

## Optimálási eljárások — az IFIP 8. konferenciája

Az IFIP (International Federation for Information Processing) TC 7 elnevezésű bizottsága 1977. szept. 5–9. között rendezte 8. konferenciáját az optimálási eljárások tárgyköréből a nyugat-németországi Würzburgban.<sup>1</sup> A konferencia gördülékény technikai lebonyolításának feltételeit a würzburgi Alkalmazott Matematikai és Statisztikai Intézet munkatársai teremtették meg, J. Stoer professzor irányításával.

A konferenciának mintegy 230 résztvevője volt, és hozzávetőleg százharminc előadás hangzott el. Az előadások közül nyolc volt plenáris, a többi pedig párhuzamos szekciókban tartották; és volt egy kerekasztal-beszélgetés is, amelyen több fontos kérdést vetettek fel a „világ-modellekkel” kapcsolatban. A plenáris előadások keretében meghívott előadók tekintették át egy-egy tudományág legújabb, illetve legjelentősebb eredményeit. Időrendi sorrendben a következő plenáris előadások hangzottak el:

*M. R. Hestenes* (Los Angeles): A konjugált irányok módszere az optimálásban;

*J. L. Lions* (Rocquencourt, Franciaország): A szabad felületek kapcsolata az optimális vezérlésmélet egyes feladataival;

*W. Hildenbrand* (Bonn): Matematikai közgazdaságtan;

*P. Wolfe* (Yorktown Heights, Egyesült Államok): Optimálási eljárások a differenciálhatóság feltételezése nélkül;

*G. I. Marcuk* (Novoszibirszk): Virus és baktérium okozta betegségekkel szembeni immunitás modellje;

*R. Bulirsch* (München): A közgazdasági és a műszaki tudományokban fellépő vezérlésméleti feladatok numerikus megoldása;

*H. J. Sussmann* (New Brunswick, Egyesült Államok): A katasztrófaelmélet alkalmazásának kritikája.

*L. S. Pontrjagin* (Moszkva) „Lineáris differenciáljátékok” című plenáris előadása az előadó betegsége miatt elmaradt, helyette *A. V. Balakrishnan* (Los Angeles) tartott előadást a sztochasztikus vezérlésmélet témaköréből. A konferencia előadásait — természetesen a plenáris előadások kivételével — az alábbi tizenhárom szekcióban tartották:

1. Az optimális vezérlésmélet számítástechnikai eljárásai;
2. Sztochasztikus vezérlésmélet;
3. Differenciáljátékok;
4. Vezérlésméleti problémák parciális differenciálegyenletekkel;
5. Matematikai programozás, elmélet;
6. Nemlineáris és sztochasztikus programozás;
7. Egész számú programozás, hálózatok elmélete;
8. Immunológia, vezérlésmélet a terápiában;
9. Rendszertervezés a városfejlesztésben;
10. Energiahálózatok és környezetvédelmi rendszerek;
11. Gazdasági alkalmazások;
12. Operációkutatás;
13. Számítógépes és távközlési rendszerek; software problémák.

A konferencia sikeresen valósította meg a nemzetközi tapasztalateserét az optimálási problémákkal foglalkozó kutatók között. Az előadások összessége jól tükrözte az egyes részterületek helyzetét, és elősegítette az új és a korábbiaknál hatékonyabb eljárások áttekintését. Az előadások hozzávetőleg egyharmad—egyharmad arányban oszlottak meg a vezérlésmélet, a matematikai programozás és a további témakörök között. Egyes tudományágakat viszonylag kisszámú előadás képviselt — így például a „Gazdasági alkalmazások” szekciójában mindössze négy előadás hangzott el, — az effajta aránytalanság azonban szinte elkerülhetetlen, és semmiképpen sem írható a rendezők rovására. Mind a plenáris előadásokkal, mind pedig az egyes szekciókban elhangzott előadásokkal

<sup>1</sup> Az előző IFIP konferenciával kapcsolatban lásd Kovács Á. és Sivák J. ismertetését a *Sigma* 1975. évi 4. számában (314–316 p.) továbbá a konferencia kiadványát: *Optimization Techniques. Modeling and Optimization etc. Parts 1–2.* Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1976.

kapcsolatban számos kérdést és megjegyzést tettek fel a jelenlevők, annak jeléül, hogy a kutatók kölcsönösen érdeklődnek egymás munkája iránt. Különösen nagy volt az érdeklődés a szovjet matematikusok eredményei iránt; L. S. Pontrjagin előadásának elmaradása nagy sajnálkozást váltott ki, kivált a vezérelélmélettel foglalkozók körében.

Egy konferencia ismertetésének elmaradhatatlan velejárója néhány előadás mondani-valójának a felidézése. Ha elfogadjuk, hogy általában nagyon nehéz (egyes esetekben meg éppen lehetetlen) egy konferencia száznál több előadása közül néhányat úgy kiválasztani, hogy azok jól reprezentálják a szóban forgó rendezvényt, akkor ez a megállapítás fokozott mértékben vonatkozik a 8. IFIP konferenciára. Az alábbiakban néhány előadás rövid ismertetése következik, azzal a megjegyzéssel, hogy más választás esetleg szerencsésebb lett volna.<sup>2</sup>

W. Hildenbrand (Bonn), „Matematikai közgazdaságtan” című előadásában az egyensúlyi árrendszerek elméletének legfontosabb eredményeit foglalta össze. Az elmélet egyik legjelentősebb következtetéseként értékelte azt a megállapítást, hogy az egyensúlyi árrendszer — feltéve, hogy létezik — abban az értelemben stabil, hogy bármely fogyasztó csupán egy másik fogyasztó rovására javíthatja pénzügyi helyzetét.

R. Bulirsch (München) „A közgazdasági és a műszaki tudományokban fellépő vezérelélméleti feladatok numerikus megoldása” címmel tartott előadást. A legfontosabb eljárásokat három csoportba sorolta; 1. variációs módszerek (Galerkin); 2. gradiens eljárások; 3. a Newton-módszer függvényterekre kidolgozott változata. Az előadó utalt az egyes eljárások alkalmazásával kapcsolatos problémák kezelésére is, így pl. a konvergenciasugár növelésének lehetőségére, továbbá a kollokációs módszer valamint az interpolációs eljárás szerepére.

R. Mifflin (Laxenburg, IIASA) „Félig sima (semismooth) és szemikonvex függvények a feltételes optimumkeresésben” című előadásában az alábbi programozási feladat megoldására adott eljárást igen általános feltételek mellett: minimáljuk az  $f(x)$  függvényt a  $h_i(x) \leq 0$  feltételek mellett, ahol  $f$  és  $h_i$   $n$ -változós valós függvények,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Az előadó bevezette a félig sima és a szemikonvex függvények fogalmát, és kimutatta, hogy amennyiben  $f$  és  $h_i$  rendelkezik ezen tulajdonságok közül legalább az egyikkel, akkor a gradiens módszer általánosítása konvergens vektorsorozatot eredményez, és a határérték a feladat stacionárius pontja. Az eredmény súlyának illusztrálására tekintünk az alábbi értelmezést ( $R^n$  a valós szám- $n$ -esek euklideszi terét jelöli). Az  $f: R^n \rightarrow R$  függvény az  $x$  pontban félig sima, ha a  $(g_k, d)$  skalársorozatoknak ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) egyetlen torlódási pontja van bármely  $d \in R^n$  és bármely  $g_k$  sorozat esetén, feltéve, hogy ez utóbbi eleget tesz az alábbi követelményeknek:

- (a)  $g_k \in \partial f(x + t_k d + h_k)$ , ahol  $\partial f$  az  $f$  függvény Clarke-féle általánosított gradiensét jelöli (l. alább);
- (b)  $t_k \in R$ ,  $t_k$  monoton fogyva tart 0-hoz;
- (c)  $h_k \in R^n$ ,  $h_k/t_k \rightarrow 0$ .

A Clarke-féle általánosított derivált értelmezése a következő:

$$\partial f(x) = \{g \in R^n \mid (g, d) \leq f^\circ(x, d) \text{ minden } d \in R^n \text{ esetén}\},$$

ahol

$$f^\circ(x, d) = \limsup_t \frac{1}{t} (f(x + h + td) - f(x + h)),$$

$h \in R^n$ ,  $h \rightarrow 0$ ,  $t \in R$ , és  $t$  monoton fogyva 0-hoz tart.

H. Maurer és J. Zowe (Würzburg) „Másodrendű szükséges és elégséges feltételek végtelen-dimenziós programozási feladatok optimumára” c. előadásukban a véges dimenziós esetre vonatkozó alábbi eredményt általánosították ha  $f: R^n \rightarrow R$ ,  $g: R^n \rightarrow R^k$  kétszer differenciálható függvények, továbbá  $l \in R^k$ ,  $l \geq 0$ ,  $F(x) = f(x) + l^T g(x)$ , és  $x = x_0$  esetén  $L(x_0) = \{h \in R^n \mid g_l(x_0) h \leq 0 \text{ ha } g_l(x_0) = 0, \text{ és } l^T g'(x_0) h = 0\}$  akkor  $h^T F''(x_0) h$  nemnegativitása  $L(x_0)$ -on szükséges, ugyanennek a kifejezésnek a szigorú pozitivitása az  $L(x_0) \setminus \{0\}$  halmazon pedig elégséges feltétele annak, hogy  $x_0$  (lokális) optima legyen a következő programozási feladatnak:  $f(x) \rightarrow \min$ ,  $g(x) \leq 0$ . Az általánosítás iránya a következő:  $R^n$  és  $R^k$  szerepét az  $X$  és az  $Y$  normált terek veszik át, a  $g(x) \leq 0$  egyenlőtlenség helyébe pedig a  $g(x) \in K$  feltétel lép, ahol  $K$  zárt konvex kúp. A szükséges feltételt szó szerint

<sup>2</sup> A konferencia teljes anyaga a Springer Verlag kiadásában jelenik meg.

sikerült átvinni, az elegendő feltételt viszont csak bizonyos megszorítással. Az eredményt optimális vezérlésméleti problémákban lehet alkalmazni.

S. *Walukiewicz* és M. *Faner* (Varsó) „A pseudo-Boole-változós programozás alkalmazása a dekompozíciós eljárásban” c. előadásukban olyan kevert programozási feladatokkal foglalkoztak, melyek az egész értékű változókban nemlineárisak, a folytonos változókban pedig lineárisak voltak. A problémára a Benders-féle dekompozíciós eljárás egy változatát alkalmazták, melynek technikai megvalósítását a pseudo-Boole-változós programozás segítségével sikerült egyszerűsíteni. Az eredményt sikeresen alkalmazták a gyakorlatban is, így pl. statikailag határozatlan vázszerkezetek minimális anyagköltséggel való megtervezésénél.

H. J. *Sussmann* (New Brunswick, Egyesült Államok) „A katasztrófa-elmélet alkalmazásának kritikája” c. előadása kétségtelenül a konferencia egyik legérdekesebb színtestje volt, s ebben az előadó dinamikus egyénisége is közrejátszott. Az előadó szerint a matematika alkalmazásának területén talán sehol sem akkora a szakadék a modell és a valóság között, mint a katasztrófa-elméletben. Ennek az elméletnek a hívei a biológiai és a természettudományi folyamatokat többnyire differenciálegyenletrendszer segítségével modellezik, és ezek szinguláris pontjait nevezik „katasztrófáknak”. Kétséges azonban, hogy a modell szinguláris pontjai és a modellezett folyamatok szokásostól eltérő eseményei (kataklizmák, konfliktusok stb.) között van-e lényeges kapcsolat.

A konferencia magyar résztvevői a következők voltak: Dancs István (OTSZK), Harnos Zsolt (OTSZK), Mihályffy László (SZÁMKI), Pogány Zsuzsa (Egyetemi Számítóközpont) és Székely Gábor (MTA Izotóp Intézet). *Pogány Zsuzsa* „Egy algoritmus az általánosított szállítási feladat megoldására”, *Mihályffy László* pedig „Egy újabb eljárás a hozzárendelési feladat megoldására a szukcesszív optimumok elve alapján” címmel tartott előadást.

A konferencia zárószavában A. V. Balakrishnan bejelentette, hogy a soron következő IFIP konferenciát 1979. szeptemberében rendezik Varsóban.

MIHÁLYFFY LÁSZLÓ