

Modell a lakásváltozási szándékok és lehetőségek elemzésére

I. Bevezetés*

A lakáspolitikai kialakítása bonyolult és szerteágazó feladat. A „lakáskérdésnek” van termelési és elosztási vonatkozása, szorosan vett gazdasági-gazdaságpolitikai és szélesen értelmezett társadalmi-társadalompolitikai vetülete. A bonyolultság egyik magyarázata, hogy a lakás mind a termelés, mind pedig a fogyasztás oldaláról nézve speciális tulajdonságokkal rendelkező termék.

Termelését az jellemzi, hogy előállításának fajlagos költsége igen magas és hogy meglehetősen hosszú életű tőkejóság, amely földrajzilag kötött. A növekmény, még folyamatos új építés esetén is, a teljes lakásállománynak csupán kis részét teszi ki. Egy viszonylag hosszabb időszakot tekintve is, a régi, vagyis az induló lakásállomány (a stock) — annak nagysága, összetétele és minősége — határozza meg elsősorban a lakáskínálatot, miközben a nettó növekménynek (a flow-nak) csak marginális szerepe lehet a lakásellátásban.

Fogyasztását az jellemzi, hogy alapvető, kiemelkedő fontosságú fogyasztási jóság. Birtoklása, vagy hiánya, minősége és ára, valamint a hozzájutás lehetősége meghatározó jelentőségű a háztartások életszínvonala, életkörülményei, társadalmi helyzete és közérzete szempontjából.

A feladat bonyolultsága nemcsak indokolja, de szükségessé is teszi, hogy *ne egyetlen modell-típussal*, egyetlen matematikai formalizmussal írjuk le a gazdasági-társadalmi összefüggéseket. Az ismertető modell sem törekszik a probléma általános vizsgálatára, hanem egyetlen kérdéscsoportra koncentrál. Arra keres választ, hogy a lakásállomány jelenlegi szerkezete — figyelembe véve a jelenlegi vagy közeljövőben várható állományváltozásokat — miként felel meg *rövidtávon* a lakossági igények szerkezetének *hosszútávon* pedig, — a tényleges vagy a tervezett változások eredményeként — miféle állomány-szerkezettel lehet, illetve kell számolnunk.

* A jelen cikk alapján képező „Dinamikus modell a lakásállomány szerkezeti változásának elemzésére” c. tanulmány [10] része annak a többéves kutatásnak, melynek körvonalait „A lakáselosztás elemzése és modellezése” c. korábbi munkám [8] vázolta fel.

A dinamikus lakásmodell kidolgozása során sok segítséget kaptam *Dancs Istvántól* és *László Lajostól*. Dancs István tanácsokkal segítette a modell megszerkesztésében matematikai tulajdonságainak tisztázásában, az illesztési technikák kiválasztásában. László Lajos végezte el az illesztések és előrebecslések számítógépi realizálását és részt vett a matematikai problémák vizsgálatában. Köszönetet mondok mindkettőjüknek az értékes közreműködésért.

2. Előzmény: egy demográfiai stock-flow modell

A hatvanas évek végén *R. Stone* [14], [15], [16] kidolgozott egy társadalmi-demográfiai adatokra épülő, input-output keretben ábrázolt stock-flow modell-rendszert. A modell keretei meglehetősen általánosak, meghatározott feltevések mellett alkalmasak az emberek magatartását leíró társadalmi folyamatok elemzésére, prognosztizálására. A modell megkülönbözteti a „külvilágot”, ahonnan a rendszerbe belépő egyedek jönnek és ahová távoznak (születés, bevándorlás, halál, kivándorlás) és a „belvilágot”, vagyis a „rendszert”, ahol az események lezajlanak.

Az általános keretet – a további tárgyalás megkönnyítése céljából – egy témánk körébe tartozó, de még a Stone modell szellemét tükröző, részben konstruált példán keresztül mutatjuk be.

2.1. táblázat

A háztartások áramlásának stock-flow mátrixa 1970–1973 között

Me: Ezer db

1973. jan. 1.	1970. jan. 1.	Új belépés	Egy-	Két-	Három-	Záróállomány (1973)
			szobás lakással rendelkező háztartás			
Megszűnés		—	288	0	0	—
Egy- Két- Három- Nyitóállomány (1970)	} szobás lakással rendelkező háztartás	100	809	281	74	1264
		169	241	1050	70	1530
		204	114	30	193	541
		—	1452	1361	337	—

A 2.1. táblázat a magyar háztartások számának és lakásismérv szerinti helyzetének változását írja le 1970 január 1. és az 1973 január 1. között. A háztartások többféle lakásismérv szerint jellemezhetők: így a lakástulajdon jellege (bér vagy magán), a lakás mérete, minősége, területi elhelyezkedése, stb. alapján. Mi most csak egyetlen ismérv, a lakás szobaszáma szerint aggregáljuk a háztartásokat és leírjuk, mi történt velük a vizsgált időszakban.

A *nyitóállomány* (stock), vagyis az 1970 január 1-én megszámlált, egy-, két-, illetve háromszobás lakásban lakó háztartások száma jelzi az *induló állapotot*. 1970 január 1. és 1973 január 1. között többféle áramlást (flow) figyelhetünk meg. Háztartások *megszűnnek* (outflow) és új háztartások *lépnek be*, válnak lakástulajdonossá (inflow). A megszünt háztartások természetesen még szerepelnek a nyitóállományban, de nem találhatók a záróállományban, míg az új belépők *csakis* a záróállományban jelennek meg. Most nézzük meg mi történt azokkal a háztartásokkal, amelyek az időszak folyamán mindvégig jelen vannak, vagyis a nyitó és záróállományban egyaránt megtalálhatók. Egyesek megmaradtak eredeti lakásaikban, vagyis ismérveik nem változtak (ezek a háztartások jelennek meg a mátrix főátlójában), míg mások az induló állapothoz képest kisebb vagy nagyobb lakásba költöztek (interflow). A fenti áramlások az időszak végén összegezhetőek. Sokirányú összegük a *záró-állapotot*, az egy-, két-, háromszobás lakással rendelkező háztartások *záróállományá* adja meg.

A belső áramlások (költözések) koefficiens mátrix formájában felírhatók. Az *átmeneti mátrix* koefficiensai (melyet úgy kapunk hogy a belső költözéseket

leíró mátrix elemeit oszloponként telosztjuk az induló állomány vektor megfelelő elemével) megmondják, hogy például az időszak elején egyszobás lakással rendelkező háztartások 55,7 százaléka maradt eredeti lakásában, 16,6 százaléka kétszobás és 7,9 százaléka háromszobás lakásba költözött.

Az átmeneti mátrix másként is értelmezhető. Feltételezve, hogy egy adott időpontban, azaz állapotban minden egyén számára azonos a mozgás lehetősége, az átmeneti koeficiensek átmeneti *valószínűségként* is felfoghatók. Ez úgy interpretálható, hogy az induló állapotban egyszobás lakásban lakó háztartások 55,7 százalékos valószínűséggel maradnak eredeti lakásaikban, 16,6 százalékos valószínűséggel költöznek kétszobásba és így tovább.

Az átmeneti mátrixok e kétféle értelmezése, meghatározott feltevések mellett módot ad kétféle, egymással rokon matematikai apparátus alkalmazására. Stone bebizonyította,¹ hogy a stock-flow modell átmeneti mátrixával elemzett folyamatok felfoghatók egy elnyelő *Markov-láncként* (absorbing Markov chain), amely szoros rokonságot mutat a nyílt *input-output* modellekkel. A modell ilyen értelmezése lehetőséget kínál hosszútávú előrebeeslések, elemzések elvégzésére.

3. A Stone modell és a gazdasági rendszer jellege

A Stone modell hazai alkalmazási lehetőségeit vizsgálva eleinte úgy tűnt, hogy az alapmodell szinte eredeti formájában alkalmas lesz a lakáskereslet hosszú távú elemzésére. Csak később, a modell „gondolatmenetét” jobban megismerve tudatosodott bennünk, hogy eltérő tulajdonságokkal rendelkező gazdasági rendszereket modellezünk, elkerülhetetlenül különbözniük kell tehát a gazdaságok specifikus tulajdonságait jelző modell-feltevésnek is. A probléma átgondolásához segítséget nyújtottak *Kornai Jánosnak* a hiány-jelenséggel, a keresletkorlátos és erőforráskorlátos gazdasági rendszerek szembeállításával és összehasonlításával foglalkozó elméleti munkái [12, 13].

A gondolat megvilágítása érdekében megkülönböztetést teszünk a Stone modell feltevéseiben. Azokat a feltevéseket, amelyek a Stone modellben megfogalmazást nyertek, nevezzük a modell *explicit* feltevéseinek. Ezek többnyire matematikai természetű feltevések olyan közgazdasági tartalommal, amelyek minden gazdaságban érvényesnek tekinthetők. Mint a modelleknek általában, Stone modelljének is vannak *implicit* feltevései is. E feltevések kimondására nincsen szükség, hiszen egy jó modell automatikusan kifejezi az általa leírandó gazdasági folyamatok jellegét.

Milyen implicit feltevések jellemzik a Stone modellt, milyen típusú gazdaságot feltételez a szerző?

Piaci gazdaságot, amelynek szerves része a szabad lakás piac. A piacot — az adott ár- és jövedelemviszonyok mellett — a kereslet-kínálat törvényei szabályozzák. A lakáspiacot az jellemzi, hogy mindig vannak szabad lakások és van elegendő lakásépítési kapacitás.²

¹ A bizonyítást lásd Stone [14], [15] munkáiban.

² Itt nem arról beszélünk, hogy milyen a valóságos angol lakás piac, és hogyan működik. (Pl. igaz-e, hogy mindenki, aki lakáshoz akar jutni, azonnal hozzájut-e az általa igényelt lakáshoz.) A valóság és egy modell absztrakciói között mindig van különbség. A kérdés az, hogy a modell *lényegét tekintve* jól írja-e le a vizsgált jelenségeket, vagy sem. Úgy véljük a Stone modell az általa vizsgált piaci gazdaságot jó megközelítéssel jellemzi, feltevései az adott körülmények között lényegében helytállóak.

A lakáskeresletet — annak mennyiségét és összetételét — a háztartások száma és nagysága (demográfiai tényezők), a háztartások jövedelmi szintje, ízlése és igénye határozza meg. A kínálat késleltetéssel és kisebb zökkenőkkel, de alkalmazkodik a kereslethez: aki lakást akar venni, vagy lakást kíván változtatni, előbb-utóbb megtalálja a kívánt tulajdonságokkal rendelkező szabad lakást. Mivel a lakások iránti fizetőképes kereslet mindig kielégül, a háztartások megfigyelt viselkedése, a megvalósult költözések a tényleges keresletet, a szükségletek tényleges változását fejezik ki.

A Stone modellben a lakás *nem* jelenik meg. *A modell kereteit, a demográfiai változások és a háztartások által támasztott lakáskereslet szabja meg, a lakásokra csupán közvetve, a rendszerben megfigyelt háztartások lakásismérvéi alapján következtethetünk.* A szerző feltételezi, hogy az újonnan létesült háztartások belépésük pillanatában megtalálják a számukra megfelelő szabad lakást; a lakáscseréket semmi sem korlátozza, vagyis a költözések az áráktól és a jövedelmektől függő igények szerint valósulnak meg, miközben a megszűnt háztartások felszabaduló lakásai a kínálatot bővítik. *A lakáskínálat közvetlen vizsgálata kívül esik e modell keretein.*

A fent leírt implicit feltevésekre épül az a Markov-folyamatként megfogalmazott prognózis, amely a *tényidőszakbeli demográfiai változások és megvalósult költözések alapján következtet a lakások iránti igények szerkezetének hosszútávú alakulására.*

Jellemezhető-e hasonlóképpen a magyar „lakáspiac”, alkalmas-e a fenti gondolatmenet a hazai lakásigények változásának elemzésére, előrejelzésére? Nyilvánvalóan nem.

A magyar lakásvizonyokat krónikus lakáshiány és építési kapacitáshiány jellemzi. A háztartások mennyiségi és minőségi kereslete számottevően meghaladja a mennyiségi és minőségi lakáskínálatot. Ez érvényes a múltira és feltehetően érvényes lesz még a jövőben is.

Leegyszerűsítve a magyar lakásellátás jellemzését, azt mondhatjuk, hogy párhuzamosan két „piac” működik: a *magántulajdonú* és a *bérlakások* piaca.

A magántulajdonú lakások piacán többé-kevésbé az ár és a jövedelemviszonyok a meghatározóak. A piacot jellemző magas lakásárak és fenntartási költségek, valamint az építéshez nyújtott viszonylag alacsony összegű állami hitelek a magánlakás iránti keresletet a jövedelem oldaláról effektíve korlátozzák. Mégis, az építési-kapacitás és építőanyag hiány még ilyen körülmények között is fékezi a magánlakásépítési tevékenységet, a reálkínálat még a jövedelem oldalról megengedett mennyiségi és minőségi keresletet sem képes mindig kielégíteni.

A *bérlakások* esetében a hiány mértéke még jelentősebb. A kereslet az alacsony lakáshoz jutási díj és a jóval az önköltség szintje alatt megállapított lakbérek mellett jövedelem oldalról szinte nem is korlátozott, így jóformán kielégíthetetlennek tűnik. Ezzel szemben a kínálat mind az állami költségvetés oldaláról, mind pedig az építési kapacitás és az építőanyag hiány által erősen korlátozott.

A mennyiségi lakáskínálat tehát tartósan és mindkét piacon a kereslet szintje alatt marad, struktúrája pedig eltér az igényelt struktúrától. A tartós lakáshiány, valamint a pénzügyi és jogi szabályozás jelenlegi rendszere nem csak az önálló lakással nem rendelkező családok lakáshoz jutását, de a lakásváltoztatási lehetőségeket is szűk korlátok közé szorítja. Azok, akik már rendelkeznek lakással, de azt valamilyen okból (méret, minőségi vagy területi igényváltozás

miatt) el kívánják cserélni, csak korlátozott mértékben tudják megvalósítani szándékaikat.

Mindezek alapján megállapíthatjuk, hogy a lakáskínálat (a lakásállomány mennyisége és összetétele) olyan külső korlát a magyar háztartás számára, amelyhez kénytelen alkalmazkodni. Az alkalmazkodás családok kényszerű együttélésében, a nem kielégítő lakáskörülmények tartós elviselésében jut kifejezésre. *A lakáshoz jutás vagy változtatás tényleges folyamatát nem a háztartások költözési szándéka, kereslete, hanem a lakáskínálat, mégpedig elsősorban az indító állomány mennyisége és minősége határozza meg.*

Ha pedig ezek után azt vizsgáljuk, hogy a tényidőszakban megfigyelhető valóságos mozgások (új lakásba költözések, lakáscserekek) a mi körülményeink között tartalmilag hogyan is értelmezhetők, észre kell vennünk, hogy ezek a megfigyelések *nem a szándékokat, a kezdeti keresletet, hanem annak csak egy részét, a kínálat által kielégített, vagyis a megvalósult keresletet írják te. A mi feltevéleink között a szándék és a megvalósulás sem mennyiségét sem pedig összetételét tekintve nem esik egybe, miközben Stone a kettő között teljes azonosságot tétetezhet fel.*

Ha tehát az ismertetett stock-flow modellt a hazai körülmények között alkalmazzuk, nem fogadhatjuk el a Stone-i gondolatrendszer implicit feltevéseit.

Az elmondottak alapján — úgy véljük — meggyőzőnek tűnik az a következtetés, hogy az eredeti modell módosításra szorul. Modellünknek (i) a hazai viszonyokat tükröző explicit és implicit közgazdasági feltevés-rendszerre kell épülnie; (ii) a matematikai apparátusnak összhangban kell lennie a közgazdasági feltevésekkel; (iii) a modell követelményeinek megfelelő — a Stone modellettől eltérő tartalmú — hazai adatbázisra kell építeni. A lakásszerkezet dinamikus modellje a fenti követelmények figyelembevételével készült.

4. A lakásszerkezet dinamikus modellje

4.1. A modell közgazdasági tartalma

Az LSD modell a lakások és a lakásokban lakó háztartások egymást követő állapotait (stock) és állapotváltozásait (flow) írja le. A modell keretét két egymást követő időpont lakásállománya és annak összetétele adja, vagyis a tényleges lakáskínálatból indulunk ki. Két egymást követő állapot közötti időszakot vizsgálva, azok a lakások, amelyek akár a nyitóállományban, akár a záróállományban (vagy mindkettőben) nyilvántartásba kerültek, a rendszeren belül levőnek tekintendők. Feltételezésünk szerint a rendszeren kívül *nincsen* lakás.

A lakások többféle ismérvvvel jellemezhetők: a lakástulajdon jellegével, a lakás méretével, a komfort-fokozattal, a területi elhelyezkedéssel, az építkezés formájával és így tovább. Ha modellünkben például magántulajdonú és bérlakás; egyszobás, kétszobás és három- (vagy több) szobás; komfortos és komfort nélküli; budapesti, városi és községi lakás szerinti megkülönböztetést alkalmaznánk, a lakásállományt az állapotok számával megegyező számú 36 elemű vektorral íránk le ($2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$).

A lakás főbérletje a háztartás, amelyet modellünkben a következő képpen definiálunk. *Háztartás alatt önálló főbérleti jogú lakásban önként vagy kényszer-*

ből együttélő egy vagy több családegységet értünk. (A családegység tagjainak száma ≥ 1 .) Tehát magában foglalja a társbérletet, az önkéntes vagy kényszerű többgenerációs együttélést, a főbérleből plusz albérleből létesült háztartást: vagyis egy háztartásnak minősülnek, a lakásokat bármilyen jogcímen közösen használó családegységek.³

Modellünkben a lakások és háztartások száma megegyezik, így a háztartások a definíció szerint a vizsgált rendszeren belül vannak. A háztartások ismerve megegyeznek a lakások ismerveivel. A háztartások t -edik időpontban megfigyelhető állapotát, a t -edik időpont lakásállapotával megegyező, 36 elemű vektorral jellemezzük.

Feltételezésünk szerint tehát a rendszerben *nincsen üres lakás* és *nincsen lakás nélküli háztartás*.

A háztartás definíciójából következik, hogy több családegység van, mint ahány háztartás. A lakáshiány következtében a családegységek egy része nem önként, hanem *kényszerűségből* él együtt.

Az egy adott időpontban más családegységgel közös háztartásban élő, de önálló lakáshoz jutás esetén önálló háztartást alapítani szándékozó család-egységeket nevezük a továbbiakban *lakásigénylő család-egységnek*. Feltételezzük, hogy a lakásigénylők a „külvilágban” várnak arra, hogy — lakáshoz jutván — belépjenek a „rendszerbe”. Ennek megfelelően a *lakásigénylő család-egységek, ha önálló lakáshoz jutnak, per definitionem háztartássá válnak és a külvilágból a vizsgált rendszerbe lépnek be*.

Ezen a ponton el is jutottunk az *állapotváltozás* LSD modellbeli értelmezésének kérdéséhez.

Első lépésben a lakások vagy háztartások belépését (inflow) és kilépését (outflow) tárgyaljuk, majd áttérünk a költözési (interflow) folyamat modellünkbeli értelmezésének kérdésére.

A *lakások állományának változását a lakásépítés és a lakásmegszűnés (szaná-lás) mennyisége és összetétele határozza meg*. A modell nyelvén az *építés* a külvilágból a rendszerbe *belépést* (inflow), a *megszűnés* a rendszerből a külvilágba *távozást* (outflow) jelzi. A modellben az építés és megszűnés nagysága és összetétele kívülről adott. A lakások és a háztartások számának egyezőségére vonatkozó alapfeltevésből következik, hogy a háztartások nettó állomány-változását a lakásépítés és lakásmegszűnés egyenlegéből vezetjük le.

Természetesen az új háztartások keletkezését és a régi háztartások megszűnését nem a lakásállományban bekövetkezett változások, hanem demográfiai körülmények is magyarázhatják. Egyszemélyes háztartásokban bekövetkezett halál miatt, vagy más okból megüresedett lakások új háztartások keletkezését teszik lehetővé. Modellünkben ez a változás is a kilépések, illetve a belépések között szerepel azzal a különbséggel, hogy a folyamat a rendszer-

³ A háztartás-statisztika a háztartás fogalmát az alábbiak szerint definiálja:

„A kiválasztás alapegysége a lakás, a megfigyelés egysége pedig a háztartás, azaz a legkisebb jövedelmi, fogyasztói, illetve gazdálkodási egység. A *háztartás* olyan személyek közössége, akik — függetlenül a rokoni kapcsolatuktól — egy jövedelmi illetve fogyasztói közösséget képviselnek, létfenntartási költségeiket részben vagy egészében közösen viselik. A háztartás fogalma tehát nem azonos a családdal, fogalma nem annyira jogi, mint inkább gazdasági tartalmú.”

Modellünk eltér ettől a definíciótól, amennyiben kizárja, hogy egy lakáson belül több háztartás is működjék. Ilyen felfogásban a modellben szereplő családegység tekinthető azonosnak a statisztikai gyakorlatban háztartásként használt fogalommal.

ben található összes háztartások számát nem érinti, miközben a lakásigénylő családjegységek számát csökkenti.

Az előzőekben a lakáskínálatot reprezentáló stock vektor, valamint a változást leíró outflow és inflow vektorok tartalmáról szoltunk. Az elmondottakhoz egy kiegészítő megjegyzést tennénk a vektorok adatforrására vonatkozóan. A lakás stock, az outflow és az inflow jellegű információk tényadatok, vagyis a fizikai lakáskínálat és annak időbeli változása modellünkben *ex post* kategóriaként jelenik meg.

Az állapotvektorok közötti átmenetet (interflow), az úgynevezett *költözési mátrix* írja le. A mátrix a háztartások költözésére, a lakások iránti cserekereslet struktúrájára vonatkozó információkat tartalmazza.

Az LSD modellben — a költözések értelmezésétől függően — a mátrix három változatát különböztetjük meg. A valóságos lakáspiaci viszonyok reálisabb leírása érdekében különbséget teszünk a háztartások *költözési szándéka*, az *elfogadható költözések* és a *megvalósult költözések* között.

Vegyük sorra mármost a különböző mátrixok tartalmát. (Logikai kapcsolataikat a 4.1. táblázat és a 4.1. ábra segítségével tekintjük át. Az ábra az egyszerűség kedvéért kétdimenzióban szemléltet egy valójában sokdimenziós rendszert.)

A *szándékolt költözési mátrix* a kezdeti keresletet, a háztartások lakásváltoztatási szándékait, lakások iránti aspirációikat írja le. A szándékot több tényező befolyásolja. Függ a háztartás méretétől, jövedelmi szintjétől és igényeitől, a lakások árától és fenntartási költségeitől, a kínálatnak a költözni akarók

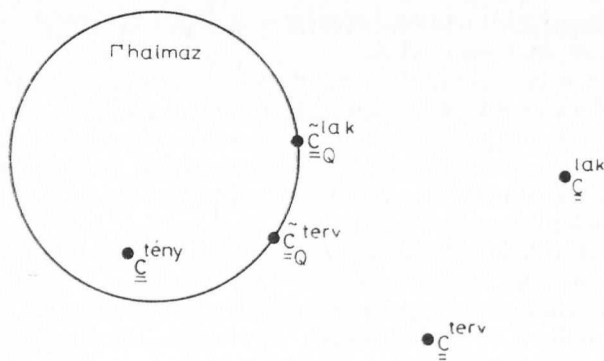
4.1. táblázat

A modellben alkalmazott kategóriák jellegzetes vonásai

A kategória megnevezése	Valóságos vagy hipotetikus	Ex ante vagy ex post	Szubjektív vagy objektív
Háztartások (lakások) egymást követő állapotvektorai r, y	valóságos	ex post	objektív
Összes lehetséges költözési mátrixok halmaza (Γ), általános eleme: a C költözési mátrix, $C \in \Gamma$.	hipotetikus	—	—
Küüntetett költözési mátrixok Megvalósult költözési mátrix $C^{\text{tény}}$	valóságos	ex post	objektív
Szándékolt költözési mátrixok $C^{\text{lak}}, C^{\text{terv}}$, rendszerint $\notin \Gamma$	valóságos	ex ante	szubjektív
Elfogadható költözési mátrixok $\tilde{C}_Q^{\text{lak}}, \tilde{C}_I^{\text{lak}}, \tilde{C}_Q^{\text{terv}}, \tilde{C}_I^{\text{terv}} \in \Gamma$	hipotetikus		szubjektív

A modellben szereplő adatok eredete (a C költözési mátrix példáján)

tényleges	$C^{\text{tény}}$	a ténylegeshez illesztett $\tilde{C}^{\text{tény}}$
lakossági, szándékolt	C^{lak}	lakossági szándékolthoz illesztett \tilde{C}^{lak}
tervezői szándékolt	C^{terv}	tervezői szándékolthoz illesztett \tilde{C}^{terv}



4.1. ábra

A kitüntetett költözési mátrixok logikai kapcsolata

részéről feltételezett struktúrájától, a lakás megszerzésével kapcsolatos előrelátható nehézségektől és így tovább. A szándék egyéni igényekre és lehetőségekre, valamint a piacról, a kínálatról feltételezett ismeretekre támaszkodik. *Ex ante* kategória, amely adatforrását tekintve a háztartások kikérdezésére épül. A háztartásnak feltett kérdés például így hangzik: a jelenlegi jövedelme, továbbá a lakáskínálat és lakáshozjutási feltételek ismeretében, szándékában van-e lakást változtatni, vagy sem? Ha igen, milyen lakásba akar költözni?

A szándékolt költözési mátrix átlójában jelennek meg azok a háztartások, amelyek eredeti lakásukban kívánnak maradni. Az átló felett — előző példánk szerint — a jelenleginél kisebb, az átló alatt a jelenleginél nagyobb lakásba költözni szándékozók találhatók. A szándékok megvalósíthatóságáról azonban a felmérés időpontjában még semmit nem tudunk. Lehet, hogy a szándékok együttesen elvileg teljesülhetnek, mivel a lakáskínálat változása és a szándékolt cserék egymást kiegyenlítő hatása együttvéve lehetővé teszi a háztartások aspirációinak teljesülését. Az is lehet azonban, hogy a szándékok együttvéve irreálisak, eltérnek a kínálat adta lehetőségektől.

Elfogadható költözési mátrixoknak nevezzük modellünkben azokat az átmeneti mátrixokat, amelyek két egymást követő lakásállományvektor közötti lehetséges átmeneti mátrixok halmazából — valamilyen matematikailag definiált, közgazdaságilag értelmezhető távolság mérték szerint — kiválasztva, „legközelebb” esnek a szándékolt költözések matrixához.⁴

A definíció alapján megállapítható, hogy az elfogadható költözési mátrix egy olyan speciális tulajdonságokkal rendelkező átmeneti mátrix, amely a t -edik időszak lakáskínálatából kiindulva *lehetséges átmenetet biztosít* a $(t + 1)$ -edik időszak lakáskínálatába, (vagyis a *kínálat szempontjából megvalósítható* költözéseket ír le), miközben struktúrája egy adott távolságmérték szerint „közel” esik a szándékolt költözési mátrixban megfogalmazott lakossági aspirációk struktúrájához, a költözési igényekhez. Az elfogadható költözési mátrixokat ún. „illesztési technikák” segítségével határozzuk meg. Az illesztési technikák (részletesen lásd később) éppen az *ex ante keresleti elvárások* és a ténylegesen már létező, *ex post kínálat* közötti kompromisszumot keresik.

⁴ A szándékolt költözések az elfogadható költözések meghatározásánál alkalmazott „allokációs szabályként” is felfoghatók.

A megvalósult költözési mátrix *ex post* megfigyelt tényadatokra épül, a módosult keresletet, a valóságban lezajlott költözéseket írja le. A megvalósult költözések struktúrája a mai lakáskörülmények között jelentősen eltérhet akár a szándékolt, akár pedig az elfogadható költözési mátrixok struktúrájától. Könnyen belátható, hogy lakáshiány esetén, egy-egy kategórián belül a háztartások nagyobb hányada marad ténylegesen (*ex post*) eredeti lakásában, mint amekkora hányada önként, eredeti szándéka szerint (*ex ante*) ott akarna maradni, míg más háztartások kényszerhelyettesítésként gyengébb minőségű, vagy kisebb lakásba költöznek.

A szándékolt, az elfogadható és megvalósult költözések struktúrája közötti eltérések elemzése az LSD modell egyik alapvető célkitűzése, speciális tulajdonsága.

4.2. A keret-modell

A keret modell a nyílt input-output modell formájában megfogalmazott Stone modell és a zárt input-output jellegű LSD modell közös keretéül szolgál. A keret-modell feltevései között szerepelnek az LSD modellre is érvényes (a Stone modelltől átvett) explicit feltevések (így a 3, 4, 6, 7, 8), valamint az LSD modell specifikus feltevései is (lásd 1, 2, 5).

A konkrét modellek egyrészt a keret-modellt specifikálják kiegészítő feltevések segítségével, másrészt annak egyes elemeit különbözőképpen interpretálják. A nyílt modell eredeti feltevései (9, 10) a zárt modellre is érvényesek.

A változók és tartalmuk

- t egészszámú változó, az időszak sorszám,
 i sorindex: „hova ment”
 $i = 0$ nem rendelkezik többé lakással
 $i = 1, 2, 3$ egyszobás, kétszobás, háromszobás lakásba ment
 j oszlopindex: „honnét jött”
 $j = 0$ nem volt lakása
 $j = 1, 2, 3$ egyszobás, kétszobás, háromszobás lakásból jött.

A 0 értelmezése: A külvilágot jelzi, ahonnan a rendszerbe belépők jönnek, illetve ahová a rendszerből kilépők távoznak.

$x_{ij}(t)$ a t -edik időszak folyamán i -típusú lakásba j -típusú lakásból költöző háztartások száma. Röviden: *költözési változó*

A háztartások költözését a 4.1. táblázat írja le.

Az $x_{ij}(t)$ -ről megjegyezzük, bizonyos elemei *stock* és míg más elemei *flow* változók:

- a t időszak kezdetén j állapot (stock)
a t időszak folyamán j -ből i -be menő áramlás (flow)
a t időszak végén i állapot (stock)
 $y_h(t)$ h típusú lakások állománya a t időszak kezdetén ($h = 1, 2, 3$). Összes lakás: $L(t)$
 $z_h(t)$ h típusú lakások építése a t időszak folyamán ($h = 1, 2, 3$)
 $s_h(t)$ h típusú lakások megszűnése (lebontása) a t időszak folyamán ($h = 1, 2, 3$)
 $r_i(t)$ az i típusú háztartások állománya a t időszak kezdetén ($i = 0, 1, 2, 3$).

4.2. táblázat

Költözési táblázat

Honnét	0	1	2	3	Sorösszeg
Hová					
0	$x_{00}(t)$	$x_{01}(t)$	$x_{02}(t)$	$x_{03}(t)$	$x_{0.}(t)$
1	$x_{10}(t)$	$x_{11}(t)$	$x_{12}(t)$	$x_{13}(t)$	$x_{1.}(t)$
2	$x_{20}(t)$	$x_{21}(t)$	$x_{22}(t)$	$x_{23}(t)$	$x_{2.}(t)$
3	$x_{30}(t)$	$x_{31}(t)$	$x_{32}(t)$	$x_{33}(t)$	$x_{3.}(t)$
Oszlopösszeg:	$x_{.0}(t)$	$x_{.1}(t)$	$x_{.2}(t)$	$x_{.3}(t)$	$\sum_{j=0}^3 x_{.j}(t) = \sum_{j=0}^3 x_{i.}(t)$

Megjegyzés: $x_{00}(t) = 0$ minden t -re. Tartalma: sem a nyitóállományban, sem a záróállományban nem szerepel. A t -edik időszak folyamán belépett, de még a t -edik időszakban ki is lépett a rendszerből.

Definíciók:

Háztartás az önálló főbérleti jogú lakásban önként vagy kényszerűségből együttélő egy vagy több családtag. Családtagok tagjainak száma: ≥ 1 . A modellben a háztartások per definitionem a vizsgált rendszeren belül vannak. Az összes háztartások száma $H(t)$.

Lakásigénylő családtag a pillanatnyilag más családtaggal közös háztartásban élő, önálló, főbérleti jogú lakáshozjutás esetén önálló háztartást alapítani szándékozó családtag. A lakásigénylő családtagok, ha önálló lakáshoz jutnak, háztartássá válnak és a külvilágból a vizsgált rendszerbe lépnek. Összes lakásigénylő családtag: $G(t)$.

Egyenletek

Záróállapot és nyitóállapot azonossága

A változók között értelemszerűen fennáll a következő összefüggés:

$$(4.1) \quad x_i(t) \equiv x_j(t+1) \quad i, j = 0, 1, 2, 3$$

$$\left[\begin{array}{l} t \text{ végén az } i \text{ lakásban} \\ \text{lakók száma bárhon-} \\ \text{nan jöttek } t \text{ folyamán} \end{array} \right] \equiv \left[\begin{array}{l} (t+1) \text{ kezdetén a } j \\ \text{lakásban lakók száma} \\ \text{bárhová mennek} \\ (t+1) \text{ folyamán} \end{array} \right]$$

A (4.1) összefüggés per definitionem igaz, nem igényel bizonyítást, nem tartalmaz egyszerűsítő feltevést.

A lakásszám — háztartás szám közötti megfeleltetés

1. *FELTEVÉS.* Összes lakás = összes háztartás

$$L(t) = H(t).$$

A lakások száma határozza meg a háztartások számát. Az oksági kapcsolat iránya:

$$L(t) \rightarrow H(t).$$

Magyarázat az 1. feltevéshez: Feltételezzük, hogy nincs tartósan üres lakás $L \leq H$; nincsen hajléktalan háztartás $H \leq L$; a belépő háztartások elfoglalják a megüresedett vagy újonnan épült lakásokat, viszont senki nem alszik a híd alatt, valamilyen jogcímen (főbérelő, társbérelő, albérelő, ágybérelő) lakik valahol.

Az 1. feltevés formálisan a következő két egyenlőség fennállását jelenti:

$$(4.2) \quad y_j(t) = \sum_{i=0}^3 x_{ij}(t) \quad j = 1, 2, 3$$

$$\left[\begin{array}{l} j\text{-típusú lakások nyitó} \\ \text{állománya} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} j\text{-típusú lakásból jövő} \\ \text{háztartások száma} \end{array} \right]$$

$$(4.3) \quad y_i(t+1) = \sum_{j=0}^3 x_{ij}(t) \quad i = 1, 2, 3$$

$$\left[\begin{array}{l} i\text{-típusú lakások záró} \\ \text{állománya} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} i\text{-típusú lakásba költő} \\ \text{háztartások záró} \\ \text{állománya} \end{array} \right]$$

Lakásmérleg

2. *FELTEVÉS*. A lakásállomány és változása (bővülése vagy csökkenése) exogén.

3. *FELTEVÉS*. A lakástípuson belüli eltéréstől eltekintünk: egy-egy típus homogén csoportot alkot.

$$(4.4) \quad y_h(t+1) = y_h(t) + z_h(t) - s_h(t)$$

$$\left[\begin{array}{l} (t+1) \text{ idő-} \\ \text{szak nyitó} \\ \text{állománya} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} t \text{ időszak} \\ \text{nyitó állo-} \\ \text{mánya} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{építés a } t \\ \text{időszak} \\ \text{folyamán} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{megszűnés a} \\ t \text{ időszak} \\ \text{folyamán} \end{array} \right]$$

Belépés — kilépés mérlegek

4. *FELTEVÉS*. Az összes megszűnő háztartások száma exogén.

5. *FELTEVÉS*. Az összes lakásigénylő család egység $G(t)$ száma exogén. Mindig létezik legalább annyi kielégítetlen lakásigénylő család egység, amennyinek belépése fedezi a lakásállomány nettó növekményének mértékét.

Magyarázat az 5. feltevéshez: Feltételezzük, hogy a lakáspiacon a hiányjelenség a vizsgált időszakban még fennmarad. Hiánynak tekintjük mind a mennyiségi, mind pedig a minőségi lakáshiányt.

$$(4.5a) \quad z_h(t) - s_h(t) = x_h(t+1) - x_h(t) \quad h = 1, 2, 3$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{a lakásállomány} \\ \text{nettó növekménye} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{háztartások nettó} \\ \text{növekménye} \end{array} \right]$$

$$(4.5b) \quad \sum_{h=1}^3 (z_h(t) - s_h(t)) = \sum_{h=1}^3 (x_{h0}(t) - x_{0h}(t)).$$

6. *FELTEVÉS.* Nincsenek figyelembe véve a t időszak folyamán belépő, de még a t időszakban kilépő lakások (háztartások): $x_{00} = 0$ minden t -re.

Magyarázat a 6. feltevéshez: csakis azokkal a lakásokkal (háztartásokkal) foglalkozunk, amelyek vagy a t -ik vagy a $(t + 1)$ -ik időszak nyitó állományában, vagy mindkettőben megjelennek.

7. *FELTEVÉS.* A $(t + 1)$ -edik állapot kizárólag a t -edik állapottól függ.

Magyarázat a feltevéshez: Nincs késleltetés, nincs „memória”. A $(t) \rightarrow (t + 1)$ -be való átmenet független a $(t - 1) \rightarrow t$ -be, a $(t - 2) \rightarrow (t - 1)$ -be stb.-től.

A háztartások mozgását leíró teljes költözési mátrixon belül az alábbi blokkokat különböztetjük meg:

0 az x_{00} elemet tartalmazó blokk, a t -edik időszakban belépő, de ugyanakkor ki is lépő háztartásokat tartalmazza;

a vektor az x_{0j} elemeket, a t -edik időszakban kilépő háztartásokat (outflow) foglalja magába;

b vektor az x_{i0} elemeket, vagyis a t -edik időszakban belépő háztartásokat (inflow) foglalja magába;

\bar{X} mátrix, amelynek x_{ij} elemei a háztartások belső költözését (interflow) írják le. A belső költözési mátrixban $i, j = 1, 2, 3$.

A fentiek alapján felírható, hogy:

$$(4.6) \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{a} \\ \mathbf{b} & \bar{X} \end{bmatrix}.$$

A (4.5a) és (4.5b) egyenletekben már foglalkoztunk a lakások és háztartások nettó állományváltozásával, most szeretnénk néhány további megjegyzést fűzni az **a** és **b** vektorok tartalmához.

Az inflow és outflowvektorok a külvilág és belvilág közötti *bruttó* áramlást követik nyomon. *Kétféle akciót* ötvöznek egybe: a *lakások lebontása* és *építése* következtében végbemenő mozgást, valamint a *demográfiai* jellegű változást.

Az 1. *akció* lakások megszűnésével és építésével kapcsolatos. Az akcióban résztvevő háztartások két csoportra bonthatók: Az egyik csoportot az jellemzi, hogy az időszak elején és végén is rendelkezett lakással, *de nem azonos lakással*. Időszak eleji lakása megszűnt és helyette újonnan épült lakásba költözött. Ezek a háztartások mind a kilépők mind pedig a belépők között nyilvántartásba kerülnek. A másik csoportot az újonnan épült lakásba költöző, a t -edik időszak folyamán önállósult családok, az új lakásban létesült új háztartások képezik. Értelemszerűen csak a belépők között szerepelnek.

A két csoport elvileg különül el, együttes adataik az **s** (lakásmegszűnés), illetve **z** (lakásépítés) vektorokból vezethetők le.

A 2. *akció* demográfiai eseményekkel (pl. halál, elvándorlás) kapcsolatos. A lakás az időszak elején és végén is megvolt, csak a benne lakó háztartások változnak. Az M háztartás kilép az egyszobás, budapesti stb. lakásból és az N háztartás belép a helyébe. A kilépők és belépők egyaránt szerepelnek az inflow, illetve outflow vektorokban. Adataik a **g** vektorban kívülről adva **vannak**.

Az 1. akció növelheti (csökkentheti) a lakásállományt és a háztartásállományt a 2. akció viszont magát az állományt nem módosítja. Szerkezeti változást is csak az 1. típusú akció eredményezhet. A lakásigénylő családjegységek számát viszont mind az 1. mind a 2. akció csökkentheti.

Ezek után meghatározhatjuk az **a** és **b** vektorok tartalmát:

$$(4.7) \quad \mathbf{a}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{g}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \text{háztartások} \\ \text{kilépése} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{lakások meg-} \\ \text{szűnése} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{meglevő laká-} \\ \text{sokban lakó} \\ \text{háztartások} \\ \text{megszűnése} \end{bmatrix}$$

$$(4.8) \quad \mathbf{b}(t) = \mathbf{z}(t) + \mathbf{g}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \text{háztartások} \\ \text{belépése} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{lakások} \\ \text{építése} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{megüresedett} \\ \text{lakásba költöző} \\ \text{háztartások} \\ \text{belépése} \end{bmatrix}$$

Amennyiben a **X** mátrix által ábrázolt költözési folyamatot koeficiensnek formájában írjuk le, költözési hányadokról, *költözési koeficiensokról* beszélhetünk. A költözési koeficiensek **C** mátrixa a *j*-ik lakástípusból az *i*-ik lakástípusba költözők részarányait mutatja meg.

8. *FELTEVÉS*. A **C** költözési mátrix oszlop-sztochasztikus, oszlopelemeinek összege = 1.

$$(4.9) \quad c_{ij}(t) = x_{ij}(t)/x_j(t) \quad i, j = 0, 1, 2, 3$$

A definíció kiterjed az *i* = 0, *j* = 0 esetre is. A nyílt és zárt modell abban különbözik majd, hogy miként kezeljük a c_{i0} , illetve a c_{0j} koeficienseket. Ennek megfelelően *teljes* és *belső* költözési koeficiens mátrixról **C**, $\bar{\mathbf{C}}$ beszélünk.

A továbbiakban a kétféle konkrét modellről szólunk: a *nyílt input-output* modell formájában megfogalmazott kiinduló modellről és a *zárt input-output* modellként felírt LSD modellről.

A nyílt modell

A **C** teljes költözési mátrixból képezzük a $\bar{\mathbf{C}}$ belső költözési mátrixot.

$$(4.10) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix}.$$

A $\bar{\mathbf{C}}$ mátrix elemei: \bar{c}_{ij} , ahol *i, j* = 1, 2, 3.

9. *FELTEVÉS*. A rendszeren belüli belső költözési (interflow) koeficiens az időben állandóak:

$$(4.11) \quad \bar{c}_{ij}(t) = \bar{c}_{ij}.$$

Emlékeztetünk itt arra, hogy a 8. *FELTEVÉS* alapján a **C** mátrix oszlop elemeinek összege = 1, tehát a $\bar{\mathbf{C}}$ belső költözési mátrix oszlop elemeinek

összege automatikusan $C \leq 1$, amennyiben az \mathbf{a} outflow vektor megfelelő C_{0j} eleme > 0 . Ebből következik az az implicit feltevés is, hogy $c_{0j}(t) = c_{0j}$ minden t -re, vagyis az outflow részaránya konstans.

10. *FELTEVÉS.* A kívülről belépő háztartások lakásípusonkénti növekménye az időben állandó.

$$(4.12) \quad x_{i0}(t) = x_{i0},$$

azaz

$$\mathbf{b}(t) = \mathbf{b} \quad \text{minden } t\text{-re.}$$

A kiinduló nyílt input-output modell általános alakja:

$$(4.13) \quad \bar{\mathbf{r}}(t + 1) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{b} \quad (\bar{\mathbf{r}} \text{ elemei: } \bar{r}_i, \quad i = 1, 2, 3).$$

Az összefüggésből ismertek a $\bar{\mathbf{C}}$, \mathbf{b} , $\bar{\mathbf{r}}(t)$ mátrix, illetve vektorok adatai.

A 4.13 egyenletet értelmezhetjük az LSD modell fogalmi apparátusával s , ahol;

$\bar{\mathbf{r}}(t)$ a t időszakban a háztartások nyitó állománya. A (4.2) és (4.3) összefüggés alapján $\mathbf{y}(t)$ -ből $\bar{\mathbf{r}}(t)$ meghatározható.

$\bar{\mathbf{C}}$ a háztartások belső költözési koeficiens mátrixa, a költözések különféle közgazdasági értelmezése szerint: elfogadható, megvalósult költözési koeficiens mátrix.

\mathbf{b} a háztartások állományának növekménye. Önálló háztartássá váló lakásigénylő családtagok lakáshoz jutása. Az oksági kapcsolat iránya:

$$AL \rightarrow AH.$$

A zárt modell

„Nyissa ki az ablakot, hadd legyen becsukva.

Nem értem . . .

Nem érti? Akkor ez egy aforizma”

Karinthy F. „Így írtok ti”

A zárt modellben visszatérünk a \mathbf{C} teljes költözési mátrixhoz, vagyis a $\bar{\mathbf{C}}$ belső költözési mátrixot kiegészítjük a kívülről belépők oszlop-vektorának és a külvilágba távozók sorvektorának koeficienseivel.

A 8., 9. és 10. FELTEVÉSEK alapján már megfogalmaztuk, hogy mind az újonnan belépő és kilépő háztartások, mind pedig a belső költözések arányai az időben változatlanok:

$$(4.14) \quad c_{ij}(t) = c_{ij} \quad i, j = 0, 1, 2, 3$$

A zárt input-output modell általános alakja;

$$(4.15) \quad \begin{bmatrix} f(t + 1) \\ \bar{\mathbf{r}}(t + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(t) \\ \bar{\mathbf{r}}(t) \end{bmatrix}.$$

Az állapotvektorokat is struktúrák formájában felírva az alábbi összefüggést kapjuk:

$$(4.16) \quad \begin{bmatrix} \varphi(t+1) \\ \rho(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \bar{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \rho(t) \end{bmatrix},$$

ahol a $\begin{bmatrix} \varphi \\ \rho \end{bmatrix}$ struktúra a háztatásállomány változás összegének (0. sor, illetve 0. oszlop összege) és a lakástípusonkénti háztartásoknak a részaránya az állományváltozás értékével növelt háztartások összegében.

Az LSD modell általános formájaként a zárt input-output modellnek a (4.16) egyenletben megfogalmazott változatát tekintjük. A (4.16) összefüggésből ismertnek tételezzük fel az induló és záróállapot lakás (háztartás) struktúráját leíró $\rho(t)$, $\rho(t+1)$; valamint a lakásépítés és megszűnés struktúráját reprezentáló $\alpha(t)$ és $\beta(t)$ vektorokat; azaz a lakáskínálat két egymást követő állapotát és a köztük lezajló fizikai változás elemeit. Ismeretlen viszont a modellben a tényleges keresletet leíró \bar{C} átmeneti mátrix. Ez utóbbit helyettesíti egy olyan hipotetikus, a modellbe közvetlenül még nem illeszthető, szándékolt költözési mátrix, amely a lakások iránti kezdeti keresletet jelzi.

Az LSD modell jellegzetes tulajdonsága éppen a *kezdeti kereslet* és a lakáskínálat által kielégíthető, *megvalósítható kereslet* közötti eltérések elemzése. A szándékolt és megvalósítható kereslet közötti kapcsolatot az ún. „illesztési technikák” segítségével teremtjük meg.

5. Adatok és illesztési technikák

Amint az LSD modellt ismertető 4. fejezetben már jeleztük, modellünkben ex post jellegű objektív tényadatok és ex ante jellegű, egyedi kikérdezésből származó „szubjektív” adatok egyaránt előfordulnak. A tényadatok lehetnek teljes körű vagy reprezentatív mintavétel eredményei, az egyéni kikérdezés viszont többnyire mintavételező. Modellünkben az illesztési technikák kettős funkciót töltenek be. Egyfelől a szubjektív költözési szándékok és az objektív kínálati lehetőségek struktúrája közötti „kompromisszum” keresésének eszközei, másfelől viszont paraméter becslési eljárások, amelyek lehetővé teszik, hogy reprezentatív felvételtől származó adatokból a teljes körű viselkedésre következtethessünk, vagyis a részleges és a teljes körű megfigyelés adatait kombináljuk modellünkben.

5.1. Az adatokról

a) *Az állapotvektorok: $y(t)$, $r(t)$.* Az állapotvektorok együttesét a lakások (és a lakások számával megegyező számú háztartások) volumenét és struktúráját leíró, tényadatokon alapuló idősor adja meg. Általában — de nem feltétlenül — teljes körű felmérésből származnak.

b) *A kilépés és belépés vektorok: $a(t)$, $b(t)$, $g(t)$.* Kétféle adatforrásból származnak.

A lakásállomány (háztartásállomány) növekedésére és csökkenésére vonatkozó építési és megszűnési adatok az a) pontban említett, rendszeres időközönként megfigyelt, többnyire teljes körű felvételtől nyerhetők.

A *demográfiai* változásokat leíró ki-, illetve belépések a szokásos statisztikában nem szerepelnek, tehát a modellszámítások igényeinek megfelelő külön megfigyeléseket igényelnek.

Itt jegyezzük meg, hogy mind az a), mind pedig a b) pont alatt említett tényadatokat azonos tartalmú *tervadatok* is helyettesíthetik. Az utóbbiak értelemszerűen a lakáskínálat és demográfiai változások tervezett alakulását mutatják meg.

c) *A belső költözési mátrixok:* $\bar{C}(t)$.

A *megvalósult költözések mátrixa* teljes körű vagy reprezentatív ex post jellegű felmérés eredménye. Megvalósult lakáscseréket ír le, azokat a költözéseket, amelyek a tárgyidőszakban fennálló feltételek (árak, jövedelmek, lakáskínálat, igények, jogi, pénzügyi és adminisztratív szabályozás, utánjárás, várakozási idő, stb.) mellett ténylegesen lezajlottak. A mátrix elemei *objektív* jellegű mutatók. Ilyen típusú adatokkal jelenleg nem rendelkezünk.

Kétféle megközelítésű *szándékolt költözési mátrixról* szólunk a továbbiakban. Közös vonásuk, hogy szubjektív jellegű aspirációkat, ex ante szándékokat fejeznek ki. Különböznek viszont aszerint, hogy az egyedi háztartások, vagyis a *lakosság szándékait*, avagy a tervezők jövőre vonatkozó elképzeléseit, a *tervezői szándékokat* írják-e le. Az előbbit lakossági, az utóbbit tervezői szándék mátrixnak nevezzük.

A lakossági szándék mátrix értelmezéséhez még a következőket kell hozzáfűznünk. A valóságban egy-egy háztartás költözési szándéka — minden egyéb körülményt, jövedelmeket, a kínálatról kialakított feltételezéseket stb. adottnak véve — a költözés végrehajtásához szükséges kiadások függvénye.

A gondolatot egy erősen leegyszerűsített példa segítségével fejtjük ki. Tekintsünk a lakosságnak arra a csoportjára, amelyik jelenleg egyszobás lakásban lakik de szívesen költözne kétszobásba. Van aki még akkor sem mozdulna, ha a cserére többletköltség nélkül kerülhetne sor: ragaszkodik megszokott kis lakáshoz, vagy nem tudja bebútorozni a többletszobát, nem képes takarítani azt stb. Nézzük tehát csak azokat, akik szívesen költöznének kétszobásba, ha ezt minden többletköltség nélkül megtehetik, vagy akik még hajlandók anyagi áldozatot is hozni a lakáscsere érdekében. Tegyük fel, hogy együttes számuk 700 ezer háztartás.

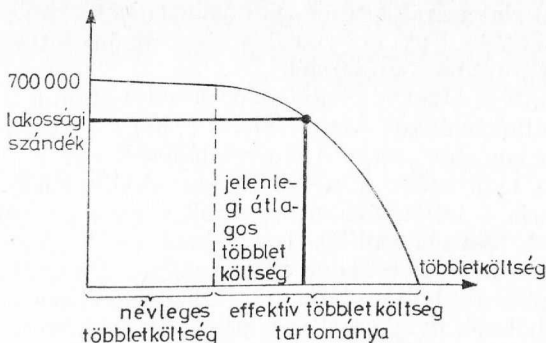
A modell eddigi feltevéseivel összhangban jogosult homogénnek tekinteni ezt a csoportot, a kiinduló helyzetet illetően. Mivel amúgy is elhanyagoltuk az egyszobás lakások közti minőségi stb. különbségeket, tekintsük az eddigi lakáshasználat költségeit egyöntetűen.

A kétszobás lakásba való átmenet *többletköltsége* a valóságban két tételből adódhat össze: egy egyszeri kiadásból (pl. „lélépési díj”) és egy állandó, folyamatos kiadásból (pl. lakbértöbblet). A számítás egyszerűsítésére összeadjuk az egyszeri kiadást és 10 évi folyamatos többletkiadást és ezt tekintjük a *költözés többletköltségének*.

A szándék és a többletköltség közötti összefüggéseket az 5.1. ábrán szemléltetjük.

Az ábra vízszintes tengelyén a költözni kívánók által fizetendő többletköltséget tüntettük fel, a függőleges tengelyen pedig azoknak a háztartásoknak a számát, akik hajlandóak ingyen vagy többletköltség fejében elköltözni.

A vízszintes tengely 0 pontjához tartozik — definícióinkból következően a 700 000-es érték, vagyis mindazok, akik szívesen elköltöznének, ha ezért nem kellene többletet fizetni.



5.1. ábra

A görbe először közel halad a vízszinteshez: 100 forintot, vagy akár 1000 forintot gyakorlatilag mindenki képes lenne erre a célra előteremteni. Ameddig a görbe vízszintes, vagy majdnem vízszintes, csak elhanyagolható mértékben csökken, addig a *névleges* többletköltségek tartományában vagyunk. Utána azonban, a szaggatott vonallal jelölt értéktől kezdve szemmel láthatóan csökkenni kezd azok részaránya, kik ezt az árat meg tudják, illetve meg akarják adni. Ez már az *effektív* többletköltségek tartománya. A görbe egyre meredekebben csökken. Végül eljutunk egy kritikus többletköltséghez, amelynél többet már senki sem hajlandó megadni egyetlen többlet-szobáért. Itt éri el a görbe a vízszintes tengelyt.

Ábránk egy speciális „keresleti görbét” ábrázol: az egyszobás lakásból kétszobás lakásba költözni kívánók keresleti görbéjét, a fizetendő többletköltség, mint speciális „vételár” függvényében.

Jó lenne, ha kutatásunk előbb-utóbb eljutna abba a fázisba, amelyben képesek vagyunk ilyen keresleti függvényeket meghatározni és azokat a matematikai modellbe formálisan is beépíteni. Egyelőre még nem tartunk itt. Sem a szükséges információ nem áll rendelkezésre, sem a jelenlegi modell egyszerű matematikai formája nem ad lehetőséget e függvények beépítésére. Ezért lényeges egyszerűsítéshez kell folyamodnunk. Ahelyett, hogy a keresleti *függvény* szerepelne a modellben, kiemeljük annak egyetlen pontját: a jelenleg érvényes többletköltséghez tartozó pontot. Az ábránkon feltüntettük ezt a pontot. A függvénynek ezt az értékét nevezzük „lakossági szándéknak” és az ennek megfelelő adatot szerepeltetjük — a modell szerkezetének megfelelő formára átalakítva — a „szándékolt költözések” mátrixában.

Ez a szándék kipuhatható kikérdezések segítségével. Ugyancsak kikérdezés segítségével lehet majd — a kutatás későbbi szakaszában — a jelenlegi lakbérektől, lakásáraktól, költözési többletköltségektől eltérő feltételek mellett szándékot is tisztázni, azaz becslést adni a keresleti függvény egészére.

A „tervezői szándékokról” célszerű mindjárt többszámban szólni. Tegyük fel, hogy képesek vagyunk a tervezők elgondolásait lefordítani a mi modellünk „nyelvére”, azaz megtestesíteni költözési mátrixok formájában. Indokolt lenne, hogy a tervelemzések céljaira ne egy, hanem több ilyen mátrixot dolgozzunk ki. Ezek eltérnének egymástól, a következő tényezők hatására:

— Milyen lakbérek, lakásárak érvényesülését tételezi fel a tervező? A jelenleg érvényben lévőket vagy azoktól eltérőeket?

— Ha a lakbérek, lakásárak eltérnének a jelenlegiektől, milyen elvek szerint kívánnák alakítani őket? Úgy, hogy azok a lakosság önkéntes költözését a tervezők által kívánt irányba ösztönözzék?

— Egyáltalán milyen elveket kívánnának érvényesíteni a tervezők a lakás-allokációban és reallokációban? Azt szeretnék-e, hogy a nagyobb jövedelműek jussanak nagyobb lakáshoz, vagy a nagycsaládosok stb.

Mint látjuk, itt igen széles körű elemzésre adódik lehetőség. Különösen érdekesnek ígérkezik a különböző szempontok szerint összeállított „tervezői szándék” mátrixok összehasonlítása egymással és a „lakossági szándék” mátrixszal (vagy: lakossági szándék mátrixokkal). Mennyiben vannak ezek összhangban egymással, hol mutatkoznak ellentmondások. Az ilyen összehasonlító elemzésből sok gyakorlati gazdaságpolitikai következtetés adódhat.

5.2. Illesztési technikák⁵

Induljunk ki a (4.16) homogén differencia-egyenletből:

$$\begin{bmatrix} \varphi(t+1) \\ \bar{\rho}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \bar{\rho}(t) \end{bmatrix}$$

Az összefüggésből ismertek a $\begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \bar{\rho}(1) \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \varphi(2) \\ \bar{\rho}(2) \end{bmatrix}$ vektorok, valamint a két vektor közötti átmenetet megvalósító $\begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix}$ átmeneti mátrixból a 0-adik sort és a 0-adik oszlopot jelző α és β vektorok, de nem ismerjük a $\bar{\mathbf{C}}$ belső költözési mátrixot. A $\bar{\mathbf{C}}$ mátrixot ún. *illesztési technikák segítségével határozzuk meg az ismert adatokból független forrásból származó „hipotetikus” belső költözési mátrix (a továbbiakban \mathbf{P} mátrix) alapján.*

Az illesztési feladatot tehát úgy fogalmazhatjuk meg, hogy olyan $\tilde{\mathbf{C}}$ (illesztett) nem-negatív mátrixot keresünk, amely kielégíti az alábbi egyenletet;

$$(5.1) \quad \begin{bmatrix} \varphi(2) \\ \bar{\rho}(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \tilde{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \bar{\rho}(1) \end{bmatrix},$$

$$(5.2) \quad \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \tilde{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \text{ oszlop-sztochasztikus, és}$$

$$(5.3) \quad d(\tilde{\mathbf{C}}, \mathbf{P}) \rightarrow \min,$$

vagyis a két mátrix struktúrája közötti távolság minimális.

A hipotetikus és illesztett mátrixok közötti távolságot kétféle „távolság mérték”, azaz metrika szerint értelmezzük.⁶

1. Kvadratikus metrika,
2. I-divergencia metrika.

⁵ Az 5.2. alfejezetet *Dancs István* írta.

⁶ Több számítást végeztünk az ún. Kantorovics metrika segítségével is, de ezek ismertetésére e cikk keretében nem térünk ki.

1. Kvadratikus távolság

A legkisebb négyzetek módszerére épülő kvadratikus távolság ismert és jól bevált távolság-fogalom. Az (5.3) feladat szerint távolság itt az alábbiakban fogalmazható meg:

$$(5.4) \quad \left(\sum_{i,j} (\tilde{c}_{ij} - p_{ij})^2 \right)^{\frac{1}{2}} = Q(\tilde{\mathbf{C}}, \mathbf{P}), \quad i, j = 1, 2, 3$$

A fenti összefüggés egy speciális kvadratikus programozási feladatként fogható fel. Megjegyezzük, hogy helyette célszerűbb a relatív kvadratikus különbségekkel számolni. Ekkor a következő kifejezés minimalizálandó:

$$(5.5) \quad \left(\sum_{i,j} \frac{(\tilde{c}_{ij} - p_{ij})^2}{\tilde{c}_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} = Q'(\tilde{\mathbf{C}}, \mathbf{P}).$$

2. Az I divergencia távolság

Mielőtt leírnánk az I divergenciával mért illesztési feladatot, néhány szót szólunk a metrika valószínűségelméleti tartalmáról. (Az itt használt jelölés nem kompatibilis eddigi jelölésrendszerünkkel.)

Legyen az \mathbf{l} és \mathbf{m} két n dimenziós valószínűségi vektor (struktúra), ami egy rendszer két valószínűségi állapotaként fogható fel. Az I divergencia a következő formula szerint írható fel:

$$I(\mathbf{l} : \mathbf{m}) = \sum_{i=1}^n l_i \log \frac{l_i}{m_i}.$$

Az összefüggés információ elméleti tartalma a következő: azt az információ nyereséget mérjük, amit az \mathbf{l} valószínűségi állapotvektor az \mathbf{m} állapotvektorhoz képest ad.⁷

Fogalmazzuk meg ezután az LSD modell szerinti feladatot:

Keressük azt a $\tilde{\mathbf{C}}$ mátrixot, amelyre

$$(5.6) \quad e^{\tilde{\mathbf{C}}} = e - \alpha$$

$$(5.7) \quad \tilde{\mathbf{C}}\bar{\rho}(1) = \rho(2) - \varphi\beta$$

$$(5.8) \quad \tilde{\mathbf{C}} \geq 0$$

és minimális a következő célfüggvény

$$(5.9) \quad I(\tilde{\mathbf{C}} : \mathbf{P}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \log \frac{\tilde{c}_{ij}}{p_{ij}}.$$

Vagyis a lehetséges átmeneti mátrixok halmazából olyan $\tilde{\mathbf{C}}$ mátrixot keresünk, amely egy lépésben kielégíti a $\bar{\rho}(1)$ és $\bar{\rho}(2)$ közötti (5.6), (5.7) átmeneti egyenleteket, ugyanakkor a „legkisebb meglepetést” okozza a \mathbf{P} hipotetikus mátrixhoz képest.

⁷ Részletesen lásd erről *H. Theil* [17] munkáját.

A fentiek szerinti feladat primális megoldásához a következő duális összefüggés rendelhető.

Keresendők olyan u_i, v_j , ($i, j = 1, 2, 3, \dots, n$) pozitív számok, amelyekhez

$$(5.10) \quad \sum_{i,j} p_{ij} u_i v_j \bar{q}_j(1) \leq 1$$

$$(5.11) \quad \sum_i (1 - \alpha_i) u_i + \sum_j (\varrho_j(2) - \varphi \beta_j) v_j \rightarrow \text{maximum.}$$

Noha biztató kísérletek folytak a duális vektorok közgazdasági értelmezésére még korainak érezzük kész eredményként ismertetni azokat. Annyit mégis megjegyeznénk, úgy tűnik, hogy az u és v duális vektorok a primális megoldáson felül is jelentős többlet tájékoztatást nyújthatnak a költözési szándékok és a lakás kínálat strukturális eltéréseinek elemzéséhez, értékeléséhez.

5.3. Az objektív és szubjektív jellegű mutatók felhasználásáról

A szociológusok, és napjainkban a közgazdászok is, különbséget tesznek kemény és puha mutatók, vagy más néven objektív és szubjektív megközelítésű mutatószámok között. Az objektív és szubjektív mutatók szerepe, összekapcsolásuk szükségessége különleges hangsúlyt kap a társadalmi-gazdasági körülményeket értékelő társadalmi jelzőszámrendszerrel foglalkozó hazai és nemzetközi kutatásokban.⁸

*Objektív jellegű mutató*nak nevezi az irodalom a statisztikailag ex post megfigyelt, vagy megfigyelhető tényadatokat. Ide sorolhatók témánk köréből a ténylegesen meglévő, fizikailag is számba vehető lakások mennyiségi és minőségi ismérvei (méret, karbantartás foka, az építkezés jellege, stb.), a háztartások állománya, állományváltozása és a megvalósult költözések adatai, de ugyancsak objektív mutató az állami bérlakások és a magántulajdonú lakások ára, lakbére vagy fenntartási költsége is.

A *szubjektív mutatók* egyéni kikérdezésen alapuló, szubjektív megközelítésű vizsgálatok eredményei. Általában a megfigyelt egyének (háztartások) elégedettségét, aspirációit, értékrendjét mérik. Szubjektív mutatók lehetnek a piackutatás körébe tartozó felmérések is. Ismét szűkebb témánk példánál maradva, szubjektív mutatónak tekintjük a háztartások megkérdezése alapján a lakással való elégedettségre, a jövőbeli költözési szándékokra vonatkozó információkat is. Ide sorolhatók a lakossági megkérdezésre épített ún. hipotetikus lakásárak és lakbérek is, amelyek azt a „felajánlott”, a háztartások részéről még „elfogadható” összeget jelzik, amit a fogyasztók hajlandóak lennének fizetni az általuk igényelt méretű és minőségű lakásért, ha a lakás az igényelt időpontban valóban rendelkezésre is állna.

Az *objektív és szubjektív mutatószámok összekapcsolása* modellünk egyik speciális tulajdonsága. Az objektív folyamatokat leíró statisztikai mutatókkal párhuzamos szubjektív mutatók beépítése mögött az az elgondolás húzódik meg, hogy a múltbeli eredmények értékelése, a jövőbeni célok megítélése nemcsak az objektív körülmények alakulásától függ, hanem attól is, hogy az objektív eredmények és tervek találkoznak-e az állampolgárok, a fogyasztó elvárásai-

⁸ Lásd a témáról bővebben: Allardt, E. [1], [2], Andorka R.—Illés J. [3], Andorka R.—Kulcsár R. [4], Cantaril, H. [6], Dániel Zs. [7], Hankiss E.—Manchin R.—Füstös L. [11] munkáit.

val, szándékaival. Célszerű folyamatosan figyelemmel kísérni, hogyan látja az egyén az objektív folyamatokat, célokat és mit tételez fel jövőbeni alakulásukról. A központi célok egybeesnek-e az egyéni elvárásokkal; az állampolgárok a tényleges ár és költségviszonyoktól eltérően mit és mennyire értékelnek. A szubjektív mérés az objektív mutatókkal összhangban hasznosítható igazán. Együttes elemzésük fontos támpontot ad a tervezés számára, hiszen az objektív mérést kiegészíti a fogyasztó magatartására, igényeire vonatkozó hasznos ismeretekkel.

6. Illusztráció a rövidtávú elemzéshez

A továbbiakban néhány számítás segítségével jelezzük az elemzési lehetőségeket. A számítások tényszámokra és konstruált adatokra épülnek, ezért csupán illusztrációnak tekinthetők.

Tételezzük fel, hogy ex post megfigyelések alapján ismertek a 6.1 és 6.2 táblázat, és ex ante kikérdezés eredményeképpen a 6.3. táblázat adatai.

A táblázat adatai jelen formájukban önkényes becslések. Tényleges alkalmazás esetén ezeket az adatokat reprezentatív felvételre építjük, amikor is a háztartásokat megkérdezzük, hogy pl. a jelenlegi ár- és jövedelemviszonyok

6.1. táblázat

A lakásállomány alakulása 1970—1973 között

Me.: ezer db

	Egyszobás	Kétszobás	Háromszobás és nagyobb	Összesen
Lakások száma 1970. I. 1.	1452	1361	337	3150
Építés 1970—1973	0	169	204	373
Megszűnés 1970—1973	188	0	0	188
Lakások száma 1973. I. 1.	1264	1530	541	3335

6.2. táblázat

Háztartások megszűnése⁹ 1970—1973 között

Me.: ezer db

Egyszobás lakásban	Kétszobás lakásban	Háromszobás lakásban
100	0	0

⁹ Emlékeztetünk itt a 4. fejezetben elmondottakra, miszerint a háztartások megszűnése és a helyükbe költöző háztartások belépése megegyezik majd. Az egy szobás lakásban lakó 100 ezer háztartás megszűnése gyakorlatilag ekvivalens 100 ezer db egyszobás lakás „belépésével” illetve ennek megfelelő számú családtagok önálló „háztartássá” válásával. Vö. a 2.1. táblázat kilépés-belépés adataival.

és az adott kínálati feltételek mellett elégedettek-e jelenlegi lakásukkal vagy sem? Ha változtatni akarnak lakáskörülményeiken, milyen jellegű változást igényelnek? A táblázatból leolvasható, hogy az egy-, illetve kétszobás lakásban lakók mintegy negyedrésze, a háromszobás lakásban lakóknak viszont több mint háromnegyed része nem akar változtatni lakáshelyzetén. A megkérdezettek közül többen szeretnének induló helyzetükhöz képest nagyobb lakást, mint amilyen arányban a jelenleg nagyobb lakásban lakók hajlandók kisebb lakásba költözni.

A 6.3. táblázatban található szándékolt költözési mátrix alapján a 6.1. és 6.2. táblázatok szerinti tényleges kínálathoz a kvadratikus és I divergencia szerinti távolságmértékek szerint elfogadható költözési mátrixokat illesztettünk.

A 6.4. táblázat a szándékolt költözési mátrix és a kétféle távolságmérték szerint illesztett elfogadható, teljes költözési mátrixokat mutatja be. A 4×4 -es mátrixok 0-ik oszlopai, illetve sorai a konstans állomány-változási koefficienset, az 1–3. sorok és oszlopok a belső költözési koefficienset írják le.

A 6.4. táblázatból látható, hogy a lakossági szándékok együttese (kis lakástulajdonosok nagy lakás iránti igénye és a nagy lakások tulajdonosainak kisebb lakás iránti cserehajlandósága) a fizikai lakáskínálat struktúrájának változása mellett *nem teszi lehetővé* a lakossági aspirációk maradéktalan teljesülését.

6.3. táblázat

A lakossági kikérdezésen alapuló szándékolt költözések mátrixa

M.e.: százalék

		Honnét		
		Egyszobás	Kétszobás	Háromszobás
		lakásból		
Hová:	Egyszobásba	0,215	0,155	0,055
	Kétszobásba	0,490	0,250	0,145
	Háromszobásba	0,295	0,595	0,800

6.4. táblázat

A lakossági aspirációkat tükröző szándékolt és elfogadható teljes költözési koefficiens mátrixok

M.e.: százalék

		Szándékolt költözések koefficiens mátrixa C_{lak}^{lak}				Kvadratikus távolság szerint illesztett elfogadható költözések koefficiens mátrixa C_Q^{lak}				I divergencia távolság szerint illesztett elfogadható költözések koefficiens mátrixa C_I^{lak}			
		Honnét				Honnét				Honnét			
		0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
Hová	0	—	0,198	0	0	—	0,198	0	0	—	0,198	0	0
	1	0,211	0,172	0,155	0,055	0,211	0,328	0,473	0,133	0,211	0,337	0,471	0,103
	2	0,357	0,393	0,250	0,145	0,357	0,447	0,447	0,194	0,357	0,450	0,461	0,237
	3	0,432	0,237	0,595	0,800	0,432	0,037	0,080	0,673	0,432	0,015	0,068	0,660

A fizikai kínálat változásával összhangban álló, illesztett mátrixok, vagyis az elfogadható költözések struktúrája jelentősen eltér a szándékolt költözési mátrix struktúrájától. Csökkenti a kis lakásból nagy lakásba költözők arányát az összes költözésen belül, és a nagy lakás elhagyására „kényszerít” olyanokat, akiknek nincsen szándékuk kisebb lakásba költözni. Együtt véve azonban az illesztett mátrixok olyan struktúrát mutatnak be, amelyek kielégítik a fizikai kínálat-változás adta lehetőségeket, miközben „allokációs szabályként” figyelembe veszik a lakossági aspirációk strukturális jellegzetességeit is.

A táblázathoz csupán két további megjegyzést szeretnénk hozzáfűzni. Először is óvni szeretnénk az olvasót bármiféle elhamarkodott ítélettől vagy előítélettől. A konstruált példák alapján bemutatott számítások talán olyan képzeteket kelthetnek, mintha komputer segítségével akarnánk meghatározni, hogy a jövőben ki hová költözzék, és úgy vélnék, hogy egy sikeres illesztéssel, vagy egy alkalmas „optimális költözési programmal” meg tudjuk oldani a strukturális lakáshiányt. A végeredmény ezek után már csak azon múlik, hogy sikerül-e bürokratikus úton megvalósítani a javasolt elrendezést vagy sem. Ez a gondolat távol áll tőlünk, a modellt nem ilyenfajta funkciók ellátására szánjuk, hanem éppen ellenkezőleg.

A modell segítségével a különféle piaci feltételeknek (lakásárak, lakbérek, lakáskínálat) a költözési struktúrára gyakorolt hatását elemezzük, következtetéseket kívánunk levonni a kívánatos struktúrák eléréséhez alkalmas, „össztönző” lakásárak és lakbérek nagyságrendjére.

A másik megjegyzésünk egy számítástechnikai jellegű „megnyugtató”. Programjaink lehetővé teszik, hogy az illesztett struktúrák egyes elemeire kikötésekkel éljünk. A lineáris programozási modellekbe beépített alsó és felső korlátok működéséhez hasonló módon kiküszöbölhetők modellünkben a valóság szempontjából „irreális”nak minősülő átmeneti koefficiensek: például kikötésmentesen, hogy a lakásból senkit sem lehet „erőszakkal” kimozdítani; azaz alsó korlátot szabhatunk az átlóban elhelyezkedő koefficiensek kötelező értékére.

A későbbiekben tehát tervezünk olyan számítást is, amelyben eleve korlátozzuk a megengedett költözéseket, nemcsak a fizikai kínálat oldaláról, hanem a háztartások kiköltözési hajlandósága oldaláról is. Azaz előírjuk: senkit sem lehet rákényszeríteni lakása elhagyására. Tanulságos lesz ezeknek a számításoknak az összehasonlítása azokkal a számításokkal, amelyek ettől a korláttól eltekintenek. Fontosnak ígérkezik ebből a szempontból mind a primális, mind a duális megoldások tanulmányozása.

A továbbiakban tervezői szándékokat leíró mátrixokról szólunk. Tétélezük fel, hogy megkérdeztük az Országos Tervhivatal lakáselosztással foglalkozó munkatársait: hogyan értékelik a központi elvárások és a tervezői szándékok szempontjából a lakáscseréket. Milyen átrendeződést tartanának szükségesnek például a jelenlegi lakásárak és jövedelmek, demográfiai követelmények és lakáskínálati feltételek mellett.

A 6.5. táblázat a tervezői aspirációkat tükröző szándékolt és az ahhoz illesztett elfogadható teljes költözési koefficiens mátrixokat mutatja be.

A számpélda megszerkesztésénél feltettük, hogy a tervezők jobb információkkal rendelkezzenek a fizikai kínálatról és cserelehetőségekről, mint a lakosság. Ez magyarázza, hogy a tervezői aspirációkat kifejező szándékolt és az illesztett mátrixok struktúrája a pusztán ránézés alapján is „közelebbinek” tűnik, mint a 6.4. táblázatban található lakossági szándék mátrix és az elfogadható mátrixok megfelelő struktúrái.

6.5. táblázat

A tervezői aspirációkat tükröző szándékolt és elfogadható teljes költözési
koefficiens mátrixok

M.e.: százalék

		Szándékolt költözések koefficiens mátrixa C^{terv}				Kvadratikus távolság szerint illesztett költözések koefficiens mátrixa C^k				I divergencia távolság szerint illesztett költözések koefficiens mátrixa C^d			
		Honnét				Honnét				Honnét			
		0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
Hová	0	—	0,198	0	0	—	0,198	0	0	—	0,198	0	0
	1	0,211	0,365	0,195	0,205	0,211	0,475	0,292	0,229	0,211	0,475	0,284	0,257
	2	0,357	0,281	0,545	0,195	0,357	0,327	0,600	0,209	0,357	0,287	0,636	0,232
	3	0,432	0,156	0,260	0,600	0,432	0	0,108	0,562	0,432	0,040	0,080	0,511

6.6. táblázat

A költözési struktúrák aggregált távolságai

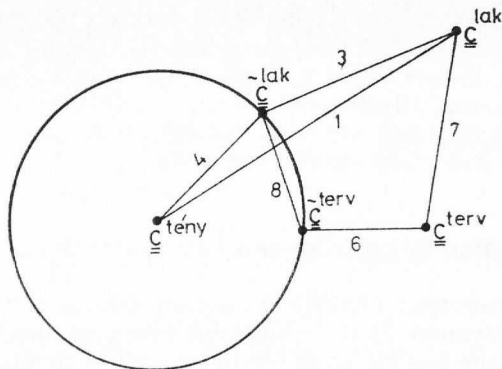
	A távolság mértéke	
	kvadratikus	I divergencia
1. Megvalósult költözés és lakossági szándék	0,954	1,467
2. Lakossági szándék és kvadratikus szerint illesztett lakossági elfogadható	0,529	0,805
3. Lakossági szándék és I div. szerint illesztett lakossági elfogadható	0,547	0,780
4. Megvalósult költözés és I div. szerint illesztett lakossági elfogadható	0,406	0,321
5. Tervezői szándék és kvadratikus szerint illesztett tervezői elfogadható	0,076	0,081
6. Tervezői szándék és I div. szerint illesztett tervezői elfogadható	0,089	0,029
7. Lakossági szándék és tervezői szándék	0,322	0,524
8. I div. szerint illesztett tervezői elfogadható és I div. szerint illesztett lakossági elfogadható	0,158	0,249

A megvalósult költözés címén a 2.1 táblázat adatait használtuk fel.

A mátrix struktúrák egymástól való távolságát egzakt módon az aggregált kvadratikus és I divergencia mutatók segítségével¹⁰ mérhetjük. A 6.6. táblázatban a különböző megközelítésű költözési struktúrákat hasonlítjuk össze. Mindkét aggregált távolság mutatót közöljük. Ezzel is érzékeltetjük, noha a kétféle távolságmérték szerinti struktúrák és maguk a mutatók is tartalmilag eltérnek egymástól (amit a mutatók abszolút értékei is kifejeznek), a struktú-

¹⁰ Az aggregált kvadratikus távolság: $\sqrt{\sum_{i,j} (x_{ij} - c_{ij})^2}$

Az aggregált I divergencia távolság: $\sum_{i,j} x_{ij} \log x_{ij}/c_{ij}$.



6.1. ábra

rák eltérését értékelő relatív arányok megegyeznek, bármely mutatószámmal mérjük is a vizsgált jelenségeket.

A mutatók értelmezéséhez visszaidézzük a 4.1. ábrát, amelyet most — kiegészítve — 6.1. ábraként újra közlünk. A mutatók sokdimenziós távolságokat adnak meg; mi azonban, természetesen csupán a síkon ábrázolható távolsággal operálhatunk szemléltető ábránkon. Az egyszerűség kedvéért csupán az I-divergencia kritériummal illesztett mátrixokhoz tartozó távolságokkal foglalkozunk, de analóg módon értelmezhetők a kvadratikus kritérium szerinti mutatók is. Az ábrán látható számok a 6.6. táblázat sorszámaira utalnak.

A költözési struktúrák aggregált távolságai

Mind az 1., mind pedig a 3. és 4. mutató a lakosság által érzékelt lakáshiány egy-egy speciális mérőszáma. Az 1. mutató a szándék és a megvalósulás közti eltérés egészét adja meg, tekintet nélkül arra, hogy maga a szándék — az adott fizikai kínálati feltételek mellett — reális volt-e. A 3. mutató azt fejezi ki, szintetikus formában, milyen mértékben volt irreális maga a szándék. Sokféle tényező magyarázhatja a szándék megfogalmazódásában jelentkező irrealitást: a piac áttekinthetetlensége, téves információk, rosszul orientáló lakbérek és lakásárak stb. A 4. mutató viszont a ténylegesen megvalósuló allokációban mutatkozó súrlódást és inefficienciát tükrözi. Ebben közrejátszhat hibás vagy hiányos információ, de okozhatja tehetetlenség, lassúság, bürokratikus átcsoportosítás, rossz ösztönzés is. A ténylegesen érvényesülő allokációs mechanizmus nem szolgálja eléggé hatékonyan a lakosság igényeinek megvalósulását. Mód lenne ugyanis — és éppen ezt méri a 4. mutató — az adott fizikai kínálat adta határon belül is jóval közelebb kerülni a lakossági szándékhoz.

A 6. mutató analóg a 3. mutatóval, azzal az eltéréssel, hogy ez most a tervezői szándék „irrealitásának”, megvalósíthatatlansági fokának mérőszáma.

Figyelemreméltó a 7. és 8. mutató is. Előbbi azt méri: mennyire messze esik a lakossági és a tervezői szándék — tekintet nélkül arra, hogy bármelyikük milyen közel vagy messze van a megvalósíthatóságtól. Utóbbi már a józan megvalósíthatóság érdekében korrigált szándékokat állítja szembe. Más szóval azt fejezi ki a 8. mutató: milyen messze esik a lakossági szándékokhoz közel

eső és a fizikai kínálatból teljesíthető költözési mátrix a tervezői szándékokhoz közel eső, ugyanabból a fizikai kínálatból ugyancsak megvalósítható mátrixhoz.

Nézetem szerint a kutatás ezen a ponton túlmutat közvetlen témánkon, a lakáselosztás elemzésén. Olyan mutatószámrendszert írtunk le, amely *általában* alkalmazható különböző szándékok és különböző megvalósítási lehetőségek által alakított *struktúrák* eltéréseinek elemzésére.

7. A Markov modellek és a hosszútávú elemzés

Amennyiben input-output modelljeink sztochasztikus értelmezést kapnak, a leírt stock-flow folyamat Markov láneként interpretálható.¹¹

A nyílt input-output modell az alábbi inhomogén differencia-egyenletrendszer formájában írható fel:

$$(4.13) \quad x_{.j}(t+1) = \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{.j}(t) + x_{i0}, \quad i = 1, 2, 3$$

A zárt input-output modell pedig átfogalmazható a következő homogén differencia-egyenletrendszerre:

$$(4.16) \quad x_{.j}(t+1) = \sum_{j=0}^3 c_{ij} x_{.j}(t), \quad i = 0, 1, 2, 3 \\ j = 0, 1, 2, 3$$

A Markov feltevés szerint az egyik állapotból a másik állapotba való eljutás valószínűsége független az állapot eléréséhez megtett útvonaltól. Az állapotvektorok sorozata — a mátrix „előnyös” tulajdonságai mellett — tart egy stabil (ergodikus) állapotvektorhoz.

Mármost visszatérve a korábbi mátrix jelöléshez a (4.13) szerinti lineáris inhomogén egyenletrendszernek, $\mathbf{r}(t+1) = \mathbf{C}\mathbf{r}(t) + \mathbf{b}$, ismertek az alábbi tulajdonságai:

1. *tulajdonság:* Tetszőleges $\bar{\mathbf{r}}(1)$ -ből elindulva egyértelműen meghatározott az $\bar{\mathbf{r}}(2)$, $\bar{\mathbf{r}}(3)$, ..., idősor.

2. *tulajdonság:* Az $\bar{\mathbf{r}}(1)$, $\bar{\mathbf{r}}(2)$, $\bar{\mathbf{r}}(3)$, ..., időornak létezik egy stabil végállapota; ha $t \rightarrow \infty$, $\bar{\mathbf{r}}(t) \rightarrow (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{C}})^{-1}\mathbf{b} = \bar{\mathbf{r}}^*$.

3. *tulajdonság:* A $\bar{\mathbf{r}}^*$ stabil végállapot kielégíti a következő egyenletet: $\bar{\mathbf{r}}^* = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{r}}^* + \mathbf{b}$. Az egyenlet formálisan ekvivalens egy nyílt input-output modellt leíró szimultán egyenletrendszerrel.

Visszatérve a korábbi (4.16) szerinti jelöléshez, a homogén differencia-egyenletrendszerrel ugyancsak bizonyíthatóak az alábbi tulajdonságok:

$$\begin{bmatrix} \varphi(t+1) \\ \rho(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \rho(t) \end{bmatrix}$$

¹¹ A nyílt input-output modell valószínűségszámítási értelmezéséről lásd Stone már idézett [14], [15] műveit, a zárt input-output modell általánosításáról lásd Bródy „Érték és újratermelés” c. munkájának [5] 2.33 fejezetét.

1. *tulajdonság*: Tetszőleges $\begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \rho(1) \end{bmatrix}$ struktúrából elindulva egyértelműen meghatározott a $\begin{bmatrix} \varphi(2) \\ \rho(2) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi(3) \\ \rho(3) \end{bmatrix}, \dots$, idősor.
2. *tulajdonság*: A $\begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \rho(1) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi(2) \\ \rho(2) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi(3) \\ \rho(3) \end{bmatrix}, \dots$, idősrnak létezik egy stabil végállapota; $t \rightarrow \infty : \begin{bmatrix} \varphi \\ \rho \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varphi^* \\ \rho^* \end{bmatrix}$.
3. *tulajdonság*: A $\begin{bmatrix} \varphi^* \\ \rho^* \end{bmatrix}$ stabil végállapota kielégíti a következő egyenletet:
- $$\begin{bmatrix} \varphi^* \\ \rho^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi^* \\ \rho^* \end{bmatrix}.$$

Dancs István bebizonyította, hogy a nyílt és a zárt modell Markov folyamatként értelmezett stabil végállapota azonos struktúrát eredményez.¹²

A nyílt és zárt modell stabil végállapota szerinti struktúrák azonosságát meggyőző bizonyítékot szolgáltat arra, hogy az LSD modell — a Stone modellhez hasonlóan — alkalmas hosszútávú prognózis készítésére, miközben rendelkezik azzal az előnnyel is, hogy segítségével elemezhetővé válnak a lakások iránti szándékolt és megvalósítható kereslet összefüggései.

Befejezésül még röviden utalni szeretnénk azokra a *hosszútávú elemzési* lehetőségekre, amelyek a modell „Markov jellegéből” következnek, de amelyek egyben felhasználják a különféle megközelítésű költözési mátrixokban megtestesülő, *rövidtávúnak nevezhető elemzések* eredményeit is.

A 7.1. táblázat a Markov folyamat stabil végállapota szerinti jövőbeni struktúrát hasonlítja össze. A táblázat fejezetei a kiinduló költözési mátrixok tartalmára utalnak.

A táblázat tartalmi értékelésétől eltekintünk, hiszen az eltérések az adatbecslést végző személy különböző hipotéziseit és nem a tényleges különbségeket jelzik. Mégis, talán ez az egyszerű példa is érzékelteti, hogy érdekesnek ígérkező elemzési lehetőségek nyílnak meg előttünk a javasolt modell és metodika alapján.

A modell jelenlegi formájában is további elemzési lehetőségeket nyújthatott volna. Úgy éreztük azonban, abbahagyhatjuk a kísérletezést, a munkát ezek után — a már folyamatban lévő — valóságos felmérések alapján célszerű folytatni.

7.1. táblázat

A lakások iránti kereslet várható szerkezete az ezredforduló előttévekben

M.e.: százalék

	Megvalósult költözések alapján	Lakossági aspirációk alapján		Tervezői aspirációk alapján	
		Q	I	Q	I
Egyszobás	34,3	36,6	36,5	36,2	36,5
Kétszobás	49,9	43,1	44,0	45,5	46,6
Háromszobás	15,8	20,3	19,5	18,3	16,9
Összes kereslet	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

¹² A bizonyítást a Függelék tartalmazza.

Függelék

A nyílt és zárt modell közötti kapcsolatot

A. FELTEVÉS: A belső költözési hányadok azonosak;

$$\check{c}_{ij} = \hat{c}_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3$$

B. FELTEVÉS: Azonos az induló lakásállomány struktúrája;

$$\check{\xi}_h(t) = \hat{\xi}_h(t), \quad d = 1, 2, 3$$

Ezzel ekvivalens feltevés, hogy azonos a háztartások nyitóállományának struktúrája;

$$\check{\rho}_i(t) = \hat{\rho}_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$

C. FELTEVÉS: Azonos a záró háztartásállomány struktúrája;

$$\check{\rho}_h(t + 1) = \hat{\rho}_h(t + 1), \quad d = 1, 2, 3$$

Bizonyítható a nyílt és a zárt modell stabil végállapota közötti kapcsolat. Emlékeztetünk arra, hogy

$$\beta = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \end{bmatrix} \quad \alpha = [C_{01} \ C_{02} \ C_{03}].$$

A (4.14) összefüggésből kiindulva tudjuk, hogy az egyenletrendszer stabil végállapota kielégíti a

$$(4.19) \quad \bar{\mathbf{r}}^* = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{r}}^* + \mathbf{b}$$

egyenletet, amiből eljutunk a

$$(4.20) \quad \bar{\mathbf{r}}^* = (\mathbf{E} - \bar{\mathbf{C}})^{-1}\mathbf{b}$$

megoldáshoz.

A zárt modell stabil állapotvektorát a (4.18) egyenletből kiindulva;

$$(4.21) \quad \begin{bmatrix} \varphi^* \\ \bar{\rho}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \beta & \bar{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi^* \\ \bar{\rho}^* \end{bmatrix}.$$

Ez blokkszemléletű írásmódban

$$(4.22) \quad \alpha \cdot \bar{\rho}^* = \varphi^*$$

$$(4.23) \quad \varphi\beta = \bar{\mathbf{C}}\bar{\rho}^* = \bar{\rho}^*.$$

A (4.23) egyenletből adódik, hogy

$$(4.24) \quad \bar{\rho}^* = \varphi^*(\mathbf{E} - \bar{\mathbf{C}})^{-1}\beta.$$

Figyelembe véve a (4.22)-t, végül is azt látjuk, hogy

$$(4.25) \quad \bar{\rho}^* = (\alpha\bar{\rho}^*)(\mathbf{E} - \bar{\mathbf{C}})^{-1}\beta.$$

A nyílt és zárt modell stabil állapotának a kapcsolata a (4.20) és (4.25) egyenletek alapján fogalmazható meg. Eszerint az \bar{r}^* és \bar{p}^* vektorok *mint struktúrák megegyeznek*, mégpedig a zárt modell \bar{p}^* vektora a nyílt modell \bar{r}^* vektorából képzett struktúra ($\alpha\bar{p}^*$)-szorososa.

(Beérkezett: 1982. február 5-én)

IRODALOM

1. ALLARDT, E. [1973]: *About Dimensions of Welfare*. University of Helsinki. Helsinki, 1973.
2. ALLARDT, E. [1974]: *On the Relationship between Objective and Subjective Predicaments*, Research Report, University of Helsinki.
3. ANDORKA R.—ILLÉS J. 1974. A társadalomstatisztikai rendszer kidolgozásának kérdései. *Statisztikai Szemle*. 1974. évi I. sz.
4. ANDORKA R.—KULCSÁR R. [1975]: Egy társadalmi jelzőszámrendszer körvonalai. *Statisztikai Szemle* 1975. évi 5. sz., 6. sz.
5. BRÓDY A. [1969]: *Érték és újratermelés*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
6. CANTRIL, H. [1966]: *The Pattern of Human Concern*. Rutgers Univ. Press. New Brunswick.
7. DÁNIEL Zs. [1977]: Gondolatok az életszínvonal és a társadalmi jólét méréséhez. *Statisztikai Szemle*. 1977. 8—9. sz.
8. DÁNIEL Zs. [1978]: *A lakáelosztás elemzése és modellezése* (Első részbeszámoló a kutatás állásáról és néhány problémájáról.) Tervgazdasági Intézet. Sokszorosítvány.
9. DÁNIEL Zs. [1980]: „Igazságos” vagy „igazságtalan” lakáelosztás. *Valóság*, 1980. 4. sz.
10. DÁNIEL Zs. [1980]: *Dinamikus modell a lakásállomány szerkezeti változásának elemzésére*. Tervgazdasági Intézet 1980. Sokszorosítvány.
11. HANKISS E.—MANCHIN R.—FÜSTÖS L. [1978]: *Országos életminőség vizsgálat*, Munkaközi jelentés. Magyar Tudományos Akadémia — Népművelési Intézet, Sokszorosítvány
12. KORNAI J. [1978]: A hiány újratermelése. *Közgazdasági Szemle*. 1978. szeptember.
13. KORNAI J. [1980]: *A hiány*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
14. STONE, R. [1971]: *Demographic Accounting and Model Building*, OECD, Technical Report, Paris, 1971.
15. STONE, R. [1972]: The Fundamental Matrix of the Active Sequence, *Input-Output Techniques* Eds. A. Bródy and A. P. Carter, North Holland Publishing Company.
16. STONE, R. [1974]: *Random Walks Through Social Sciences, Input-Output and Markov Models in Social Research*, Cambridge.
17. THEIL, H. [1970]: *Közgazdaságtan és információelmélet*. Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.

A MODEL FOR THE ANALYSIS OF INTENTIONS AND POSSIBILITIES FOR DWELLING SHIFTS

The dynamic model of the dwelling structure is a system of linear homogeneous equations as regards its mathematical form, that may be conceived as a Markoff-chain. The model shows great similarity to R. Stone's social-demographical stock-flow model, at the same time it deviates from it in relevant features. Differences between the two models are explained by the deviation of the modelled economies.

Stone's model examines the effect of past demographical processes and actual dwelling shifts on future demand at a more or less balanced housing market. In Hungary there is a permanent housing shortage and the actual process of changing the dwellings is determined primarily not by demographical processes, nor by the aspiration of households, but by the supply, i.e. the quantitative and qualitative structure of the existing stock.

Our model describes subsequent states of flats and households dwelling in these flats (stock) and changes in these states (flow). The transition between state vectors is described by the so called, "matrix of changes" describing the structure of the demand of households for dwelling shifts.

For the sake of giving a realistic description of actual Hungarian housing conditions three variants of the transition matrix are distinguished depending on the interpretation of shifts. Distinction is made between *intended* movements describing initial demand, *admissible* movements complying with supply and actually *implemented* ones. The analysis of the structure of matrices, the quantification and assessment of their relationship to each other and to the structure of actual dwelling supply are the major economic characteristics of the model. Statistical data and so called "subjective" indicators resulting from sample surveys can be both found in the model. From the deviation of ex ante aspirations and ex post realization conclusions can be made concerning the measure of structural shortage. The Markoff-properties of the model enable the analysis of long-term processes computed on the basis of alternative demand-supply and price income assumptions, resulting in different structures.

Finally, numerical illustrations and analyses are presented.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАМЕРЕНИЙ И ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПЕРЕМЕНЫ КВАРТИРЫ

Динамическая модель жилищной структуры по своей математической основе является системой линейных однородных уравнений, которую можно трактовать как цепь Маркова. Модель показывает тесное родство с общественно-демографической моделью состояний и изменений (stock-flow) Р. Стоуна, однако, в то же время в некоторых существенных своих чертах отличается от последнего. Расхожденья в моделях обуславливаются расхожденьями в моделируемых экономиках.

Модель Стоуна рассматривает влияние прошедших демографических процессов и фактических переселений на жилищный спрос в будущем, в условиях более-менее уравновешенного жилищного рынка. В Венгрии же хронический дефицит квартир, таким образом, фактический процесс перемены квартиры обуславливается в первую очередь не демографическими процессами и не намерениями отдельных семей, а возможностями предложения, т. е. количеством и качественной структурой существующего жилищного фонда.

Наша модель описывает разные состояния (stock) и изменения (flow) имеющих квартир и проживающих в этих квартирах семей. Переход между отдельными векторами состояния описывается так называемой «матрицей переселений», содержащей информации о структуре спроса на обмен квартир со стороны отдельных семей.

В целях реального описания фактических условий на жилищном рынке Венгрии различается три варианта переходной матрицы. Различаем по первоначальному спросу переселения *намеренные*, по предложению *приемлемые* и также фактически *реализованные*. Анализ структуры матриц, их соотношений друг к другу и к структуре фактического предложения является главной экономической характеристикой модели. В модели фигурируют как статические данные, так и т. наз. «субъективные показатели», полученные на основе репрезентативного опроса. Исходя из различий между первоначальными намерениями и фактическими реализациями делаем выводы о размере структурного дефицита. Свойства модели, тождественные со свойствами цепи Маркова дают возможность проанализировать долговременные, приводящие к формированию различных структур процессы, вычисляемые на основе альтернативных предположений о спросе и предложении, о ценах и о доходах.

Статья наконец показывает подсчеты иллюстративного характера и также различные возможности анализа.