Galántai Imre—Török Tamás

A páros összehasonlítás módszerének egy általánosítása

1. Bevezetés

A páros összehasonlítás egy adott alternatíva-halmaz elemeinek (lehetnek döntési alternatívák, értékelési tényezők, objektumok, termékek, személyek, stb.) súlyozására, fontosságuk számszerű meghatározására alkalmas módszer. A kísérleti pszichológiában már régóta ismerték [1, 2], matematikai igazolása azonban csak jóval később született meg [3].

A rangmódszerek családjába tartozik. Az alternatívák közvetlen rangsorolásához képest többlet-információt szolgáltat a döntéshozók következetességének és egyetértésének meghatározásával.

Alkalmazása a különböző értékrendek vizsgálatánál külföldön elterjedt és hazánkban is terjed. Alkalmazható önállóan is. Ilyen alkalmazás pl. a munkahelyhez való kötődést befolyásoló tényezők (anyagi juttatások, a munka jeljellege, a vezetés színvonala stb.) fontosságának meghatározása. Vagy alkalmazható más módszerekkel együtt. Ilyen alkalmazás pl. a feltárt funkciók fontosságának megállapítása értékelemzésnél, vagy a műszaki-gazdasági kritériumok fontosságának meghatározása termékszerkezet-vizsgálatnál.

A módszer nem engedi meg a döntéshozóknak az egyes alternatívák azonos preferálását, vagyis az indifferens megítélést. Thurstone [2] ugyanis pszichológiai kísérletek alapján kimutatta, hogy két dolog között preferálás szempontjából az emberek döntő többsége (?) képes különbséget tenni. Ezért a módszer alkalmazói kizárják az indifferenciát — részben mint gyakorlatilag elhanyagolható lehetőséget, részben pedig létező elmélet hiányában [6]. Kétségtelen, hogy *Thurstone* ún. modális diszkriminációs törvénye (kétféle választás lehetősége) bizonyos esetekben kézenfekvő, különösen akkor, ha az alternatívák megítélését külső ingerek is befolyásolják, amelyek pillanatról-pillanatra változhatnak, megkönnyítve ezzel a választás problémáját.

A döntések többségének azonban időben tartós és reális értékrendeken kell alapulnia. Másrészt az emberek értékítélete nagymértékben szubjektív, diszkriminációs képessége különböző, ezért az indifferencia meg nem engedése a következetlenség újabb forrása lehet, torzíthatja a reális értékrendeket, ezek aggregálásával az öröklött hiba megnövekedhet.

Ezen megállapításokat támasztja alá H. A. David [4], aki a döntetlenek kezeléséről a következőket írja: „Kiküszöbölhetjük ezt a problémát brutális erővel, vagyis úgy, hogy utasítjuk a döntéshozót, hogy ha másképpen dönteni nem tud, akkor szellemi érme feldobásával döntsön, vagy megengedjük neki, hogy visszatartsa a döntést, és pénzfeldobással döntsön helyette. E két módszer előnye az, hogy az eredményül kapott adatokat már létező módszerekkel analizálhatjuk".

Az indifferencia létjogosultságát ugyancsak bizonyítja a szakirodalomból ismert gyenge sorrend fogalma és használata [5, 7, 9, 10], és a többfokozatú preferenciaskáláé [6] — amelynek szimmetriapontja éppen az azonos preferálást reprezentálja.

Tényként megállapíthatjuk: a háromféle választás („igen", „nem", „is") bizonyos döntési helyzetekben általánosabb kezelésmódot biztosít, igaz hogy lényegesen bonyolultabb módszertani háttér segítségével.

Munkánkban az indifferencia-reláció megengedésével elemezzük a páros összehasonlítás módszerét. Elsősorban azt vizsgáljuk: hogyan módosulnak a módszer által szolgáltatott információk (következetességi mutató, egyénenkénti és aggregált értékrend, egyetértési együttható), melyeknek nyomonkövetése matematikai, gyakorlati alkalmazása pedig számítástechnikai problémákat vetett fel.

Cikkünkben a módszer egy konkrét alkalmazásával a fenti értékek számszerű alakulásáról is beszámolunk.

2. A tranzitivitás értelmezése

Tételezzük fel, hogy rendelkezésünkre áll alternatíváknak egy $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ halmaza. Elemeit egy közös T tulajdonságuk alapján hasonlítjuk össze. Az A_i alternatívát preferálhatjuk A_j-vel szemben, jele: $A_i P A_j$; indifferensek lehetünk kettőjükkel, jele: $A_i I A_j$; vagy A_j-t preferáljuk A_i-vel szemben.

Ha valamennyi (A_i, A_j) $1 \leq i < j \leq n$ alternatíva-párt összehasonlítottuk, megjelölve a fenti három reláció valamelyikét, akkor összesen $\binom{n}{2}$ elemi döntést hoztunk.

Az $n \times n$-es D *döntési mátrix*ot (páros összehasonlító táblázatot) a következőképpen értelmezzük:

$$(1) \qquad d_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha } A_i P A_j \\ 0, & \text{ha } A_i I A_j \\ -1, & \text{ha } A_j P A_i \end{cases}$$

Nyilván $D^T = -D$, tehát D ferdén szimmetrikus ($d_{ii} = 0$). Tegyük az alábbi hozzárendelést, és készítsünk el ez alapján egy tranzitivitási táblázatot:

$$1 \leq i < j < m \leq n\colon\ (A_i, A_j, A_m) \to (d_{ij}, d_{jm}, d_{im})$$

Ezekután a tranzitivitást a túloldali (2) táblázat szerint definiáljuk.

(3.1) Az (A_i, A_j, A_m) alternatíva-hármas megítélése tranzitív, ha a hozzárendelt (d_{ij}, d_{jm}, d_{im}) hármas (2)-ben tranzitív.

(3.2) A D döntési mátrix tranzitív, ha valamennyi alternatíva-hármasa tranzitív.

A tranzitivitás ezen definiálása természetesen ekvivalens a szakirodalmi értelmezéssel [5, 9], ami a valós számok körében értelmezett „$\geq$" relációval analóg.

(2)

d_{ij}, d_{jm}, d_{im}					
tranzitív			intranzitív		
0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	−1
0	−1	−1	0	1	0
1	0	1	0	−1	0
−1	0	−1	0	1	−1
1	−1	0	0	−1	1
−1	1	0	1	0	0
1	−1	1	−1	0	0
−1	1	−1	1	0	−1
1	−1	−1	−1	0	1
−1	1	1	1	1	0
1	1	1	−1	−1	0
−1	−1	−1	1	1	−1
			−1	−1	1

3. A következetességi mutató értelmezése és meghatározása

Tudjuk, hogy a hagyományos, kétféle választás esetében egy D döntési mátrixszal ($d_{ij} \neq 0$, ha $i \neq j$) rendelkező értékelő személy következetességi mutatója [3, 6]:

(4)
$$k(D) = 1 - \frac{q(D)}{q_{\max}(n)};$$

ahol

(5)
$$q_{\max}(n) = \begin{cases} \dfrac{n^3 - n}{24}, & \text{ha } n \text{ páratlan} \\ \dfrac{n^3 - 4n}{24}, & \text{ha } n \text{ páros} \end{cases}$$

$q(D)$ — a D intrazitív hármasainak száma
$q_{\max}(n)$ — adott n esetén az intrazitív hármasok maximális száma.

(A $k(D)$, $q(D)$ jelölés arra utal, hogy D elemei a főátlót kivéve nem lehetnek nullák.)

A [4] értelmezés analógiájára a *következetességi mutatót* a háromféle választás esetén az alábbi módon definiálhatjuk:

(6)
$$K(D) = 1 - \frac{Q(D)}{Q_{\max}(n)}$$

Nyilván $k(D)$, és $K(D)$ értékkészlete egyaránt a $[0, 1]$ intervallum.

A fenti $K(D)$ mutató kiszámítása tehát két dolog meghatározását igényli:
— egy adott D intrazitív hármasainak számát: $Q(D)$,
— a D-től függetlenül, kizárólag az alternatívák számától (n) függő, maximálisan vélhető intranzitív hármasok számát: $Q_{\max}(n)$.

Szükségünk lesz néhány további jelölésre és megállapításra. Egy D döntési mátrix i-edik sorában előforduló $+1$, 0, -1 elemek számát jelölje rendre $s_i^+(D)$, $s_i^0(D)$, $s_i^-(D)$; ahol az $s_i^0(D)$ mennyiségek a $d_{ii} = 0$ elemet nem tartalmazzák. Nyilván igaz, hogy:

$$\sum_{i=1}^{n} s_i^+(D) = \sum_{i=1}^{n} s_i^-(D) \tag{7.1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} s_i^0(D) = n^2 - n - \sum_{i=1}^{n} (s_i^+(D) + s_i^-(D)) \tag{7.2}$$

$$s_i^0(D) = n - 1 - (s_i^+(D) + s_i^-(D)) \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{7.3}$$

Egy D döntési mátrix $(d_{ij}, d_{jm}, d_{im}; 1 \leq i < j < m \leq n)$ hármasainak alábbi egyszerű tulajdonságai a (2) tranzitivitási táblázat alapján közvetlenül beláthatók:

(8.1) A pontosan három nulla elemet tartalmazó hármasok tranzitívak. Ezek számosságát D-ben jelölje $N(D, 3)$.

(8.2) A pontosan kettő nulla elemet tartalmazó hármasok intranzitívak.

(8.3) Ha $d_{ij} = d_{im} = 1$, vagy $d_{ji} = d_{jm} = 1$, vagy $d_{mi} = d_{mj} = 1$, akkor a hármas tranzitív.

3.1. $Q(D)$ *kiszámítása*

A kétféle választás esetében egy $n \times n$-es D döntési mátrix intranzitív hármasainak, $q(D)$-nek a kiszámítása egyszerű módon adódik:

$$q(D) = \frac{1}{12} n(n-1)(2n-1) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (s_i^+(D))^2 \tag{9}$$

Mielőtt $Q(D)$ meghatározását tűznénk ki célul, tekintsük a következő példát $n = 4$ esetén:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

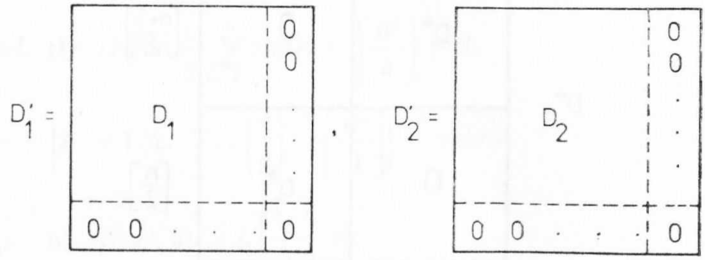
Látható, hogy az egyes s_i^+, s_i^0, s_i^- $(i = 1, 2, 3, 4)$ mennyiségek a két mátrixban rendre megegyeznek, ugyanakkor az intranzitív hármasok száma különböző $(Q(D_1) = 2, Q(D_2) = 3)$.

Teljes indukcióval bizonyítjuk, hogy tetszőleges $n(>4)$ esetén sincs olyan f függvény, amelyre

$$Q(D) = f(s_1^+(D), s_1^-(D), \ldots, s_n^+(D), s_n^-(D)).$$

Tegyük fel ui., hogy a D_1 és D_2 $n \times n$-es mátrixok rendelkeznek azzal a tulajdonsággal, hogy a hozzájuk tartozó s_i^+, s_i^0, s_i^- mennyiségek minden i-re megegyeznek, és mégis $Q(D_1) \neq Q(D_2)$.

D_1 és D_2 segítségével megadunk olyan D_1', ill. D_2', most már $(n+1)\times(n+1)$-es mátrixokat, amelyek hasonló tulajdonságúak, mint az indukciós feltevésben szereplő D_1, ill. D_2 mátrixok.



1. ábra

Ezen szegélyezett mátrixok struktúrájából következik, hogy:

$$\forall 1 \leq i \leq n:\ s_i^+(D_1') = s_i^+(D_2'),\ s_i^0(D_1') = s_i^0(D_2'),\ s_i^-(D_1') = s_i^-(D_2').$$

Ugyanakkor (8.1.) és (8.2.) figyelembevételével:

$$Q(D_1') = Q(D_1) + \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(s_i^+(D_1) + s_i^-(D_1))$$

és

$$Q(D_2') = Q(D_2) + \frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(s_i^+(D_2) + s_i^-(D_2))\,.$$

Az indukciós feltételből következik, hogy $Q(D_1') \neq Q(D_2)$. Tehát $Q(D_2')$ kiszámításához nem tudunk megadni (9)-hez hasonló összefüggést.

Ezért $Q(D)$ értékét minden egyes esetben úgy határozzuk meg, hogy előállítjuk az összes, $\binom{n}{3}$ számú $(d_{ij}, d_{jm}, d_{im};\ 1 \leq i < j < m \leq n)$ hármast, és a (2) táblázat alapján döntjük el tranzitív ill. intranzitív voltukat.

3.2. $Q_{max}(n)$ *meghatározása*

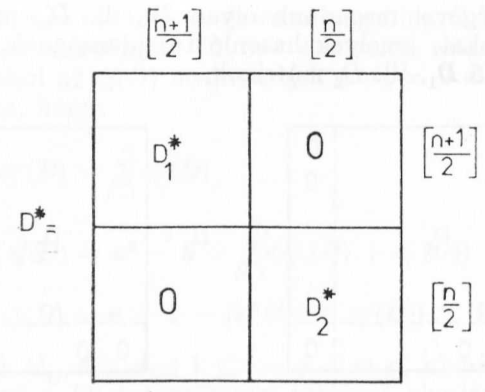
Tetszőleges, de rögzített n esetén induljunk ki az alábbi konstrukcióból: ahol D_1^* ill. D_2^* olyan, hogy a főátlón kívül nem tartalmaz 0 elemet, továbbá:

$$q(D_1^*) = q_{\max}\left(\left[\frac{n+1}{2}\right]\right) \quad \text{és} \quad q(D_2^*) = q_{\max}\left(\left[\frac{n}{2}\right]\right),$$

$\left[\frac{n}{2}\right]$ — az $\frac{n}{2}$ egész része.

A D^* mátrix struktúrájából (8.3.) segítségével következik:

$$(10)\quad Q(D^*) = \binom{n}{3} - \binom{\left[\frac{n+1}{2}\right]}{3} - \binom{\left[\frac{n}{2}\right]}{3} + q_{\max}\left(\left[\frac{n+1}{2}\right]\right) + q_{\max}\left(\left[\frac{n}{2}\right]\right)$$



2. *ábra*

Másképpen:

$$Q(D^*) = \begin{cases} \frac{2}{3}k(13k^2-6k-1), & \text{ha } n = 4k \\ \frac{1}{6}k(52k^2+15k-7), & \text{ha } n = 4k+1 \\ \frac{1}{3}k(26k^2+27k+7), & \text{ha } n = 4k+2 \\ \frac{1}{6}k(52k^2+93k+47)+1, & \text{ha } n = 4k+3 \end{cases}$$

$(k = 1,2, \ldots)$

Bizonyítani fogjuk, hogy $Q_{\max}(n) = Q(D^*)$.

Ehhez a következő segédtételekre lesz szükségünk:

1. *segédtétel*: Ha D-ben $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} s_i^0(D) \leq \left[\frac{n^2}{4}\right]$, akkor $Q(D) \leq Q(D^*)$.

Bizonyítás: A feltételből és a (7.1), (7.2) megállapításokból következik, hogy

$$\sum_{i=1}^{n} s_i^+(D) \geq \binom{n}{2} - \left[\frac{n^2}{4}\right].$$

(8.2) alapján teljesül a $Q(D) \leq \binom{n}{3} - \sum_{i=1}^{n}\binom{s_i^+(D)}{2}$ egyenlőtlenség. Ennek figyelembevételével $Q(D)$ maximális értékét csak akkor veheti fel, ha

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} s_i^0(D) = \left[\frac{n^2}{4}\right] \text{ és } \forall_i \leq n\colon\ |s_i^+(D) - s_i^-(D)| \leq 1\,.$$

Az $n = 4k + m$ $(m = 0, 1, 2, 3)$ felbontásokat elvégezve, majd ennek alapján a $\sum_{i=1}^{n} \binom{s_i^+(D)}{2}$ minimumok kiszámításával pontosan $Q(D^*)$ megfelelő értékeit kapjuk.

2. *segédtétel*: Ha D-ben $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} s_i^0(D) = \left[\frac{n^2}{4}\right] + L$

$$\left(L = 1, 2, \ldots, \binom{n}{2} - \left[\frac{n^2}{4}\right]\right), \text{ akkor}$$

a) $N(D, 3) \geq L\left[\frac{n}{4}\right]$ és

b)
$$\sum_{i=1}^{n} \binom{s_i^+(D)}{2} \geq 2k(k-1)^2 - Lk, \quad \text{ha } n = 4k$$

$$\geq \frac{k(k-1)(4k-1)}{2} - Lk, \quad \text{ha } n = 4k+1$$

$$\geq k(k-1)(2k+1) - Lk, \quad \text{ha } n = 4k+2$$

$$\geq \frac{k(4k^2+k-1)}{2} - Lk, \quad \text{ha } n = 4k+3\,.$$

A 2. segédtételt terjedelmi korlátok miatt nem bizonyítjuk.

A 2. *segédtétel következménye*: Ha D-ben $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} s_i^0(D) = \left[\frac{n^2}{4}\right] + L$

$$\left(L = 1, 2, \ldots, \binom{n}{2} - \left[\frac{n^2}{4}\right]\right), \text{ akkor } Q(D) < Q(D^*).$$

Bizonyítás: A 2. segédtétel a) és b) állításaiból, valamint a (8.1) és (8.3) tulajdonságokból következik, hogy:

$$Q(D) \leq \binom{n}{3} - L\left[\frac{n}{3}\right] - \sum_{i=1}^{n} \binom{s_i^+(D)}{2}$$

Az $n = 4k + m$ $(m = 0, 1, 2, 3)$ felbontásokat elvégezve kapjuk a következmény-tétel állítását.

Az 1. segédtétel, valamint a 2. segédtétel következménye alapján kimondhatjuk tehát:

Tétel: $$Q_{\max}(n) = Q(D^*).$$

A hagyományos kétféle, és a most levezetett háromféle választásban szereplő $q_{\max}(n)$, ill. $Q_{\max}(n)$ értékek összehasonlítására az alábbi táblázatot közöljük:

n	$\binom{n}{3}$	$q_{\max}(n)$	$Q_{\max}(n)$
3	1	1	1
4	4	2	4
5	10	5	10
6	20	8	20
7	35	14	33
8	56	20	52
9	84	30	77
10	120	40	110
11	165	55	148
12	220	70	196

Megjegyzés: Egy tetszőleges $n\times n$-es D döntési mátrixhoz hozzárendelhető — izomorf módon — egy n szögpontú teljes vegyes gráf ($nTVG$), amely irányított és irányítatlan élek halmaza, és bármely két szögpontját (A_i, A_j) él köti össze. Értelmezve van rajta továbbá egy tranzitivitási reláció. Ily módon $Q_{\max}(n)$ meghatározása ekvivalens egy $nTVG$ intranzitív hármasainak maximalizálásával.

4. Egyéni és aggregált értékrend; egyetértési együttható

Az egyéni értékrend egy olyan súlyvektor, amelynek komponensei azt fejezik ki, hogy az egyes alternatívák a T tulajdonsággal mennyire rendelkeznek. (A T tulajdonság sok esetben fontosságot jelöl.)

Tekintettel arra, hogy a döntéshozók a páros összehasonlítás módszerével sorrendi skálán fejezik ki preferenciáikat, ezért az egyes alternatívákhoz a preferencia-gyakoriságukat szokás hozzárendelni [3, 6].

Az I reláció esetében egy indifferenciapár mindkét tagjának $1/2$—$1/2$ preferenciát tulajdonítunk, így érvényben marad az a szabály, hogy a döntéshozók mindegyike $\binom{n}{2}$ preferenciaösszeggel rendelkezzék. Természetesen előfordulhat, hogy így az egyes alternatívák súlyszáma nem feltétlenül egész szám. Tételezzük most fel döntéshozóknak egy k tagból álló csoportját. A kollektíva véleményét kifejező aggregált értékrend képzésének egyik lehetséges módja az egyéni értékrendek átlagolása, az alternatívákhoz átlagos preferencia-gyakoriságok hozzárendelése. Itt is elvégezhető a súlyértékek intervallumskálára való transzformálása a *Guilford*-féle eljárás alapján [6].

A döntéshozó kolletíva véleményegyezésének mérésére a *Kendall*-féle u egyetértési együttható logikáját követjük, hiszen a páros összehasonlítás módszerénél nem kötjük ki a teljes következetességet (az u mutató nem tévesztendő össze a Kendall-féle W rangkonkordancia együtthatóval).

Az *aggregált preferenciák* $n\times n$-es P mátrixából indulunk ki, melynek elemei:

$$p_{ij} = |\{h\colon A_i P_h A_j;\ h = 1, 2, \ldots, k\}| \tag{11}$$

azt mutatják, hogy p_{ij} egyén szavaz A_i-re, p_{ji} egyén A_j-re és $k - (p_{ij} + p_{ji})$ egyén jelöl meg indifferens kapcsolatot A_i és A_j között.

Az egyetértési együtthatót a háromféle választás esetében a következőképpen definiáljuk:

$$u = \frac{2\Sigma'}{\binom{k}{2}\binom{n}{2}} - 1; \quad \text{ahol} \tag{12}$$

$$\Sigma' = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \left[\binom{p_{ij}}{2} + \binom{p_{ji}}{2} + \binom{k - (p_{ij} + p_{ji})}{2}\right]. \tag{13}$$

Egyszerű megfontolásokból következik, hogy:

$$\max(u) = 1$$

$$\min(u) = \begin{cases} -\dfrac{1}{3} - \dfrac{3}{4k}, & \text{ha } k = 3m \pm 1 \\[2ex] -\dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3(k-1)}, & \text{ha } k = 3m. \end{cases} \qquad (m = 1, 2, \ldots)$$

5. A módszer egy gyakorlati alkalmazása

Intézetünk, a NIM Továbbképző Központ egy vállalat felkérésére széleskörű vizsgálatot folytatott a célból, hogy a kutatás és fejlesztés új rendszerének kialakításához a szükséges tényezőket feltárja és súlyozza.

Az elemzésben többek között a páros összehasonlítás módszerét is alkalmaztuk indifferencia-reláció megengedésével. Az értékelésben a vállalat harminc szakembere vett részt.

A vizsgálatba bevont értékelési tényezők:

E_1 — A $K + F$ rugalmasságát ösztönző érdekeltségi rendszerek kialakítása
E_2 — Határozott fejlesztési politika kialakítása
E_3 — Vezetők, menedzserek, szakemberek kiválasztása az új szervezethez
E_4 — Hatékony, többirányú információs rendszer kialakítása
E_5 — Műszaki és komplex fórum létrehozása
E_6 — Központi kiszolgáló fejlesztési szervezetek kialakítása
E_6 — Menedzser típusú fejlesztési vezérigazgatóhelyettes kiválasztása
E_8 — A marketing munka erősítése
E_9 — A fejlesztés integrált szervezetének meghatározása
E_{10} — A szervezeti egységek átalakítása
E_{11} — Rugalmas fejlesztési stratégiák kialakítása
E_{12} — A VHFT működésének kibővítése

A számítógépes feldolgozás eredménylistája:

Értékelési tényezők száma: $n = 12$
Értékelő személyek száma: $k = 30$

Tényezőpárok száma: $\binom{n}{2} = 66$

Maximálisan véthető intranzitív hármasok száma: $Q_{\max}(12) = 196$

A kapott eredmények a teljes csoportra:

Következetességi mutatók átlaga: $\bar{K} = 0{,}924$

Szórása: $\sigma = 0{,}065$

Egyetértési együttható: $u = -0{,}025$

Figyelembe véve, hogy ebben az esetben $u \in [-0{,}37, 1]$, így az egyetértés $\sim 2{,}15\%$-os.

Az indifferens párok előfordulási aránya: $\bar{I}_p = 8{,}3\%$

Értékelési tényezők	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}
Indifferencia gyak. átlag	0,6	1,0	1,0	1,0	1,5	0,5	0,1	0,8	1,0	1,1	0,8	1,4
Preferencia gyak. átlag	6,4	6,2	7,8	5,1	5,5	3,0	3,4	4,9	6,9	6,3	4,8	5,7

Az aggrepált prefenciák táblázata

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}
E_1	0	12	10	19	18	22	25	16	10	14	20	16
E_2	16	0	10	14	16	19	17	19	15	18	13	15
E_3	17	18	0	22	19	26	25	22	14	16	22	19
E_4	8	11	5	0	14	22	22	8	6	9	17	14
E_5	8	13	9	13	0	19	20	12	11	11	21	6
E_6	7	8	4	7	8	0	11	8	5	6	10	8
E_7	5	12	5	8	10	18	0	9	7	8	10	8
E_8	13	11	4	16	12	21	21	0	4	6	16	11
E_9	18	12	9	22	17	24	23	25	0	13	16	14
E_{10}	15	12	10	16	16	21	21	23	10	0	15	15
E_{11}	9	7	7	11	8	18	20	13	11	15	0	13
E_{12}	13	12	8	15	6	22	22	15	14	7	14	0

A kapott eredmények egy kiválasztott döntéshozó esetén:

Azonosító: 15

Következetességi mutató: $K = 0{,}97$

Intranzitív hármasok száma: $Q = 5$

Indifferens párok száma: $I_p = 6$

Értékelési tényezők	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}
Preferencia gyakorisága	9,5	4,0	9,5	7,5	0,5	4,0	6,0	6,5	11,0	3,0	4,0	0,4
Indifferencia gyakorisága	1	2	1	1	1	2	0	1	0	0	2	1

(Beérkezett: 1981. április 28-án)

IRODALOM

[1] Thorndike, E. L.: A Constant Error in Psychological Ratings. J. Appl. Psychol., 1920.
[2] Thurstone, L. L.: Method of Paried Comparisons for Social Values. J. Abn. Soc. Psychol., 1927.
[3] Kendall, M. G.: Rank Correlation Methods. London, Griffin, 1970.
[4] David, H. A.: The Method of Paried Comparisons. London, Griffin, 1976.
[5] Arrow, K. J.: Social Choice and Individual Values. New York, Wiley, 1963. 2. kiadás
[6] Kindler J.—Papp O.: Komplex rendszerek vizsgálata. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
[7] Kiss R.—Török T.: Modell és eljárás komplex rendszerek vizsgálatára műszaki-gazdasági kritériumok alapján. Szigma, 1979.
[8] Kiss R.—Török T.: Adalék a társadalmi választás problémájához X. Magyar Operációkutatási Konferencia Előadás, 1980.
[9] Török T.: Társadalmi választás az egyszerű többségi elv általánosítása alapján Szigma, 1981, 143–151 old.
[10] Moon, J. W.—Moser, L.: On a Problem of Turan, Mat. Kut. Int. Közl. 1962. 7. sz.

A GENERALIZATION OF THE METHOD OF PAIRWISE COMPARISON

In our paper the method of pairwise comparison was examined allowing for indifference relation. The generalization of transitivity, consistency indicator and of the agreement coefficient means that it contains the traditional case of binary choice.

A computer programme was elaborated suitable for processing sheets of pairwise comparison (at individual and group levels) even in case of indifference.

НЕКОТОРОЕ ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ПАРНОГО СРАВНЕНИЯ

В данной работе метод парного сравнения рассматривался при допускании индиференциального отношения. Обобщение коэффициента согласованности, транзитивитивности показателя последовательности таково, что включаются также и традиционные случаи возможности двоякого выбора.

Авторами была разработана программа для вычислительной машины, которая пригодна для переработки парных сравнивающих листов (в индивидуальном или же групповом порядке)даже и в случае аналогичной преферированности.