Tarján Tamás—Tényi György

Kísérlet a beruházási folyamat modellezésére

Bizonyos idő óta vitatott kérdés a szocialista országok közgazdászainak körében a beruházások ciklikussága. Egyes vélemények szerint tulajdonképpen ilyen ciklikusság nem létezik, hanem csak különös okokkal magyarázható egyedi eltérések mutathatók ki. Felvetődnek itt olyan érvek, amelyek szerint a statisztikai adatszolgáltatás esetlegességeinek, az árindexszámításokkal kapcsolatos bizonytalanságoknak stb. is van bizonyos szerepe.

E cikk szerzőinek egyike [1] arra a következtetésre jutott, hogy az említett bizonytalanságok ellenére valószínűsíthető, hogy a magyar népgazdasági beruházási tevékenységében az 1960—1975 időszakban ciklikusság mutatható ki.

Az említett tanulmányban levont főbb következtetések:

1. Magyarországon az 1960—1975. időszakban eléggé szabályos, lényegében 4 éves ciklusok figyelhetők meg a beruházási volumen *növekedési ütemében*. Az említett időszakban az átlagos növekedési ütem 8—9%, a mélypontokon 0—2%-os, a csúcspontokon pedig 15—20%-os növekedési ütemek mutathatók ki.

2. A beruházási ciklusokkal azonos fázisban (de jóval kisebb amplitúdókkal) ingadozik a fogyasztás növekedési üteme is, tehát a végső belső felhasználás. Ennek megfelelően a beruházások növekedési üteme közvetlenül nem a fogyasztás növekedési ütemének rovására emelkedik.

3. A hozzáadott érték belföldi termelése mutat ugyan ingadozásokat, de ezek amplitúdója a felhasználásénál kisebb, alakulása pedig ahhoz képest meglehetősen véletlenszerűnek tekinthető. Ez a megállapítás érvényes marad akkor is, ha csak az iparban és az építőiparban megtermelt hozzáadott értéket vizsgáljuk.

4. Minthogy tehát a termelés nem követi teljes mértékben a belső felhasználás ingadozásait, a különbözetnek a külkereskedelmi mérleg egyenlegében kell lecsapódnia. Különféle okok következtében (készletfelhalmozás, statisztikai számbavétel) ez a statisztikában (és feltehetően a gazdaságvezetés szemében is) csak *egyéves késéssel* jelentkezik.

5. A központi állami szervek a beruházási folyamatba elsősorban az ilyen egyensúlyzavarok kiküszöbölése (vagy megelőzése) céljából avatkoznak be. Feltételezhető azonban, hogy a beavatkozás nem azonnal válik hatásossá, mert eleinte talán nem eléggé erőteljes és/vagy több-kevesebb késéssel érvényesül. Ennek számos oka lehet. Ezek közül különösen figyelemreméltónak tűnik számunkra az, hogy a beruházások fellendítését vagy visszafogását célzó intézkedések nem egy pillanatszerűen szabályozható folyamatra hatnak,

hiszen a kivitelezés alatt álló beruházások folyó ráfordítási igényei az adott évi beruházási volument — illetve legalábbis a beruházási igényeket — bizonyos mértékig determinálják.

Feltehető most az a kérdés, hogy a beruházások ilyen értelemben vett determináltsága nem lehet-e (és ha igen, milyen körülmények között) egyik oka a beruházási ingadozások kialakulásának. Cikkünkben ennek a kérdésnek a vizsgálatához kívánunk néhány adalékkal hozzájárulni.[1]

Vegyünk szemügyre egy konkrét beruházást. Egyrészt a beruházás anyagi-műszaki szerkezetéből és a szóba jöhető (építési, szerelési) technológiák optimális időigényéből eleve adódik a megvalóstásnak valamilyen technikai időminimuma. Másrészt a beruházó a pénzügyi lehetőségeket, a beruházás megvalósulásának sürgősségét, az építési-szerelési kapacitások várható hiányait is figyelembe veszi és ezzel kialakul a beruházás várható (vagy remélhető) átfutási ideje és felrakódási üteme. Lehetségesnek tartjuk, hogy ha a beruházásokat alkalmasan kategorizáljuk (nagyság, anyagi-műszaki összetétel, tervezett megvalósítási idő szerint), e kategóriák átlagára könnyebben értelmezhetjük a várható vagy normális megvalósítási ütemet, mint az egyes beruházásokra. Ha jogosnak bizonyul az a feltevés,hogy egy adott évben induló valamennyi beruházás — illetve kategória — időbeli megvalósulását többé-kevésbé kötöttnek tekinthetjük, a teljes megindított beruházásmennyiség időbeli megvalósítása sem lehet túlságosan képlékeny.

Modellünk alapgondolata az, hogy végletesnek fogjuk fel ezt a meghatározottságot, azzal, hogy feltételezzük: a t-edik évben indított beruházások költségelőirányzatából $\alpha_1^{(t)}$ hányadnak kell megvalósulnia az első évben, $\alpha_2^{(t)}$ hányadnak a második évben stb., és (ha a legtovább elnyúló beruházás megvalósításának ideje T év), $\alpha_T^{(t)}$ hányadnak a T-edik évben. Nyilván

$$\sum_{i=1}^{T} \alpha_i^{(t)} = 1, \qquad (t = 1, 2, \ldots)$$

Az ilyen $\alpha_i^{(j)}$ számok együttesét nevezzük megvalósítási megoszlásnak és az $\{\alpha_i^{(t)}\}_{i=1}^{T}$ jellel jelöljük. Megjegyezzük, hogy a megvalósítási megoszlást nem tekintjük egyszer s mindenkorra adottnak, hiszen ezt a gazdaságirányítási rendszer, a gazdaságpolitika (és ezen belül a fejlesztéspolitika) számos tényezője befolyásolhatja. Nem tételezzük fel továbbá, hogy ez a megoszlás feltétlenül meg is valósul, hanem úgy értelmezzük, hogy egy adott évben indított beruházások esetében van — az adott körülmények között — bizonyos kényszerítő ereje és csak külső kényszerek hatására módosul.

Tisztában vagyunk azzal, hogy nem könnyű statisztikai tartalommal megtölteni a megvalósítási megoszlás fogalmát. Ez még leginkább úgy látszik megoldhatónak, hogy reprezentatív beruházások programjában foglalt megvalósítási megoszlásokból számítunk globális megoszlást. A már üzembehelyezett beruházások felrakódására vonatkozó utólagos statisztikai adatok is felhasználhatók, noha ezekben már a fedezet- és kapacitáshiányok okozta elhúzódások is jelentkeznek, márpedig a beruházási folyamat dinamikája szempontjából a *szándékolt* megvalósítási ütemnek van elsőrendű jelentősége.

[1] A szerzők köszönetüket fejezik ki hasznos tanácsaikért és információikért Berend Ivánnak, Bródy Andrásnak, Katona Gyulának, Kovács Jánosnak, Simonovits Andrásnak, és Virág Ildikónak.

Lehetséges továbbá, hogy bizonyos következtetések már akkor is levonhatók, ha egyetlen meghatározott $\{\alpha_i\}_{i=1}^T$ megoszlás helyett egy „lassú" és egy „gyors" kivitelezésnek megfelelő határmegoszlás adható meg. Ha ugyanis ezek az utóbbiak valamilyen értelemben hasonló tulajdonságú beruházási folyamatokat eredményeznek, akkor feltételezhető, hogy a valóságos („közbülső") megoszlásból adódó folyamat is rendelkezik ezzel a tulajdonsággal. Esetleg a megoszlás bizonyos kvalitatív tulajdonságai is kifejezhetők valamilyen lassú-gyors intervallummal.

Indokolt az az ellenvetés, hogy egy adott beruházás indításával vállalt elkötelezettség összegszerűen sem teljesen egyértelmű, hiszen ha például megindul egy autópálya valamely szakaszának megépítése, vitatható, hogy ezzel a többi szakasz megépítésére is kötelezettséget vállaltunk-e, és főleg hogy a megindítással az egész autópálya megépítésének üteme is eldőlt-e. (Ebből a példából egyébként jól érzékelhető, hogy az általunk definiált megvalósítási megoszlás nem függ a részleges üzembehelyezések lehetőségétől.) Reméljük azonba, hogy óvatos kompromisszummal munkaképes becslésekhez juthatunk.

Másik kiindulópontunk az a feltevés, hogy a folyó beruházások összegére nézve minden évre megadható egy-egy alsó és felső korlát. Hangsúlyozzuk: általában csak e korlátok *létezését* kell feltételeznünk, nem pedig azt, hogy valamilyen előre adott képletből legyenek kiszámíthatók. A megvalósítási megoszlás és a folyó beruházási korlátok felhasználásával modellt állítunk fel, amely elsősorban annak vizsgálatára alkalmas, hogy a megvalósítási megoszlás milyen tulajdonságai könnyítik, ill. nehezítik meg a beruházási folyamat mederben tartását; vagyis, mennyiben lesz a beruházási folyamat spontán hajlamos arra, hogy kitörtjön a folyó beruházás korlátai közül.

A modell az időtől függő $\{\alpha_i^{(t)}\}_{i=1}^T$ megoszlásokkal is értelmezhető és alkalmazható, de a továbbiakban feltételezzük, hogy a megvalósítási megoszlás évről évre változatlan, és ennek megfelelően a megoszlás jelölésében az időre utaló felsőindexet elhagyjuk.

Annak a pénzösszegnek a jelölésére, melyet a t-edik évben a megvalósítás k-adik évében ($1 \leq k \leq T$) levő beruházásokra (k-adik évjáratú beruházásoknak nevezzük őket) kell fordítani, bevezetjük a

$$b_t^{(k)}$$

jelölést.

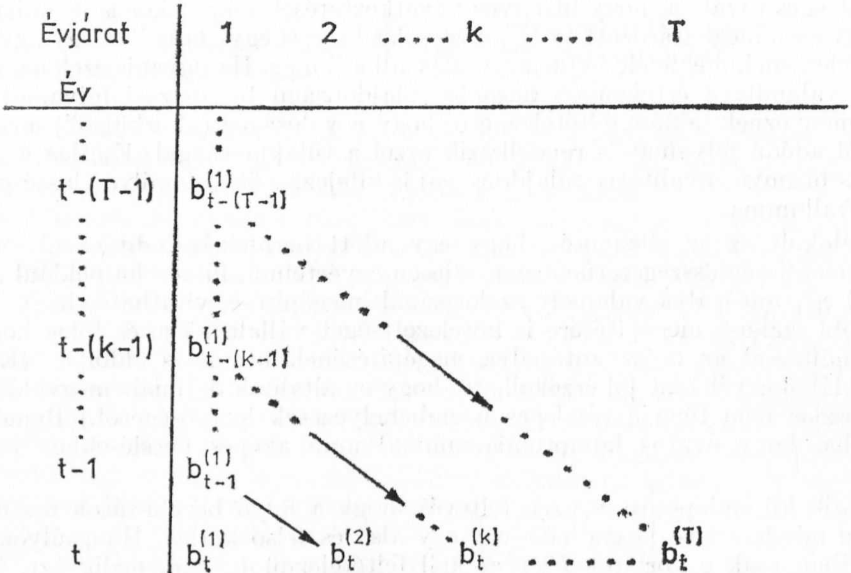
Az $\{\alpha_i\}_{i=1}^T$ megoszlás érvényesülésének feltételezése azt jelenti, hogy ha valamely évben

$$b_t^{(1)}$$

összeget költünk új beruházások indítására, ez egyértelműen meghatároz bizonyos

$$b_{t+1}^{(2)}, \quad b_{t+2}^{(3)}, \quad b_{t+(T-1)}^{(T)}$$

ráfordításokat, amelyeket rendre a $t+1, t+2, \ldots t+(T-1)$ években kell ezekre a beruházásokra költeni (lásd az alábbi táblázatot).



A táblázatból könnyen kiolvasható, hogy

$$b_t^{(k)} = \frac{\alpha_k}{\alpha_1} b_{t-(k-1)}^{(1)} \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Világos, hogy ha valamilyen $t-1$-edik évre adottak a $b_{t-1}^{(1)}, b_{t-1}^{(2)}, \ldots b_{t-1}^{(T-1)}$ értékek, ezekből a $b_t^{(2)}, b_t^{(3)}, \ldots b_t^{(T)}$ ráfordítások egyértelműen meghatározhatók. A

$$\sum_{k=2}^{T} b_t^{(k)}$$

összeget a t-edik év beruházási kötelezettségének fogjuk nevezni. Szükségünk lesz még egy definícióra. Egy tetszőleges t_0 évet kezdeti évnek választunk, és a megfelelő

$$b_{t_0}^{(1)}, b_{t_0}^{(2)}, \ldots, b_{t_0}^{(T)}$$

értékek együttesét kezdeti helyzetnek nevezzük.

Mindig feltételezzük, hogy

$$b_{t_0}^{(k)} \geq 0, \qquad k = 1, \ldots, T$$

A modell egy speciális esete

Modellünket először egy speciális esetben értelmezzük, amelyben feltételezzük, hogy a beruházások évi összege évről évre azonos ütemben nő (sőt kezdetben feltételezzük, hogy állandó), továbbá, hogy az új beruházások indítására fordítható (és fordítandó) összeg szigorúan meg van határozva az évi beruházási összeg és az előző évből átszármazó kötelezettség közötti különbségből. Ebből következik, hogy

$$\sum_{k=1}^{T} b_t^{(k)} = C; \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{2}$$

Feltételezzük itt azt is, hogy az adott megoszlás mindenképpen teljesül, ha pedig ez nem lehetséges, mert valamilyen t esetén

$$\sum_{k=2}^{T} b_t^{(k)} > C,$$

vagyis a kötelezettség már önmagában véve is nagyobb, mint a lehetséges beruházás, akkor a modellt az adott paraméterekkel működésképtelennek nyilvánítjuk. Itt éppen a működésképesség feltételeit keressük. A működéslépesség egyenértékű a

$$b_t^{(1)} \geq 0 \qquad t = 1, 2, \ldots$$

feltétel teljesülésével.

Az (1) összefüggést a (2) egyenletbe behelyettesítve:

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha_k b_{t-(k-1)}^{(1)} = \alpha_1 C \tag{3}$$

Vezessük be az

$$\varepsilon_{t-(k-1)} = b_{t-(k-1)}^{(1)} - \alpha_1 C \tag{4}$$

jelölést. Ezzel (3)-ból kapjuk:

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha_k (\alpha_1 C + \varepsilon_{t-(k-1)}) = \alpha_1 C \tag{5}$$

Rendezve és figyelembe véve, hogy

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha_k = 1 \tag{6}$$

kapjuk:

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha_k \varepsilon_{t-(k-1)} = 0 \tag{7}$$

Bebizonyítható, (lásd 1. függelék), hogy a (7) differenciaegyenlet:

$$\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$$

megoldásainak [és a (4) összefüggés értelmében a

$$\{b_t^{(1)}\}_{t=1}^{\infty}$$

indítássorozatnak] a tulajdonságai a (7) egyenlet együtthatóival képzett

$$\sum_{k=1}^{T} \alpha_k x_{T-k} = 0 \tag{8}$$

polinom (az ún. karakterisztikus polinom) gyökeitől és a kezdeti helyzettől függnek a következőképpen:

1. Ha a kezdeti helyzet abból adódik, hogy

$$b_t^{(1)} = \alpha_1 C, \qquad t = 1, \dots, T,$$

akkor az $\{\alpha_i\}_{i=2}^T$ együtthatóktól függetlenül mindig

$$b_t^{(1)} = \alpha_1 C, \qquad t = T+1, \dots$$

Ezt nevezzük lengésmentességnek. Tehát $\alpha_1 C$ az egyensúlyi indítás szerepét tölti be.

2. Általában, ha a kezdeti helyzetről nem kötjük ki, hogy egyensúlyi legyen, a

$$\{b_t^{(1)}\}_{t=1}^{\infty}$$

indítássorozat *hosszútávú* (aszimptotikus) viselkedését egyedül az $\{\alpha_i\}_{i=1}^T$ együtthatók szabják meg. Legyen a (8) egyenlet legnagyobb abszolút értékű gyökének (a domináns gyöknek) abszolút értéke q.

a) Ha $q > 1$, akkor a $\{b_t\}$ $(t \to \infty)$ növekvő amplitúdójú rezgéseket ír le, mégpedig úgy, hogy valamilyen t_0-ra

$$b_{t_0}^{(1)} < 0,$$

tehát a modell az adott paraméterekkel előbb-utóbb működésképtelenné válik. Az ilyen megoszlást destabilizálónak nevezzük.

b) Ha $q = 1$, akkor $\{b_t\}$ állandó amplitúdójú rezgéseket végez (semleges megoszlás).

c) Ha $q < 1$, akkor

$$b_j \to \alpha_1 C, \text{ ha } t \to \infty.$$

Ekkor stabilizáló megoszlásról beszélünk.

A *rövidtávú* viselkedést a megoszláson kívül még a kezdeti helyzet is befolyásolja. A (8) egyenlet gyökei egyébként a $\{b^{(k)}\}$ rezgéseinek frekvenciáját is megszabják. Ennek részleteit, valamint a kezdeti feltételektől való függés explicit formáját az olvasó megtalálja az 1. függelékben. Itt csak annyit jegyzünk meg, hogy a 2.b és 2.c feltétel teljesülése (a $T = 2$ esettől eltekintve) még nem elegendő a működésképességhez, vagyis ahhoz, hogy

$$b_t^{(1)} \geq 0 \qquad t = 1, 2, \dots$$

legyen. Még az is szükséges, hogy eleinte (az „átmeneti időszakban") is elég kicsinyek legyenek a kilengések, úgy, hogy valamely t_0 időpontig

$$\varepsilon_t \geq -\alpha_1 C \qquad t = 1, 2, \dots, t_0$$

legyen. Ez általában csak véges sok érték kiszámításával ellenőrizhető $t =$ $= 1$-től kezdve.

Noha azt, hogy valamely megoszlás stabilizáló-e vagy sem, a $q < 1$ kritérium teljesülése, ill. nem-teljesülése eldönti, mégis érdemes bevezetni a stabilizáló hatás erősségének fogalmát. Legyen az $\{\alpha_i'\}_{i=1}^{T'}$, ill. az $\{\alpha_i''\}^{T''}$ megoszlásokhoz tartozó karakterisztikus polinomok domináns gyökének abszolút értéke q', ill. q''. Ha $q' < q''$, az $\{q_i'\}_{i=1}^{T'}$ megoszlást erősebben stabilizálónak, (ill. kevésbé destabilizálónak) mondjuk az $\{\alpha_i''\}_{i=1}^{T''}$ megoszlásnál.

Ugyanis a rövidtávú viselkedést a stabilizáló, (ill. destabilizáló) hatás erőssége és a kezdeti helyzetnek az egyensúlytól való távolsága együttesen szabja meg. Enyhén stabilizáló megoszlás eleinte még nagy kilengéseket okozhat, ha a kezdeti helyzet eltérése az egyensúlyitól nagy, és megfordítva, ha a kezdeti helyzet közel van az egyensúlyihoz, enyhén destabilizáló megoszlás sem okoz kezdetben nagy kilengéseket. Márpedig modellünkkel elsősorban a rövidtávú viselkedést szándékozunk vizsgálni. abból kiindulva, hogy a paraméterek amúgy is megváltozhatnak. Látni fogjuk, hogy ezek a megfontolások fokozottan érvényesek az általános modellre.

Nehézséget okoz ebből a szempontból, hogy az $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$ megoszlásból általában közvetlenül nem lehet leolvasni, stabilizáló hatású-e vagy sem, és arra sem lehet általános receptet adni, hogy az adott megoszlás milyen megváltoztatásával lehet a hozzá tartozó q csökkenését elérni. Könnyen belátható, hogy a $T = 2$ esetben a stabilizáló hatás szükséges és elégséges feltétele, hogy

$$\alpha_1 > \alpha_2$$

egyen, sőt azt is meg lehet mutatni, hogy ha $T = 3$, az

$$\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3$$

a stabilizálás elégséges feltétele. Ebből — és néhány további példából — úgy sejtjük, hogy az „orrnehéz" megoszlások — ahol a beruházások zömét az első évben (években) kell végezni — stabilizálóak, a „farnehéz" megoszlások viszont (ahol a zöme a végére marad) destabilizálóak.

Nem nehéz belátni (lásd 2. függelék), hogy ha az évi beruházás állandó ütemben nő (vagy csökken),

$$C_t = C \cdot \gamma^t, \text{ ahol } C, \gamma > 0$$

akkor a stabilitás, ill. instabilitás kritériuma a konstans C esetével analóg:

1. A lengésmentesség feltétele:

$$b_t^{(1)} = \alpha_1 C \cdot \frac{\gamma^t}{\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}}} \qquad t = 1, \dots, T \tag{9}$$

2/a A destabilizálás feltétele:

$$\frac{q}{\gamma} > 1$$

2/b A semlegesség feltétele:

$$\frac{q}{\gamma} = 1$$

2/c A stabilizálás feltétele:

$$\frac{q}{\gamma} < 1$$

A 2/b és 2/c esetben a működésképességhez most még az szükséges, hogy valamely t_0 időpontig

$$\varepsilon_t \geq -\alpha_1 C \cdot \frac{1}{\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}}} \qquad t = 1, \ldots, t_0$$

Látható tehát, hogy rögzített $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$ esetén $\gamma > 1$ stabilizáló, viszont $\gamma < 1$ destabilizáló hatású, ha pedig γ nő, a stabilizáló hatás erősödik, ill. a destabilizáló hatás gyengül, az egyensúlyi kezdeti helyzet pedig némileg megváltozik.

A beruházási folyamat általános modellje

Az előző rész eredményeinek felhasználásával most visszatérünk a bevezetőben felvázolt problémához. A beruházási folyamatról ott adott leírást a következőképpen öntjük konkrét modell formájába:
először megadjuk a modell paramétereit:

a) veszünk egy $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$ megoszlást;

b) megadjuk az évi beruházások alsó és felső korlátainak kiszámítására vonatkozó szabályt.

Ezt megtehetjük, pl. egyszerűen t függvényében, vagy akár úgy is, hogy a t-edik évre vonatkozó alsó és felső korlát függjön a $t - 1, t - 2, \ldots$ évben kialakult korlátoktól, vagy beruházási volumentől (pl. a t-edik évben a beruházás legalább x, de legfeljebb y százaléka lehet az előző évi beruházásnak, ahol $0 \leq x \leq y$.

c) Választunk valamilyen $\gamma > 0$ szándékolt beruházásindítási növekedésütemet. Ebből a (9) képlet alkalmazásával kiszámítjuk az egyensúlyi kezdeti helyzetet. (Ez csak egy konstans szorzótól eltekintve van meghatározva, de ennek nincs jelentősége). Az egyensúlyi kezdeti helyzethez tartozó indítás és a γ figyelembevételével t minden értékére adva van a szándékolt beruházásindítás. Nyilvánvaló, hogy ha a beruházásindítás γ növekedési üteme zavartalanul érvényesülhet (nem ütközik a b) pontban megszabott korlátokba), akkor az összes beruházás növekedési üteme is γ lesz. Modellünk szempontjából azonban nem szükségszerű, hogy γ értékét így válasszuk meg. (Megjegyezzük, hogy a b) és c) felcserélhető, ha ezzel a beruházási szituációt realisztikusabban írhatjuk le, tehát megadhatunk először valamilyen γ átlagos beruházásnövekedési ütemet (és egyúttal ,,szándékolt indítást''), és ehhez viszonyítva jelölhetünk ki minden évre beruházási korlátokat, pl. $\pm 10\%$ az egyensúlyi beruházáshoz viszonyítva).

d) Megadunk valamilyen szabályt arra, hogy ha valamelyik t évben a kötelezettség és a c) pont alapján számított szándékolt indítás (együtt ,,beruházási szükséglet'') nem esik az ugyanarra az évre vonatkozó korlátok közé, hogyan módosuljon az egyes évjáratoknak jutó beruházás. A szabálynak biztosítania kell azt, hogy a korrigált beruházás a korlátok közé essék és hogy legalább az indítást, ill. a többi évjáratot differenciáltan kezelhessük. (Pl. túllépés esetén az indítást $\beta \cdot x$, a többi évjáratot x százalékkal kell csökkenteni, ahol β a modell paramétere, x értékét pedig az szabja meg, hogy a korrigált összeg a felső korláttal legyen egyenlő.)

e) Felvesszük valamilyen nem-egyensúlyi kezdeti helyzetet (egyensúlyi kezdeti helyzetből ugyanis – ha γ és a korlátok kompatibilisek – triviálisan mindig egyensúlyi helyzet adódna).

A számítás menete

Veszünk az e) pont alapján meghatározott nem-egyensúlyi kezdeti helyzetet ($t = 1$).

A választott $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$ megoszlással ebből kiszámítjuk a $t = 2$ évi kötelezettséget, hozzáadjuk a c) pont alapján a t = 2 évre számított szándékolt kezdést. Ez adja a $t = 2$ évi beruházási szükségletet, amelyet egybevetünk a b) pont alapján adódó beruházási korlátokkal. A d) szabály alkalmazásával korrigáljuk az egyes évjáratoknak jutó összeget. A korrekciókat nyilvántartjuk (majd az elmaradást pozitív, ill. az előreszaladást negatív előjellel átvisszük a $t = 3$ év azonos évjárataiba). A $t = 2$ évi korrigált beruházásból az $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$ megoszlással (a fenti hátralékok figyelembevételével) kiszámítjuk a $t = 3$ évi kötelezettséget. A beruházásindításnál azonban nem vesszük figyelembe az előző évi elmaradást vagy többletet, hanem a $t = 3$ évi szándékolt kezdést írjuk be stb.

Nyilvánvaló, hogy ez a modell sohasem válik működésképtelenné, a B) részben megadott értelemben.

Az általános modellben stabilizáló tényezőként hat egyrészt az, hogy a beruházási összeg minden évben bizonyos határok között mozoghat, másrészt pedig az, hogy ha a szükségletet korrigálni kell, a korrekció nem kizárólag az indítást terheli.

Stabilizáló tényező az is, hogy a szánzkolt indítás az egyensúlyi értéktől spontán nem tér el, de csak abban az esetben, ha a szándékolt növekedési ütem mindig belefér a korlátok közé.

Mielőtt a levonható következtetésekre rátérnénk, előre kell bocsátanunk, hogy az általános modellre vonatkozóan egzakt eredményeink nincsenek, hanem egyenlőre csupán numerikus példákon és a B) részben tárgyalt speciális esetre támaszkodó heurisztikus megfontolásokon alapuló sejtéseket mondhatunk ki. A manuális számítások időigényessége miatt a lehetséges paraméterkombinációkból vett meglehetősen szűk „mintával" dolgozhattunk. Éppen a következtetések sejtésszerű jellege miatt fontosnak tartjuk, hogy bemutassuk a paraméterek lehetséges tartományának azt a részét, amelyre számításaink kiterjedtek.

a) Mint említettük, megfelelő beruházási korlátok esetén stabilizálja a modell működését az, hogy soha nincs spontán eltérés az egyensúliy(szándékolt) indítástól. Meg kellene vizsgálni, mi történik, ha az indítások — bizonyos korlátok között — spontán is változhatnak.

b) Nincs elegendő számítási tapasztalatunk a megoszlás változtatásával kapcsolatban. Az eddigi számításokban csak két-három stabilizáló ($q < 1$), ill. destabilizáló ($q > 1$) megoszlás szerepelt.

c) Csak egyféle átlagos növekedési ütemmel számoltunk. Nem vizsgáltuk hogy az átlagos növekedési ütem megváltoztatása pl. változatlan sáv mellett hogyan befolyásolja a rendszer viselkedését.

d) Csak a szándékolt növekedési ütemhez képest szimmetrikus korlátokkal dolgoztunk (pl. ha a szándékolt növekedési ütem évi 10%, a korlátok 5—15 vagy 0—20 százalék voltak).

e) Túllépés esetén a kötelezettség valamennyi évjáratát azonos arányban csökkentettük, csak az indításoknál engedtünk meg más csökkenéstű mégpedig úgy, hogy ha az indítást x százalékkal, a kötelezettség évjáratait y százalékkal csükkentjük, a $\beta = \frac{x}{y}$ egy számítási sorozaton belül állandó maradt. A β paramétert az indításra való ráterhelés mértékének nevezzük.

Elmaradás esetén viszont csak az indítást növeltük meg, nem vettük figyelembe a folyamatban levő beruházások gyorsításának lehetőségét. Ez feltehetően stabilizáló hatású lenne.

f) Nincs egzakt definíciónk az egyensúlyi helyzettől való kezdeti eltérés fogalmára. Nagyobb kezdeti eltérésen azt értjük, hogy minden évjárat nagyobb mértékben tér el az egyensúlyi helyzettől.

Rátérve most a következtetésekre, először osztályozzuk a modell lehetséges viselkedési típusait:

a) Előfordulhat, hogy a beruházási szükséglet kezdettől fogva nem ütközik a beruházási korlátokba (nem túl destabilizáló megoszlás, az egyensúylitól nem nagyon eltérő kezdeti helyzet, a korlátokkal kompatibilis szándékolt növekedési ütem esetén). Ekkor a modell gyorsan beáll az egyensúlyi növekedési ütemre.

b) Lehetséges, hogy a beruházási szükséglet eleinte néhányszor beleütközik az alsó és felső korlátokba, de azután a kilengések csökkennek, és idővel beáll az egyensúlyi növekedési ütem.

Ebben a két esetben a modellt az adott paraméterekkel stabilnak nevezzük.

c) Végül megtörténhet, hogy a beruházási szükséglet kezdettől fogva állandóan beleütközik a korlátokba, a szükséges korrekciók egyre növekednek (vagy legalábbis nem csökkennek). Ilyenkor instabilitásról beszélünk.

Finomabb különbségeket is érzékelhetünk. Pl. lehetséges, hogy a modell két különböző paraméter-együttes esetén egyaránt instabil, de a második paraméter-együttessel a korrekciók szisztematikusan kisebbek, mint az elsővel. Vagy előfordulhat, hogy két más paraméter-együttes egyaránt stabil működést eredményez, de a második paraméter-együttessel a beruházási szükséglet kevesebbszer ütközik a korlátokba, hamarabb rátér az egyensúlyi pályára, mint az elsővel. Mindkét esetben azt mondjuk, hogy a stabilitás javul. Az alábbi táblázat foglalja össze a valószínűsíthető megállapításokat. A táblázat minden sorához hozzáértendő az a megszorítás, hogy „a többi paraméter változatlansága esetén”.

A modell paraméterei	A paraméterek változásának iránya	A stabilitás változása
Megvalósítási megoszlás, $\{\alpha_i\}_{i=1}^{T}$	stabilizáló hatás erősödik (q csökk.)	javul
Az indítások szándékolt növekedési üteme, γ	nő	(nem vizsgáltuk, feltehetően javul)
Az évi beruházások felső és alsó korlátai közötti különbség, $\overline{B}_t - \underline{B}_t$	bővül	javul
Az egyensúlyi helyzettől való kezdeti eltérés	nő	romlik
Az indításra való ráterhelés mértéke, β	nő	romlik

A legfontosabb — ismételjük: sejtésszerű — következtetésünk az, hogy minél erősebb a megoszlás stabilizáló hatása, annál inkább lehet a beruházási feszültségeket az indításra ráterhelni, miközben a modell még mindig stabilan működik. Megfordítva, minél destabilizálóbb a megoszlás, annál szűkebb sávon belül kell — az egyensúlyi indítási pályához viszonyítva — tartanunk a beruházásindításokat, különben a modell instabillá válhat, és ez az összes folyó beruházásra vonatkozó korlátokat csak olyan kitágításával ellensúlyozható, amilyen reálisan nem valósítható meg.

Megjegyezzük, hogy az így kialakuló ciklikus mozgást semmiképpen sem szándékozunk azonosítani a „beruházási ciklussal". Csak arra akarunk rámutatni, hogy bizonyos körülmények között a beruházási igények (ahogy azt itt definiáltuk) oldalán kialakult helyzet befolyásolhatja a beruházások fellendítésére vagy visszafogására irányuló lépések hatásosságát.

A további kutatás két irányban haladhat: egyrészt meg kellene kísérelni, hogy a magyar népgazdaságot az utóbbi években, ill. a közeljövőben jellemző megvalósítási megoszlásokat, ill. egyéb paramétereket megállaptsuk, és a modell működését e paraméterértékek környezetében „nagyítóval" vizsgáljuk; másrészt a numerikus példák szaporításával (esetleg deduktív módszerekkel) ellenőrizni a sejtéseket.

Különösen fontos kérdés, hogy az általános modellre is érvényes-e az a megállapítás, hogy a megoszlás stabilizáló, ill. destabilizáló hatása csak a hozzá tartozó karakterisztikus polinom q-jától függ-e, mint azt eddigi számítási eredményeink alapján feltételeztük.

Nem vizsgáltuk még azt sem, azonos-e az adott megoszláshoz tartozó karakterisztikus polinom domináns gyökének megfelelő periodicitás és az általános modellben talált periodicitás, vagy pedig ez az utóbbi még más paraméterektől is függ.

1. függelék

A differenciaszámítás tankönyveiben [2] megtalálható, hogy a (7) homogén lineáris differenciaegyenlet $(T-1)$ darab bázismegoldását a (8) karakterisztikus polinom gyökei segítségével az alábbi módon nyerjük:

legyenek $q_1, q_2, \dots q_p$ a (8) karakterisztikus egyenlet egymástól különböző (esetleg komplex) gyökei, ahol $s_1, s_2, \dots, s_p$ jelölje rendre a $q_1, q_2, \dots, q_p$ gyök multiplicitását, tehát

$$\sum_{i=1}^{p} s_i = T-1.$$

Ekkor a bázismegoldások a következők:

$$B=\{q_1^t, tq_1^t, \dots, t^{(s_1-1)}q_1^t;\quad q_2^t, tq_2^t, \dots, t^{(s_2-1)}q_2^t; \dots;\quad q_p^t, tq_p^t, \dots, t^{(s_p-1)}q_p^t\} \tag{10}$$

azaz röviden: $B=\{t^j q_j^t : 0 \le j < s_i, 1 \le i \le p\}$

Ezen bázismegoldások tetszőleges lineáris kombinációja kielégíti a (7) differenciaegyenletet. Így az $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{T-1}$ kezdeti feltételeket kielégítő lineáris kombináció $\lambda_{i,j}$ $(1 \leq i \leq p,\ 0 \leq j < s_i)$ együtthatóit a

$$\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=0}^{s_i-1} \lambda_{i,j} t^j q_i^t = \varepsilon_t \qquad 1 \leq t < T \tag{11}$$

egyenlet szabja meg. Ezen együtthatókkal tetszőleges t-re ε_t az

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=0}^{s_i-1} \lambda_{i,j} t^j q_i^t \tag{12}$$

alakban áll elő.

Jelöljük ϱ-val a (8) karakterisztikus egyenlet azon legnagyobb abszolút értékű q_i gyökének abszolút értékét, amelyhez van olyan j, hogy $\lambda_{i,j}$ nem zérus gyöke (12)-nek, azaz $\varrho = \max\{|q_i|,\ 1 \leq i \leq p$ és $\exists j;\ 0 \leq j < s_i$ és $\lambda_{ij} \neq 0$ gyöke (12)-nek$\}$.

Két esetet különböztetünk meg:

a) ha $\varrho > 1$ vagy $\varrho = 1$ és van olyan i,j, hogy $\varrho = |q_i|$, $\lambda_{i,j} \neq 0$ és $j > 0$, akkor nincs olyan t_0 küszöbszám, amelytől kezdve minden t-re teljesülne az

$$\varepsilon_t \geq -\alpha_1 C \tag{13}$$

feltétel, vagyis a beruházási rendszer nem működőképes.

b) Ha $\varrho < 1$, akkor $\lim_{t\to\infty} \varepsilon_t = 0$. Ezért van olyan t_0 küszöbszám, hogy a (13) feltétel teljesül, ha $t > t_0$, az $1 \leq t \leq t_0$ intervallumban pedig az összes ε_t érték kiszámolásával győződhetünk meg, hogy a (13) egyenlőtlenség teljesül-e vagy sem.

A (12) előállítás az $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$ sorozatot egyértelműen bontja fel, exponenciálisan erősödő, ill. gyengülő szinuszos rezgésekre, amelyeknek jól definiált hullámhosszuk, amplitúdójuk és fáziseltolódásuk van.

Megadjuk az $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$ sorozatnak olyan, a (12)-vel ekvivalens előállítását, amelyből az amplitúdó és hullámhossz könnyen kiolvasható.

Tekintsük a (8) karakterisztikus egyenlet nem negatív képzetes részű $q_1, q_2, \ldots, q_s$, $(s \leq p)$ gyökeit.

Ekkor q_k a $q_k = r_k\ (\cos \varphi_k + i \sin \varphi_k)$ alakú, ahol $0 < \varphi_k \leq \pi$. Alkalmas $\nu_{i,j}, \psi_i$ konstansok segítségével ε_t előáll az

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=0}^{s_i-1} \nu_{i,j} t^j r_i^t \sin(\psi_i + t\varphi_i)$$

alakban.

Ennek alapján $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$ előáll s darab szinuszhullám eredőjeként, ahol az i-edik hullám

$$\text{hullámhossza: } \tau_i = \frac{2\pi}{\varphi_i}\,\text{év}$$

$$\text{amplitúdója: } A_t = \sum_{j=0}^{s_i-1} \nu_{i,} t^j r_i^t.$$

2. függelék

Ha $C_t = C \cdot \gamma^t$, ahol $C, \gamma > 0$, akkor a modell speciális esetében szereplő feltevések értelmében, és az (1) képletet behelyettesítve, a (3)-nak megfelelő $\sum_{k=1}^{T} \alpha_k b^{(1)}_{t-(k-1)} = \alpha_1 C \gamma^t$ képletet kapjuk, amelyet γ^t-vel végigosztva:

$$\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}} \cdot \frac{b^{(1)}_{t-(k-1)}}{\gamma^{t-(k-1)}} = \alpha_1 C$$

Vezessük be az

$$\varepsilon_{t-(k-1)} = \frac{b^{(1)}_{t-(k-1)}}{\gamma^{t-(k-1)}} - \frac{\alpha_1 C}{\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}}}$$

jelölést. Ezzel

$$\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}} \cdot \frac{\alpha_1 C}{\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}}} + \sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}} \varepsilon_{t-(k-1)} = \alpha_1 C$$

Leegyszerűsítve:

$$\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}} \cdot \varepsilon_{t-(k-1)} = 0$$

Ennek a differenciaegyenletnek a karakterisztikus polinomja:

$$\sum_{k=1}^{T} \frac{\alpha_k}{\gamma^{k-1}} x^{T-k} = 0 \qquad (14)$$

γ^{T-1}-gyel végigszorozva:

$$\Sigma \alpha_k (\gamma \cdot x)^{T-k} = 0 \qquad (15)$$

Valahányszor egy x_0 (esetleg komplex) szám gyöke a (14) egyenletnek, $\gamma \cdot x_0$ gyöke a (15) egyenletnek, és megfordítva. Ha tehát a (15) egyenlet domináns gyökének abszolút értéke q, a (14) egyenlet domináns gyökének abszolút értéke $\frac{q}{\gamma}$ lesz.

(Beérkezett: 1977. május 27.)

IRODALOM

1. Tényi, Gy.: Beruházási egyenetlenségek a magyar népgazdaságban. Budapest, 1976. A Közgazdaságtudományi Intézet sokszorosított kiadványa.
2. Gelfond, A. O.: Differenciaszámítás. Budapest, 1954. Akadémiai Kiadó.
3. Frisch, R.: Kvantitatív és dinamikus közgazdaságtan, Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó 103–137. o.

EXPERIMENT FOR MODELLING THE INVESTMENT PROCEDURE

The authors introduce the concept of the ,,implementation coefficients''. In the present discrete case the implementation coefficients are by definition the real numbers

$$\alpha_1^{(t)}, \alpha_2^{(t)}, \ldots, \alpha_t^{(t)}; \qquad \left(\sum_{i=1}^{T} \alpha_i^{(t)} = 1\right)$$

which show that given the total cost B_t of all investment projects started in the t-th year the part that will be spent

in the t-th year is $\alpha_1^{(t)} B_t$,

in the $(t+1)$-th year is $\alpha_2^{(t)} B_t$, and so on

in the $(t+T-1)$-th is $\alpha_T^{(t)} B_t$.

The authors deal with two investment models based on these implementation coefficients.

The first model is a more special one in which the following two conditions are assumed:

1) The implementation coefficients $\alpha_1^{(t)}, \alpha_2^{(t)}, \ldots, \alpha_T^{(t)}$ do not depend on the starting time t.

2) The total yearly appropriation for investment purposes increases exponentially.

Starting from these conditions the authors give an analytical decomposition of the time-series B_t into sine waves. Using this decomposition they give necessary and/or sufficient conditions for convergence of B_t and define its periodicity. Using these results the authors construct a more general model of the investment process from which some suggestions can be drawn for a stabilizing investment policy.

ЭКСПЕРИМЕНТ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЯ

Авторы вводят понятие «реализационного распределения». В соответствии с этой формулировкой реализационное распределение (в дискретном случае) представляет собой ряд цифр

$$\alpha_1^{(t)}, \alpha_2^{(t)}, \ldots, \alpha_t^{(t)} \qquad \left(\sum_{i=1}^{T} \alpha_i^{(t)} = 1\right)$$

показывающих; что из суммы «B_t» ассигнований на капитальные вложения начатые в год «t» сколько было освоено

в год «$_8$» часть $\alpha_1^{(t)}$

в год «$_8 + 1$» часть $\alpha_2^{(t)}$ и т. д.

в год $(_8 + T - 1)$ часть $\alpha_T^{(t)}$

В связи с этим авторы рассматривают две модели капитальных вложений.

Первая модель является более специфической и при этом исходят из следующего:

1) распределение в аспекте реализации является заданным независимо от

2) сумма капитальных вложений ежегодно равномерно увеличивается.

Исходя из этого авторы приводят аналитическое формирование ряда новых ежегодно развертываемых капитальных вложений «$в_t$», посредством чего «$в_t$» выступает в качестве суммы синусовых колебаний.

Посредством использования этих результатов авторы развертывают более общую модель капитальных вложений, на основании которой могут быть внесены некоторые предложения по стабилизации политики капитальных вложений.