Kiss Róbert—Török Tamás

Modell és eljárás komplex rendszerek vizsgálatára műszaki-gazdasági kritériumok alapján

Tanulmányunkban komplex rendszerek összemérésére alkalmas modellt és eljárást ismertetünk. A modell a hazai szakirodalomban ismert egyéb, hasonló célú modellektől [10] abban tér el, hogy a bizonytalanságot explicit módon kezelni képes. Alkalmas egyidejűleg több, kvantitatív és kvalitatív értékelési tényező alapján a komplex rendszerek (objektumok) probabilisztikus rangsorának meghatározására, a felhasznált adatokénál nem nagyobb bizonytalansággal.

Az eljárásban az arányskálán mérhető kvantitatív információkon kívül „szubjektív" szakértői becsléseket is felhasználunk. A bizonytalanság forrásai nyílt döntési helyzetekben a számszerű adatok esetleges pontatlanságai, a különböző értékelők véleményeinek eltérése, az eljárási szabályok nem egységes értelmezése. Az eljárás heurisztikus elemeket tartalmaz, ezért jelentősek a szakértői becslésekkel, a számszerű és nem számszerű információk összegzésével és egységes számszerű megfogalmazásával kapcsolatos problémák. Az eljárásban az objektumok jóságát a szakértők hármaspont becsléssel jellemzik, megadva a becslési intervallum alsó és felső határát, valamint a legvalószínűbb értéket. A legvalószínűbb érték elhelyezkedése a becslési intervallumon belül befolyásolja az objektumok egymáshoz való viszonyát, a döntési helyzetet jellemző bizonytalanság megítélését, ezért tényleges döntési helyzetben kapott szakértői becslések statisztikai elemzésével vizsgáltuk a valószínűségi változónak tekintett legvalószínűbb érték eloszlását a becslési intervallumon belül.

Számítógépes programot dolgoztunk ki az objektumok sorrendjének meghatározására és a legvalószínűbb érték eloszlásának vizsgálatára. A bizonytalanság explicit kezelésére vonatkozó megfontolások [8] miatt, több jelentős eltérés ellenére is Kahne-féle szimulációs döntéselőkészítő modellnek nevezzük.

A vezetői gyakorlatban a döntéselőkészítés igen gyakran komplex rendszerek (üzemek, technológiák, fejlesztési elképzelések, stb.) összemérését jelenti, a rendszereket jellemző műszaki-gazdasági kritériumok valamilyen halmaza szerint.

Az összemérés alapjául szolgáló jellemzők általában összetett tulajdonságok, így a különböző rendszerek összemérése egy-egy értékelési tényező szerint is bonyolult feladat, amelyben számszerű és nem- számszerűsíthető információkat egyaránt figyelembe kell venni. Az adatok is rendszerint hiányosak, és nem teljesen pontosak. Az előzőekből következik, hogy az értékelő ítéletei bizonytalanok.

A bizonytalanság az említett objektív tényezőkön kívül az értékelők szubjektumából is fakadhat. Egyéni sajátosságaik szerint különböző mértékben képesek és hajlandók határozott számszerű ítéletet alkotni bonyolult értékelési helyzetben.

A döntéselőkészítési modellek az értékelők bizonytalanságát hosszú időn keresztül figyelmen kívül hagyták, vagy egy utólagos lépés beiktatásával a modellek által szolgáltatott eredmények értelmezésénél vették figyelembe intuitív módon. Az utóbbi években rohamosan terjedő szimulációs modellek lehetővé tették, hogy a bizonytalanságot a modellekbe beépítve — az értékelési tényezők súlyozásánál és az értékelésre kerülő objektumok megítélésében egyaránt — figyelembe vehessük.

Az értékelési helyzet sajátosságait és az értékelők pszichikumát figyelembe vevő eljárásokban igen kevés gyakorlati tapasztalattal rendelkezünk. A szimulációs döntéselőkészítési modellek még szélesebb körű alkalmazását ez a tény gátolja, s egyben indokolja az értékelők viselkedésének tanulmányozását komplex rendszerek megítélésében.

A modell leírása

Az ismertetendő szimulációs döntéselőkészítő modell hat részből áll:

I. A cél meghatározása
II. Az értékelési tényezők kiválasztása
III. Az értékelési tényezők súlyozása
IV. Az összehasonlítás tárgyát képező objektumok meghatározása
V. Az objektumok értékelése
VI. A sorrend meghatározása

Vizsgáljuk meg az egyes lépéseket részletesebben.

I. Az első lépésben azt kell tisztázni, hogy a döntéshozó a kérdéses fejlesztéssel mit kíván elérni. Ilyen cél lehet pl. az életszínvonal növelése, termékszerkezet-felújítás, vagy még többezer más cél különböző döntési szinteken. Tételezzük fel, hogy a módszer alkalmazásának célja már meghatározott. Az értékelő személyek száma legyen m.

II. A döntéseknek valamilyen kritériumokon kell alapulnia, melyek kielégítése fontos a cél sikeres elérése szempontjából.

Ezeket a kritériumokat értékelési tényezőknek nevezzük és $E_j (j = 1, \ldots, n)$-vel jelöljük.

A különböző cselekvési változatokat aszerint bíráljuk el, hogy mennyire elégítik ki az egyes kritériumokat, amelyek lehetnek kvalitatív és kvantitatív jellegűek.

III. Az értékelési tényezők azonban nem egyforma fontosságúak. Súlyozásuk kétféleképpen történhet:

1. közvetett
2. közvetlen (direkt) módon

1. Az értékelési tényezők relatív fontosságához eljuthatunk pl. a *páros összehasonlítás* módszere segítségével. A módszer alapja, hogy két-két értékelési tényezőt párbaállítva a szakértők a kettő közül az egyiket fontosabbnak ítélik, mint a másikat. Az elemi ítéletek összegzésével az értékelési tényezők egymáshoz viszonyított fontossága (súlya) meghatározható.

Preferencia-reláció: olyan megelőzési reláció, ahol a megelőzés megállapítása az ún. előnyben részesítés, azaz preferálás alapján történik.

Jele: $\prec$; $a \prec b$, ha az értékelő előnyben részesíti a-t b-vel szemben.

Tulajdonságai:

a) $a \nprec a$ (irreflexív)
b) $a \prec b \Rightarrow b \nprec a$ (antiszimmetria)
c) $a \prec b$ és $b \prec c \Rightarrow a \prec c$ (tranzitív)
d) $a \nsim b$ (nem indifferens) $\Rightarrow a \prec b$ vagy $b \prec a$

A páros összehasonlítás során az értékelő hibát követ el, ha a fenti követelmények valamelyikét nem teljesíti. Mivel esetünkben csak különböző értékelési tényezők kerülhetnek egy párba, és a sorrendtől eltekintünk, ezért a *c)* és *d)* szabálynak kell eleget tennie az értékeléseknek.

A párok elrendezésében kívánatos, hogy egyrészt elkerüljük a szabályszerű ismétlődéseket, másrészt pedig, hogy a lehető legnagyobb távolságra helyezzük el egymástól az azonos tagokat tartalmazó párokat.

Az ilyen követelményeknek eleget tevő párelrendezés történhet egyenletes eloszlású véletlenszám-generátor alkalmazásával. Ebben az esetben ügyelnünk kell arra, hogy minden elem azonos gyakorisággal szerepeljen.

Pl. $n = 10$ értékelési tényező esetén $\binom{10}{2} = 45$ pár lehetséges, így az 1—10-ig terjedő egész számok mindegyikének 9-szer kell szerepelnie. A párok optimális elrendezése legalkalmasabb az ún. Ross-féle eljárás. A Ross-táblázatban az azonos elemet tartalmazó bármelyik párt páratlan elemszám esetén $\max \frac{m-1}{2}$ és $\min \frac{m-3}{2}$ pár választ el egymástól, míg páros elemszám esetén $\max \frac{m-2}{2}$ és $\min \frac{m-4}{2}$.

A párok valamely módszer szerinti elrendezése után megkezdődhet az értékelés.

Az egyedi kérdőívek feldolgozásához igen hasznos az alábbi preferencia-mátrixnak nevezett táblázat.

	E_1	...	E_n	a	a^2	n	u	d_n	$\binom{n}{2}$
E_1						1	0	0	0
⋮									
E_n									

Ezt a táblázatot oly módon töltjük ki, hogy a preferált értékelési tényezők feleljenek meg a preferencia-mátrix sorainak, az adott párban hátrányban részesített tényezők pedig az oszlopoknak.

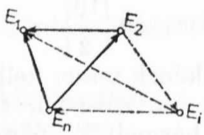
Az a oszlopban található számok mutatják, hogy egy adott sornak megfelelő tényező hányszor volt preferálva a többihez viszonyítva.

A preferencia-mátrix segédtáblázata a számítások megkönnyítését szolgáló adatokat tartalmazza: n az értékelési tényezők száma, u a körhármasok, azaz a tranzitivitás szabályának eleget nem tevő hármasok tényleges számának meghatározásához szükséges küszöbszám; d_n a körhármasok maximális száma és $\binom{n}{2}$ a párok száma.

A páros összehasonlítást az alábbi gráffal (1. ábra) is jellemezhetjük ahol $E_i \to E_j$ $E_i \prec E_j$-t jelenti.

A $d = \frac{u - \Sigma a^2}{2}$ képlet segítségével meghatározzuk a körhármasok tényleges számát, majd d viszonyát a maximális körhármasok számával $\frac{d}{d_n}$. Ennek segítségével az értékelő következetességi mutatója %-ban kifejezve: $K = \left(1 - \frac{d}{d_n}\right) \cdot 100$. Valamely értékelő személy következetességi mutatójának esetleges kisértéke arra utal, hogy:

— a döntéshozó valójában nem érdekelt a szóban forgó problémában,
— a döntéshozó következetességi képessége fogyatékos,
— nincs kialakult értékrendje a szóban forgó értékelési tényezőkkel kapcsolatban.



1. ábra

A páros összehasonlítás során egy adott értékelési tényező súlyát preferencia-gyakorisága reprezentálja.

Az értékelési tényezők súlymátrixa az m értékelő személy alapján:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & \dots & s_{1n} \\ s_{m1} & \dots & s_{mn} \end{bmatrix},$$

ahol s_{ij} a j. értékelési tényező súlyértéke (preferencia gyakorisága) az i. értékelő szerint.

Így értékelési tényezőnként rendelkezésünkre áll egy m elemű minta azok súlyaira vonatkozóan. Képezzük ezen minták várható értékét ill. szórását:

$$m_j = M(s_j) = \frac{\sum_i s_{ij}}{m}; \; d_j = D(S_j) = \sqrt{\frac{1}{m}\left(\sum_i (s_i - M(s_j))^2\right)}.$$

Adjunk meg a várható értékek közül egy-egy szimmetrikus intervallumot a következő módon:

$$W_i := (m_i - 3d_i,\ m_i + 3d_i) \ (i = 1, \dots, n).$$

Így az értékelési tényezők $W = (W_1, \dots, W_n)$ súlyintervallum vektorához jutunk.

2/a Közvetlen módon súlyozhatjuk az értékelési tényezőket úgy, hogy a kiosztható összes preferencia-gyakoriságot egyidejűleg osztjuk szét az értékelési tényezők között. Az összes preferencia-gyakoriság n értékelési tényező esetén: $\frac{n(n-1)}{2}$.

A W vektorhoz a fentiekhez hasonlóan juthatunk.

2/b Általános súlyozásnál megadunk egy $[a, b]$ értékelő intervallumot, mely hosszúságának $(b-a)$ és beosztásának megválasztásakor figyelembe kell vennünk a konkrét értékelési helyzet sajátosságait.

Minden értékelési tényezőhöz egy adathármast rendelünk az $[a, b]$-n belül. Ez a három adat: a *becslési intervallum* két végpontja és azon belül a legvalószínűbb érték. Válasszunk ki most egy értékelési tényezőt és vizsgáljuk meg a hozzá tartozó értékelő adathármas elhelyezkedését [a, b]-ben

A *becslési intervallum* bal végpontján ξ_1-el, jobb végpontját ξ_2-vel; a legvalószínűbb értéket η-val jelöljük. A statisztikai vizsgálathoz tehát rendelkezésünkre áll mindhárom valószínűségi változóra egy m elemű minta:

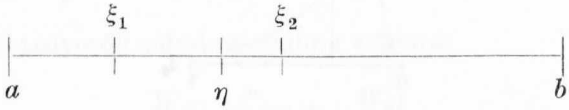
$$\xi_{11}, \ldots, \xi_{1m}$$

$$\xi_{21}, \ldots, \xi_{2m}$$

$$\eta_1, \ldots, \eta_m.$$

Összesen 3 m számú adat a kiválasztott értékelési tényezőre.

Jogos az az elvárás, hogy az értékelők betartsák az $\eta_i \in [\xi_{1i}, \xi_{2i}]$ követelményt, vagyis a legvalószínűbb értéket minden esetben a hozzá tartozó becslési intervallumon belül helyezzék el:



A vizsgálat során a helytelenül megadott adathármasokat figyelmen kívül hagyjuk.

A bizonytalanság mértékére jellemző, a becslési intervallumok $[\xi_{1i}, \xi_{2i}]$ hosszúsága a lehetséges értékek $[a, b]$ intervallumához viszonyítva.

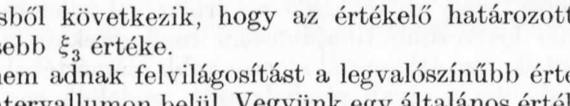
A $\xi_3 = \dfrac{\xi_2 - \xi_1}{b - a}$ valószínűségi változót *határozottsági tényezőnek* nevezzük.

Ha $\xi_3 = 1$, akkor $\xi_2 - \xi_1 = b - a$, vagyis a becslési intervallum az összes lehetséges érték intervallumával azonos; ha $\xi_3 = 0$, akkor $\xi_1 = \xi_2$ és az $\eta \in [\xi_1, \xi_2]$ követelmény figyelembevételével $\eta = \xi_1 = \xi_2$

Míg a $\xi_3 = 1$ a teljes bizonytalanságot ez utóbbi pedig az értékelő teljes határozottságát jelenti az adott értékelési tényező fontosságának megítélésében.

Az értelmezésből következik, hogy az értékelő határozottsága annál nagyobb minél kisebb ξ_3 értéke.

Az eddigiek nem adnak felvilágosítást a legvalószínűbb érték elhelyezkedésére a becslési intervallumon belül. Vegyünk egy általános értékelést:



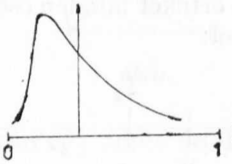
Bevezetjük, és eltolódási hányadosnak nevezzük a ξ_4 valószínűségi változót, mely azt mutatja, hogy az értékelő a becslési intervallum valamely végpontjához mennyire „érzi" közel a legvalószínűbb értéket.

$$\xi_4 = \begin{cases} \dfrac{\min(\eta - \xi_1, \xi_2 - \eta)}{\max(\eta - \xi_1, \xi_2 - \eta)}, & \text{ha } \xi_1 \neq \xi_2 \\ 1, & \text{ha } \xi_1 = \xi_2. \end{cases}$$

Ez az érték annál nagyobb, minél közelebb van a legvalószínűbb érték a becslési intervallum közepéhez. Ha

$$\xi_4 = 1, \text{ akkor } \eta = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \text{ vagy } \xi_3 = 0.$$

A döntéselőkészítés szempontjából azon értékelési tényezők megítélése nevezhető megbízhatónak, ahol az értékelők a tényleges értékek és a bizonytalanság megítélésében egyaránt nagy egyetértést mutatnak. Ez statisztikailag úgy interpretálható, hogy a legvalószínűbb értékek normális eloszlást követnek, viszonylag kis szórással, a hozzájuk tartozó határozottsági tényezők várható értéke kicsi, eloszlás-függvényük pedig lognormális (2. ábra).



2. ábra

Az ábra mutatja, hogy a határozottsági tényezők gyakorisága a várható értéktől balra nagyobb, ez azért kedvező, mert a határozottsági tényező akkor kicsi, ha az értékelők biztosak az értékelési tényező megítélésében. Ezen típusú súlyozási módszer (hármas pontbecslés) esetén az értékelési tényezők W súly-intervallum vektorának meghatározásához a becslési intervallumokat használjuk, vagy csak a legvalószínűbb értékeket a 3b szabály segítségével.

IV–V. Adott döntési helyzetben az összemérendő objektumokat adottnak tekintjük.

Az objektumok értékelésére egy $[a, b]$ intervallum-skálán történik hármas pontbecsléssel az alábbiak szerint:

1. Az értékelési tényező szempontjából átlagos tulajdonságú rendszereket az értékhalmaz középső, vagy ahhoz közel eső értékeivel jellemezzék.
2. Az átlagosnál kedvezőbb tulajdonságú rendszereket az átlagosnál nagyobb, a gyengébbeket az átlagosnál alacsonyabb számértékekkel jellemezzék.
3. A teljes értékhalmaz olyan részhalmazát rendeljék egy rendszer adott tulajdonságához, hogy a rendelkezésre álló információk alapján az értékelők pszichikailag biztosak legyenek abban, hogy a kérdéses tulajdonság tényleges értéke eleme az általuk megadott részhalmaznak.
4. Válasszák ki a tulajdonsághoz rendelt részhalmaz azon elemét, melynek tényleges értékként való bekövetkezését a legnagyobb valószínűséggel várják.
5. A tulajdonsághoz rendelt értékhalmazok különbségei — az első és a második szabály egyidejű betartásával — tükrözzék a kérdéses tulajdonság szempontjából a rendszerek közötti különbségeket.

E hozzárendelési szabályok lehetővé teszik, hogy az értékelők a különböző okból fakadó bizonytalanságukat egységes elvek alapján számszerű formában megfogalmazhassák. A bizonytalanság mértékei a kiválasztott részhalmaz viszonya az összes lehetséges értékek halmazához. Határozottság (meggyőződés) esetén a kérdéses tulajdonságot adott rendszer esetében az értékelő egyetlen számértékkel jellemzi, teljes bizonytalanság esetén pedig az összes lehetséges érték halmazát rendeli a tulajdonsághoz.

Az értékelés ezen módjával az objektumok súly-intervallum mátrixához jutunk:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ r_{k1} & \dots & r_{kn} \end{bmatrix}$$

R elemeinek (intervallumainak) származtatása hasonló az értékelési tényezők direkt súlyozásánál elmondottakkal. Tehát $r_{ij}\,(i = 1, \dots, k;\ j = 1, \dots, n)$ az O_i objektum E_j értékelési tényező szerinti csoportvéleményt tükröző intervallum.

VI. *A sorrend meghatározása*

Az objektumok helyezési sorrendjének meghatározásához most már rendelkezésünkre áll:

1. Az értékelési tényezők súly-intervallum vektora:

$$W = (W_1, \dots, W_n)$$

2. Az objektumok súly-intervallum mátrixa:

$$\underset{(k\times n)}{R} = (r_{pq})$$

A sorrend meghatározásához a [0,1]-n egyenletes eloszlású véletlenszám generátort használunk. [8]. Nagyítsunk ki egyetlen szimulációs lépést!

Egymás után generálunk véletlen számokat, majd ezeket rendre a W vektor illetve az R mátrix elemeire (intervallumaira) transzformáljuk.

Ilyen módon kapunk egy véletlenszám vektort: $s = (s_1, \dots, s_n)$, ahol $s_i \in W_i\ (i = 1, \dots, n)$, és egy $\underset{(k\times n)}{X} = (x_{ij})$ véletlenszám mátrixot, ahol $x_{ij} \in r_{ij}$ $(i = 1, \dots, k_{ij} = 1, \dots n)$. s_j az E_i-hez rendelt súlyértéket reprezentálja az adott lépésben, még k_{ij} az O_i objektum E_j értékelési tényezőhöz tartozó aktuális súlyértéke.

Szemléletesen:

$$\begin{array}{c|cccc}
 & s_1 & s_2 & & s_n \\
 & \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\
 & E_1 & E_2 & \dots & E_n \\
\hline
O_1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\
\vdots & & & & \\
O_k & x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kn}
\end{array}$$

Az értékelési tényezők százalékban kifejezett relatív fontosságát az

$$E_1 \to \frac{s_1}{\sum\limits_j s_j} 100(\%),\ E_2 \to \frac{s_2}{\sum\limits_j s_j} 100(\%),\ \ldots,\ E_n \to \frac{s_n}{\sum\limits_j s_j} 100(\%)$$

hozzárendelések hordozzák.

Az O_i objektum E_j tényező szerinti relatív jóságát az

$$\frac{x_{ij} - a}{b - a} \text{ hányadosok fejezik ki } (j = 1, \ldots, n).$$

Egy adott szimulációs lépésben minden objektumot egyetlen számadattal szeretnénk jellemezni. Az

$$O_i \to p_i = \frac{s_1}{\sum\limits_j s_j} \cdot 100 \frac{x_{i1} - a}{b - a} + \ldots + \frac{s_n}{\sum\limits_j s_j} \cdot 100 \frac{x_{in} - a}{b - a} (\%)$$

hozzárendeléssel százalékban kapjuk meg az O_i objektum jóságát minden értékelési tényezőt figyelembe véve. A megfelelő összevonásokat és kiemeléseket elvégezve:

$$p_i = \frac{\sum\limits_j s_j x_{ij} - a \sum\limits_j s_j}{(b - a) \sum\limits_j s_j} \cdot 100\ (\%)$$

súlyértékhez jutunk.

$$p_i = \Big(\sum_j s_j x_{ij} - k_1\Big) k_2, \quad \text{ahol} \quad k_1 = a \sum_j s_j,\ k_2 = \frac{100}{(b - a) \sum\limits_j s_j}.$$

Ez a hozzárendelési szabály skálafüggetlen, hiszen az adott objektum relatív jósága nem változik. Ez a tulajdonság lehetővé teszi, hogy az $[a, b]$ értékelő skálát szabadon megválaszthassuk.

Ha O_i minden értékelési tényező szempontjából a legmagasabb értékelést kapja (az intervallum b végpontját), akkor a hozzárendelt súlyérték: $p_i = 100\%$. $p_i = 0\%$-os jóság akkor és csak akkor jöhet ki, ha a véletlenszámgenerátor minden tényező szempontjából az a végpontot választja.

Az alapcikkben [8] Kahne az $O_i \to p_i = \sum\limits_j s_j x_{ij}$ hozzárendeléssel él, és a [0,10] értékelő skálát javasolja. Ez a hozzárendelési szabály azonban nem skálafüggetlen, de a [0,10] értékelő skálával reális képet ad.

Esetünkben a javasolt formula a következőképpen alakul:

$$O_i \to p_i = c \cdot \sum_{j=1}^{n} s_j x_{ij}, \quad \text{ahol} \quad c = \frac{10}{\sum\limits_j s_j}; \quad \text{mivel} \quad a = 0,\ b = 10.$$

Így az objektumok közötti különbségek arányai ugyanazok mindkét esetben.

Ha az adott lépésben minden objektum esetében megtesszük a fenti hozzárendelést: $O_1 \to p_1, \ldots, O_k \to p_k$, akkor egy lépésben minden objektumot egyetlen számértékkel jellemeztünk.

Ha a $p = (p_1, \ldots, p_n)$ vektort sorba rendezzük, akkor megkapjuk az objektumok sorrendjét az adott lépésben. Legyen a sorba rendezett vektor

$p_s = (p_{i1}, \ldots, p_{in})$, ahol az i_j index arra utal, hogy az i objektum a j-edik a rangsorban az adott lépésben. Azonban nem egyetlen lépés alapján akarjuk eldönteni az objektumok tényleges rangsorát, hiszen eleve m számú értékelésből indultunk ki.

A fentiekben kinagyított egyetlen szimulációs lépést a bizonytalanságok mértékétől függően több százszor (akárhányszor) megismételjük.

Tételezzük fel, hogy M számú szimulációs lépés után megállunk. Az objektumok tényleges sorrendjének megállapításához összegezni kell az egyes lépésekben meghatározott $p^{(j)}$ vektorokat (a felső j index a szimulációs lépésre vonatkozik).

Legyen $z = (z_1, z_2, \ldots, z_k)$, ahol $z_i = \sum_{j=1}^{M} p_i^{(j)}$

z-t (szigorúan) csökkenő sorrendbe rendezve:

$$z_s = (z_{i_1}, \ldots, z_{i_k}); \; z_{i_1} \geq z_{i_2} \geq \ldots \geq z_{i_k}$$

Tehát a sorrend:

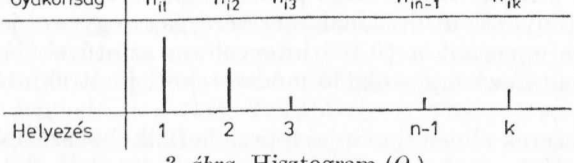
Helyezés	1	2	...	k
Objektum	i_1	i_2	...	i_k

Az objektumok helyezéseinek gyakoriság mátrixa:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & \ldots & h_{1k} \\ h_{k1} & \ldots & h_{kk} \end{bmatrix},$$

ahol h_{ij} jelenti az M számú értékelés után az O_i objektum j-edik helyezésének gyakoriságát.

Ehhez a mátrixhoz úgy jutunk, hogy a lépésenként nyert rangsorhoz helyezéseket rendelünk; a $p_s = (p_{i_1}, \ldots, p_{i_k})$ vektor alapján $p_{i_1} \to 1., \ldots, p_{i_k} \to k.$ helyezést.



3. ábra. Hisztogram (O_i)

Nyilván $\sum_{j=1}^{k} h_{ij} = M (i = 1, \ldots, k)$, hiszen minden objektum, minden szimulációs lépésben kap valamilyen helyezést.

Hasonlóan $\sum_{i=1}^{k} h_{ij} = M (j = 1, \ldots, k)$, hiszen minden lépésben létezik első, második, stb. helyezés.

Célszerű objektumonként hisztogramot készíteni a helyezések gyakoriságairól. (3. ábra)

Ezek a hisztogramok jól szemléltetik, hogy az egyes objektumoknál hányadik helyezés dominált a többi helyezéshez viszonyítva.

A sorrend megállapításának egy másik lehetséges módja, hogy az egyes helyezésekhez pontértékeket rendelünk

Helyezés	1	2	...	k
Pontérték	t_1	t_2	...	t_k

Ha a H mátrixot jobbról szorozzuk a $t = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix}$ pontozóvektorral:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{1k} \\ \vdots & \vdots \\ h_{k1} & h_{kk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_k \end{bmatrix},$$

akkor a $q = (q_1 \ldots q_k)$ vektor sorba rendezésével juthatunk el az objektumok sorrendjéhez.

Ez utóbbi sorrendmegállapításnál problémát okoz a pontozó vektor meghatározása. Továbbá nem veszi figyelembe, hogy a lépésenkénti sorrendmegállapításnál mennyire voltak élesek a különbségek.

Fenti eljárással az objektumok probabilisztikus rangsorát kapjuk, amely a vezetői döntésekhez közvetlenül felhasználható.

Az utilitás mérésének néhány problémája

Az előzőekben vázolt eljárás során a páros összehasonlítás módszere mellett (helyett) az értékelési tényezők súlyainak meghatározására direkt módszereket is ajánl a szakirodalom. A direkt módszereket a gyakorlatban széles körben alkalmazzák, az utilitás (hasznosság, pszichológiai érték) mérésére. Kahne az egyes értékelési tényezők utilitásának mérésére, és az egyes objektumok jóságának megítélésére egyaránt a [0,10] intervallum szintű skálát javasolja [8]. Az utilitás meghatározására szolgáló módszerekről jó áttekintést ad Kindler [9].

A direkt módszerek elméleti alapjai a pszichofizikából származnak. Torgerson [13] sok kiadást megért standard műnek számító skálaelméleti könyvének 4. fejezetében részletesen tárgyalja a direkt módszerek pszichológiai és matematikai kérdéseit. A direkt módszerek intervallumskálán mérik az utilitást, de nem felelnek meg a Neumann–Morgenstern-féle axiómáknak. Kneppreth és társainak beszámolója [12] szerint szoros korrelációt találtak a direkt módszerek és az axiomatikus szerencsejáték (gamble) módszerek között. Az operációkutatásban gyakran alkalmazzák Churchman–Ackoff–Arnoff módszerét [2; 3].

A direkt módszereknek két osztálya van: az egyikben két vonatkoztatási pontot használnak, a másikban egyet. A két vonatkoztatási pontú direkt módszerekben a két szélsőértéket, a 0 pontot és egy másikat rögzítenek (pl. °C hőmérsékleti skála), az egy vonatkoztatási pontúban csak egyet. Az előbbiről jó áttekintést ad ECKENRODE [5], valamint alkalmazási esettanulmánnyal együtt HUBER—SAHNEY—FORD [7], az utóbbiról EKMAN [6], valamint COOMBS és KOMORITA [4], alkalmazásairól KLAHR [11].

A felsoroltakon kívül még igen sok publikáció található a direkt módszerek elméleti és gyakorlati kérdéseiről, de az említettek alkalmasak arra, hogy e gyakorlatilag széles körben használt módszercsoport elméletéről és alkalmazásairól áttekintést kapjunk. A fentiek alapján az eljárásban általunk használt skála az értékelési szabályok alapján egy vonatkoztatási pontú, és ez a pont az átlag (5 skálaérték).

A skálaszint megválasztásán és a vonatkoztatási pont(ok) kijelölésén kívül további probléma az utilitás meghatározásánál a bizonytalanság kezelése. Kahne a bizonytalanság számszerű megfogalmazására javasolja, hogy bizonytalanság esetén a kérdéses objektumot a szakértők ne egyetlen értékkel, hanem intervallummal jellemezzék, az intervallum nagysága legyen arányos a bizonytalanság mértékével (fix érték biztos, teljes intervallum teljesen bizonytalan ítéletet jelent). Hasonló eljárást találunk a PERT hálótervezési módszerben, ahol optimista, legvalószínűbb és pesszimista időbecslést alkalmaznak. A gazdasági kockázattal kapcsolatban ún. ,,háromszögeloszlásokkal'' dolgoznak BÁCSKAI és szerzőtársai [1]. Az eljárásban az utilitás meghatározására hármaspont becslést alkalmaztunk, (alsó határ, legvalószínűbb érték, felső határ), nem tételeztük fel azonban a háromszögeloszlást.

Az ismertetett szimulációs modell szerkezetéből következik, hogy a véletlenszám generátor eloszlásának jellege befolyásolja az eredményt, az objektumok egymáshoz való viszonyát és a bizonytalanság megítélését. KAHNE [8] egyenletes eloszlású véletlenszám generátort javasol, bár megjegyzi, hogy az eloszlás függ a konkrét adatok jellegétől.

Az irodalomból ismert feltételezések alkalmazása mellett vizsgáltuk, hogy tényleges értékelési helyzetben kapott hármaspont becslések esetén a legvalószínűbb értékek milyen eloszlást követnek a becslési intervallumon belül.

Hármaspont becslések statisztikai vizsgálata

Vizsgálatunkban az összemérendő objektumok a Borsodi Szénbányák üzemei voltak. Az összemérés célja az üzemek preferencia sorrendjének meghatározása, az általános döntési szempont az üzemek fejleszthetőségének megítélése. Az objektumok értékelését a NIM Továbbképző Központ egyik tanfolyamának hallgatói végezték tíz értékelési tényező alapján.

Az értékelési helyzet valóságosnak tekinthető: a hallgatók bányászati szakemberek, a különböző üzemekhez tényleges műszaki-gazdasági információkat adtunk meg és megfelelő idő állt a hallgatók rendelkezésére becsléseik kialakításához.

Az értékelő skála [0,10] zárt intervallum, a tulajdonságok jellemzésére felhasználható összes lehetséges érték halmaza. A skála beosztása egyenlő körű, az osztáspontok távolsága egytized. Az előzőekben megadott hozzárendelési szabályok alapján egy-egy értékelési tényező szerint azok az objektumok kapták a magasabb értékeket, melyek az adott tulajdonság alapján fejlesztési szempontból kedvezőbbek. A becslési intervallumok az összes lehetséges érték halmazának részhalmazai.

Minden értékelő, minden objektumot minden értékelési tényező alapján jellemzett. Az értékelők száma $m = 26$, az objektumok száma $n = 8$, az értékelési tényezők száma $k = 10$. Ennek alapján a feldolgozott adatok száma 6240.

Az objektumok megítéléséhez az adatokat az értékelők táblázatos formában kapták üzemenként, esetenként aknák szerinti bontásban is. Valamennyi üzemre egy értékelési tényezőhöz minden értékelő azonos információval rendelkezett. Az értékelő adathármasok statisztikai vizsgálatát ezért az objektumok megkülönböztetése nélkül (azokat egy objektumnak tekintve) értékelési tényezőnként végezzük el. Az értékelés során az értékelők személye nem változott, ezért a határozottságot befolyásoló szubjektív hatások változásától az eredmények értelmezésénél eltekinthetünk. A számítások eredményeit táblázatban foglaltuk össze.

Értékelési tényező	Várható érték			Szórás			Eloszlás					
	ξ_1	η	ξ_2	ξ_1	η	ξ_2	norm η	log-norm ξ_3	Várh. érték ξ_3	szórás ξ_3	Várh. érték ξ_4	szórás ξ_4
E_1	4,16	5,12	5,92	2,21	2,16	2,21	98	99	0,18	0,10	0,61	0,35
E_2	4,05	4,82	5,73	2,21	2,20	2,15	90	99	0,17	0,10	0,54	0,37
E_3	4,48	5,45	6,24	1,76	1,68	1,69	99	99	0,18	0,10	0,63	0,37
E_4	4,38	5,36	6,20	2,06	2,10	2,14	98	99	0,18	0,11	0,62	0,38
E_5	4,43	5,27	5,92	2,15	2,04	2,08	90	nem	0,15	0,10	0,55	0,40
E_6	4,31	5,31	6,21	2,40	2,32	2,35	95	nem	0,19	0,19	0,55	0,38
E_7	4,21	5,20	6,14	2,74	2,52	2,61	95	nem	0,19	0,20	0,53	0,40
E_8	3,78	4,75	5,73	1,97	1,83	2,02	99	nem	0,19	0,18	0,57	0,39
E_9	4,02	5,15	6,33	1,98	1,62	1,78	95	99	0,23	0,22	0,60	0,36
E_{10}	3,41	4,36	5,49	1,92	1,84	2,09	99	nem	0,21	0,20	0,58	0,39

Az eredmények értelmezése

Az a tény, hogy vizsgálatunkhoz egyetlen értékelés eredményei állnak rendelkezésünkre, a következtetések levonásában óvatosságra int. Az elmondottak alapján a továbbiakban megkíséreljük a η várható értékének, a η és ξ_3 eloszlásának, a ξ_3 és ξ_4 várható értékeinek értelmezését az értékelési helyzettel összefüggésben.

1. A legvalószínűbb értékek (η) várható értéke

A táblázat adataiból látható, hogy a η várható értéke valamennyi értékelési tényező esetén a lehetséges értékek intervallumának középső vagy ahhoz igen közeleső értékeit tartalmazza. A becslési intervallumok transzformációja alapján ez azt jelenti, hogy az értékelők az első és második szabályt betartották. Ha az η várható értéke a lehetséges értékek intervallumának közepétől lényeges mértékben eltér, akkor az értékelések felvételtechnikai okok miatt nem megbízhatók, ezért az értékelést az értékelési szabályok újbóli értelmezése után meg kell ismételni.

2. A η és a ξ_3 eloszlása

Az értékelés során azt tapasztaltuk, hogy az értékelők zöme nem volt hajlandó az objektumokat egyetlen értékkel jellemezni, ha azonban a becslési intervallum meghatározásával bizonytalanságát kifejezhette, hajlandó és képes volt megadni a becslési intervallum legnagyobb gyakorisággal várt elemét, ami közvetve azt jelenti, hogy az objektumot egyetlen értékkel jellemezte.

A legvalószínűbb értékek eloszlása valamennyi értékelési tényezőre nagy valószínűséggel normális. Ez azt jelenti, hogy az értékelők az általuk megadott becslési intervallumon belül különbséget tudnak tenni, az egyes értékek bekövetkezését nem azonos valószínűséggel várják. Az előzőekben említettük, hogy a szimulációs döntéselőkészítési modellek a különböző értékek bekövetkezését egyenletes eloszlásúnak tekintik. Eredményeink alapján ez a feltételezés nem minden esetben felel meg az értékelők „valószínűség érzetének".

A határozottsági tényező az értékelési tényezők felénél igen nagy valószínűséggel logaritmikus normális, második felénél nem. A határozottsági tényező nagyságát és eloszlását nagyszámú objektív és szubjektív tényező befolyásolja, ezért a meglevő empirikus anyag alapján elemzésére nem vállalkozunk. Megjegyezzük azonban, hogy az értékelők viselkedésének tanulmányozásában a határozottsági tényező vizsgálatának kiemelkedő szerepe lehet.

3. *A ξ_3 és ξ_4 várható értékei*

A határozottsági tényező várható értékeinek részletes elemzésére az előző pontban előadott okok miatt nem vállalkozunk, az értékeléshez rendelkezésre álló adatokkal összefüggésben két megjegyzést teszünk:

— a határozottsági tényezők várható értékei közti különbségek kisebbek, mint azt a különböző értékelési tényezőkhöz tartozó adatok mennyiségének és minőségének különbözősége indokolja
— a legkisebb várható érték az E_5 (a termelt szén minősége) értékelési tényezőhöz tartozik, mely az adatok alapján a legegyértelműbb, a legnagyobb az E_9 (szociális körülmények) melynek megítélése a legösszetettebb.

Az eltolódási hányados értékei azt mutatják, hogy az értékelők nem a becslési intervallum középső értékét várják a legnagyobb valószínűséggel, vagyis nem minden esetben adnak szimmetrikus környezetet a legvalószínűbb érték körül.

(Beérkezett: 1978. szept. 7-én).

IRODALOM

1. Bácskai—Huszti—Meszéna—Mikó—Szép: A gazdasági kockázat és mérésének módszerei. Budapest, 1976. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó
2. Churchman, C. W.—Ackoff, R. L.: *An approximate measure of value.* Operations Research, 2, pp. 172—187, 1954.
3. Churchman—Ackoff—Arnoff: *Introduction to operations research.* New York, 1957. Wiley
4. Coombs, C. H.—Komorita, S. S.: *Measuring utility of money through decisions,* American Journal of Psychology, 71, pp. 383—389, 1958.
5. Eckenrode, R.: *Weighting multiple criteria.* Management Science, 12, pp. 180—192, 1965.
6. Ekman, G.: *Two generalized ratio scaling methods* Journal of Psychology, 45, pp. 287—295, 1958.
7. Huber—Sahney—Ford: *A study of subjective evaluation models* Behavioral Sciences, 14, pp. 184—189, 1969.

8. KAHNE, S.: *Procedure for optimizing development decisions*. Automatica, 11. k., pp. 261–269, 1975.
9. KINDLER, J.: *A többtényezős döntések elmélete és gyakorlata* (BME Ipari Üzemgazdaságtani Tanszék, 1978. május)
10. KINDLER J.–PAPP O.: *Komplex rendszerek vizsgálata*. Műszaki Könyvkiadó, 1977.
11. KLAHR, D.: *Decision making in complex environment: The use of similarity judments to predict preferences*. Management Science, 15, pp. 595–618, 1969.
12. KNEPPRETH, N. P. et al.: *Techniques for the assessment of worth*. Army Research Institute for the Behavioral Sciences, Arlington, VA., 1974.
13. TORGERSON, W. S.: *Theory and methods of scaling*. New York, 1967. Wiley

MODEL AND PROCEDURE FOR THE STUDY OF COMPLEX SYSTEMS ON THE BASIS OF ENGINEERING-ECONOMIC CRITERIA

We present a model for the preparation of multifactor decisions. The model can manage uncertainty in an explicit form by means of evaluation rules and simulation techniques and gives a probabilistic order of projects to be compared.

For the weighting of evaluation factors the method of pairwise comparisons and the triple point estimation on a [0,10] interval scale is proposed. For the evaluation of projects by factors also the [0,10] interval scale is used as a utility-measuring scale with one reference point. The model is independent of scale, qualitative and quantitative factors can be managed equally well.

The location of the most probable value within the interval as well as the character of the distribution were examined by a statistical analysis of triple point estimations obtained in evaluation situation. It has been found that the most probable value follows normal distribution with great probability and does not always fall on the middle of the estimation interval.

МОДЕЛЬ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

В данной работе излагается модель подготовки принятия решений, пригодная для подготовки многофакторных решений. Данная модель в состоянии обрабатывать неопределенность в явной форме посредством правил по оценке и симуляционной техники и дает вероятностный порядок сравниваемых объектов.

Для определения веса факторов оценки рекомендуется метод парного сопоставления и метод тройственной оценки в интервале диапазону [0,10]; для оценки объектов по факторам оценки также используется интервал [0,10] как шкала измерения утилитарности относительно какой-либо точки. Модель в состоянии обрабатывать качественные и количественные факторы, независимые от шкалы.

Посредством статистического анализа оценки тройственной точки, полученной в результате оценки положения изучалось наиболее вероятное размещение данного значения в пределах интервала, а также и характер распределения. Можно было придти к такому выводу, что наиболее вероятное значение с большой вероятностью имеют нормальное распределение и не всегда располагается в центре оценочного интервала.