Bod Péter

Alternatív népgazdasági tervváltozatok (makrovariánsok) értékelő összehasonlítása

A problémáról

A népgazdasági tervezés módszertanában mind nagyobb szerephez jutnak a matematikai-tervezési modellek. A különböző tervezési folyamatok és főként a népgazdasági tervezés makroszintű összefoglalását szolgáló és számítógépre szervezett ún. kvantitatív szintézis [1] lehetővé teszi, hogy a tervezők ugyanarra a tervidőszakra több (esetleg számos) tervváltozatot dolgozzanak ki. Ezeket a — rendszerint formalizált modellek segítéségvel generált — tervváltozatokat a hazai távlati tervezési gyakorlatban *makro-variánsoknak* nevezzük. Makrovariánson az egész gazdaság egy lehetséges, stratégiai fejlesztési változatának a számszerűsített formáját értjük. A makrovariánsok a népgazdaság különböző megvalósítható fejlesztési pályáit írják le.

A népgazdasági terv elfogadására vonatkozó gazdaságpolitikai döntés végül is valamelyik makrovariánst emeli az állam gazdaságpolitikai programjának a rangjára. Ez lehet egyik a tervezési folyamatban kidolgozott makrovariánsok közül, vagy eltérhet ezektől a szűkebb értelemben vett gazdasági megfontolásokon kívüli, vagy nem formalizálható más szempontok érvényesítése miatt.

Akárhogy is alakul azonban a döntés a terv elfogadásáról: előkészítése logikailag mindenképpen feltételezi a tervváltozatok komplex, értékelő összehasonlítását.

Ez távolról sem egyszerű feladat. Hiszen egy-egy makrovariánst nagyszámú, különböző dinamikájú mutató, sokféle idősor jellemez. Ha ténylegesen élni is akarunk a számítógépes tervezés adta tágabb módszertani lehetőségekkel: fejleszteni kell az értékelés és összehasonlítás módszereit. Ellenkező esetben a variánsokban való tervezés nem segíti a tisztánlátást, inkább zavarja a döntéshozókat a közvetlenül nem áttekinthető és sok vonatkozásban ellentmondó információk tömegével.

A következőkben bemutatunk egy módszert, amely alkalmas az itt érzékeltetett probléma megoldásának bizonyos megközelítésére. A módszer egyszerű és rugalmas; dialógust tesz lehetővé a döntéshozók és a modellezők között.

A dialógus azzal kezdődik, hogy a döntéshozó meghatározza saját választási kritériumait és rangsorolja azokat; megadva reájuk egy fontossági sorrendet. Ezután minden választási ismérvhez bevezetünk egy rész-preferencia relációt. Majd a döntéshozó további információra támaszkodva kialakítunk egy a választással kapcsolatos globális preferenciát kifejező relációt. Ez utóbbi teljes és antiszimmetrikus lesz és így lehetővé teszi a variánsok kedvezőségi sorrendbe állítását.

Minthogy a makrovariánsok fejlődési pályákat írnak le, a gazdaságpolitikus kétféle meggondolással él, amikor döntenie kell: melyik variánst válassza. Mérlegeli a különböző végállapotokat, amelyek a tervidőszak végére előállnának, attól függően, hogy melyik variánst választja. Ugyanakkor vizsgálja azt is, hogy a különböző végállapotokhoz milyen fejlődési pályán jut el a népgazdaság; hogyan viszonylanak ezek a pályák egymáshoz a tervidőszak teljes tartama során.

Ez utóbbi megfontolásoknak nagy jelentőségük van, hiszen valamely tervidőszak vége semmiféle kitüntetett jelentőséggel sem bír a társadalom életében. Ami ott véget ér és ami ott kezdődik: nem több, mint az objektív társadalmi gazdasági folyamatok egy szubjektíven meghatározott számbavételi rendszerének egy-egy szakasza.

A hagyományos tervezési szemléletben gyakran kapott és kap még ma is szinte kizárólagos hangsúlyt a végállapot, a terv utolsó évének vagy időszakának az alakítása. Ez a szemlélet tükröződik még olykor a tervezéshez használt formalizált modellekben is. A középtávú tervezés modellezésénél például általános gyakorlat, hogy csak az utolsó tervév egyensúlyi feltételeit szerepeltetik részletesen.

Az ilyen egyoldalúság kiküszöbölése érdekében számításba kell vennünk a makrovariánsok elemzésénél a kritériumok mindkét típusát: a végállapotokra vonatkozókat éppen úgy, mint a pályajellemzőket.

E kétféle kritérium közötti fő különbség abban van, hogy míg a végállapoti jellemzők általában skalár mutatók, addig a pályákat a teljes tervidőszak több pontjában kell jellemeznünk. A pályák nem írhatók le skalárokkal; hanem az adatok idősorai lépnek előtérbe.

A továbbiakban abból indulunk ki, hogy a döntéshozó valamennyi kritériumát olyan mutatók jellemzik, amelyeknél a társadalom érdekei a mutatók növekedéséhez kapcsolódnak (hozam típusú mutatók). Amennyiben ráfordítási típusú mutatók is szerepelnének az elemzés alapjául szolgáló ismérvek között — úgy azokat előzetesen (—1)-gyel való szorzás révén olyan mutatókká alakítjuk, amelyeknél szintén a növekedés fejezi ki javulásukat.

Ami a mutatók tartalmát illeti: csak olyan mutatókat vonunk be az elemzésbe, amelyek additívak abban az értelemben, hogy a terv egyes részidőszakaszaiban mutatkozó értékek összege (esetleg súlyozott összege) értelmezhető, mint a teljes tervidőszakra vonatkozó mutató érték. Kritérium mutatóink tehát volumen és nem fajlagos típusúak.

A részpreferenciák

Tegyük fel, hogy n makrovariánst akarunk összehasonlítani k számú ismérv alapján. Az ismérvek indexeinek — fontossági sorrendbe rendezett — halmazát jelölje

$$J = \{1, 2, \ldots, k\}.$$

Az ismérvek két csoportba sorolhatók:

$$J = J_1 \cup J_2; \qquad J_1 \cap J_2 = \varnothing.$$

Az J_1 halmazba tartozó ismérvek: pályaismérvek, az J_2 halmazba tartozók a végállapotokra vonatkoznak.

Minden makrovariáns ugyanarra az időszakra vonatkozik és a tervidőszakot T egyenlő részidőszakra bontottuk.

Legyen a makrovariánsok halmaza:

$$M = \{M_1; M_2; \ldots; M_n\}.$$

A j-edik variánsnak az i-edik kritérium szerinti értékelését jelölje

$$K_i(M_j) = [k_{i1}(M_j); k_{i2}(M_j); \ldots; k_{iT}(M_j)], \qquad \text{ha } i \in J_1,$$

és legyen az értékelés

$$k_i\,(M_j), \qquad \text{ha } i \in J_2.$$

Definiálni akarunk minden ismérvhez egy előnyösségi relációt az M halmazon. Fejezze ki

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l$$

azt a körülményt, hogy a h indexű makrovariáns az i-edik ismérv szerint nem kedvezőtlenebb, mint az l indexű.

Kézenfekvő, hogy $i \in J_2$ esetén az előnyösséget úgy kell értelmezni, hogy

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l \Longleftrightarrow k_i(M_h) \geq k_i(M_l).$$

Vagyis a végállapotra vonatkozó ismérvekre nézve az a variáns a kedvezőbb, amelyhez nagyobb ismérvértékelés tartozik. Ha történetesen $k_i(M_h) = k_i(M_l)$, akkor $M_h \overset{i}{\succsim} M_l$ és $M_l \overset{i}{\succsim} M_h$. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a két variáns erre az ismérvre nézve egyenértékű:

$$M_h \overset{i}{\sim} M_l.$$

Mit tegyünk azonban $i \in J_1$ esetén, ahol általában nem várhatjuk, hogy két tetszőleges variánsra

$$k_{it}(M_h) \geq k_{it}(M_l)$$

minden $t = 1, 2, \ldots, T$-re teljesüljön. Ha csak akkor mondanánk, hogy $M_h \succsim M_l$, ha a két variánst jellemző idősorok közül az egyik tagonként majorálná a másikat, a variánsok kis hányadát tudnánk csak ilyen módon összehasonlítani. Vagyis $i \in J_1$ esetén csak részlegesen értelmezett relációnk lenne, szemben azzal, hogy $i \in J_2$ esetén a megfelelő relációk teljesek. Ez azt jelenti, hogy a $M^2 = M \times M$ halmaz minden elemén a reláció legalább az egyik irányban fennáll.

Az elemzéshez nélkülözhetetlen pályajellemző ismérvek összehasonlítására az azokra értelmezett részleges preferenciarelációk igen kevés információt nyújtanának csak. Célszerűnek látszik ezért, hogy az idősorokkal jellemzett ismérvek esetén az előnyösséget — további ésszerű közgazdasági meggondolások segítségével — szélesebben értelmezzük.

Vezessük be mindenek előtt a következő függvényeket:

$$k_i[t, M_j] = \sum_{p=1}^{t} k_{ip}(M_j)$$

$$(i = 1, 2, \ldots, k);\ (j = 1, 2, \ldots, n);\ (t = 1, 2, \ldots, T).$$

A $k_i[t, M_j]$ tartalmilag azt fejezi ki, hogy mennyit nyújt az M_j variáns az i-edik ismérv szerint a népgazdaságnak a terv első t időszakában összesen.

Nem vitás, hogy amennyiben egy M_h variáns a terv minden időszakának végén a terv kezdete óta többet nyújtott valamilyen ismérv szerint, mint egy M_l variáns, akkor indokolt előbbit előnyösebbnek tekinteni, mint az utóbbit. Megállapodunk ezért abban, hogy

$$k_i[t, M_h] \geq k_i[t, M_l] \;\forall t = 1, 2, \ldots, T \Rightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_l.$$

Ez a megállapodás azt jelenti, hogy egy variánst valamilyen ismérv szerint jobbnak minősítünk a másiknál, amennyiben a megfelelő ismérvre vonatkozó kumulált értékeléseinek az idősora majorálja a másik variáns megfelelő kumulált értékeit. M_h akkor jobb, mint M_l, ha a $k_i[t, M_h]$ függvény a $(0, T)$ intervallumban „felette" van a $k_i[t, M_l]$ függvénynek.

Mit mondjunk azonban arra az esetre, amikor a két függvény valahol metszi egymást? Ez azt fejezi ki, hogy a teljes tervidőszak bizonyos részében az egyik variáns összességében többet nyújt, mint a másik; van azonban olyan időszak is, amikor a helyzet megfordul.

Az ilyen esetek egy részében az összehasonlításra tudunk közgazdaságilag indokolható módszert adni. Ehhez valamilyen időpreferenciát kell bevezetnünk. Enélkül nyilván lehetetlen különböző időpontokban jelentkező előnyöket és hátrányokat összemérni; holott éppen ez most a feladat.

Minthogy hozam típusú mutatókkal dolgozunk, joggal mondhatjuk a következőt: a népgazdaság számára a t-ik periódusban jelentkező egységnyi eredmény (az i-ik ismérv szerint) $(1 + \pi_i)^{-t}$ $(\pi_i > 0)$ ér, ha már a $(t-1)$-ik periódusban jelentkezik. Ennek alapján minden M_j-hez meghatározható az i-ik ismérv „felkamatolt" összes értéke a tervidőszak végéig. Ez

$$K_i\,[\pi, M_j] = \sum_{p=1}^{T} k_{ip}\,(M_j)\,(1 + \pi)^{T-p}.$$

Az időpreferencia függvényében most már módunkban áll a variánsokat összehasonlítani. Adott π_i mellett nyilván az a variáns az előnyösebb, amelyre $K_i[\pi_i, M_j]$ nagyobb.

Mekkora legyen azonban az időpreferencia? Erről a döntéshozónak kell nyilatkoznia. Nem várható el a döntéshozótól, hogy π_i-re egyetlen meghatározott értéket adjon. Nem is nagyon volna értelme valamiféle „objektív" időpreferencia után érdeklődni. Az a célszerű, ha a döntéshozó megjelöli az időpreferenciájának egy „ésszerű" tartományát. Legyen ez:

$$[\underline{\pi}_i; \overline{\pi}_i]$$

Ezek után a következő formában rögzítjük preferenciáinkat:

$$K_i\,[\pi_i, M_h] \geq K_i\,[\pi_i, M_l]; \;\forall \underline{\pi}_i \leq \pi_i \leq \overline{\pi}_i \Longleftrightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_l.$$

Vagyis egy variánst akkor tekintünk valamely ismérv szerint jobbnak egy másiknál, ha a döntéshozó által megadott időpreferencia-tartományba eső bármely π_i mellett az ismérv értékeinek felkamatolt összege ennél a variánsnál a nagyobb. Összehasonlíthatatlannak tekintünk két variánst, ha a

$$K_i\,[\pi_i, M_h] - K_i\,[\pi_i, M_l]$$

függvény a $[\underline{\pi}_i; \overline{\pi}_i]$ intervallumban határozottan előjelet vált.

Vegyük észre, hogy a „$\overset{i}{\succsim}$" relációnak ez a meghatározása magában foglalja a kumulált összegek alapján való meghatározást. Ha ugyanis

$$k_i[t, M_h] \geq k_i[t, M_l]; \quad \forall t = 1, 2, \ldots, T\text{-re},$$

akkor

$$K_i[\pi_i, M_h] \geq K_i[\pi_i, M_l]; \ \forall \pi_i > 0\text{-re}$$

és méginkább minden $\underline{\pi}_i \leq \pi_i \leq \overline{\pi}_i$-re.

Egy kis algebra

A végállapoti ismérvek összehasonlítása nem igényel számolást. Egyszerű a helyzet akkor is, amikor az idősorok kumulált értékei alapján tudunk választani. Matematikai vizsgálatot csak a felkamatolt hozamösszegek alapján való összemérés kíván. Két variáns összehasonlításakor csak azt kell eldönteni, hogy a

$$f_i(\pi_i) = K_i[\pi_i, M_h] - K_i[\pi_i, M_e]$$

függvény előjelt vált-e a $[\underline{\pi}_i, \overline{\pi}_i]$ intervallumban. Ha igen: a két variáns nem összehasonlítható. Ha nem: és a fenti függvény a teljes intervallumon nemnegatív, akkor $M_h \overset{i}{\succsim} M_l$ áll fenn, míg ha a függvény az egész intervallumon nem pozitív, akkor

$$M_l \overset{i}{\succsim} M_h.$$

Minthogy

$$f_i(\pi_i) = \sum_{p=1}^{T} k_{ip}(M_h)\,(1 + \pi_i)^{T-p} - \sum_{p=1}^{T} k_{ip}(M_l)\,(1 + \pi_i)^{T-p} =$$

$$\sum_{p=1}^{T} [k_{ip}(M_h) - k_{ip}(M_l)]\,(1 + \pi_i)^{T-p},$$

a következő jelöléseket bevezetve

$$c_{ip} = [k_{ip}(M_h) - k_{ip}(M_l)]$$
$$x = (1 + \pi_i),$$

kapunk egy polinomot:

$$P_i(x) = \sum_{p=1}^{T} c_{ip}\, x^{T-p}.$$

Azt kell vizsgálnunk, hogy a

$$P_i(x) = 0$$

$(T-1)$-ed fokú egyenletnek van-e gyöke az $[1+\underline{\pi}_i;\ 1+\bar{\pi}_i]$ intervallumban. Legyen $\mathrm{d}_{ip}=\dfrac{c_{ip}}{c_{i1}}$ és osszuk el az egyenlet mindkét oldalát c_{i1}-gyel. Kapunk egy új egyenletet:

$$\bar{P}_i(x)=\sum_{p=1}^{T}\mathrm{d}_{ip}\,x^{T-p}=0$$

ahol $\mathrm{d}_{i1}=1$.

Ha $\bar{P}_i(1+\underline{\pi}_i)$ és $\bar{P}_i(1+\bar{\pi}_i)$ előjele különböző, akkor a polinom folytonossága miatt az intervallumban előjelváltás következik be és a két variáns nem összehasonlítható. Ha azonban $\bar{P}_i(1+\underline{\pi}_i)\cdot\bar{P}_i(1+\bar{\pi}_i)>0$, akkor még nincs kizárva annak a lehetősége, hogy az intervallumban előjelváltás történjék. De ebben az esetben itt a polinomnak páros számú gyöke van.

Viszonylag könnyű a kérdésre válaszolni, ha T nem túl nagy, mert ekkor a polinomok gyökeinek a meghatározása nem igényel túl sok számolást. Sok periódus esetén viszont célszerűbb az algebra olyan eredményeire támaszkodni, amelyek az egyenletek megoldása nélkül adnak felvilágosításokat a lehetséges gyökök számáról és elhelyezkedésükről [2].

A legismertebb ilyen tétel a Descartes-féle előjelszabály. Eszerint a $P(x)$ polinom pozitív gyökeinek a száma (mindegyiket annyiszor véve, ahányszoros gyök) egyenlő a polinom együtthatórendszerében fellépő előjelváltások számával, vagy ennél egy páros számmal kevesebb. A mi esetünkben e tétel alapján azonban csak abban a triviális esetben következtethetünk biztosan, amikor $\forall \mathrm{d}_{ip}\geq 0$. Ebben az esetben ugyanis a polinómnak egyáltalában nem lehet pozitív gyöke. Erre azonban már korábban rájövünk, ugyanis ebben az esetben az előnyösséget el tudjuk dönteni a kumulált összegek alapján.

Rendszerint kénytelenek vagyunk ezért bonyolultabb segédeszközöket igénybe venni. Ezek közé tartozik többek között a polinomokra vonatkozó Sturm-féle tétel. Minden $P(x)$ polinomhoz meghatározható a polinomoknak egy ún. Sturm-féle rendszere: $P(x)=P_0(x);\ P_1(x);\ P_2(x);\ \ldots;\ P_s(x)$. Ha tekintjük a rendszert alkotó polinomok értékét egy adott $\hat{x}$ pontban, nyerünk egy számsorozatot. Jelölje ebben a sorozatban az előjelváltások számát: $S(\hat{x})$.

Sturm tétele már most azt mondja ki, hogy ha x_1 és x_2 nem gyökei a polinomnak és a polinomnak nincsenek többszörös gyökei, akkor az $S(x_1)-S(x_2)$ különbség egyenlő éppen a $P(x)$ polinom x_1 és x_2 közé eső valós gyökeinek a számával.

Az általános esetben tehát a $\bar{P}_i(x)$ polinomokhoz meg kell határozni egy Sturm-féle rendszert (ennek részleteit illetően utalunk az irodalomjegyzékre) és meg kell vizsgálni a

$$S(1+\underline{\pi}_i)-S(1+\bar{\pi}_i)$$

értékeket. Ha ez a különbség 0, $\bar{P}_i(x)$-nek nincs gyöke a vizsgált intervallumban. Ellenkező esetben a variánsok nem összehasonlíthatók.

A globális preferencia

A fentiekben leírt módon k különböző relációt definiáltunk. Minden $i\in J$-hez tartozik egy $\overset{i}{\succsim}$ reláció. Az így bevezetett relációkat a szokásos módon ábrázolhatjuk k különböző irányított gráf segítségével. $\overset{i}{\precsim}$ alapján definiáljuk a $G_i = (M, U_i)$ irányított gráfot, amelyben M a csúcspontok halmaza és $(M_h; M_l) \in U_i$ akkor és csak akkor, ha $M_h \overset{i}{\succsim} M_l$.

A G_i gráfban minden csúcsot irányított élek kötnek össze azokkal a csúcsokkal, amelyekhez az i-ik ismérv szerint nála nem kedvezőbb variánsok tartoznak. Ezek a gráfok mind tranzitivek, mert a relációk is azok. Ugyanis

$$M_h \overset{i}{\succsim} M_l;\ M_l \overset{i}{\succsim} M_p \Rightarrow M_h \overset{i}{\succsim} M_p.$$

Tekintsük a részpreferenciákhoz tartozó ún. hozzárendelt mátrixokat. A $G_i = (M, U_i)$ gráf esetén ez olyan $A_i : (n \times n)$ méretű mátrix, amelyben

$$a_{hl}^{(i)} = \begin{cases} 1 \text{ ha } M_h \overset{i}{\succsim} M_l \\ 0 \text{ ha } M_h \succsim M_l \text{ és ha } h = l \end{cases}$$

Az így definiált gráfok közül a G_i; $i \in J_2$ gráfokban minden csúcspár legalább az egyik irányban éllel össze van kötve. A G_i; $i \in J_1$ gráfokban lehetnek össze nem kötött csúcsok, ezek felelnek meg az össze nem hasonlítható variánsoknak.

A továbbiakban arra törekszünk, hogy a részpreferenciák alapján globáliz preferenciát értelmezzünk az M halmazon. Azt szeretnénk elérni, hogy ek a globális preferencia biztosítsa a variánsok sorbarendezését előnyösségüs szerint.

Képezzük a következő mátrixot:

$$B = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i A_i \qquad \text{ahol } \lambda_i > 0, \qquad \forall_i \in J\text{-re}$$

A λ_i súlyokat a döntéshozónak kell megadnia. A súlyarányok megadásáva a döntéshozó finomít a korábbi állásfoglalásain, amikor is csak a kritériumait nevezte meg és fontossági sorrendet adott reájuk. Most nyilatkoznia kell az egyes ismérvek egymáshoz viszonyított fontossági arányairól is. Minthogy az ismérvek az J halmazban már eleve fontossági sorrendjük szerint vannak sorszámozva, nyilván:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_k > 0.$$

Ilyen körülmények között két szélső álláspont lehetséges:

a) $$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 1.$$

Valamennyi kritérium egyformán fontos és a sorrend csak egyenlő mérték esetén számít.

b) $$\lambda_1 = 2^{k-1};\ \lambda_2 = 2^{k-2};\ \ldots\ \lambda_k = 1.$$

Minden egyes ismérv fontosabb a sorban utána következő valamennyi ismérv hatásánál együttesen.

A két szélsőséges súlyozás között bármilyen közbülső lehetséges.

A B-mátrixból ezek után egy új $C:(n \times n)$ méretű mátrixot képezünk a következő szabályok szerint:

1. $\left.\begin{array}{l} C_{hl} = 1 \\ C_{lh} = 0 \end{array}\right\}$ ha $b_{hl} > b_{lh}$; $h \neq l$

2. $\left.\begin{array}{l} C_{hl} = 1 \\ C_{lh} = 0 \end{array}\right\}$ ha $b_{hl} = b_{lh}$ és a h-ik variáns lexikografikusan jobb, mint az l-ik

3. $C_{hh} = 0 \quad (h = 1, 2, \ldots, n)$

A lexikografikusan jobb azt jelenti, hogy az első olyan kritériumnál, ahol $M_h \overset{i}{\sim} M_l$-vel: $M_h \overset{i}{\gtrsim} M_l$ áll fenn.

Könnyen belátható, hogy a C mátrix 0 és 1 értékű elemekből álló, antiszimmetrikus mátrix, vagyis $c_{ij} + c_{ji} = 1$ $i \neq j$. Pontosan $\frac{n(n-1)}{2}$ pozitív eleme van. Tekintsük azt a $G = (M, U)$ irányított gráfot, amelynek C a hozzárendelt mátrixa. Megállapodunk abban, hogy

$$M_h \gtrsim M_l \longleftrightarrow (M_h; M_l) \in U,$$

és ez éppen akkor következik be, ha $C_{hl} = 1$.

A G gráf komplett irányított gráf, ami annyit jelent, hogy minden csúcspárja között legalább az egyik irányban (esetünkben pontosan az egyik irányban) van él. A gráfelméletből jólismert az a tény, hogy minden komplett gráfban létezik ún. Hamilton féle út. Ez az irányított éleknek olyan $(n-1)$ élből álló, egymáshoz kapcsolódó sorozata, amely minden gráfcsúcsot pontosan egyszer érint. A G gráfban levő Hamilton utak a különböző makrovariánsoknak megfelelő csúcsokat a definiált globális preferencia szerinti sorrendben érintik és ezzel megvalósítják a kívánt célkitűzésünket.

Bemutatott módszerünk hasonló ahhoz az eljáráshoz, amelyet Bernard Roy javasolt [3] alatti könyvében egy véges döntéshalmazból való választásra több célfüggvény egyidejű figyelembevétele mellett.

Roy-nál minden kritérium skalármutatóval értékelődik. Az így keletkező részpreferenciák alapján definiálja az ún. ,,dominancia'' relációt, amellyel a mi ,,globális'' preferenciánk analóg. A két fogalom definíciós feltételezései azonban nem azonosak. Ahhoz, hogy két variáns között a $M_h \overset{i}{\gtrsim} M_l$ dominancia reláció fennálljon, két feltételnek kell teljesülnie:

1. az M_h variánsnak elég sok ismérv alapján jobbnak kell lennie M_l-nál;
2. nem létezhet egyetlen olyan ismérv sem, amely szerint M_h egy még megengedett fokot meghaladóan rosszabb, mint M_l.

A ,,dominancia'' relációban tehát előfordulhat összehasonlíthatatlanság, a G gráf nem feltétlenül komplett; nem feltétlenül létezik benne Hamilton út. Vagyis a módszer nem biztosítja azt, hogy ,,legjobb'' elemet találjunk minden esetben és hogy a variánsokat előnyösségi sorrendbe tudjuk rendezni. Roy azt javasolja, hogy a döntéshozó ilyen esetekben a gráf ún. magjához tartozó variánsok közül válasszon, mert ezek olyan variánsok, amelyeket egyetlen más variáns sem dominál.

A mi modellünkben a globális preferencia-reláció érvényes két variáns között, ha az egyik a kritériumok több, mint felében jobb, mint a másik. Egyenlőség esetén pedig a lexikografikusan előnyösebb variánst választjuk. Ugyanakkor nem vizsgáljuk, hogy a globális preferencia irányával ellentétes részpreferenciáknál mekkorák a különbségek. Ezt a vizsgálatot azért nem tartjuk jelen esetben fontosnak, mert az összehasonlításra kerülő makrovariánsokat generáló modellekben a korlátozó feltételek biztosítják, hogy lényeges kritériumok szerint egyetlen megengedettnek tekintett variáns se legyen ,,nagyon rossz''.

Végezetül megjegyezzük, hogy az általunk bevezetett globális preferencia — akár csak a Roy féle dominancia reláció — általában nem tranzitív. A G gráfban előfordulhatnak három élből álló körutak. Az ilyenek fellépése azt jelenti, hogy valamennyi feltételezés után még mindig maradt ellentmondás a rész-preferenciák és a globális értékelés között.

Amennyiben a G gráfban vannak körutak: több különböző Hamilton úthoz jutunk. A variánsok előnyösségi sorrendje nem lesz egyértelmű: Különböző sorrendek jöhetnek szóba: amelyek annyiban különböznek egymástól, hogy az azonos körutakon fekvő variánsok különböző ciklikus permutációi szerepelnek bennük.

Kézenfekvő ilyenkor arra az álláspontra helyezkedni, hogy az azonos körúton fekvő variánsokat a globális preferencia egymással egyenértékűnek ítéli. Igy már egyértelműen meghatározott sorrendhez jutunk, amely ugyan megengedi a ,,holtversenyt'' is.

Egy gyakorlati alkalmazás

A távlati tervezés keretei között különböző modellek segítségével optimalizációs számításokat végeztünk és nagyszámú makrovariánst állítottunk elő. Összehasonlító elemzésükhöz felhasználtuk az ismertetett eljárást. Röviden bemutatunk egy konkrétan végigszámolt elemzést.

Öt makrovariánst akarunk összehasonlítani, ezek: M_1, M_2, M_3, M_4, M_5. Valamennyi az 1976—1990 közötti 15 éves tervezési időszakra vonatkozik. A teljes tervidőszakot három ötéves szakaszra bontottuk ($T = 3$). Összehasonlítási kritériumokként fontossági sorrendben a következőket vesszük:

1. A lakosság fogyasztása. Ezt vesszük első ismérvnek, mert jellemzi a lakossági igények kielégítésének az alakulását.

2. A nemzeti jövedelem. A társadalmi termelés alakulásának egyik fontos mutatója.

3. A tőkés külkereskedelmi forgalom egyenlege.

4. A szocialista külkereskedelmi forgalom egyenlege. Ez utóbbi két ismérv jellemzi a gazdaság nemzetközi munkamegosztásbeli helyzetének stabilitását.

5. A népgazdaság összes állóalapja 1990-ben. Minthogy az állóeszközök képezik a következő termelési periódus egyik legfontosabb anyagi feltételét, ez a mutató tükrözi: milyen mértékig gondoskodnak a különböző variánsok a ,,jövőről'', vagyis mennyire készítik elő a tervidőszakot követő tervszakaszt.

Láthatóan $k_1 = |J_1| = 4$ idősorral jellemzett és $|J_2| = 1$ végállapotot jellemző kritériumunk van. Vagyis $k = 5$.

Bemutatjuk a részpreferenciák számítását az 1. ismérv alapján. Az 1. Tábla tartalmazza a lakossági összfogyasztást jellemző idősorokat variánsonként. A 2. Tábla pedig a kumulált fogyasztásokat tünteti fel.

1. Tábla

A lakossági összes fogyasztás alakulása

1971 – 1975 = 100

Variáns:	1976—1980	1981—1985	1986—1990
M_1	123,8	149,8	192,2
M_2	116,7	155,2	214,4
M_3	128,8	163,0	188,7
M_4	116,7	154,1	221,6
M_5	128,0	166,8	192,4

2. Tábla

A lakossági összes fogyasztás kumulált alakulása

1971 – 1975 = 100

Variáns:	1976—1980	1981—1985	1986—1990
M_1	123,8	273,6	465,8
M_2	116,7	271,9	486,3
M_3	128,8	291,8	480,5
M_4	116,7	270,8	492,4
M_5	128,0	294,8	488,2

A 2. Táblából leolvashatók az alábbi relációk:

$$M_5 \overset{1}{\succsim} M_1;\ M_5 \overset{1}{\succsim} M_2;\ M_5 \overset{1}{\succsim} M_3;\ M_3 \overset{1}{\succsim} M_1;$$

A többi hat összehasonlítás behatóbb vizsgálatot igényel. Meg kell adnunk először is az időpreferencia korlátait. Legyenek ezek évi 5%, illetve évi 20%. Minthogy 5 éves időszakokat mérünk, esetünkben: $\underline{\pi}_1 = 0{,}276$ és $\bar{\pi}_1 = 1{,}488$.

Az összehasonlítási eljárás illusztrációjaként vessük egybe az M_3 és az M_4 variánsokat.

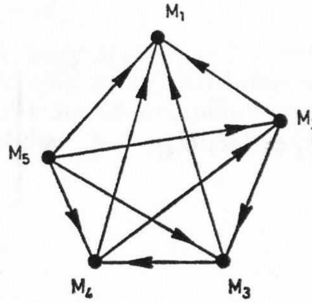
$$K_1[\pi_1, M_3] - K_1[\pi_1, M_4] = 12{,}1x^2 + 21{,}0x - 11{,}9.$$

Minthogy $T = 3$: másodfokú polinomot kaptunk, amelynek a vizsgálata elemi eszközökkel lehetséges. A polinom az [1,276; 2,488] intervallum mindkét végpontjában pozitív és az intervallumban végig növekszik. Igy itt nem lehet gyöke. Tehát: $M_3 \succsim M_4$.

Hasonló vizsgálatokat végezve valamennyi kritériumra: az alábbi gráfokban ábrázolt viszonyokat nyertük.

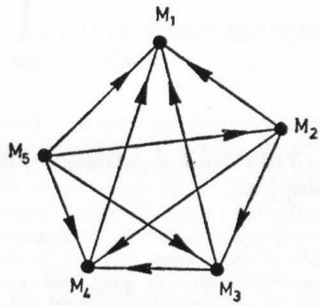
1. ismérv: fogyasztás

$$G_1 = (M, U_1) \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



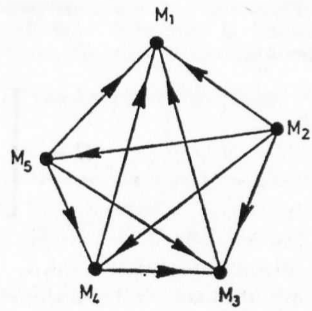
2. ismérv: nemzeti jövedelem

$$G_2 = (M, U_2) \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



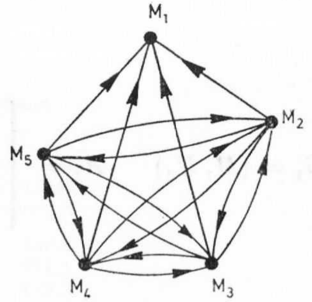
3. ismérv: tőkés külkereskedelmi egyenleg

$$G_3 = (M, U_3) \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



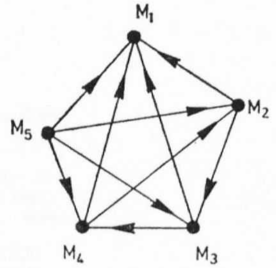
4. ismérv: szocialista külkereskedelmi egyenleg

$$G_4 = (M, U_4) \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



5. ismérv: állóeszközök záróállománya

$$G_5 = (M, U_5) \qquad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



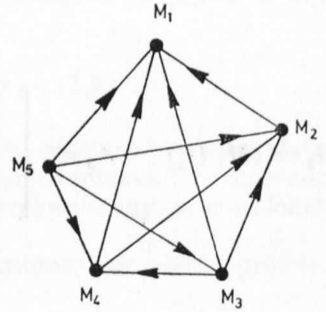
Válasszuk a kritériumok $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 1$ súlyozását. Fentiek alapján:

$$B = \sum_{i=1}^{5} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 5 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

A C mátrix képzéséhez jelöljük meg a B mátrixban a max(be, be) elemeket. Mivel $b_{24} = b_{42}$: megvizsgáljuk G_1-től kezdve, hogy M_2, illetve M_4 kedvezősége hol tér el először. Azt találjuk, hogy $G^1_{42} > G^1_{24}$, ezért $C_{42} = 1$; $C_{24} = 0$.

Tehát a C mátrix és a neki megfelelő $G(M, U)$ gráf a következő:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



A G gráfban három különböző Hamilton út van:

$$M_5—M_2—M_3—M_4—M_1; \quad M_5—M_3—M_4—M_2—M_1 \text{ valamint } M_5—M_4—M_2—M_3—M_1.$$

A tett feltételezések alapján határozottan állíthatjuk, hogy M_5 a legkedvezőbb, M_1 a legkedvezőtlenebb variáns. Nincs elegendő és elég meggyőző információnk ahhoz, hogy a közbül elhelyezkedő variánsokat is határozott előnyösségi rangsorba tudjuk állítani. Úgy tűnik: ezek összességükben nagyjából egyenértékűek.

(Beérkezett: 1976. október 14.)

IRODALOMJEGYZÉK

1. AUGUSTINOVICS M. és szerzőtársai: A kvantitatív szintézis rendszere a távlati tervezésben (1968–1975). OT Távlati Tervezési Főosztály Matematikai Tervezési Osztály anyaga. 1976. március.
2. KUROS, A. G.: Felsőbb algebra. Tankönyvkiadó 1967.
3. ROY, B.: Algebre moderne et théorie des graphs. Tome 1. DUNOD. 1969.

A COMPARATIVE ASSESSMENT OF ALTERNATIVE PLAN VARIANTS (MACRO-VARIANTS) FOR THE NATIONAL ECONOMY

In the process of national economic planning several plan variants (macro-variants) are elaborated for the same plan period, especially when mathematical planning models are used. Macro-variants describe different possible paths for the development of the national economy. In the final stage of the planning a decision must be made which one of the possible paths should be followed. The preparation of the decision on the plan, thus, logically necessitates the complex evaluating comparison of the macro-variants.

The author suggests a relatively simple interactive method for the approach to this decision. The process starts with the economic policy makers fixing the development criteria of the national economy, giving the order of priorities as well. These refer partly to the state of the economy to be achieved by the end of the planning period, and partly to the path of the development. On the basis of these criteria each macro-variant is awarded partial indicators of the criteria, which may be scalar indicators as well as time series (vector indicators).

The method unifies the two measurements, relying on the time-preferences given by the policy makers and assignes a partial preference to each criterion. These are transitive but not necessarily complete.

On the basis of the information provided by partial preferences, and with regard to the weights given by the decision makers, a so-called global preference is introduced on the set of macro-variants, which is anti-symmetric, complete, but not necessarily transitive. The directed graph representing the global preference relations is known to contain a Hamilton path (perhaps more than one) and, thus, the macro-variants can be arranged into a certain order of preference.

The method has been used for the long-range planning of the period 1976–1990.

ОЦЕНОЧНОЕ СРАВНЕНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПЛАНОВЫХ ВАРИАНТОВ (МАКРОВАРИАНТОВ)

В процессе народнохозяйственного планирования (в особенности в случае применения математических плановых моделей) относительно конкретного планового периода разрабатывается обычно несколько (иногда много) плановых вариантов, которые известны под названием макровариантов. Макроварианты излагают различные, осуществимые пути развития народного хозяйства. На окончательным этапе планирования следует произвести выбор между возможными путями развития. Таким образом подготовка решения относительно принятия плана логически предполагает комплексное, оценочное сравнение макровариантов.

Автор предлагает сравнительно несложный, интерактивный метод для приближения этой проблемы. В начальной стадии процесса специалисты по экономической политике фиксируют критерии развития народного хозяйства и устанавливают порядок этих признаков. Они связаны отчасти со складывающимся к концу планового периода положением экономики, а отчасти примыкают к пути развития. На основании этих критериев к каждому макроварианту предписываются показатели различных парциальных критериев, которые являются отчасти скалярными показателями и отчасти временными рядами (показатели векторного значения).

Метод синтезирует эти два вида измерений, опираясь на данные специалистами по экономической политике временные преференции и назначает к каждому критерию по одной частной преференции. Они являются транзитивными, но не безусловно полными.

На основании информаций, полученных с помощью частных преференций, а также учета сформулированных решениями весов во множество макровариантов вводится т. н. глобальная преференция, которая является антисимметричной, комплектной, но не безусловно транзитивной. Изображающий реляцию глобальной преференции управляемый граф обязательно содержит гамильтонов путь (может быть даже несколько), благодаря чему можно установить некоторый преимущественный порядок (порядки) макровариантов.

Этот метод применялся на практике в аналитической работе, связанной с перспективным планированием на 1976—1990 годы.