

Egy nagyméretű LP-feladat megoldásáról (II. Mi is történt?)

Bevezetés

A SZIGMA egyik korábbi számában* jelent meg jelen esettanulmány első része. Ott írtuk le egy kötőelemeket gyártó nagyvállalat adott időszakra vonatkozó termelésprogramozási problémáját és annak egy LP-modelljét. Foglalkoztunk a nagyméretű modell megoldásával; ismertettük azokat az adottságokat, megfontolásokat, és — nem utolsó sorban — elvárásokat, amelyek a modell megoldásával és annak géprevitelével voltak kapcsolatosak. A célunk az volt, hogy ezeket egy későbbi időpontban szembeállítsuk mindazzal, ami valójában realizálódott. Ezzel kívánunk most foglalkozni, amihez az I. részben leírtak ismeretét adottnak vesszük.

Mindenekelőtt a futtatásokról számolunk be, arról, hogy a javasolt módszerek miképpen „viselkedtek”. Mindenesetre könnyebb és kellemesebb lenne ezzel a résszel le is zárni a cikket, ugyanis a módszer kifejezetten nagy feladatok esetén is úgy, vagy jobban működött, mint ahogyan vártuk. Bár ezt talán az ilyenkor szokásosnál kevesebb táblázat demonstrálja, de ez a mi hibánk. Már a programok elkészítésekor gondolunk kellett volna pl. a jelen cikkekre is és a megfelelő statisztikákat, táblázatokat a programrendszerrel elkészíttetni.

Foglalkoznunk kell azonban még azzal is, hogy mindez mit adott a megrendelőnek. Megfogalmazásunkból már érezhető, hogy itt a vártnál — és szükségszerűen — több a negatívum. Lényegében egyetlen egyszer sem állt össze olyan feladat, melynek eredményeit a megrendelő közvetlenül, illetve könnyen fel tudta volna használni. A cikk második felében ennek néhány okát említjük meg.

Futtatások

A kidolgozott programrendszerrel négy nagyobb feladatot oldottunk meg. Az 1. táblázatban megadjuk a feladatok méreteit. Megjegyezzük, hogy a futtatott feladatok közül kettő (a II. és IV.) azonos volt.

Emlékeztetünk, hogy tulajdonképpen nem egy adott LP-feladat megoldásáról volt szó. Nevezetesen, kiinduláskor felírtunk egy LP-t, amely a vállalat termelésprogramozási problémáját modellezte. Az általunk javasolt dekompozíciós eljárással minden iterációs lépésben megkaptuk az eredeti feladat egy-egy valamilyen értelemben közelítő megoldását. Minden ilyen megoldás alapján fel lehetett írni egy LP-feladatot, melynek a szóbanforgó megoldás

*Stahl János: Egy nagyméretű LP-feladat megoldásáról (I. Mit és hogyan szeretnénk megoldani?) SZIGMA IX. évf. (1976) 133–147. old.

Jellemzők	Feladat			
	I.	II.	III.	IV.
Vertikumok száma*	6	41	11	41
Termékek száma	581	1270	707	1270
Terméktechnológiák száma	791	1813	1192	1813
Homogén gépcsoportok száma	109	340	121	340
A legtöbb homogén gépcsoportot tartalmazó vertikum méretei**	46×260	17×318	18×380	17×318
A legtöbb terméktechnológia által érintett vertikum méretei	32×550	14×427	11×404	14×427
Egy vertikumban előforduló művelet-szám maximuma és átlaga	1395;557	1901;343	1528;567	1901;343

lehetséges programja. Az eljárástól azt vártuk, hogy néhány iterációs lépés végrehajtása után valamelyik így kapott feladat az eredeti feladathoz közel van, tehát ugyancsak jól leírja a termelésprogramozási problémát, valamint azt, hogy a kapott megoldáshoz tartozó célfüggvényérték jól közelíti ezen utóbbi feladat optimumértékét, tehát jó megoldása a — valójában az eljárás során — adódott feladatoknak.

A 2. táblázat azt mutatja, hogy pl. a III. feladatban az egyes iterációs lépések végén kapott megoldások célfüggvényértékei miképpen viszonyulnak az adódott feladatok optimumértékeire vonatkozó becslésekhez. (A feltüntetett számok első 6—7 jegye szignifikáns). A 3. táblázatban pedig azt foglaltuk össze, hogy a szóban forgó feladatok mennyire tekinthetők az eredeti LP-feladathoz közelinek. Ezt a felhasználó szempontjából (is) a homogén gépcsoportokon adódó túllépések fejezik ki. A feladat egyes vertikumai rendre 13, 15, 4, 14, 2, 8, 10, 7, 13, 17 és 18 homogén gépcsoportot tartalmaztak. Minden vertikumhoz egyetlen szám tartozik: a vertikum homogén gépcsoportjain jelentkező túllépések maximuma. A túllépést a megfelelő gépcsoport időalapjának százalékában fejeztük ki. A *-gal megjelölt pozíciókhoz tartozó értékek nem álltak rendelkezésre illetve már nem voltak reprodukálhatók.

2. táblázat

Iteráció sorszáma	Célfüggvény érték	Becslés az optimumra	A célfüggvényérték és a becslés %-os eltérése (a becsléshez viszonyítva)
1	294 203 136	318 746 240	7,69
2	270 421 504	302 002 176	10,45
3	262 272 560	282 844 169	7,27
4	261 185 152	284 889 864	8,32
5	258 232 496	276 369 216	6,56
6	257 974 304	278 592 400	7,40

* Az egyetlen homogén gépcsoportot tartalmazó vertikumokat nem tekintve (Vö. I.).

** A homogén gépcsoportok illetve a vertikumot érintő terméktechnológiák száma.

3. táblázat

Iteráció sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
	Az egyes vertikumok homogén gépcsoportjain jelentkező relatív túllépések maximuma										
1	61	235	37	116	19	57	307	170	129	232	235
2	17	117	23	119	0	56	86	29	117	129	207
3	5	*	*	87	*	*	*	*	131	140	182
4	0	*	*	121	*	*	*	*	126	117	161
5	6	*	*	77	*	*	*	*	84	63	75
6	0	22	0	42	0	0	0	0	37	19	61

Egyrészt más mérőszám is elképzelhető, másrészt pedig a megrendelő számára nagyon is érdekesek az egyes gépcsoportokon adódó túllépések. Egyébként a programrendszer lehetőséget biztosított bizonyos gépcsoportok túllépéseinek más gépcsoportokon fellépő túllépések terhére történő megkülönböztetett kezelésére. (Mindenesetre, a 4. táblázatban a túllépéseket gépcsoportbontásban adjuk meg.)

A 3. táblázat 4., 9., 10. és 11. oszlopában található számok minden iterációban nagyok. Ennek az volt az oka, hogy ezeket az általánosított szállítási feladat típusú vertikumfeladatokat a vártnál nagyobb méretük miatt nem tudtuk a rendelkezésünkre álló programmal megoldani. Az ezekben az oszlopokban feltüntetett számok annak alapján adódtak, hogy a központi feladat megoldásával meghatározott programot a szóban forgó vertikumokban egy egyszerű heurisztikus eljárás alapján lebontottuk a gépcsoportokon végrehajtandó műveletekre. A negyedik iterációtól kezdve ezeket a vertikumokat, pontosabban ezek módosított modelljét is megoldottuk szállítási feladatként — ezzel a programmal méret problémánk nem volt — és az így adódott felteteleket is beépítettük a központi feladatba.

Ugyancsak „kemény diónak” bizonyult a 2. vertikum, pontosabban annak két gépcsoportja. Feltételezhető azonban, hogy az eljárás további egy-két iterációs lépése a hibásan megadott alapadatok ellenére ezeken a homogén gépcsoportokon is — az akceptálható — 10% alá szorította volna a túllépést.

Mindenesetre, a már említett 4. táblázat a 3. táblázatnál meggyőzőbb. Ebben zárójelben külön feltüntettük a végig „pontosan” kezelt vertikumok homogén gépcsoportjaira vonatkozó megfelelő számokat. Figyelembevéve azt, hogy a „nagy” vertikumok pontos, az általánosított szállítási feladatot megoldó programmal történő kezelése nem is tűnik időigényesebbnek, mint a közelítő megoldásuké, a zárójelbe tett számok is a vertikumok pontos kezelése mellett szólnak.

Némi ráfordítással a további feladatok esetén is hasonló számok prezentálhatók. Nagyobb méretű általánosított szállítási feladatot megoldó programról, illetve a megfelelő vertikumokról is hasonló viselkedést feltételezve igazoltnak látszik a modellre, illetve az eljárás viselkedésére vonatkozó elképzelés helyesége. Az említett vertikumoktól eltekintve a túllépések a feladat negyedéves időhorizontjához képest az utolsó lépésekben elhanyagolhatók és a megoldásokhoz tartozó célfüggvényérték jól közelíti az optimumértékre kapott felső becslést. (Természetesen tudjuk, hogy néhány futás valójában semmit sem igazol, így a következőkben kerülni igyekszünk ezen kifejezés használatát.)

4. táblázat

Iteráció sorszáma	Túllépések nagysága	5 % alatt	5 és 10% között	10 és 15% között	15% felett
	1		21 (21)	12 (21)	22 (2)
2		29 (29)	10 (10)	32 (8)	50 (12)
3		*	*	*	*
4		*	*	*	*
5		*	*	*	*
6		57 (57)	10 (0)	20 (1)	34 (1)

Bár az eredmény használhatósága szempontjából az egyes gépcsoportokon adódott túllépések nagysága az érdekes, a dekompozíciós eljárás viselkedését, az egyes lépésekben generált új feltételek, azaz nagyjából az adott iterációban nem megoldható vertikumfeladatok (részfeladatok) számával is jellemezhetjük. (5. táblázat) A központi feladatban bevezetett z változók miatt ez így nem lenne egészen pontos, illetve éppen azért vezettük be a központi feladatban a z változókat, hogy a központi feladatnak legyen gyorsan adódó megoldása és mert az eredmény használhatósága még megengedi a vertikumfeladatok gépcsoportkapacitásainak bizonyos túllépését. A z változók főképpen a kötelezően legyártandó mennyiségek viszonylag kicsiny volta miatt, de még így is némileg várakozásainkon túl, minden iterációban igen gyorsan zérussá váltak. (Ugyanis $A_i \equiv 0$ esetén $x_{ij} \equiv 0$ nyilván megoldása a központi feladatnak. Vö. I. rész.)

Mindenesetre, érdekes az 5. táblázatot az egyes feladatok vertikumainak számával, illetve a központi feladat méreteire vonatkozó elvárásainkkal egybevetni: a központi feladat kezelhetőségéhez lényeges volt, hogy méretei legfeljebb egy várt mértékben növekedjenek. Az 5. táblázat mutatja, hogy ez az első három feladat esetén valóban elvárásainknak megfelelően történt. (A III. feladatnál a *-gal megjelölt helyeken beszámítottuk a „nagy” vertikumok közelítő megoldásával adódott feltételeket is.) A IV. feladatnál — minthogy ott valójában a programrendszer viselkedésének egy más számítógépen való vizsgálata volt a cél — nem határoztuk meg a központi feladat (közel) optimális megoldását minden lépésben, csak a kiinduló megoldást módosítottuk némileg. Ez magyarázza, hogy a végrehajtott lépésekben lényegében egyetlen vertikumfeladat sem vált megoldhatóvá.

5. táblázat

Iteráció	Feladatok	I.	II.	III.	IV.
	1		6	41	7
2		4	37	6	41
3		2	30	5	39
4		2	25	8*	
5		1		5*	
6				5*	

Magát a központi feladatot is Dantzig—Wolfe-dekompozícióval oldottuk meg, bár a cikk I. része alapján ezt csak az adott körülmény között tekinthettük a megoldás járható útjának. Az ugyancsak a III. feladatra vonatkozó 6. táblázat valamelyest mutatja, hogy hasonló feltételek mellett valóban megoldhatók így az egyébként általánosított felsőkorlátos technikával is kezelhető feladatok. (A hasonló feltételek kifejezést külön is szeretnénk hangsúlyozni. Ugyanis ezen munkával kapcsolatban az ún. általánosított szállítási feladat típusú vertikumfeladatok megoldásakor az általunk alkalmazott eljárás is az általános felsőkorlátos technikán, pontosabban annak duális változatán alapult. A megfelelő programnak, illetve az abba beépített különféle eszközöknek a viselkedésével egy külön publikáció foglalkozik.* Az ott közölt eredmények az általánosított felsőkorlátos technika hatékonyságát is demonstrálják.) Egyébként a 6. táblázatbeli lépésszámokból általában két lépés fordítódott a z-változók minimalizálására.)

6. táblázat

Iteráció sorszám	A központi feladat megoldásakor végzett Dantzig—Wolfe-lépések száma	A célfüggvény értéke a Dantzig—Wolfe-eljárás befejezésekor	Becslés az optimum értékre	A célfüggvény érték és a becslés %-os eltérése (az utóbbihoz viszonyítva)
1	9	294 203 136	307 229 416	4,24
2	13	270 421 504	282 565 888	4,29
3	23	262 272 560	274 914 560	4,60
4	9	261 185 152	274 044 672	4,69
5	8	258 974 304	268 650 240	3,60
6	3	257 974 304	267 943 327	3,71

A futási időket illetően azt kaptuk, amit a cikk I. részében jeleztünk, hiszen azon rész megírásakor a programrendszer legtöbb része IBM 370-en már tesztelés alatt állt. Minthogy később a programrendszert más gépekre is áttelepítettük, a 7. táblázatba foglaltuk a futtatásoknál felhasznált gépeket és a különféle benttartózkodási időket.

Az első pillanatra hosszúnak tűnő — pedig a közben felfedezett hibák miatt szükséges ismétlések idejétől „megtisztított” — idők elfogadhatóbbak, ha figyelembe vesszük egyrészt azt, hogy negyedévenként egyszer felhasználandó rendszerről van szó, és a fenti időkben megjelenik rengeteg olyan kiírás ideje, ami a futtatások próba jellegéből adódott, másrészt pedig azt, hogy ezek az idők még akceptálható ráfordítást jelentettek (volna) mindazért, amit a rendszer nyújt. Nem szerepeltettük az adatelőkészítés tetemes idejét, de ezt később még érintjük, viszont a rendszer kidolgozásakor volt egy olyan döntésünk, aminek következtében a gépidők legalábbis öt- vagy hatszorozódtak, (de lehet, hogy az egy túl mértékletes becslés). Nevezetesen a központi feladat MPS-sel történő megoldásáról van szó. Az MPS felhasználása kétségtelenül jelentős mértékben megkönnyítette a szükséges programozási munkákat, illetve lerövidítette a programok elkészítéséhez szükséges időt. Ma már

* Maros, I and Mrs. Z. Mócsi: „Investigation of the numerical behaviour of a dual type LP-algorithm”, SZÁMKI Tanulmányok/2. 1978.

Feladat	I.	II.	III.	IV.
Felhasznált számítógép	IBM360	IBM370/145	IBM370/145	R40
Központi feladat egy Dantzig—Wolfe-lépésre fordított idő	2'	3'	2,5'	3,5'
Egy szállítási feladat típusú vertikum megoldásához szükséges átlagidő	5'	4,5'	4,5'	4'
Egy általánosított szállítási feladat típusú vertikum megoldásához szükséges átlagidő	—*	2'	2'	2'
Központi feladatok megoldására fordított idő	$67 \times 2 =$ $= 134'$	$82 \times 3 =$ $= 246'$	$65 \times 25 =$ $= 162'$	$14 \times 3,5 =$ $= 49'$
Vertikum feladatok megvalósítására fordított idő	$5 \times 30 =$ $= 150'$	$4 \times 114 =$ $= 456'$	$3 \times 2,5 +$ $+ 3 \times 45 =$ $= 225'$	$3 \times 108 =$ $= 324'$
Összes benttartózkodás	4,76 ó	11,7 ó	6,45 ó	6,21 ó

azonban jól látszik, hogy ennek döntő szempontként való figyelembevételé hiba volt. A rendszer egyrészt a szükséges ráfordítások alábecslése miatt, másrészt egyéb okok folytán jelen formájában sem készült el a tervezett időre. Ugyanakkor az MPS felhasználhatóságát adottnak véve is javíthatók a futási idők — elsősorban a központi feladat megoldását végző résznél — az adatok elhelyezésének illetve mozgatásuk jobb megszervezésével. Ezek egy részét realizáltuk is a programrendszernek R40-re illetve később R22-re telepítésekor. Figyelembe véve az IBM gépekre illetve az R-gépekre vonatkozó globális mutatókat, valamint a megoldott feladatok méreteit (1. táblázat), az utolsó táblázatban közölt értékek valamelyest ki is fejezik ezt.

Mit kapott a megrendelő?

Az eddigiekből — néhány zárójeles megjegyzést nem számítva — úgy tűnhet, hogy minden a legnagyobb rendben volt, illetve van. A modell illetve a megoldásra javasolt algoritmus — az MPS alkalmazásával kapcsolatban a cikk I. részében már említett és most újra elővett probléma ellenére is — olyan vagy jobb volt, mint vártuk, Tehát egyszersmind a modell kereteinek kialakításakor figyelembe vett megrendelői elvárásoknak is realizálódniuk kellett volna. Sajnos, ez olyan mértékben nem volt így, hogy az egész munka közvetlen kimenetelét egyszerűen kudarenak ítéldhetjük.

Ennek több — egymástól nem is nagyon elválasztható — oka is volt, mi kettőt említünk.

Rendkívül nagy hiba volt, hogy lebecsültük az adatelőkészítő, adatkezelő rész szerepét. Alapjában véve az történt, hogy mi csak az optimalizálással kívántunk foglalkozni, az adatkezelő rész kidolgozásában legfeljebb programozókként működöttünk közre. Azt képzeltük, hogy egy ekkora rendszernek adatokkal történő kiszolgálása nem igényel különösebb megfontolásokat, illetve nem láttuk azt, hogy az adatkezelés megfelelő megoldása valójában az optimalizálással egyenlő súlyú probléma, ha úgy tetszik, annak elválaszthatatlan

* A feladat valamennyi vertikuma szállítási feladat típusú volt.

része. (Hibát persze nemcsak tudatlanság miatt követ el valaki, de ennek a szerepét sem lehet és nem is kell tagadni.) Végül létrejött egy olyan adatrendszer és adatkezelő rendszer, mellyel az adatokat valójában sohasem lehetett naprakész állapotba hozni és mindez ráadásul több programozási és gép-idő-ráfordítást igényelt, mint az optimalizálás. Noha a feladat megoldásának úgy indultunk neki, hogy az eredményeket át kell adni a megrendelőnek, már előre tudott volt, hogy közvetlenül nem tudja majd felhasználni őket, mert addigra a kiinduló adatok már nem a valós helyzetet tükrözik. A megrendelőt kevésbé vigasztalta az, hogy a számítás a modell, illetve a megoldására javasolt eljárás tesztelésére így is alkalmas volt. Az adatkezelő rendszer kidolgozása, pontosabban az ilyen irányú igyekezet a megrendelőt reménytelenül leterhelte.

Egy ilyen nagy rendszer kialakításában egy külső vállalkozó csak közreműködhet. Nagyon közeli az a pont, ahonnan kezdve a megrendelő munkatársainak — esetleg a megrendelő saját eszközbázisával együtt — kell a főszerepet vagy kizárólagos szerepet játszaniok a rendszer további életésében. Ha a megrendelőnél ennek feltételei nem biztosítottak, a kidolgozott rendszer nem lesz hosszú életű, sőt igazából meg sem születik. Persze ez is olyan igazság, mely a legtöbb és legkülönbélebb idevágó kézikönyvben megtalálható, bár kis rendszerek esetén ez esetleg fel sem lépő vagy könnyen kezelhető probléma, nagy rendszerek kidolgozását pedig ma még talán nem is nagyon lehet kézikönyvekből tanulni. Ebben a vonatkozásban az általunk elkövetett hiba az volt, hogy egyrészt elég későn jöttünk csak rá az említett feltétel hiányára, másrészt pedig nem vontuk le a megfelelő következtetéseket.

Hogy miért követtünk el mégis ilyen hibákat? A már említett tudatlanságon túl ebben egyéb okok is közrejátszottak. Az egészben a fájdalmas az, hogy ismét a matematika illetve alkalmazása vallott kudarcot, holott azok semmiről sem tehetnek.

ON THE SOLUTION OF A LARGE-SCALE LP PROBLEM (II)

As sequence of Part I, published formerly, the article deals with the run of the program system on the one hand, and with the question what the customer has received at the end, on the other hand.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ БОЛЬШОГО РАЗМЕРА (II.)

Данная статья является продолжением опубликованной ранее 1-ой части и подытоживает опыт по внедрению данной системы программ, а также рассматривает тот результат, который в конечном счете был передан заказчику.