Martos Béla

Öt mechanizmus

E tanulmány tárgya a gazdasági szabályozási rendszerek absztrakt elméletébe tartozik. Egy egyszerű Leontief-típusú gazdaságot mutatunk be, amelyet öt különböző fajta lineáris visszacsatolás szabályoz. Ez az öt modell különbözik a szabályozó jelek tartalmában, nevezetesen egyikük nem alkalmaz árakat, a többi négy igen. De még fontosabbak a különbségek az információáramlások szerkezetében, és e tekintetben izolált szabályozást, árkommunikációt, centralizált, decentralizált és részlegesen centralizált ármegállapítási és termelési döntési folyamatokat különböztetünk meg.

A kutatás közgazdasági alapgondolatai *Kornai:* Antiequilibrium [3] könyvéhez nyúlnak vissza. Az ebben az irányban elért első eredményeket közös cikkekben *(Kornai–Martos,* [4], [5]) publikáltuk. Időközben sok más szerző is követte ezt a kezdeményezést (például *Bródy* [1]; *Dancs–Hunyadi–Sivák:* [2]; *Virág:* [8]; *Kornai–Simonovits:* [6]) és hozzájárultak a téma különböző irányokban való kifejlesztéséhez. Az utóbbi időben elért saját kutatási eredményeimről egy publikálatlan, hosszabb kutatási jelentésben számoltam be *(Martos:* [7]*)*, amelynek ez a cikk egy rövidített változata.[1]

1. Az M_1 modell: izolált szabályozás

Ez a modell egyszerűsített változata annak a ,,speciális modellnek'', amelyet Kornai Jánossal együtt a [4] vagy még pontosabban az [5] cikkben elemeztünk. Ennek az elemzésnek egyes részleteit itt megismétlem annak érdekében, hogy ezt a tanulmányt önmagában is érthetőbbé és az összehasonlításokat könnyebbé tegyem.

A reálszféra

Olyan gazdasággal foglalkozunk, amely n termelőből (szektorból) áll, mindegyikük egyetlen jószágot termel és felhasználja inputként a többiek által termelt jószágokat. A folyamat dinamikus, a t idő folytonos. Van még egy szál fogyasztó is, aki szabályozatlan, de megfigyelhető vásárlásokat végez. A termelést, illetőleg a vásárlásokat nem korlátozzák sem szűkös erőforrások, sem finanszírozási korlátok.

[1] Köszönetet mondok *Kornai Jánosnak,* akitől ebben a kutatómunkában több éven át együttműködve sok gondolatot, ösztönzést és hasznos észrevételt kaptam. Hasznomra voltak azok a megjegyzések és bírálatok is, amelyeket *Tardos Márton, Dömölki Bálint, Kovács János, Virág Ildikó, Simonovics András,* és *Kapitány Zsuzsa* adott.

A gazdaság reálfolyamatait a következő két vektor-mátrix egyenlet írja le[2]:

(1) $\dot{V}(t) = Y(t) - AX(t)$

$\dot{V}(t)$	$Y(t)$	$AX(t)$
Az input (anyag) készletek változása	Input anyagok vásárlása	A termelésben felhasznált anyag

(2) $\dot{u}(t) = X(t)1 - Y(t)1 - c(t)$

$\dot{u}(t)$	$X(t)1$	$Y(t)1$	$c(t)$
Az output (termék) készletek változása	Termelés	Eladás a termelőknek	Eladás a fogyasztónak

ahol $X(t) =$ a termelés $n \times n$ méretű *diagonális* mátrixa ($X_i =$ termelés az i-edik termékből)

$u(t) =$ az output készletek n-elemű vektora (u_i az i-edik termelő output készlete)

$V(t) =$ az input készletek $n \times n$ típusú mátrixa ($V_{ij} =$ az i-edik termelő készlete a j-edik jószágból)

$Y(t) =$ a vásárlások $n \times n$ méretű mátrixa (Y_{ij} az i-edik termelő vásárlása a j-edik termelőtől)

$c(t) =$ a fogyasztó megfigyelt vásárlásainak n elemű vektora ($c_i =$ a fogyasztó vásárlása az i-edik jószából)

$A =$ input-koefficiens mátrix[3] ($A_{ij} =$ a j-jószág egységnyi termeléséhez felhasznált i jószág mennyisége).

A reálszférának ez az ábrázolása nemcsak erre az M_1 modellre érvényes, hanem a későbbi fejezetekben szereplő többi modellekre is.

A szabályozási szféra: izolált szabályozás

Az (1) és (2) egyenletekben leírt reálszférához a következő magatartási egyenleteket csatoljuk. Ezek az egyenletek egy PI szabályozást képviselnek, amelyben a megfigyelési → szabályozójel képzési → döntési folyamat izolált.

(3) $\dot{Y} = A\dot{X} - 2\alpha\gamma\dot{V} + \gamma^2 (V^* - V)$ [Az anyagvásárlás szabályozása]

(4) $\dot{X}1 = \dot{Y}1 + \dot{c} - 2\alpha\gamma\dot{u} + \gamma^2 (u^* - u)$ [A termelés szabályozása]

ahol: α, γ skaláris szabályozási paraméterek, konstansok.

V^*, U^* a normál input és output készletek konstans mátrixa, illetőleg vektora.

(A t argumentumot a rövidség kedvéért elhagytuk és továbbra is el fogjuk hagyni.)

[2] A vektorokat kisbetűkkel, a mátrixokat nagybetűkkel jelöltük. Görög kisbetűk skalárokat jelentenek. $1 = [1, \ldots, 1]'$: az összegező oszlopvektor. E az egység mátrixot jelöli.

[3] Itt a Leontief gazdaságra vonatkozó szokásos feltevésekkel élünk. Nevezetesen feltesszük, hogy A nemnegatív, irreducibilis, összes sajátértékei különböznek és abszolút értékre 1-nél kisebbek. Az A mátrix nem függ az időtől.

Miért nevezzük ezt a szabályozást „izolált"-nak? Az elnevezés azért jogosult, mert a fenti szabályok alkalmazása esetén a termelők nem használnak fel semmilyen külső forrásból származó információt, nincsen közöttük sem közvetlen, sem közvetett információcsere. (Kivéve azt, amit a reáltevékenységek hatása visz magával, azaz a vásárlások a termelő oldalán mint eladások jelennek meg.) A (3) egyenlet szerint az i-edik termelő vásárlása a j-edik termékből attól függ,ően változik, hogy mennyit használ fel belőle a termelés folyamatában, továbbá az ebből az anyagból tárolt készleteinek változásától és a normál készlettől való eltérésétől. A (4) egyenletben az egyes termelők által termelt mennyiségek változása eladásaiktól és a kérdéses termék output készleteinek változásától és a normától való eltérésétől függ.

A kérdés a következő: meg tudjuk-e választani úgy a normál készleteket és az α, γ szabályozási paramétereket, hogy a fenti (1)—(4) rendszer megoldása eleget tegyen bizonyos ésszerű közgazdasági követelményeknek.

Stabilitás és működőképesség

A fent leírt rendszer *stabilitásán* azt értjük, amit rendszerint asszimptotikus stabilitásnak neveznek, azaz

$$\left.\begin{array}{l} c = \text{konst} \\ t \to \infty \end{array}\right\} \Longrightarrow u,\ V,\ X,\ Y \to \text{konst.}$$

A rendszer *működőképességén* azt értjük, hogy a termelési és outputkészlet változók minden időpontban pozitívak, azaz

$$u(t) > 0, \qquad X(t)1 > 0, \qquad \text{ha } t > 0$$

és hogy az inputkészletek mindazokra az anyagokra nézve pozitívok, amelyeknek az input koefficiense nem 0,

$$A_{ij} > 0 \Longrightarrow V_{ij}(t) > 0,\ \text{ha } t > 0. \qquad (i,j = 1,2,\ldots,n)$$

A következő tétel egyszerű következménye a Kornai—Martos [5] cikkben szerepelt megfelelő állításoknak.

1. Tétel

Az alábbi feltételek együttesen elégségesek az (1)—(4) rendszer stabilitásához és működőképességéhez:

a) $u^\circ > 0$; $X^\circ 1 > 0$; $Y^\circ_{ij} = 0$, ha $A_{ij} = 0$;
$V^\circ_{ij} > 0$, ill. $= 0$, ha $A_{ij} > 0$, ill. $= 0$,

ahol a $^\circ$ felső index a $t = 0$ időpontbeli kezdő értékekre utal.

b) $u^* = u^\circ$, $V^* = V^\circ$,

azaz a normál készletek megegyeznek az induló készletekkel.[4]

[4] Megmutattuk, hogy ezt a feltételt nem kell pontosan betartani.

c) $c_i(t) > | X_i^\circ - \sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j^\circ - c_i^\circ | (1 + \varepsilon)$, ha $t \geq 0$, $(i = 1,2, \ldots, n)$.

ahol $\varepsilon > 0$, az időtől független kis szám.[5]

d) $0 < \alpha \leq \dfrac{\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}}{1 + \varepsilon}$

$$\gamma > \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} \max\left\{\max_i \frac{|\dot{X}_i^\circ - \sum_j Y_{ij}^\circ - c^\circ|}{u_i^\circ};\ \max_{V_{ij}^\circ > 0} \frac{|Y_{ij}^\circ - A_{ij} X_j^\circ|}{V_{ij}^\circ}\right\}.$$

Az explicit megoldás

A teljesség kedvéért felírjuk az (1)—(4) rendszernek a releváns változókra (u, V, X) vonatkozó megoldását.

$$(5)\quad u = u^* + e^{-\alpha\gamma t}\left\{\cos\omega t(u^\circ - u^*) + \frac{1}{\omega}\sin\omega t[(X^\circ - Y^\circ) 1 - c^\circ + \alpha\gamma(u^\circ - u^*)]\right.$$

$$(6)\quad V = V^* + e^{-\alpha\gamma t}\left\{\cos\omega t(V^\circ - V^*) + \frac{1}{\omega}\sin\omega t[Y^\circ - AX^\circ + \alpha\gamma(V^\circ - V^*)]\right.$$

$$(7)\quad X 1 = Lc\, e^{-\alpha\gamma t}\left\{\left(\cos\omega t - \frac{\alpha\gamma}{\omega}\sin\omega t\right)(X^\circ 1 - Lc^\circ) - \right.$$

$$\left. - \frac{\gamma^2}{\omega}\sin\omega t\,(u^\circ - u^* + V^\circ 1 - V^* 1)\right\}.$$

ahol $L = (E - A)^{-1}$, a Leontief-inverz

$\omega = \gamma\sqrt{1 - \alpha^2}$

Következtetés. Kornai—Martos [5] cikkét követve megmutattuk: az (1)—(2) egyenletekkel leírt gazdaság izolált szabályozási mechanizmussal szabályozható, azaz van a normál készleteknek és a szabályozási paramétereknek olyan értékrendszere, amely mellett a rendszer stabilis és működőképes, feltéve, hogy a fogyasztók vásárlása nem száll egy, az induló értékektől függő, színvonal alá. [Lásd (1c) pont.] Ez az induló értékek minden olyan együttesére áll, amelyek az a) alatti pozitivitási feltételeket kielégítik.

2. Az M_2 modell: árkommunikáció

Ár és gazdaságosság

Az M_1 modellel kapcsolatban az a kérdés merült fel, fel lehet-e építeni egy vele ekvivalens rendszert, amely árinformációkra támaszkodik? Mielőtt azonban a rendszerek ekvivalenciájának kérdésére rátérnénk, bemutatok egy második, M_2 jelzésű modellt, amelybe bevezetem az „áraknak" egy n

[5] Ezt a feltételt az „elégséges fogyasztás feltételének" nevezzük és azt követeli, hogy a fogyasztás haladjon meg egy minden időpontra közös alsó korlátot.

elemű $p(t)$ vektorát. Az „árakat" ebben a modellben maguk a termelők állapítják meg, más modellekben esetleg az árhatóság vagy a piac. De ezt a kifejezést, hogy „ár" mindenképpen nagyon korlátozott értelemben használom: kizárólag elszámoló árként funkcionálnak, azaz mint olyan információk, amelyeket gazdaságossági számításokban használunk fel. A pénzt magát azonban nem vezetjük be és ezért az árak nem szolgálják a javak adás-vételét kísérő pénzfolyamok ábrázolását és nincs részük jövedelmek kialakításában vagy elköltésében. Tehát például az a kérdés, hogy egy termelőnek vagy a fogyasztónak a bevételei fedezik-e vásárlásait, a mi kereteink között értelmezhetetlen.

Feltételezve, hogy az egyes termelők nemcsak saját termékeik árait ismerik, hanem mindazoknak a többi jószágoknak az árait is, amelyet inputként felhasználnak, ki tudják számítani a termékegységre eső „hozzáadott értéket":

$$g_i = p_i - \sum_j A_{ji} p_j .$$

Ezek együttesen a

$$g = (E - A')p ,$$

vektort alkotják, ahol A' a A input-koefficiens mátrix transzponáltját jelöli.

A termelés szabályozása

Az M_2 modellben és az összes ezután következő modellekben nemcsak a reálszférát, azaz az (1), (2) egyenleteket hagyjuk változatlanul, de megtartjuk a (3) egyenletet is, amely a termelők vásárlásait szabályozza. Csak a (4) egyenletet, a termelésszabályozó egyenletet helyettesítjük újakkal és az árinformációkat itt fogjuk felhasználni. Nevezetesen az (1)–(3) egyenletekhez hozzácsatoljuk a következő

$$\text{készlet} \longrightarrow \text{ár} \longrightarrow \text{hozzáadott érték} \longrightarrow \text{termelés}$$

sorozatot:

(7)	$\dot{p} = -2\lambda\mu\dot{u} + \mu^2(u^* - u)$	[Ármegállapítás]
(8)	$g = (E - A')p$	[Gazdaságossági számítás]
(9)	$\dot{X}1 = \dot{Y}1 + \dot{c} + \pi\dot{g}$	[Termelési döntés]

ahol λ, μ és π skaláris szabályozási paraméterek.

Az M_2 információáramlási szerkezete

A fenti felállításból nyilvánvaló, hogy

a) a termelők vásárlásainak szabályozása izolált marad (azaz nem követel meg a termelők között kommunikációt), mivel azonos az M_1-ben alkalmazott szabályozással.

b) Az ármegállapítás decentralizált, mivel (7)-ben minden egyes ár csak a kérdéses termék outputkészletétől függ. Tehát a termelők termékeik árát kommunikáció nélkül állapítják meg.

c) A g mutató képzéséhez [(8) egyenlet] a termelők között kapcsolatnak kell lennie, amely az árinformációt közöttük átviszi. Mivel A-ról feltettük, hogy irreducibilis, ez az információs hálózat közvetlenül vagy közvetve minden termelőt összeköt az összes többivel. A mi szempontunkból közömbös, hogy az információáramlás centralizálva van-e egy központi árnyilvántartó hivatalban vagy pedig a termelőket közvetlenül összekötő csatornákon át áramlik. A lényeges jellemző az, hogy az ármegállapítás előtt nincs kommunikáció, utána pedig van.

d) Ha egyszer már a termelők kiszámították termékeik gazdaságosságát (a hozzáadott értéket), a következő lépés, a termelési döntés folyamata, megint decentralizált. A termelők képesek eladásaik ($Y1 + c$) mérésére és a termelésről már egymástól függetlenül döntenek.

Tehát az M_2 modell információs szerkezetének megkülönböztető vonása az árkommunikáció.

Későbbi célokra integrálhatjuk (9)-et és a következő alakra hozhatjuk:

$$XI = YI + c + \pi g + d^\circ - \pi(E - A')p^\circ, \tag{9'}$$

ahol $d^\circ = (X^\circ - Y^\circ)I - c^\circ$.

A kérdés most már az, hogy ezt a rendszert stabillá és működőképessé tudjuk-e tenni, ugyanúgy, ahogy M_1-et tudtuk?

M_2 explicit megoldása

Mivel az (1) és (3) egyenletek nem változtak, és ezek együttesen V-re egy másodrendű differenciálegyenletet adnak, V kifejezése ugyanaz marad, mint az M_1 megoldásában, és (6) alatt található.

(2)-t differenciálva azután egymás után (9), (8) és (7) szerint helyettesítve, továbbá ideiglenesen $\pi = 1$-et téve, u-ra a következő másodrendű vektordifferenciálegyenletet kapjuk:

$$\ddot{u} + 2\lambda\mu\,(E - A')\dot{u} + \mu^2\,(E - A')(u - u^*) = 0. \tag{10}$$

Vezessük be a következő jelölést:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \varphi_n \end{bmatrix} \qquad F = [f_1, \ldots, f_n]$$

ahol $\varphi_k =$ az A mátrix k-adik sajátértéke ($k = 1,2, \ldots, n$)

$f_k =$ az A megfelelő *baloldali* sajátvektora, úgy hogy $A'F = F\Phi$.

$$T_1 = \begin{bmatrix} \tau_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tau_n \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} \tau_{n+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tau_{2n} \end{bmatrix}$$

ahol τ_k és τ_{n+k} $(k = 1,2, \ldots ,n)$ a következő másodfokú egyenlet két gyöke:

$$\tau^2 + 2\lambda\mu(1 - \varphi_k)\tau + \mu^2(1 - \varphi_k) = 0\,.$$

Ezzel a jelöléssel a (10) egyenlet megoldása a következő:

$$u = u^* + F(e^{T_2 t} - e^{T_1 t})(T_2 - T_1)^{-1} F^{-1} d^\circ + + F(e^{T_1 t} T_2 - e^{T_2 t} T_1)(T_2 - T_1)^{-1} F^{-1} (u^\circ - u^*) \tag{11}$$

Ennek a megoldásnak az érvényessége behelyettesítéssel könnyen ellenőrizhető.

Mivel most már rendelkezésünkre áll u (11)-ből és V (6)-ból, könnyen levezethetjük (1)-ből és (2)-ből, hogy

$$XI = L(\dot{u} + VI + c), \tag{12}$$

ami azonban behelyettesítés után igen hosszú, de semmi újat nem nyújtó formulára vezetne.

Stabilitás és működőképesség

Az M_1 modell esetében az 1. tételben képesek voltunk arra, hogy a stabilitás és működőképesség elégséges feltételeit explicit módon, a kezdő értékek függvényében megadjuk. Az M_2 modell bonyolultabb esetében szerényebb és részben csak kvalitatív eredményekkel kell megelégednünk, amelyek egyes feltételeknek csak a létezését és alakját adják meg explicit korlátok nélkül.

2. tétel.

Létezik olyan, az időtől független, de a kezdő értékektől és az A mátrixtól függő pozitív $\bar{\mu}$ skalár és pozitív $\bar{c}$ vektor, hogy a következő feltételek együttesen elégségesek az (1)–(3) és (7)–(9) egyenletekből álló M_2 rendszer stabilitásához és működőképességéhez a $\pi = 1$ esetben:

a) és b) feltételek megegyeznek az 1. tétel megfelelő feltételeivel.

c) $c(t) > \bar{c}$, ha $t \geq 0$

d) $0 < \alpha < 1$

$$\gamma > \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \max_{V^\circ_{ij} > 0} \frac{|Y^\circ_{ij} - A_{ij} X^\circ_j|}{V^\circ_{ij}}$$

$$\mu > \bar{\mu}$$

$$\lambda^2 > \frac{1 - \sqrt{1 - \varrho^2}}{2(1 - \varrho^2)}\,; \quad \lambda^2 \neq \frac{1}{1 - \varphi_k}\,, \quad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

ahol φ_k $(k = 1,2, \ldots , n)$ az A mátrix sajátértékei,
$\varrho = \max\limits_k |\varphi_k|$, az A spektrálsugara.

Ennek a tételnek bizonyítása túl hosszú ahhoz, hogy itt reprodukáljuk. (Lásd Martos: [7]). A bizonyítás gondolatmenete hasonló ahhoz, mint amit a Kornai—Martos [5] cikkben követtünk, kivéve az utolsó λ-ra vonatkozó egyenlőtlenségeket. A $\lambda^2 \neq 1/(1-\varphi_k)$ feltétel abból a követelményből származik, hogy a $\tau_1, \ldots, \tau_{2n}$ sajátértékek mind különbözőek legyenek. A λ^2-re vonatkozó alsó korlátot abból a feltételből vezethetjük le, hogy ezen sajátértékek valós részének negatívaknak kell lenniök.

Az árak pozitivitása

A rendszer működéséhez nem kellene megkövetelnünk, hogy az árak pozitívak legyenek. Mivel az árak csak kalkulációs célra szolgálnak, erre negatív „árakat" ugyanolyan jól fel lehet használni, mint a pozitívakat. De az értelmes gazdasági interpretáció érdekében persze jobban szeretnénk, ha az árak pozitívak lennének. Megmutatjuk, hogy ez minden pozitív induló p° esetében lehetséges. Itt segítségül hívjuk az eddig elhanyagolt π szabályozási paramétert. A 2. tételben feltettük, hogy $\pi = 1$, most azt tesszük fel, hogy $\pi > 1$.

Könnyű bebizonyítani, hogy a $\pi > 1$ feltevés mellett a 2. tétel feltételei valamennyien érvényesek (elégségesek) maradnak. Fordítsuk most figyelmünket a (9') egyenlet felé. (8)-at és (5)-öt tekintetbe véve a következőt kapjuk:

$$p = p^\circ + \frac{1}{\pi} L'(\dot{u} - d^\circ).$$

De $\dot{u}$ minden komponense korlátos és d° konstans, tehát az $L'(\dot{u} - d^\circ)$ szorzat minden komponense abszolút értékben egy, az időtől független felső korláttal rendelkezik. Tehát, ha π-t eléggé nagyra választjuk, akkor a jobboldali második tag minden komponense abszolút értékre kisebb lesz, mint p° megfelelő komponense és így p pozitív lesz minden $t > 0$-ra.

Következtetés. Megmutattuk, hogy ugyanazt a gazdaságot, mint M_1-ben, egy olyan mechanizmussal is lehet szabályozni, amelyik árképzést, az árinformációk cseréjét és gazdaságossági számításokat is magában foglal (azaz egy árkommunikációs szabályozással), anélkül, hogy centralizált ármegállapítás, vagy centralizált termelésszabályozás szükségessé vált volna.

3. Az $\mathbf{M_3}$, $\mathbf{M_4}$ $\mathbf{M_5}$, modellek: a részfolyamatok centralizálása

Szabályozási rendszerek ekvivalenciája

Ha az M_1 és M_2 modelleket, különösen, ha az 1. és 2. tételt összehasonlítjuk, szemünkbe tűnik viselkedési módjuk, valamint a stabilitási és működési feltételek formájának feltűnő hasonlatossága. Ezt a hasonlatosságot azonban nem nevezhetjük ekvivalenciának, hiszen ha a két rendszer ugyanabból a kezdőállapotból indul is ki, és ugyanolyan zavarnak (fogyasztói vásárlások) tesszük is ki őket, akkor sem fogják ugyanazt a pályát befutni, a termelési és az output készlet változók pályái eltérnek.

Felmerül most az a kérdés, vannak-e olyan szabályozási rendszerek, amelyek M_1-gyel ekvivalensek, de az árinformációk cseréjének ugyanazt a folyamatát és ugyanazt a gazdaságossági számítást alkalmazzák, mint M_2.

Egy szabályozási folyamatot akkor mondunk M_1-gyel ekvivalensnek, hogyha a kiinduló u°, V°, X°, Y° adatok azonossága és a fogyasztói vásárlások $c(t)$ vektora időbeli pályájának azonossága mellett az $X(t)1$, $u(t)$, $V(t)$ outputváltozók pályájára minden $t > 0$-ra ugyanazt az értéket adja.

Az ekvivalencia fogalmát általánosabban is meg lehet fogalmazni és az ekvivalencia feltételeit rendszerezettebben is lehet tanulmányozni. (Ez meg is történt Martos [7]-ben.) Ez azonban megkövetelné, hogy felállítsuk a szabályozási rendszerek egy kanonikus alakját és ezzel együtt bevezessünk egy sor fogalmat az automatikus szabályozás elméletéből. Jóllehet ez a vizsgálat önmagában sem érdektelen, mi itt hely hiányában mégis elállunk a taglalásától.

Tekintsük át tehát, milyen feltételek mellett keresünk az M_1-gyel ekvivalens rendszert:

a) Megtartjuk az (1)—(3) egyenleteket, amelyek M_1-ben és M_2-ben közösek voltak.

b) Átvesszük M_2-ből a „hozzáadott értékre" vonatkozó (8) formulát.

c) Az ármegállapítási formulát (7), vagy a termelési döntési formulát (9), vagy mindkettőt újakkal helyettesítjük.

Laplace transzformált alakok

Vezessük be az $\mathfrak{L}[.]$ Laplace transzformációt és az s skalár változót, mint a Laplace transzformált rendszerek (komplex értékű) változóját. A Laplace transzformált függvényeket az időtartománybeli függvényekkel azonos betűvel jelöljük, de félkövér alakban. Például

$$\mathfrak{L}[x(t)] = \mathbf{x}(s).$$

Ahol ez nem okoz zavart, az s argumentumot ugyanúgy el fogjuk hagyni, mint ahogy az időtartományban a t argumentumot elhagytuk.

Tekintsük most a (4) egyenlet Laplace transzformáltját. (A rövidség kedvéért a transzformációt csak részlegesen fejtjük ki.)

$$(4') \quad \mathfrak{L}[\dot{X}1 - \dot{Y}1 - c] = -2\alpha\gamma(s\mathbf{u} - u^\circ) + \gamma^2\left(\frac{u^*}{s} - \mathbf{u}\right) =$$

$$= -(2\alpha\gamma\, s + \gamma^2)\mathbf{u} + \frac{1}{s}(2\alpha\gamma\, su^\circ + \gamma^2 u^*) = \mathbf{H}(\mathbf{b} - \mathbf{u}),$$

ahol
$$\mathbf{H} = (2\alpha\gamma s + \gamma^2)E$$

$$\mathbf{b} = \frac{2\alpha\, su^\circ + \gamma u^*}{s(2\alpha\, s + \gamma)}.$$

Másrészt az analógia alapján írjuk az ármegállapító egyenletet a következő általános alakba:

$$\mathbf{p} = \mathbf{Q}(\tilde{\mathbf{b}} - \mathbf{u})\,. \tag{7'}$$

A termelési döntési egyenletet pedig a következőképpen:

$$\mathfrak{L}[\dot{X}1 - \dot{Y}1 - \dot{c}] = \mathbf{W}\mathbf{g}\,. \tag{9''}$$

A (8) egyenlet Laplace transzformáltja a következő:

$$\mathbf{g} = (E - A')\,\mathbf{p}\,. \tag{8'}$$

A (7'), (8'), és (9'') egyenleteket összevetve, a következőt kapjuk:

$$\mathfrak{L}[\dot{X}1 - \dot{Y}1 - \dot{c}] = \mathbf{W}(E - A')\,\mathbf{Q}(\tilde{\mathbf{b}} - \mathbf{u})\,. \tag{13}$$

Ekvivalencia feltételek

A (13) egyenletet (4')-gyel összehasonlítva, a következő ekvivalencia feltételeket kapjuk:

$$\mathbf{W}(E - A')\mathbf{Q} = \mathbf{H} \tag{14}$$

$$\mathbf{W}(E - A')\,\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{H}\mathbf{b}\,. \tag{15}$$

(14)-ből és (15)-ből azt kapjuk, hogy $\mathbf{H}\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{H}\mathbf{b}$, és ebből, mivel $\mathbf{H}$ nem szinguláris:

$$\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b}\,. \tag{16}$$

(16) az ekvivalencia első feltétele és az időtartományban egyszerűen azt vonja maga után, hogy az ekvivalencia elérése érdekében ugyanazt az u^* outputkészlet-normát kell alkalmaznunk, mint M_1-ben.

Érdekesebb ennél a (14) feltétel, amellyel most részletesebben foglalkozunk.

A (14) ekvivalencia feltétel elemzése

A következő tételre támaszkodunk, amelynek egyszerű bizonyítását az olvasóra bízzuk.

3. tétel.

Legyenek K, M, B, N olyan mátrixok, hogy $K = MBN$ és legyen K diagonális és nemszinguláris.

a) Ha B nemdiagonális, akkor M és N közül legalább az egyik nemdiagonális,

b) Ha B irreducibilis és M vagy N diagonális, akkor a másik irreducibilis.

Tudjuk, hogy a (14) egyenletben $\mathbf{H}$ diagonális és nem szinguláris és hogy $(E - A')$ irreducibilis, tehát *a fortiori* nem diagonális. Így a 3. tételt alkalmazhatjuk és a következő három eset az összes lehetőségeket kimeríti.

M_3 : **W** diagonális, **Q** irreducibilis
M_4 : **Q** diagonális, **W** irreducibilis
M_5 : mind **Q**, mind **W** nemdiagonális.

Mit is jelent a szabályozási mechanizmus szempontjából, ha **Q** vagy **W** diagonális, nemdiagonális, vagy irreducibilis?

Ha **Q** diagonális, akkor az i-edik jószág ára csak a ($\mathbf{b} - \mathbf{u}$) vektor i-edik komponensétől függ, azaz az i-edik jószág tényleges, kezdő és normál készletétől. Ezek az információk az i-edik termelőnek közvetlenül rendelkezésre állnak. Tehát a termelő meg tudja állapítani termékének árát a többi termelőktől függetlenül: az ármegállapítás mechanizmusa decentralizált. Ha viszont **Q** irreducibilis, akkor nincsen olyan termelő, sem pedig a termelőknek egy olyan nem üres részhalmaza, aki(k) képes(ek) volna(ának) saját termékük(eik) árát(ait) a többiektől függetlenül megállapítani. Tehát ez az eset az ármegállapításnak egy teljesen összekapcsolt információs szerkezetét reprezentálja. Ami ennek a folyamatnak az institucionális keretét illeti, két interpretáció lehetséges. Az árakat vagy egy anonim folyamat állapítja meg, amelyet piacnak nevezünk, vagy egy szervezett intézmény, az árhatóság. Mindkét esetben centralizált ármegállapításról beszélünk. Ebben az elemzésben, amit végzünk, ezt a kétfajta ármegállapító folyamatot nem tudjuk formálisan megkülönböztetni. Végül pedig, ha **Q** nem diagonális, de reducibilis, akkor közbeeső esettel van dolgunk, amelyben az árak egy részét a termelők esetleg egymástól függetlenül állapítják meg, ugyanakkor megjelenhetnek részpiacok, illetőleg olyan árhatóságok, amelyek az áraknak csak egy részhalmazát szabályozzák. Tehát ez az eset egy részlegesen centralizált ármegállapító mechanizmust reprezentál.

Hasonló gondolatmenet alkalmazható a **W** termelés-döntési mátrixra. Ha ez diagonális, akkor minden termelő — ismervén termékének „hozzáadott érték" tartalmát — önmagában el tudja dönteni termelésének színvonalát, a termelési döntési folyamat decentralizált. Ha **W** nem diagonális, vagy éppen irreducibilis, akkor a folyamat részlegesen vagy teljesen centralizálva van, egy vagy több a termelést szabályozó hatóság kezében.

Tehát az M_3 modellben az árszabályozás centralizált és a termelési döntés decentralizált, az M_4-ben pedig fordítva. Az M_5 olyan modell, amelyben mind az ármegállapítás, mind a termelési döntés folyamata részlegesen centralizált. Az anyagvásárlások feletti döntés mindhárom modellben izolált folyamat és az árkommunikáció is közös vonása mindhárom szabályozásnak.

Az M_3, M_4 és M_5 modellek stabilitása és működésképessége

A stabilitás és a működőképesség az X, u, V output változóktól függ és az ekvivalencia definíciója értelmében ezeknek a változóknak az értéke megegyezik az M_1-belivel. Tehát az 1. tétel az utóbbi három modellünkkel kapcsolatban is érvényben marad és további taglalásra nincs szükség.

Az öt szabályozási rendszer információs és döntési szerkezetének összehasonlítása

Tanulmányunkat azzal fejezzük be, hogy az öt szabályozási rendszert az információ és döntési szerkezet szempontjából táblázatos formában összehasonlítjuk.

A rendszer jele	Fő jellemző	A vásárlások szabályozása	Termelésszabályozás: Ármegállapítás	Termelésszabályozás: Árkommunikáció	Termelésszabályozás: Termelési döntés	Hasonlóság (H) v. ekvivalencia (E) M_1-gyel
			centralizált (C) v. decentralizált (D)			
M_1	izolált	izolált	∅	∅	D	E
M_2	árkommunikáció	izolált	D	+	D	H
M_3	centralizált ármegállapítás	izolált	C	+	D	E
M_4	centralizált termelési döntések	izolált	D	+	C	E
M_5	részlegesen centralizált (kevert) rendszer	izolált	C/D	+	C/D	E

Végső következtetések

Öt különböző termelés-szabályozási mechanizmust illesztettünk hozzá ugyanahhoz a Leontief-gazdasághoz. Ezek megegyeztek abban, hogy a vásárlások szabályozása azonos volt, valamint abban, hogy a termelés szabályozásának elsődleges információs forrásául az output készletek és az eladások szolgáltak. De különböztek egymástól a felhasznált információk fajtái szerint (szabályozás árral vagy anélkül), a közlési struktúrában és végül az ármegállapítás és a termelés-szabályozás részfolyamatainak centralizáltsági fokában. Mindezek a mechanizmusok nem túlságosan szigorú feltételek mellett alkalmasoknak bizonyultak arra, hogy a kérdéses rendszer stabilitását és működőképességét fenntartsák.

Az igazában irreális feltevések a modellek alapvető szerkezetében vannak elrejtve. Ezek közül a legsúlyosabbak az erőforrások szűkösségének elhanyagolása, valamint mind a reálfolyamatokban, mind a szabályozási folyamatokban e folyamatok időszükségletének, a késleltetéseknek a kihagyása. A szerző nagyon is tudatában van annak, hogy a gazdasági szabályozási mechanizmusok absztrakt elméletének megalapozása felé csak egy kis lépést tett, ha egyáltalán közelebb jutott hozzá. Nem is szólva a gazdasági rendszerek valóságos működésével való kapcsolatról, ahol többlépcsős, többhurkos szabályozások uralkodnak, és olyan jelenségeket sem szabad figyelmen kívül hagyni, mint a pénz, a bankrendszer, az állam és így tovább.

IRODALOMJEGYZÉK

1. Bródy, A.: „Szabályozási modellekről" *Szigma*, *6* (1973) 93–103.
2. Dancs, I.–Hunyadi L.–Sivák J.: „Készletjelzésen alapuló szabályozás Leontief-típusú gazdaságban". *Szigma 6* (1973) 185–208.
3. Kornai, J.: *Anti-equilibrium*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest 1971.
4. Kornai, J.–Martos B.: „Gazdasági rendszerek vegetatív működése" *Szigma*, *4* (1971) 34–50.
5. Kornai, J.–Martos B.: „Autonomous functioning of the economic system" *Econometrica*, *41* (1973) 509–528.
6. Kornai, J.–Sinonovits A.: „Neumann-gazdaságok szabályozási problémái" *Szigma*, *8* (1975) 81–99.
7. Martos, B.: „Gazdasági szabályozási rendszerek összehasonlítása" *A gazdasági szabályozás néhány modellje* c. tanulmánygyűjteményben, MTA Közgazdaságtudományi Intézete, Budapest, 1976 (Sokszorosított kutatási beszámoló).
8. Virág, I.: „Gazdasági rendszerek vegetatív működése sztochasztikus külső fogyasztással" *Szigma*, (1971) 261–268.

FIVE MECHANISMS

In former papers by Kornai and Martos [4], [5] the linear feedback control of a Leontief-economy was discussed, where the sectoral production and trade decisions were based purely on stock signals and no exchange of information among the sectors was needed. In this paper I introduce prices (accounting prices, not money) and economic indicators („Value added") into this regulator additionally to stock signals and look for comparable control systems.

Under the stipulation of equivalence with the „pure stock control" we can distinguish different types of centralization of information flows. In one extreme case centralized price formation on the market or in a price authority, in the other extreme case centralized control of production and trade quantities is necessary to achieve equivalence.

On the other hand if we give up equivalence with the „pure stock control" then the introduction of prices requires neither a central price forming mechanism (the producers define the prices without extrenal information) nor central quantity control, but only an exchange of price information. A control system of this kind is shown to be stable and viable.

ПЯТЬ МЕХАНИЗМОВ

Корнаи и Мартош в своей ранее опубликованной статье («Сигма», 1971 г.) представили линейное регулирование хозяйства типа Леонтьева, осуществляемое при помощи обратных связей, в котором решения, принимаемые относительно производства и покупок отдельных секторов, зависели только от сигнализирования о запасах, и не требовалось обмена информациями между секторами. В настоящей работе автор помимо информаций о запасах, в регулирование вводит цены (только расчетные цены, а не деньги) и показатели экономической эффективности («прибавочную стоимость») и ищет систем регулирования, которые сопоставимы друг с другом.

Если с «регулированием только лишь на основе информаций о запасах» требуем эквиваленцию, то можно различить различные типы централизации потоков информаций. В одном крайнем случае, для достижения эквиваленции требуется централизованное ценнообразование на рынке или у ведомства цен, а в другом — центральное регулирование количеств производства и покупок.

С другой стороны, если отказаться от достижения эквиваленции с «регулированием только лишь на основе информаций о запасах», то ввод цен не повлечет за собой в обязательном порядке ни механизма централизованного ценообразования (производители определяют свои цены без внешних информаций), ни центрального регулирования количеств, а потребуется лишь обмен информациями о ценах. Автор доказывает о системе регулирования такого типа, что она стабильна и дееспособна.