

KÖNYVEKRŐL

BÉLA MARTOS: *Nonlinear programming, theory and methods*. Budapest, 1975. Akadémiai Kiadó. 279 p.

A könyv a gazdasági és műszaki döntési problémákban felmerülő nemlineáris programozási (NLP) feladatok legfontosabb elméleti és gyakorlati számítási módszereit foglalja össze. Bemutatja a NLP feladatok szokásos megoldási eljárásait, különös figyelmet szentelve arra, hogy miként lehet a hatékonyságukat biztosító analitikus feltételeket gyengíteni. A gyakorlatban ugyanis ritkán fordul elő olyan nemlineáris feladat, ahol kellemes folytonossági, konvexitási mellékfeltételek is teljesülnek. A tárgyalásmód és felépítés matematikailag magas színvonalú és igényes, mindamellett az olvasást megkönnyíti azáltal, hogy számos jól válogatott számpéldát is bemutat, továbbá a bevezető fejezetekben összefoglalja a matematikai segédeszközöket. Minthogy bőséges irodalmi utalást is tartalmaz és a szerző sok önálló, másutt nem publikált eredményét, azért a könyv igen hasznos mind a kutatók, mind az áttekintésüket bővíteni kívánó speciális alkalmazók számára. Kézikönyvként és tankönyvként egyaránt kiváló.

Két fő részre tagozódik, az első az elmélet, a másik a módszer szempontjai alapján foglalkozik a NLP egyes fejezeteivel. A 15 bemutatott fejezet közül az első bevezető jellegű, a lineáris programozási kézikönyvekhez hasonló módon tárgyalja a halmazokat, függvényeket és topologikus tulajdonságukat, a lineáris algebrát és mátrixszámítást, leginkább Berge—Ghouila-Houri társzerzők ismert könyvében található-hoz hasonló felfogásban. A második fejezetben a szerző a NLP feladatát úgy értelmezi, mint egy $\varphi(x)$ skalár értékű függvény minimumának meghatározását az n -dimenziós euklidesi tér olyan összefüggő részén, amelyet véges m -számú komponensű g vektorfüggvénnyel képezett $g(x) \leq 0$ egyenlőtlenségrendszer jelöl ki. Ez az értelmezés kizárja a diszkrét, integer prog-

ramozási feladatokat, ahol a megengedett tartomány nem összefüggő. Formálisan ki van zárva annak lehetősége is, hogy végtelen sok feltételi egyenlőtlenség határolja le a megengedett tartományt, mert g -nek csak véges számú komponense lehet. Mint-hogy azonban g nem csak lineáris függvény lehet, hanem pl. végtelen sok szakaszból álló, szakaszonként (tartományonként) más-más módon megadott függvény, azért a szerző értelmezése gyakorlatilag nem zár ki olyan eseteket sem, midőn m nem véges, csak a végtelen sok komponensű g függvénnyel képezett $g(x) \leq 0$ egyenlőtlenség pótolható véges komponensű, szakaszonként más-más módon adott g -vel képezett egyenlőtlenséggel.

A szerző eredményeiben alapvető fontosságú a kvázikonvexitás fogalma. Ehhez a konvexitásból kiindulva jutunk. Egy φ függvényt konvexnek nevezünk az euklidesi tér valamely konvex tartománya fölött, ha a tartomány bármely két x , pontjának $0 \leq \lambda \leq 1$ súlyú $z = (1 - \lambda)x + \lambda y$ osztópontján a $\varphi(z)$ értéke nem haladja meg a $\varphi(x)$, $\varphi(y)$ függvényértékek λ súlyú $K(\lambda) = (1 - \lambda)\varphi(x) + \lambda\varphi(y)$ középpértékét. Kvázikonvexitás esetén K helyett $\max[\varphi(x), \varphi(y)]$ veendő. Megfelelően konkavításról beszélünk, ha a $-\varphi$ függvény konvex, kifejezett kvázikonvexitás esetén pedig olyan kvázikonvex függvénnyel dolgozunk, amelyre az osztópontokon a függvényértékek határozottan alatta maradnak az x , y végpontokon felvett értékek közül a nagyobbiknak, feltéve, hogy ott $\varphi(x) \neq \varphi(y)$. A kvázikonvexitás egyenértékű más értelmezéseit is megadja a szerző, különösen fontos a $\psi(\lambda) = \varphi[(1 - \lambda)x + \lambda y]$ függvénnyel való kapcsolat. Figyelemre méltó még a kvázimonoton függvények értelmezése, amelyek egyaránt kvázikonvexek és kvázikonkávok. A szerző részletesen tárgyalja a bevezetett tulajdonságok kapcsolatát, öröklődését összetett függvények és lineáris kombinációk és más egyéb elemi módon felépített függvények képzése esetén, felhasználásukat

NLP feladatokban. Magyar matematikusok: *Deák Ervin, Kéri Gerzson, Kovács L. Béla, Krekó Béla, Majthay Antal, Prékopa András* a szerzővel együtt úttörő munkát végeztek a NLP megalapozásában, különösen a fent említett fogalmak kialakítása és hasznosságuk igazolása terén. A fejezet végén érdekes megjegyzéseket találunk olyan irányban, midőn súlyozott közép helyett súlyozott hatványközepeket tekintünk.

A következő fejezet az előzőkhöz kapcsolódva mindenek előtt egy függvény kvázikonvexitásának egyenértékűségét mutatja ki a függvény nívóhalmazának konvexitásával. Ezután viszont a $g(x) \leq b$ feltétellel kijelölt megengedett megoldások halmazának tulajdonságát vizsgálja két irányban: midőn változó b esetén ezek zárt konvex halmazok, illetve síkokkal határoltak. A g függvény kvázikonvexitása ill. kvázimonotonitása ezzel szorosan összefügg. Itt kerül sorra néhány szétválasztási tétel és Farkas tétele is.

Az 5. fejezetben a lokális minimum és lokális csúcs ponti minimum értelmezését találjuk olyan megkülönböztetés szerint, hogy az illető pontban a függvényértéket a pont környezetében, illetve egy sokszög szomszédos csúcsain felvett értékekkel hasonlítjuk össze. A vizsgálat fő problémája olyan feltételek keresése, melyek a lokális minimum, illetve csúcs ponti minimum globális érvényét is biztosítják.

A klasszikus Lagrange-féle majd Kuhn—Tucker-féle nyereg pont problémákat a 6. és 8. fejezetben találjuk. Ezekhez jó eszköznek bizonyul a 7. fejezetben bevezetett lokális kvázikonvexitás és pszeudokonvexitás fogalma, amelyek azt fejezik ki, hogy az iránymenti derivált nem pozitív illetve negatív a nem növekvő, illetve fogyó függvényértékek irányában.

A 9. fejezet, mint önálló függelék foglalkozik a kvadratikus függvények konvexitási és a szerző által bevezetett szubdefinitási tulajdonságaival, amelyek a kvadratikus programozásban lényegesek.

Az ezt követő fejezetek a programozás különböző számítási módszereit, a lineáris programozás szimplex módszerét, a teljes leírás módszerét, a kvadratikus programozás különböző módszereit, a gradiens módszert, a metsző síkok módszerét tárgyalja és kiterjesztési lehetőségüket az első részben bevezetett és ismertetett feltételeknek eleget tevő NLP feladatokra. A módszerek alkalmazási lehetőségét az első részben felépített elmélet támasztja alá, a gyakorlati numerikus végrehajtást pedig sok szám példa illusztrálja.

WALTER JAHN—HANS VAHLE: *A faktoranalízis és alkalmazása*. Budapest, 1974. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 231 p.

A könyv vezető jellegű, mint ezt a szerzők hangsúlyozzák az Előszóban, erre utal terjedelme is, és természetesen a magyar fordítás elolja is az, hogy megismertessen az olvasóval egy rendkívül széles körben alkalmazható, a lehetőségekhez képest objektív és viszonylag könnyen értelmezhető eredményeket adó matematikai-statisztikai eljárást: a faktoranalízist. Ezt a feladatát a könyv tökéletesen ellátja, amiben nagy szerepet játszik, hogy a szerzők végig példákkal illusztrálják az elmondottakat.

A faktoranalízis lényege a jelenségek közötti bonyolult összefüggések minél egyszerűbb formában történő leírása; e módszer segítségével a bizonyos számú megfigyelt egységre (pl.: városokra, családokra, szarvasmarhákra) megadott mutatókban — a változókonban — felhalmozott információ nagy részét visszanyerjük néhány — az eredeti változók számánál lényegesen kevesebb — hipotetikus változóban, a faktorokban, amelyek az eredeti változóknak valamely lineáris kombinációi. Ezáltal a vizsgálni kívánt komplex jelenség könyvnyelven értelmezhetővé válik. Ez adja meg a faktoranalízis közgazdasági alkalmazásának a jelentőségét — de a módszer érdeklődésre tarthat számot a legkülönbözőbb területek szakemberei részéről is.

A könyv 8 részre tagozódik. A Bevezetésben a szerzők két példán mutatják be a faktoranalízis feladatát, majd a 2. fejezetben a faktoranalízis kiindulópontját képező korrelációs mátrix elemeivel, a korrelációs együtthatókkal foglalkoznak.

A 3. fejezet a könyv leglényegesebb része, itt ismertetik magát a faktoranalízist, mint módszert. A fejezet első pontjában a modell matematikai megfogalmazását adják meg. Meghatározzák a standardizált értékeket, a korrelációs mátrixot, a faktorok különböző típusait (közös, specifikus és hibafaktor), a különböző faktorok hozzájárulását a változók teljes szórásnégyzetéhez (amelyek közül legfontosabb a közös faktorok hozzájárulását jelentő kommunalitás), továbbá a faktorsúlyok mátrixát. A második pont a kommunalitások problémájával foglalkozik, előzetes becslésekre több módszert is ad. A harmadik pont ismerteti a faktoranalízis sok módszere közül a két legfontosabbat, a centroid módszert és a főfaktor módszert. A két módszer közül az utóbbi ajánlható inkább, mivel szigorú matematikai törvényszerűségeken alapul, önkényes megfontolásokat nem tartalmaz, elektronikus számítógé-

pekre jól programozható. A negyedik pont a kiszűrendő faktorok számával foglalkozik, ez a gyakorlatban a faktoranalitikus módszer pontossága és könnyen értelmezhetősége közötti kompromisszumot jelenti.

A faktoranalízis geometriai értelmezése szerint a faktorok egy m dimenziós teret feszítenek ki, ahol m a faktorok száma. A faktorok rotációja, amellyel a könyv 4. fejezete foglalkozik, ezen tér koordináta tengelyeinek elforgatásával egyenértékű. A megfelelő rotáció alkalmazásával kapott faktormegoldás bizonyos szempontból jobban értelmezhető, mint az eredeti. (Az értelmezés alapja minden esetben a faktor-súlyok mátrixa, amely a változóknak a faktorokkal való korrelációját tartalmazza.) Nagyon jól alkalmazható forgatási eljárás a varimax rotáció, de érdekes a speciális transzformáció is, amely az első faktort a változók egyikével, az úgynevezett célmennyiséggel azonosítja. Azonban a faktoranalízis feladatának olyan megfogalmazása, hogy a változók egyikét célmennyiséggé deklaráljuk — azaz ezt a változót tesszük meg a vizsgálat tárgyává —, a faktoranalízis lehetőségeinek a beszűkítésével jár, hiszen a tárgyalt módszer szépsége éppen abban rejlik, hogy olyan összetett jelenségeket tesz objektív úton értelmezhetővé, amelyek a gyakorlatban használt mutatók egyikével sem fejezhető ki teljességükben. A záró megjegyzésekben a szerzők utalnak is erre, amikor kijelentik, hogy minden mennyiség — függetlenül a többitől — felfogható célmennyiségként.

Az 5. fejezet a faktoranalízis két speciális problémáját, a faktorbecsléseket és a két faktormegoldás összehasonlítását tárgyalja, ezután igen szerteágazó témákra vonatkozó, számítási eredményekkel illusztrált példák (munkatermelékenység, városépítési tervezés, mezőgazdaság, ágynemű-szükséglet, szarvasmarhák testméretei) követnek. A Függelék a sajátérték probléma matematikai megfogalmazásával és két iteratív megoldási módszere rövid ismertetésével foglalkozik.

A könyv olvasása során az egyetlen zavaró momentum a sok elírás, fordítási pontatlanság volt, ami részben a téma újdonságával magyarázható. Például: „A példákat úgy választottuk, hogy az áttekinthetőség ne menjen a teljesség rovására.” (161. o.), „Az $(n + 1)$ számú z_0, z_1, \dots, z_n vektorok egy n -dimenziós R_n -térben mindig lineárisan függetlenek.” (215. o.). A téma érdekessége azonban gyorsan feledteteti ezeket az apró bosszúságokat.

Reméljük, hogy ez a jól sikerült könyv el is éri célját, és hazánkban is feltámad

az a széleskörű érdeklődés a faktoranalízis iránt, amelyet e módszer alkalmazási lehetőségei és jó eredményei indokolnak.

ZÁGON CSABA

ŠUJAN, I.—KÖLEK, J.—GERGELYI, K.: *Prognostický model ekonomiky ČSSR*. (Csehszlovákia gazdaságának prognosztikus modellje.) Alfa Vydavatelstvo Technickéj a Ekonomickéj Literatúry, Bratislava, 1974., 206 p.

Az ökonometriai modellezés Csehszlovákiában különösen az 1970-es évek elején vett nagy lendületet, az ENSZ égisze alatt Pozsonyban működő Számító Kutatóközpont (Vyskumné Vypočetvo Stredisko) megalakulását követően, amely nemcsak a számítástechnika, hanem a rendszerelemzés és az ökonometria területén is igen sokoldalú tevékenységet fejt ki. A szerzők ennek a Kutatóközpontnak a munkatársai.

Könyvük elején felsorolják azokat az ösztönzőket, bel- és külföldi példákat, amelyek alapján úgy tűnt, hogy az ökonometriai modell mint vizsgálati eszköz a csehszlovák népgazdaságban érvényesülő tartós összefüggések elemzésére és előrejelzésére is sikeresen alkalmazható. Az ökonometriai modellező tevékenység a Számító Kutatóközpontban 1969-ben kezdődött meg, igen jól hasznosítva a világszerte felhalmozódott tapasztalatokat. A szocialista országokban működő, hasonló tevékenységet folytató intézetek közül a szerzők a magyar KSH Ökonometriai Laboratóriumával, a Goszplan Tervgazdasági Tudományos Intézetének Kievvben működő osztályával, valamint a katovicei Gazdasági Főiskolával ápolt tudományos szakmai kapcsolatokat emelik ki. Csehszlovákiában ezt megelőzőleg C. Hudec a pénzügyi kapcsolatok ökonometriai modelljét alkotta meg, míg S. Mizera a szlovák gazdaság modelljét készítette el.

Minden ökonometriai modell magán viseli annak a célnak a sajátos jegyeit, amelynek érdekében megalkották. A Számító Kutatóközpont modelljeire általában az előrejelzési és a tervezési cél nyomja rá a bélyegét. Az ott készülő modellek egyrészt a gazdasági tervezés érdekében használható hosszútávú elemzés célját, másrészt a gazdasági jelenségek és összefüggéseik rövid- és közléptávú (1–5 év) előrejelzése célját szolgálják. A szerzők ezirányú korábbi tapasztalataikról és első kísérleti

modelljükről egy évvel korábban megjelent könyvükben számoltak be.¹

Középtávú előrejelzés céljára a szerzők közép nagyságú, 27 összefüggést számszerűsítő, 70 változót tartalmazó modellt készítették, amelynek paramétereit az 1955–1970. évi időszak statisztikai bázisán becsülték. A változatlan áron számított idősorok bázis éve 1967.

A mű nyolc fejezetből áll, amelyek az előrejelzési modell fogalmát, a szóban forgó modell specifikációját és jellemzőit, a becslési eljárást és a szignifikancia-vizsgálatban alkalmazott teszteket, a kétfokozatú becslést és programját, valamint a modell redukált formájával — az exogén változók különböző hipotetikus értékei mellett — nyert előrejelzési eredményeket tárgyalják.

A célkitűzésnek megfelelően, amely az előrejelzéssel kapcsolatos mondanivalókra koncentrálna, a modell specifikációjának, az ennek háttérben álló közgazdasági elgondolásoknak viszonylag rövidebb szakaszt szentelnek a szerzők. A modell mindenekelőtt termelési egyenleteket tartalmaz (és pedig hármat: az iparban, az építőiparban és a mezőgazdaságban keletkező nemzeti jövedelem magyarázatára), a nemzeti jövedelmet főleg a foglalkoztatottság és az állóeszközállomány, valamint egyéb tényezők függvényének tekintve. Tartalmaz továbbá két külkereskedelmi egyenletet az export és az import alakulásának a magyarázatára; az export-egyenletben a tárgyévét megelőző időszakok ipari termelését is figyelembevették késleltetett magyarázó változóként, a Koyck-féle transzformációs eljárás alkalmazásával. Három további egyenlet szolgál a béreknek és a lakosság fogyasztásának az elemzésére. Ez utóbbinak a reálbérek és egyéb jövedelmek a magyarázó változói, míg a reálbért magát az átlagbér, foglalkoztatottak száma és a trend függvényének tekintik.

A szerzők helyesen állapítják meg (31. old.), hogy a „beruházási függvények specifikációja és kvantifikálása az ökonometriai modellezés legbonyolultabb problémái közé tartozik a szocialista országokban”, ahol a beruházások alakulását a vizsgálati időszakban főként hosszútávú döntések határozták meg. Ennek ellenére kísérletet tesznek néhány alapvető összefüggés megfogalmazására. Így az állóeszközök felhalmozására, a termelő állóállapot növekedésére, valamint a gépi beruházások részarányának alakulására írtak fel egyenleteket (ez utóbbira három összefüggést, külön az iparra, építőiparra és a mezőgazdaságra). A beruházási függvények

specifikációja vitatható ugyan, a probléma ilyen felvetése és kezelése azonban gondolatébresztő kísérletnek minősül. A népgazdasági foglalkoztatottságra vonatkozólag négy egyenletet specifikáltak; ezek magyarázó változói a főágazatban keletkező nemzeti jövedelem és a korábbi foglalkoztatottság. A 17 sztochasztikus egyenlet mellett a modell 10 identitást is tartalmaz.

A harmadik fejezet mindenekelőtt az egyenletenként végzett becslést követő, a szignifikancia-vizsgálat során alkalmazott standard tesztek ismertetését, majd bemutatja a legkisebb négyzetek kétfokozatú módszerét. A paraméterek becslését az utóbbi módszerrel végezték, amikor is a becslés első fokozatában nem valamennyi predeterminált változót, hanem az ezekből képzett főkomponenseket használták fel. Ezzel kapcsolatban a főkomponensek számításának módszerét és az erre szolgáló ún. PRINCOMP-programot is részletesen bemutatják. Ugyancsak ebben a fejezetben ismertetik a szerzők a redukált forma multiplikátorainak kiszámítási módját, a multiplikátorok szignifikancia-vizsgálatában alkalmazott mutatókat, valamint a DYNPROG-programot is. Ez ismét igen tanulságos gondolati konstrukció, amely helyenként még tüzetesebb megfontolást érdemel. A fejezet mondanivalójának — és az egész könyvnek — különös súlyt ad a paraméterbecslés iteratív többfokozatú módszerének a bemutatása és az exogén változók extrapolációjában követett eljárás programja. Mindezt színvonalas, rendkívül érdekes módszertani kísérletként kell értékelni.

Az iteratív paraméterbecslés alkalmazását az az elgondolás motiválja, hogy a kétfokozatú módszer alkalmazása, a teljes információ alapuló módszerekkel ellentétben, bizonyos szükségszerű információvesztéssel jár. A kétfokozatú módszerek az egyes regresszióegyenletek reziduumaikat minimalizálják ugyan, de tulajdonképpen a redukált forma reziduumaiknak a minimalizálására volna szükség. Ezért az alkalmazott megoldás során a becslés további fokozatában a magyarázó endogén változók tényleges értékeit olyan módosított értékekkel helyettesítik az egyes egyenletekben, amelyeket a redukált forma paramétereinek segítségével kaptak. Ez ismét új strukturális paramétereket eredményez, aminek alapján ismét változnak a redukált forma paraméterei is. Az eljárást mindaddig ismétlik, amíg a paraméterek értéke meghatározott értékhatáron belül nem stabilizálódik.

¹ Gergelyi, K.—Kolek, J.—Sujan, I.: Komplexné prognózy v socialistickom hospodárstve. Alfa, Bratislava, 1973., 204 p.

Az exogén változók *ex ante* extrapolációjában alkalmazott újítás lényege, hogy ezeknek extrapolációja mellett egyes paraméterek értékét is módosítják. A paramétert csak akkor tekintik stabilnak, ha annak a két változónak, amelynek kapcsolati mérőszáma a paraméter, a növekedési üteme azonos. Ha nem, akkor a paramétert módosítják, éspedig úgy, hogy értékét megszorozzák a függő és a magyarázó változó növekedési ütem-különbségét kifejező együtthatóval. A növekedési ütemet exponenciális trend alapján számították. Az előrebeeslésben már ezek a módosított paraméter-értékek szerepelnek. Az endogén változók előrejelzését — az exogén változókra tett alternatív feltételezéseknek megfelelően — az 1971—1975. évi időszakra végezték, az EXPONEX program segítségével. Az előrejelzések az exogén változóknak maximális, közepes és minimális értéknövekedését feltételezve készültek, amikor is a közepes értéket tekintették alapváltozatnak.

A konkrét előrejelzési eredményekről a mű negyedik fejezete számol be igen részletesen (75—100. old.), táblázatos alakban is közölve az eredményeket. Ugyancsak ez a fejezet tartalmazza a modell szimultán becslését megelőző specifikációs vizsgálat

részletes eredményeit, míg a kétfokozatú becslés és a tesztek eredményei a könyv ötödik fejezetében találhatók. A hatodik és hetedik fejezet mutatja be a paraméterek módosításának és az exogén változók extrapolációjának számszerű eredményeit, táblázatok formájában is. Ugyancsak itt kerül sor a modell segítségével nyerhető háromféle prognózis közgazdasági elemzésére és a programok összehasonlítására. Úgy tűnik, hogy az ötéves terv előirányzataihoz az előrejelzés közepes (mérsékelt növekedést feltételező) változata áll a legközelebb.

A mű nyolcadik fejezete grafikonok segítségével is bemutatja az exogén változók extrapolációjának és az endogén változók előrejelzésének az eredményeit. A könyv végén — rövid összefoglalást követően — közlik a becslés alapjául szolgáló idősorokat és az irodalomjegyzéket.

A könyv a csehszlovák gazdasági fejlődés előrejelzésének aktuális érdekességén kívül jelentős és igen hasznos kézikönyv is az ökonometriai modellezéssel foglalkozók számára, s mint ilyen, az ökonometriai irodalom egyik számottevő alkotása Csehszlovákiában.

NYÁRY ZSIGMOND