Fényes Tamás—Sári József

Periódikusan változó közgazdasági folyamatok

A gyakorlati tapasztalatok azt jelzik, hogy a gazdasági folyamatok tartamidő-sorainak elemei szoros kapcsolatot mutatnak
- egyrészt a közvetlen megelőző időszak,
- másrészt egy teljes egységnyi elszámolási időszakkal (évvel) előbbi azonos időintervallum

adataival. Ilyen folyamatnak tekinthető többek között
- az áruforgalom (értékesítés, beszerzés)
- a termelés (és költségei)
- a fogyasztás
- a pénzforgalom (bevétel, kiadás).

A jelen cikkben megvizsgáljuk, hogy a tartamidősoroknak ez a tulajdonsága milyen feltételek között használható fel gazdasági előrejelzésre, egyben megadjuk a folyamatok általános matematikai megoldását, és végül bemutatjuk a módszer gyakorlati alkalmazását számításaink eredményeinek közlésével·

1. A probléma felvetése

A tartamidősorok közötti kapcsolatokra vonatkozó fentiekben megfogalmazott állításunk általános formában az alábbi egyszerű összefüggéssel fejezhető ki:[1]

$$F(t) = \alpha(t) \frac{F(t-n)}{F(t-n-1)} F(t-1) \tag{1}$$

ahol

F = a forgalmi folyamat
α = a fejlődés várható (becsült) ütemeltérési együtthatója
t = az idő általában
n = az éven belüli periódusok száma a t-szerinti időegységbekben kifejezve.

Az (1)-ben felírt egyenlőség lényegében azt fejezi ki, hogy két egymást követő időszak adatának hányadosa azonos az n periódussal későbbi két egymás utáni intervallum forgalmának láncviszonyszámával. Eltérést csupán az $\alpha(t)$ együttható okoz, amelynek az a szerepe, hogy a fejlődésben várható ütemeltérést a t-edik időszakban kiegyenlítse a $(t-1)$-edik időszakhoz képest.

[1] A kifejezés a *Persons*-féle láncindex-módszer egy speciális egyszerűsített formája.

A gyakorlatban adódhat az a feladat is, hogy egy teljes periódushosszal eltolt összefüggésből végezzük el a számításokat. Ekkor matematikailag (1)-gyel teljesen egyenértékű összefüggést írhatunk fel.

Azaz:

$$F(t) = \alpha(t) \frac{F(t-1)}{F(t-n-1)} F(t-n)$$

Az átalakítás mennyiségi változást nem eredményez, minőségileg viszont kifejezi, hogy az n periódus-különbséggel rendelkezésre álló adatok hányadosai között ugyancsak az $\alpha(t)$ hozza létre az egyenlőséget.

Miután az $F(t)$ várható (becsült) érték, s a megelőző $F(t-1)$, $F(t-2)$, ... adatok mind tapasztalati (tény-) számok, a prognózis minősége nagyban függ az $\alpha(t)$ értékének helyes megválasztásától. Ezért az $\alpha(t)$ együtthatóval kissé bővebben foglalkozunk.

Az $\alpha(t)$ az empirikus adatokhoz viszonyított ütemmódusulást jellemző együttható, amely az utána következő törtkifejezésben megfogalmazott változás (dinamikus viszonyszám) helyesbítésére szolgál. Feltételezzük, hogy $F(t)$ értéke $F(t-1)$-hez és $F(t-n)$-hez képest nem kizárólag egy múltban végbement változás arányában módosul, hanem hatással van rá az az ütemkülönbség is, amennyivel a népgazdasági vagy vállalati tervekből illetve annak teljesítéséből következően nagyobb vagy kisebb volumen- és ár, illetve ezek együttes eredményeként — értékváltozás várható a következő időszakban. Lényegében a tendeciaszerű ütemváltozást értjük ezen a helyesbítő tényezőn. Ebből következően felfogható úgy is, mint rugalmassági mutató, határérték. Ilyen lehet pl. ha a lineáris trendben meghatározott elemek közötti állandó különbségek arányának változását a trendből következő várható értékekhez viszonyítjuk. Ezt a megoldást akkor célszerű alkalmazni, ha rendkívüli árváltozások következtében az árindexek közötti különbség nagysága $\alpha(t)$-re nem értelmezhető.

A fenti meggondolások alapján az $\alpha(t)$ számszerűen két oldalról közelíthető. Mégpedig:

— a népgazdasági tervben megadott, a fejlődést jellemző dinamikus viszonyszámokból illetve a tervezett volumen-ár- és értékindexekből;

— az évközi teljesítések alapján — a még hátralevő periódusok alatt elérhető, illetve végbemenő arányeltolódásokból.

Nagyságrendileg az $\alpha(t)$ értéke *1* körül ingadozik, ahol az empirikus és a várható ütem különbsége egy viszonylag kicsi $\varepsilon(t)$ nagyság. Azaz:

$$\alpha(t) = 1 + \varepsilon(t) \tag{2}$$

Az $\alpha(t)$ és így az $\varepsilon(t)$ empirikus idősora meghatározható az (1) összefüggésből. Ezeket a számított adatokat azonban két okból sem tartjuk alkalmasnak a prognózisok készítésénél. Először azért, mert értékükben nagymértékű — és a jövőre nem vonatkoztatható — ingadozást idéznek elő a véletlenszerűségek, másodszor pedig azért ,mert a jövőre nézve új feltételek adódnak a népgazdasági vagy vállalati tervből a fejlődési ütem változására. Márpedig az $\alpha(t)$ értékének éppen ezeket a módosító hatásokat kell kifejeznie ahhoz, hogy elfogadhatóak legyenek a becsült értékek.

Az $\alpha(t)$ gazdasági tartalmát már meghatároztuk. Érvényesülésének időtartamára azonban külön is figyelve, azt állapíthatjuk meg, hogy az (1) és az abból levezetett összefüggésekben szereplő tényezők szorzatösszegei végeredményben a $(t-1)$ időszakkal bezáróan tartalmazzák a folyamat értékbeni (volumen- és ár-) változását az adott tapasztalati számok alakulása szerint. Ily módon $\alpha(t)$-nek csupán a t-edik időszak helyesbítését kell szolgálnia. Ezt pedig — amint előzőleg megállapítottuk — a tervezett (prognosztizált) értékváltozásnak az empirikus adatokban kifejezésre nem jutó különbsége adja meg. Az $\alpha(t)$, ill. az $\varepsilon(t)$ tehát a becslések helyesbítéséül szolgáló tervezett (prognosztizált) adatok várható értéke. Tekintettel arra, hogy a népgazdasági tervek legkisebb időegysége általában az év, ezért ilyen esetben az n periódusból álló idősor mindegyikére ugyanazt az $\alpha(t)$ várható értéket tudjuk csak alkalmazni. Vállalati tervek (negyedéves, havi stb.) esetén lehetséges, hogy valamennyi t-hez önálló $\alpha(t)$ érték tartozik. Ez a pontosabb becslés alapja.

Az ismertetett módszer ellenőrző számítása céljából természetesen haszos lehet valamilyen trend- vagy regressziós függvény szerint is elvégezni a prognózist. Ekkor a kapott $Y(t)$ értékekhez hozzá kell számítanunk a szezonálisan jellemző hibahatárnak megfelelő $\sigma(t)$ összeget (mennyiséget) is. Az általunk végzett — és a 3. pontban ismertetett számítások szerint $\alpha(t)$ alkalmazása esetén nincs szükség a szórási hiba, illetve a szezonindex alkalmazására, mert az (1) kifejezésben mindkét módosító tényező kifejezésre jut.

Ha ugyanis feltételezzük, hogy az (1) összefüggésben szereplő hányadost az n bármely egészszámú többszörösére is vonatkoztathatjuk $\left(\text{pl. } \dfrac{F(t-n)}{F(t-n-1)}\right.$; $\left.\dfrac{F(t-2n)}{F(t-2n-1)}\text{; stb.}\right)$, akkor e hányadosokból képezhető idősor jól szemlélteti az ütemkülönbség szezonális jellegét.

A továbbiakban részletesebb vizsgálat tárgyává tesszük az (1)-ben megfogalmazott összefüggéseket. A kifejtés során feltételezzük, hogy az idősorokban megmutatkozó periodicitás n bármilyen egészszámú többszörösének időegységére vonatkozhat. A gazdasági folyamat tartalmára azonban fennáll az a megszorítás, hogy homogén részeire vonatkoztatható az összefüggés, s csak az egyes részadatok meghatározása után végezhető el összevonással a teljes adatra a becslés. Pl. ha az árbevétel előrejelzését az egyes értékesítési irányok szerint részletezik (belföld, külföld-Rbl és $ viszonylat), akkor a külön-külön elvégzett számítások után összegezéssel állapíthatjuk meg a végeredményt.

2. A feladat általános matematikai megoldása

Az alábbiakban az (1) egyenlet részletes matematikai diszkussziójával fogunk foglalkozni, azt n tetszőleges egész értékére megoldjuk. (1) egy nemlineáris differenciaegyenlet, amelyet egyszerű módon lineáris egyenletre lehet visszavezetni.

Közgazdaságilag nyilvánvaló, hogy $\alpha(t) > 0$, $F(t) > 0$. Így képezve (1) mindkét oldalának logaritmusát $X(t) = \log F(t)$ új függő változó bevezetésével az alábbi lineáris egyenletre jutunk.

$$X(t) - X(t-1) - X(t-n) + X(t-n-1) = \log \alpha(t). \tag{3}$$

Legyen $\alpha(t) = 1 + \varepsilon(t)$, ahol $|\varepsilon(t)| \ll 1$, ekkor $\log \alpha(t) = \log [1 + \varepsilon(t)] \simeq \varepsilon(t)$ és azt kapjuk, hogy

$$X(t-n-1) - X(t-n) - X(t-1) + X(t) = \varepsilon(t) \tag{4}$$

A lineáris egyenletek elméletéből ismeretes egyrészt, hogy (4) egyértelmű megoldásához elő kell írnunk $X(t)$ kezdeti értékeit a $t = -1, -2, \ldots -n, -n-1$ időpontokban, ami nyilvánvalóan azt jelenti, hogy ismernünk kell $F(t)$ értékeit a bázisidőszakban. Másrészt (4)-nek az előírt kezdeti feltételeket kielégítő megoldását megkapjuk, ha a (4)-hez tartozó homogén egyenletet megoldjuk a feladat előírt kezdeti feltételei mellett és az így kapott megoldáshoz hozzáadjuk a (4) inhomogén egyenlet zérus kezdeti feltételeket kielégítő megoldását.

Keressük a (4)-hez tartozó homogén egyenlet egy partikuláris megoldását ξ^t alakban, amelyet a (4)-hez tartozó homogén egyenletbe helyettesítve némi számolás után a

$$\xi^{n+1} - \xi^n - \xi + 1 = 0 \tag{5}$$

alakú karakterisztikus egyenlet adódik. (5) gyökei tetszőleges n esetén rögtön felírhatók. Ugyanis

$$\xi^{n+1} - \xi^n - \xi + 1 = (\xi - 1)(\xi^n - 1) = 0$$

egyenletből látjuk, hogy (5) gyökei az n-edik egységgyökök, ahol $\xi = 1$ kétszeres gyök. A (4) -hez tartozó homogén egyenlet általános megoldása (valós alakban) az alábbi formában írható a karakteriszitikus gyökök segítségével

$$X_{\text{homogén}}(t) = ct + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \sin \frac{2k\pi}{n} t + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} b_k \cos \frac{2k\pi}{n} t, \quad \text{ha } n \text{ páros}, \tag{6}$$

$$X_{\text{homogén}}(t) = ct + \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} a_k \sin \frac{2k\pi}{n} t + \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} b_k \cos \frac{2k\pi}{n} t, \quad \text{ha } n \text{ páratlan}. \tag{7}$$

Fenti kifejezésekben szereplő c, a_k, b_k együtthatók tetszőleges számok lehetnek.

Illesszük (6), (7) általános megoldást az előrt kezdeti feltételekhez. Az $X = \log F$ figyelembevételével (6), (7) általános megoldásból a c, a_k, b_k ismeretlenekre nézve az alábbi $(n+1)$ ismeretlenes algebrai egyenletrendszer írható fel:

$$\begin{aligned} &-cj - \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \sin \frac{2k\pi j}{n} + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} b_k \cos \frac{2k\pi j}{n} = \log F(-j), \quad \text{ha } n \text{ páros;} \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad j = 1, 2, \ldots n+1 \\ &-cj - \sum_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} a_k \sin \frac{2k\pi j}{n} + \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} b_k \cos \frac{2k\pi j}{n} = \log F(-j), \quad \text{ha } n \text{ páratlan.} \end{aligned} \tag{8}$$

(8) megoldását tetszőleges n esetében nem írjuk fel explicite. Vegyük észre azonban, hogy c ismeretlen értéke igen egyszerűen meghatározható. Ugyanis

ha (8)-ban j helyébe $(n + 1)$-et, majd 1-et írunk és az így kapott két egyenletet egymásból kivonjuk, a szinuszos és coszinuszos tagok kiesnek és kapjuk, hogy

$$c = \frac{1}{n} \log \frac{F(-1)}{F(-n-1)} \tag{9}$$

Az alábbiakban közöljük a (8) egyenletrendszer megoldását az $n = 4$ esetben A részleteket mellőzzük.

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{7}{8} \log F(-1) - \frac{5}{8} \log F(-5) + \frac{1}{4} \log [F(-2) . F(-3) . F(-4)] \\
b_1 &= \frac{1}{4} \log \frac{F(-1)}{F(-5)} + \frac{1}{2} \log \frac{F(-4)}{F(-2)} \\
b_2 &= -\frac{1}{8} \log [F(-1) . F(-5)] + \frac{1}{4} \log \frac{F(-2) . F(-4)}{F(-3)} \\
a_1 &= \frac{1}{4} \log \frac{F(-1)}{F(-5)} + \frac{1}{2} \log \frac{F(-3)}{F(-1)} .
\end{aligned} \tag{10}$$

Térjünk most rá a (4) inhomogén egyenlet nulla kezdeti értékeket kielégítő partikuláris megoldásának meghatározására. Ezt a z-transzformáció módszerével végezzük el. Képezve a (4)-ben szereplő $X(t)$, $\varepsilon(t)$ függvények z-transzformáltját

$$\overline{X}(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{X(i)}{z^i}, \quad \overline{\varepsilon}(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\varepsilon(i)}{z^i}$$

és figyelembevéve, hogy a keresett partikuláris megoldásnak a bázisidőszakban zérus értékeket kell felvenni, (4)-ből nyerjük, hogy

$$\frac{1}{z^{n+1}} \overline{X}(z) - \frac{1}{z^n} \overline{X}(z) - \frac{1}{z} \overline{X}(z) + \overline{X}(z) = \overline{\varepsilon}(z) \tag{11}$$

Ebből azonnal adódik, hogy

$$\overline{X}(z) = \overline{\varepsilon}(z) \frac{z^{n+1}}{z^{n+1} - z^n - z + 1} \tag{12}$$

Az $\overline{f}(z) = \dfrac{z^{n+1}}{z^{n+1} - z^n - z + 1}$ inverz transzformáltja az $f(t)$ könnyen meghatározható. U. i.

$$\begin{aligned}
\overline{f}(z) &= \frac{z^{n+1}}{z^{n+1} - z^n - z + 1} = \frac{z^{n+1}}{(z-1)(z^n - 1)} = \\
&= \frac{z}{z-1} \cdot \frac{z^n}{z^n - 1} = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{z^n}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{z^i} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{z^{ni}}
\end{aligned} \tag{13}$$

(13)-ból azonnal következik a z-transzformáció szorzási szabályának alkalmazásával, hogy

$$(14) \qquad f(t) = \sum_{k=0}^{t} g(k), \text{ ahol } g(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } t = 0, n, 2n, 3n \dots \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Végeredményben tehát

$$(15) \qquad f(t) = k, \text{ ha } (k-1)n \leq t \leq kn - 1, \qquad k = 1, 2, 3, \dots,$$

Most ismét felhasználva a z-transzformáció szorzási tételét, (12)-ből a keresett partikuláris megoldást az alábbi Cauchy szorzat alakjában nyerjük:

$$(16) \qquad X_{\text{part}}(t) = \sum_{j=0}^{t} \varepsilon(j) f(t-j)$$

A keresett — az előírt kezdeti értékeket — kielégítő megoldás tehát (6)-ból és (16)-ból (a gyakorlatban fennálló n = páros esetre szorítkozva)

$$(17) \qquad X(t) = ct + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \sin\frac{2k\pi}{n} t + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} b_k \cos\frac{2k\pi}{n} t + \sum_{j=0}^{t} \varepsilon(j) f(t-j),$$

ahol c a (9)-ből, $f(t)$ a (15)-ből az a_k, b_k együtthatók pedig a (8) egyenletrendszer megoldásából adódnak.

Végül az $F(t) = e^{X(t)}$-ből egyszerű átalakítással kapjuk, hogy

$$(18) \qquad \begin{aligned} F(t) &= \left(\sqrt[n]{\frac{F(-1)}{F(-n-1)}}\right)^t \exp\left(\sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \sin\frac{2k\pi}{n} t + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} b_k \cos\frac{2k\pi}{n} t\right) \cdot \\ &\cdot \exp\left(\sum_{j=0}^{t} \varepsilon(j) f(t-j)\right); \quad t \geq 0, \quad n = \text{páros}. \end{aligned}$$

Analóg kifejezés írható fel az n = páratlan esetben.

Vizsgáljuk meg a kapott eredményt. Mint látjuk ez három tényezőből tevődik össze. Ezek közül a harmadik az $\varepsilon(t)$ befolyását írja le a vizsgált folyamatra. Az $\varepsilon(t)$ függvény értékei kicsik, és hosszú távon sem befolyásolhatja ez a faktor erősen a folyamat jellegét, minden esetben csak a $(t; t-1)$ intervallum közötti helyesbítést szolgálja. Ha nem vesszük tekintetbe $\varepsilon(t)$ torzító hatását, vagyis $\varepsilon = 0$ feltételezéssel élünk, úgy az

$$(19) \qquad F^*(t) = \left(\sqrt[n]{\frac{F(-1)}{F(-n-1)}}\right)^t \exp\left(\sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} a_k \sin\frac{2k\pi}{n} t + \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} b_k \cos\frac{2k\pi}{n} t\right)$$

alakra redukálódik.

$F^*(t)$ második faktora periódikus függvényt állít elő n hosszúságú periódussal. $F^*(t)$ első faktora a trendet adja meg. Látható, hogy — amennyiben eltekintünk az $\varepsilon(t)$ zavaró hatásától — a folyamat végtelenben való viselkedését kizárólag a $\beta = \dfrac{F(-1)}{F(-n-1)}$ hányados értéke dönti el.

Ha a bázisintervallum két végpontján felvett F értékek arányát jellemző β-ra

$$\beta > 1, \text{ úgy } F^*(t) \to \infty, \text{ ha } t \to \infty$$

és a folyamat instabil. Ha

$$\beta < 1, \text{ úgy } F^*(t) \to 0, \text{ ha } t \to \infty$$

és a folyamat stabil. Végül, ha

$$\beta = 1,$$

úgy a folyamat tiszta periódikus.

3. Gyakorlati alkalmazás

A felvetett probléma megoldhatóságának igazolása céljából két iparág árbevételére végeztünk számításokat. A becslések 1976-ra vonatkoznak negyedéves üztemezésben. Azért választottuk az 1976. évet, mert így módunkban áll legalább az első három negyedév tényszámával egybe vetni a kapott eredményeket.

Gépipar

Az $\alpha(t)$ mutatóra éves ütemváltozási adatok állnak rendelkezésre, így az 1976 évnek mind a négy negyedévében ugyanazt az értéket vesszük figyelembe. Bár a negyedéves ütemváltozás pontosabb eredményt adna, véleményünk szerint mégsem követünk el nagyobb hibát, mert a tapasztalatok szerint az árváltozás nagyjában- egészében egész évben azonos mértékű, a volumenváltozást pedig a szezonális ingadozások sokkal erőteljesebben befolyásolják, mint maga az ütem eltérő alakulása. A terv szerint ebben az iparágban mind a volumen, mind pedig az ár növekedési üteme csökkenni fog 1976-ban 1975-höz viszonyítva. Az ütemváltozás jellemzője 0,9842 a volumennél és 0,9895 az árnál. Ily módon

$$\alpha(1976) = 0{,}9739, \quad \text{azaz} \quad \varepsilon(1976) = 0{,}0261$$

Az (1) sz. egyenlőség második tényezője az $F(t-n) : F(t-n-1)$ hányados. Ezek a hányadosok az egymást követő idősorok szezonális ingadozását kifejező indexeknek is vélelmezhetők. Tájékoztatásképpen az alábbi táblázatban közöljük az iparág mutatóit.

Szezonális jellemzők

Év	I. negyedév	II. negyedév	III. negyedév	IV. negyedév
1971	0,6805	1,2522	0,9653	1,3022
1972	0,7376	1,1910	0,9434	1,2833
1973	0,7610	1,1365	0,9610	1,2875
1974	0,7621	1,2166	0,9555	1,3123
1975	0,7622	1,2480	0,8886	1,3464
Átlag	0,7415	1,2089	0,9428	1,3055

A prognózis készítésekor mérlegelés tárgyát képezheti, hogy a számtani átlagot vagy valamely más mutatót, esetleg a mutatók trend értékeit használjuk-e fel. Lényeges, hogy a szélsőségesen kicsi vagy nagy értékeket figyelmen kívül hagyjuk. Jelen esetben azt a megoldást választjuk, hogy a számtani átlagot és a valóságos középső értéket (medián) is felhasználjuk számításainknál.

A képletben szereplő harmadik tényező az utolsó ismert forgalmi tényszám, azaz

F(1975. IV.) = 54,8 Mrd.Ft. Az $F(t-1)$ idősor további értékeit a becslések útján kapjuk meg és folyamatosan lépésről-lépésre helyettesítjük be a soron következő egyenlőségbe.

Ellenőrzés céljából meghatároztuk az iparág 1970. IV. n. é. – 1975. IV. n. évig terjedő idősorából a trend értékeket és a szóródás nagyságát is.

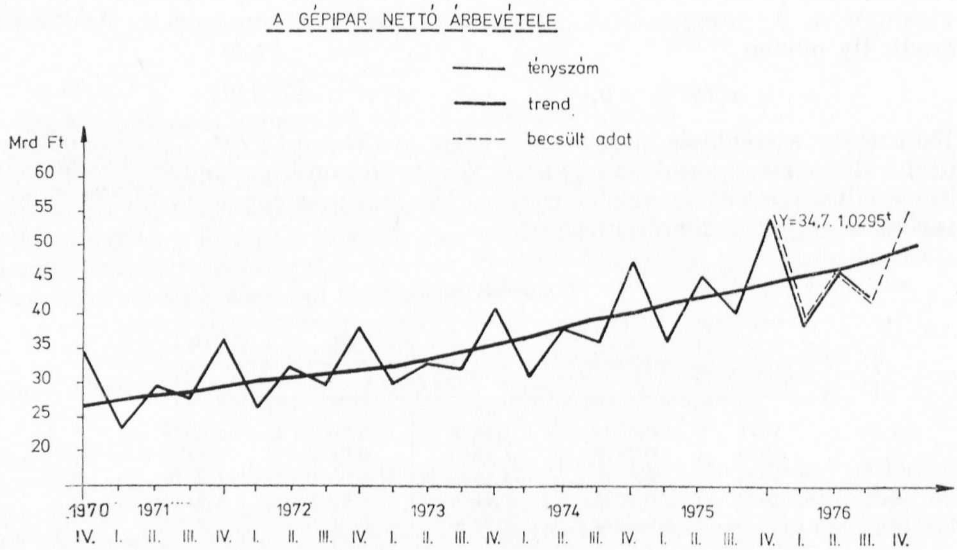
Eszerint

$$Y = 34{,}7 \cdot 1{,}0295^{t} \text{ Mrd Ft és}$$

$$\sigma = \pm 4{,}7 \text{ Mrd Ft.}$$

Megjegyezzük, hogy a σ hibahatárt értelemszerűen vettük figyelembe, a szezonszerűség kiegészítéseképpen. Ebben a tekintetben jól eligazít a mellékelt ábra.

A becslés eredményeit – összehasonlítva 1976. I.–III. n. év már ismert adataival – a következő táblázat tartalmazza.



1. ábra

Nettó árbevétel
(1976)

Milliárd Ft-ban

t	Tényszám	Becsült adatok				
		$\frac{F(t)}{F(t-1)}$ átlaga sz.	$\frac{F(t)}{F(t-1)}$ mediánja sz.	Exp. trend sz.		
				Y értéke	p helyesb.	$Y \pm \sigma$ érték
1.	39,4	39,6	40,6	46,2	−4,7	41,5
2.	46,2	46,6	48,1	47,4	0	47,4
3.	42,9	42,8	44,8	48,6	−4,7	43,9
4.	—	54,4	56,8	49,9	+4,7	54,6

A fenti adatokból megállapítható, hogy az általunk alkalmazott becslési eljárás viszonylag jó közelítést ad a valóságos folyamatra anélkül, hogy külön hibahatárral dolgoznánk. Ha a tapasztalati szóródást is figyelembe vesszük, biztosan állíthatjuk, hogy a becsült értékek alsó és felső határa közé esik a tényszám. A trendszámok extrapolálásával ugyanez három esetben csak egynél (II. n. év.) igazolódott esetünkben.

Könnyűipar

Elvégezve az előbbi számításokat [ahol $\alpha(1976) = 0{,}9834$ a tendencia szerű változás csökkenő üteme szerint, F(1975. IV.) = 31,0 Mrd Ft], az alábbi eredményeket kaptuk:

t	Tényszám	Becsült adatok				
		$\frac{F(t)}{F(t-1)}$ átlaga szerint	$\frac{F(t)}{F(t-1)}$ mediánja sz.	Lineáris trend szerint		
				Y értéke	σ helyesb.	$Y \pm \sigma$ érték
1.	25,4	26,8	26,7	28,3	−1,7	26,6
2.	29,9	29,0	29,1	28,9	+1,7	30,6
3.	28,8	28,1	28,1	29,4	−1,7	27,7
4.	—	31,7	31,8	30,0	+1,7	31,7

A számítások ebben az esetben is az általunk ismertetett eljárást igazolják, mert minden adat a hibahatáron belül helyezkedik el. Ugyanakkor a trendszámításból extrapolált adatok közül ezúttal csak egy (I. n.év) esik kívül a megengedett értéken.

* * *

A kapott eredmények elfogadható hibahatáron belüli alakulása biztató ígéret a módszer gyakorlati alkalmazhatóságára.[2] Ennek ellenére szeretnénk felhívni a figyelmet arra, hogy az ütemkülönbségek helyesbítéséül szolgáló

[2] A cikk megjelenésekor már ismertek az 1976. IV. n. évi tényszámok is. A gépipar árbevétele 57,9, a könnyűiparé 32,2 Mrd. Ft.

együttható alkalmazása nagy körültekintést igényel. Ezért tovább kívánunk foglalkozni azzal a kérdéssel, milyen tűrési határok között alkalmazható, elfogadható biztonsággal.

(Beérkezett: 1976. november 18.)

IRODALOM

KÖVES, P.–PÁRNICZKY, G.: *Általános statisztika.* Budapest, 1973. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 537–559. o.

KAUFMANN, A.: *Az operációkutatás módszerei és modelljei.* Budapest, 1968. Műszaki Könyvkiadó. 272–277. o.

PERIODICALLY CHANGING ECONOMIC PROCESSES

Elements of the period time series of economic processes show close relationship with data of the directly preceding period on the one hand, and with those of the corresponding period of the previous year on the other hand. Processes of such kind are e.g. trade, production, consumption, and money circulation. The authors investigate the question, how this quality of period time series can be used for economic prognoses, and they give the general mathematical solution of the process, indicating also particulars of their computations.

The mathematical interrelation formulated in the article is practically a special form of the Persons chain index method. A factor (fluctuating around 1) inserted to render projection from the directly preceding and the corresponding period of the previous year more exact, expresses, as regards its economic contents, the change to be expected in the development rate between the last known factual figure and the estimated value for the future.

The problem is a non-linear differential equation for an optional positive integer value of n, which can be simply reduced to a linear equation, in which solution will yield the trend and the periodicity of the process.

The practical computations were made by the authors for estimating the output of two industries by utilisation of a chain index series. The results remained within acceptable limits of error, which is a promising fact for the practicability of the method.

ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИЕСЯ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Элементы трендов времени экономических процессов тесно увязываются, с одной стороны, с данными непосредственно предшествующего периода и, с другой стороны, аналогичного периода предшествующего года. Такими по характеру процессами являются – между прочим – товарооборот, потребление, денежный оборот. Авторы рассматривают, что это свойство трендов времени каким образом можно использовать с точки зрения экономического прогнозирования и, вместе с тем, они дают общее математическое решение процесса и приводят конкретные результаты выполненных расчетов.

Сформулированная в статье математическая зависимость по существу представляет собой специфическую форму метода цепных индексов Персонса. В данной зависимости – в отношении экономического содержания – фактор колебания в пределах I, включаемый в интересах уточнения прогнозирования на основании непосредственно предшествующего периода, а также и аналогичного периода предшествующего года, выражает ожидаемые изменения в темпах развития в аспекте последней известной фактической цифры и предполагаемого значения прогнозируемого на будущее значения.

Данная задача представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение по всему значению любой «n», которая весьма просто может быть отнесена к линейному уравнению, в котором само решение дает тренд процесса и его периодичность.

Практические расчеты были выполнены авторами для оценки поступлений по ценам двух отраслей промышленности (output), с использованием ряда цепных индексов. Получаемые результаты складываются в пределах приемлимых погрешностей, что является обнадеживающим с точки зрения практического применения данного метода.