti két esettől eltekintve az értékbeni (p') profitráta eltér a termelési árbeli (π) profitrátától. A marxi (iv) definíció tehát általános esetben nem érvényes. Van azonban egy lényeges összefüggés, amely továbbra is érvényes marad; az értéktöbbletráta és a profitráta kapcsolata. Az érték- és termelési árkörfolyamat elemzésénél már láttuk, hogy mindkét ráta ugyanazon elemek különböző kombinációjából épül fel (technológiai koefficiensek, munkainput koefficiensek és a reálbérráta). Továbbá azt is láttuk, hogy a profitráta csak akkor lehet pozitív, ha az értéktöbbletráta pozitív, valamint az értéktöbbletráta növekedésével a profitráta is növekszik.[13] Ugyenez az összefüggés kiolvasható a profitráta marxi definíciójából is. S véleményünk szerint *ez az összefüggés tekinthető a marxi profitelmélet lényegének.* Marx célja ugyanis az volt, hogy olyan profitelméletet adjon, amelyben a profit kizárólagos forrása a többletmunka, a munkások kizsákmányolása. A módosított transzformációs eljárásunk igazolta ezen cél teljesülését.

[12] A marxi profitráta meghatározás érvényességét egyensúlyi növekedési út mellett először MORISHIMA [7] bizonyította be.

[13] Ebből következően a profitrátára is érvényes amit az értéktöbbletrátánál már leszögeztünk: nagysága független azon javak értékétől, amelyek közvetlenül vagy közvetve nem lépnek be a munkásosztály fogyasztásába.

Összegzésként megállapíthatjuk, hogy a módosított transzformációs eljárás keretei között az (i)—(iv) marxi összefüggés csak akkor állhat fenn maradéktalanul, ha a gazdaságban az iparági tőkék szerves összetétele kiegyenlített, vagy ha a gazdaság a Neumann-típusú egyensúlyi növekedési pályán van. Az első feltétel fennállását nem egyeztethetjük össze Marx gondolatrendszerével, hiszen a termelési ár probléma éppen azért merült fel, mert az iparági tőkék szerves összetétele különböző.

A második feltétel sem illeszthető be Marx gondolatrendszerébe. A marxi kapitalizmus-kép nem a kiegyensúlyozott, egyenletesen növekvő gazdaság, hanem az egyre mélyülő ciklikus válságok és az előbb-utóbb bekövetkező teljes összeomlás. A két feltétel elvetése esetén nem igazolható az értékek és a termelési árak kapcsolatát definiáló (ii)—(iv) marxi összefüggés.

Végezetül meg kell említenünk, hogy következtetéseink nyilvánvalóan csak az adott modell keretei között érvényesek. Ha feloldjuk alapfeltevéseinket, akkor a kapott eredményeink is megváltozhatnak. A legnagyobb problémát az „egy termelési eljárás — egy termék" és az „állóeszközök egy időszak alatti megtérülése" feltételek feloldása jelenti. STEEDMAN [12] kimutatta, hogy együttes termelés esetén az értéktöbblet negatív is lehet miközben a profitráta pozitív, vagyis a pozitív profitráta létezésének nem szükséges feltétele az értéktöbblet (ráta) pozitivitása. A Steedman által alkalmazott értékfogalom azonban nem felel meg a marxi értékfogalomnak, ezért megállapítását nem tekinthetjük perdöntőnek.[14] Érvelését Steedman így folytatta: „. . . az áruk előállításához szükséges munkaidő mennyiségeit csak akkor határozhatjuk meg, ha a termelési eljárások megválasztása már ismeretes. Ezt a választást azonban a profitráta maximalizálása határozza meg. Így a profitráta és a termelési árak meghatározása logikai előzménye az áruk érték-megállapításának." ([12], 202. old.) Ezzel az állítással egyetértünk. Cikkünkben éppen azt próbáltuk bizonyítani, hogy az érték- és a termelési árelszámolás egymástól elkülönült, közvetlen kapcsolat nincs köztük.[15] A numeraire definiálása pedig azt a célt szolgálja, hogy kapocs legyen a két elszámolási mód között. A közvetlen kapcsolat hiányát és lehetetlenségét támasztja alá az is hogy a Marx által posztulált érték- termelésiár összefüggések általános esetben nem állhatnak fenn. Helytálló továbbá az is, hogy az értéknagyságok meghatározásához a termelési árakból kell kiindulni. De ez véleményünk szerint nem áll szemben a marxi szemléletmóddal. Ha ugyanis elfogadjuk, hogy a kapitalizmus viszonyai között az érték absztrakt, logikai kategória, akkor az érték nagyságát csak ex post határozhatjuk meg, a konkrét valóság tényeiből kiinduló absztrakciós eljárás során. *Az értékelmélet lényege nem az, hogy árelmélet legyen és meghatározza a termelési árak és profitok nagyságát, hanem az, hogy minősítse a végbement gazdasági folyamatokat és megmagyarázza a profit eredetét.*

(Beérkezett: 1982. június 2-án.)

[14] Meg kell azonban említenünk, hogy a marxista irodalomban ma sincs megnyugtatóan rendezve az együttes termelés esetén az értéknagyság meghatározása. MORISHIMA ugyan megcáfolta STEEDMANT, de az ő igazi (true) érték definíciója sem elfogadható, mert a minimális és nem az átlagos munkamennyiség alapján határozza meg az értékeket.

[15] STEEDMAN [12] előtt már SAMUELSON [10] is felvetette, hogy az értékelszámolás csak szükségtelen kerülőút, hiszen a termelési árak és profitok közvetlenül meghatározhatóak a fizikai koefficiensekből és a bérrátából.

IRODALOM

1. Bortkiewicz, L. von: *On the Correction of Marx's Fundamental Theoretical Construction in the Third Volume of Capital*, a (13)-ban.
2. Böhm-Bawerk, E. von: *Karl Marx and the Close of His System*, a (13)-ban.
3. Bródy, A.: *Érték és újratermelés*, Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Kiadó.
4. Marx, K.: *A tőke* I—III. Budapest, 1978. Kossuth Kiadó.
5. May, K.: Value and Price of Production: A Note on Winternitz's Solution, *Econ. Journal*, Dec. 1948.
6. Medio, A.: Profits and Surplus Value: Appearance and Reality in Capitalist Production, in Hunt E.—Schwartz J. (eds): *A Critique of Economic Theory*. Harmondsworth: Penguin Books, 1972.
7. Morishima, M.—Catephores G.: Is there an „Historical Transformation Problem"? *Econ. Journal*, June 1975.
8. Morishima, M.: *Marx's Economics*, Cambridge University Press, 1973.
9. Okishio, N.: A Mathematical Note on Marxian Theorems, *Weltwirtschaftlich Archiv*, 1963.
10. Samuelson, P.: Understanding the Marxian Exploitation: A Summary of the So-Called Transformation Problem between Marxian Values and Competitive Prices, *Journal of Economic Literature*, June 1971.
11. Seton, F.: The Transformation Problem, *Review of Economic Studies*, June 1957.
12. Steedman, I.: *Marx after Sraffa*, NLB. 1977. London.
13. Sweezy, P. (ed.): *Karl Marx and the Close of His System*, Augustus M. Kelley, 1949.
14. Winternitz, J.: Values and Prices: A Solution of the So-Called Transformation problem, *Econ. Journal*, June 1948.
15. Woods, J.: *Mathematical Economics*, Longman, London, 1978.

A WAY FOR SOLVING THE TRANSFORMATION PROBLEM

The study discusses a distinguished problem of Marxist political economy, the transformation of value into the price of production. Not long after the publication of Volume III of the Capital sharp criticism was directed at the Marxian solution by burgeois economists and then a long debate followed. This debate inspired the author to trying and provide a feasible solution to the problem.

The starting point of the solution is that the accounting of value and of the price of production are distinct from each other and thus their comparability has to be ensured. This can only be done by selecting a correct numeraire. In a Leontief-type economy the correct numeraire is the product of a branch of "average input composition", that is, the input proportions of which agree with those of the whole economy. In a model satisfying the correct norming of prices the equality of the total of values and the total of prices of production, assumed by Marx, is satisfied, but the total of surplus values is not equal to the total of profits, nor is the rate of profit calculated by value equal to that calculated by the price of production. The latter two equalities only hold if special conditions are prescribed, e.g. if the organic composition of capital is identical in the individual branches, or if the economy moves along a Neumann-type growth path. These results modify the Marxian solution to the transformation problem, but do not render the theory of value superfluous. Namely, it is not essential for the theory of value to serve as a price theory and determine the prices of production and of profits but to qualify and explain the origin of profit.

ОДИН ИЗ ПУТЕЙ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ПРЕВРАЩЕНИЯ

Статья посвящена одной из известных спорных проблем марксистской политической экономии — превращению стоимости в цену производства. Вскоре после выхода в свет 3-го тома «Капитала» положения Маркса были подвергнуты резкой критике со стороны буржуазных экономистов, а затем возникла длительная дискуссия. Эта дискуссия побудила автора статьи попытаться дать возможное решение проблемы превращения.

Отправным моментом решения является то, что исчисление стоимости и цены производства происходит в отрыве друг от друга, поэтому необходимо обеспечить их сравниваемость. А этого можно достигь лишь с помощью правильно выбранного нумератора. В экономике, описанной Леонтьевым, правильный нумератор — продукт отрасли со «средним

составом затрат», то есть такой, в которой пропорция вложенных затрат совпадает с пропорциями затрат во всей экономике. В модели, удовлетворяющей требованию правильной нормализации цен, предполагаемое Марксом равенство общей стоимости — общего производства имеет место, однако не имеет места равенство общей прибавочной стоимости и общей прибыли, а также равенство нормы прибыли, расчитанной по стоимости и цене производства. Два последних равенства достигаются лишь при наличии специальных условий, например: отдельные отрасли имеют тождественный органический состав или же экономический рост идет по траектории равновесия типа Неймана. Эти результаты меняют решение проблемы превращения, данное Марксом, однако не исключают саму теорию стоимости. Сущность теории стоимости заключается не в том, что она представляет собой теорию цены и определяет величину производственных цен и норм прибыли, а в том, что она определяет и объясняет происхождение прибыли.