Simonovits András

Mégegyszer a várakozásokról

1. Bevezetés

A Szigma korábbi számában ,,Normák, várakozások és stabilitás egy lineáris modellben'' című cikkemben *Lovell* (1962) cikkét bíráltam. Bár a bírálatot lényegében helyesnek tartom, a bírálat módszere finomításra szorul, mint azt Martos B. és J. Drèze tudomásomra hozták. Az alábbiak a kiigazítást tartalmazzák.

Dolgozatomban csak futólag említettem meg, ,,hogy a két modell nemcsak a beszerzési szabályban tér el egymástól, hanem két formai feltevésben is: Modellemben a gazdaság *zárt* és *növekvő*, szemben Lovelléval, ahol a gazdaság *nyílt* és *stagnáló*. Ezekre a feltevésekre formai okok miatt volt szükség és nem jelentenek tartalmi eltérést Lovell feltevéseitől;'' [3]

Fent említett bírálóim azonban rámutattak arra, hogy logikailag két modellről van szó, és az egyik modellből nyert tételek nem alkalmazhatók közvetlenül a másikra. Bár a zárt és a nyílt modell közti eltérés tényleg csak formai és a növekvés vizsgálata relevánsabb mint a stagnálásé, furcsa módon a zárt gazdaság esetünkben nem lehet stagnáló, legalábbis akkor nem, ha a szabályozhatósághoz ill. a produktivitáshoz ragaszkodunk. Ezért helytelen, hogy az eredeti cikkben $\lambda_0 = 1$ határesetről beszélek az egyes tételek után.

2. Eredmények nyílt és stagnáló gazdaságról

A nyílt és stagnáló gazdaságot vizsgálva kiderült, hogy korábbi munkánk egyáltalán nem volt felesleges. Viszonylag egyszerű és később ismertetendő átalakítások után a régi eredményekből a következő új eredményeket kapjuk:

1) *Statikus várakozásnál* a szabályozás instabil, de Ljapunov-stabil.

2) *Tökéletes előrelátásnál* a szabályozás adott normáknál stabil, ha a reakció együtthatók megfelelően kicsik; azonban még a teljes reakció is stabilizál, ha a normák megfelelően kicsik. A szabályozás instabilitása azzal kapcsolatos, hogy bizonyos erős reakciók vagy nagy normák esetén a tökéletes előrelátás egyszerűen nem értelmezhető.

3) *Naiv várakozás* kicsiny reakcióknál stabil, azonban gyengén összefüggő rendszerek esetén még a teljes reakció is stabilizál.

3. Összehasonlítás Lovell [2] és Simonovits [3] eredményeivel

Eredeti Lovell-bírálatom lényeges pontjai érvényben maradnak: a statikus várakozás nem stabil, hanem instabil; a tökéletes előrelátás nem feltétlenül instabil, lehet stabil is és instabil is; ez utóbbit azonban definíciós probléma okozza. A naiv várakozásnál Lovell és köztem nem volt alapvető eltérés.

A teljesség kedvéért megemlítem, hogy az új modellben a teljes reakció lehetséges stabilitása megegyezik Lovell eredményével és ellentétben áll a régi modellem következtetésével. A változást a növekedés kizárása okozza, akárcsak a „gyenge" reakciók eltűnését.

4. Egy bizonyítási hiba kijavítása

Mielőtt rátérnék új állításaim bizonyítására, egy matematikai tévedést szeretnék helyesbíteni. A (4.42) egyenlőtlenség,

$$(1)\qquad \left|\frac{\lambda_0}{\lambda}k_\nu - 1\right| < k_\nu - 1 \quad \text{ha} \quad |\lambda| \geq \lambda_0 \quad \text{és} \quad \lambda \neq \lambda_0\,,$$

nyilvánvalóan nem igaz $\lambda = -\lambda_0$-ra, hiszen $k_\nu > 0$ miatt a bal oldal $k_\nu + 1$. Szerencsére a III. tétel igaz, ugyanis az „erős reakciónál" a készletszabályozás instabil" rész gondolatmenete alkalmazható. Valóban, egyszerű számolással belátható, hogy gyenge reakció esetén (4.51) ellentéte érvényes:

$$(2)\qquad 0 < -\psi(-\lambda_0) < \psi(\lambda_0)\,.$$

(4.47) és (3.31–32) figyelembevételével az is belátható, hogy

$$\max\{|\psi_\nu(\lambda)|,\ |\lambda| \geq \lambda_0\} = \psi_\nu(\lambda_0),$$

ahonnan a bizonyítás a Kornai–Simonovits stabilitási bizonyításához hasonlóan folytatható [1].

5. A nyílt és stagnáló gazdaság modelljéről

Nyilvánvalóan most (2.1) helyett

$$(3)\qquad w(t+1) = w(t) + r(t) - Y(t)\,1 - g$$

áll, ahol g a külső fogyasztás időben állandó vektora.

A stagnálás miatt most $\lambda_0 = 1$. Ezért minden reakció „erős". Ekkor eltűnnek a növekedési ütem kiszámításával járó gondok is. Végül a normális output készletet (2.5) helyett

$$(4)\qquad w_0 = \langle p \rangle\,(Y1 + g).$$

Az általános modellben is hasonlóan kell megváltoztatni az egyenleteket. Azonban az egyenletekből kivonva a megfelelő egyensúlyi egyenleteket, az *eltérés változók*ra már megint a régi egyenletek érvényesek. Persze a stabilitás most nem az eredeti változóknak a Neumann-pályához tartását jelenti, hanem az eltérés változók nullához tartását.

6. Az új állítások bizonyítás-vázlata

(*i*) *Statikus várakozás*

Az egyetlen változást a gyenge reakciók megszűnése jelenti.

(ii) Tökéletes előrelátás

Az értelmezhetőség elégséges feltétele továbbra is (4.8), azonban a λ_0 együttható eltűnése folytán e feltétel most még a teljes reakcióra is teljesül*het*, ha a normák nem túl nagyok.

$$\varrho[M(I + \langle c\rangle)] < 1. \tag{5}$$

A stabilitás bizonyításánál most a (4.47—48)-hoz hasonló fixpont-feladatból indulunk ki; most azonban (4.47) helyett

$$\psi(\lambda) = \langle k\rangle - \langle d\rangle\,[(\lambda - 1)\,I + \langle d\rangle^{-1}[\langle k\rangle - I] \tag{6}$$

áll, hiszen még a tökéletes előrelátásnál tartunk.

A 4. pontban említett gondolatmenet szerint a stabilitási határon $\hat{\lambda} = 1$, azaz a stabilitás feltétele

$$\varrho\{M[2(I + \langle d\rangle\langle c\rangle) - \langle d\rangle]\,[2\cdot I - \langle d\rangle]^{-1}\} < 1. \tag{7}$$

Fölhasználva a spektrálsugár monotonitását és $\psi_\nu(-1)$ monoton függését d_ν-től, belátható, hogy amennyiben egy d reakció vektor stabilitást biztosít, akkor minden nála kisebb $\tilde{d}$ reakció vektor is stabilitást biztosít ($0 < \tilde{d} \leq d \leq 1$). Speciálisan, minden reakció stabilitást nyújt, ha

$$\varrho[M(I + 2\langle c\rangle)] < 1. \tag{8}$$

(iii) Naiv várakozás

Az eredeti gondolatmenet szerint most visszatérünk a (4.47—48) fixpont-feladathoz, természetesen $\lambda_0 = 1$ megszorítás mellett. Most tehát (6) helyett

$$\psi(\lambda) = \frac{\langle k\rangle}{\lambda} - \langle d\rangle\,[(\lambda - 1)\,I + \langle d\rangle]^{-1}\left[\frac{\langle k\rangle}{\lambda} - I\right] \tag{9}$$

áll. Mivel most $\psi_\nu(-1) < 0$, az eredeti bizonyításhoz hasonlóan ki kell használni azt, hogy az M mátrix 2-indexű gyengén ciklikus a készletjelzéses gazdaság esetében.

A stabilitási feltételek a következők:

$$\varrho\{M[2(I + \langle d\rangle\langle c\rangle) + \langle d\rangle]\,[2\cdot I - \langle d\rangle]^{-1}\} < 1 \tag{10}$$

ill.

$$\varrho[M(3\cdot I + 2\langle c\rangle)] < 1. \tag{11}$$

Külön aláhúzzuk, hogy a (10)-ben szereplő mátrix nagyobb mint a (7)-ben szereplő mátrix, tehát a spektrálsugár monotonitása miatt (10)-ből következik (7). Magyarul: adott normák és reakciók esetén ha a naiv várakozásnál a gazdaság stabil; akkor a tökéletes várakozásnál is stabil. Lovell paradoxona, hogy a túlzottan pontos előrelátás destabilizálhatja a szabályozást: téves.

7. Numerikus adatok

Végül vizsgáljuk meg, mi a helyzet Lovell numerikus adataival. Fölhasználva hogy $\varrho(A) = \varrho(M)^2$, a következő eredményeket kapjuk ($d_\nu = 0{,}43$ és $c_\nu = 0{,}39$ minden ν-re és $\varrho(A) = 0{,}54$ [2, 286 o.])
A tökéletes előrelátásnál a gazdaság stabil; a naivnál azonban instabil. Ezzel szemben Lovell az utóbbinál kapott stabilitást és az előbbinél instabilitást.

(Beérkezett: 1979. május 7-én)

IRODALOMJEGYZÉK

1. KORNAI, J.—SIMONOVITS, A.: Rendelés-jelzésen alapuló szabályozás egy Neumann-gazdaságban, Szigma 1975. 8, 81—99. old.
2. LOVELL, M. C.: Buffer stocks, sales expectations and stability: A multi-sector analysis of the inventory cycle. Econometrica 1962. 30, 267—296. old.
3. SIMONOVITS, A.: Normák, várakozások és stabilitás egy lineáris modellben, *Szigma* 1979. 1—2.

ONCE MORE ON EXPECTATIONS

This paper contains a few corrections and supplements to the author's previous article (Simonovits, 1979). These amendments leave the conclusions drawn in the said article practically unchanged.

ЕЩЕ РАЗ ОБ ОЖИДАНИИ

В данной работе приводятся некоторые уточнения и дополнения, касающиеся предшествующих статей автора (Шимонович, 1979 г.). Эти изменения не затрагивают, по существу выводы, приведенные в предшествующей статье.