

## Optimális termékszerkezet, technológia és átlaghozam

A mezőgazdasági vállalatok fejlesztési tervének optimalizálásáról az utóbbi néhány év alatt számos publikáció jelent meg. E tanulmányokat olvasva szembetűnik, hogy a szerzők általában igényt tartanak arra, hogy az általuk kidolgozott és alkalmazásra javasolt modellek „komplex modell”, vagy „komplex tervezési modell” elnevezést birtokoljanak.

A komplexitásra irányuló törekvések valóban mind komplexebb modellek kidolgozásához vezetnek, a mezőgazdasági vállalatok gazdálkodását mind sokrétűbben, a valóságot egyre teljesebben kifejező modellekhez. Azonban az eddig publikált modellek igen különbözőek és távolról sem komplexek. Olyan modellt gyakorlatilag nem is lehet szerkeszteni, amely a szó igazi értelmében komplex, s a mezőgazdasági vállalatok gazdálkodásának minden részletére kiterjed. Mindig lehet tehát egy modellel szembeállítani egy még komplexebb modellt.

Kérdéses az is, hogy milyen komplexitásra célszerű törekedni. A komplexitás ugyanis általában együtt jár a matematikai modell méretének növekedésével, ami viszont hatványozott mértékben növeli a munka- és költségfordítást, s ez nem mindig áll arányban az elérhető információ-többséggel. A munka- és a költségtöbbséget, valamint az elérhető információ-többséget mindenképpen mérlegelni kell, s e tekintetben is célszerű optimumra törekedni. *A komplexitásra irányuló kutatásoknak tehát azt kell célul kitűzni, hogy lényeges kérdéseket ragadjunk meg, s lényegtelen, tényleges információval nem bíró kérdéseket figyelmen kívül hagyhatjuk.* Az azonban, hogy mi jelent lényeges információt, mindig függ a vizsgálat céljától, azaz a gyakorlati tervezés során a vállalat konkrét feltételeitől, sajátosságaitól.

A mezőgazdasági vállalatok fejlesztési tervezését szolgáló programozási modellek komplexitását — véleményem szerint — kétféle aspektusból lehet vizsgálni:

1. Vertikálisan, vagyis hogy milyen részletesen és széleskörűen fogja át a modell a vállalat gazdálkodási körét;
2. horizontálisan, azaz hogy milyen alapvető döntések egyidejű optimalizálását teszi a modell lehetővé.

Valójában ez a szétválasztás is viszonylagos, s nem kezelhető mereven.

Vertikális szempontból pl. felvetődik, hogy a modellben foglalkozunk-e valamennyi termelési tevékenységgel, vagy csak a fontosabbakkal; esetleg a kisebb jelentőségű tevékenységeket aggregáltan vegyük-e figyelembe. Az állattenyésztési ágazatokat pl. fajonként, esetleg ezen belül termelési irányok szerint megbontva építhetjük be a modellbe, vagy pedig takarmányozási állatcsoportok szerint részletezve. A takarmánytermelést az állatállomány nyal összhangban az éves mérleg szintjén (természetesen megfelelő belső ará

nyokat biztosítva), vagy takarmányadag mélységig tervezhetjük. A munkaerő- és a gépi munka mérlegeket havi vagy dekádonkénti részletezéssel vizsgálhatjuk. Ha egyidejűleg a gépparkot is optimalizáljuk, valamennyi gépet (a kisértékű gépeket is) változóként építhetjük a modellbe, vagy csak a nagyértékű gépek darabszámát határozzuk meg optimalizálással, esetleg a kisértékű munkagépeket az erőgépekkel aggregálva vesszük figyelembe. Kiterjed-e a modell (és milyen mélységben) szolgáltatási, pénzügyi és egyéb tevékenységekre?

Módszertani szempontból sokkal izgalmasabb a modell horizontális vizsgálata, azaz annak meghatározása, hogy milyen alapvető döntések egyidejű optimalizálását tesszük a modellben lehetővé. A továbbiakban ezzel a kérdéssel foglalkozunk, amelynek során *eljutunk egy olyan modell ismertetéséhez, amely az eddigieknél komplexebb formában teszi lehetővé a termelési szerkezet, a fajlagos hozamok, a termelési technológiák és az erőforrások egyidejű, egymással összefüggő optimalizálását.*

A mezőgazdasági vállalatok fejlesztési tervének elkészítése során 4 alapvető döntési feladat fogalmazható meg:

1. Milyen legyen a termelés (és szolgáltatás) szerkezete?
2. Milyen fajlagos hozamokkal tervezzük (termésátlag, átlagos tejhozam stb.)?
3. Milyen termelési technológiát, vagy technológiákat célszerű alkalmazni?
4. Milyen és mennyi termelési erőforrás kell a terv megvalósításához?

Az alapvető döntési feladatok mindegyike több elemből áll. Mind az egyes döntési feladatokon belül, elemeik között, mind az alapvető döntési feladatok között szoros és kölcsönös összefüggés áll fenn. Ezek közül most csak a fajlagos hozamokkal kapcsolatos összefüggésekre térünk ki röviden:<sup>1</sup> Az elérhető átlaghozamok függenek a termőtalajtól, az időjárástól, az alkalmazott termelési technológiától, a felhasznált termelési eszközöktől (műtrágya, vegyszer, gép stb.), valamint a termelés méretétől. Az is nyilvánvaló, hogy ha valamely termékből magas termésátlagot kívánunk elérni, akkor azt az adott növény igényének legmegfelelőbb talajon termesztjük, és ennek megfelelő a műtrágya-felhasználás, öntözés stb. is. Lehetséges azonban, hogy az adott talajtípus csak korlátozottan áll rendelkezésre, s az adott fajlagos hozam csak az ennek megfelelő területen érhető el. A terület kiterjesztése tehát alacsonyabb fajlagos hozamot eredményez. Ugyanígy hat az egyéb tényezők (pl. műtrágya, öntözővíz stb.) szűkössége is. Az adott termelési szint más termékek fajlagos hozamaira is hatással van, mert pl. egy másik termék számára már gyöngébb talajt, vagy kevesebb műtrágyát tudunk csak biztosítani. Kérdéses az is, hogy célszerű-e mindig a maximálisan elérhető fajlagos hozamra törekedni.

A probléma gyakorlatilag úgy vetődik fel, hogy a rendelkezésre álló terület (és ennek adott talajtípusok szerinti megoszlása) és a korlátozott termelési erőforrások mellett *a különböző termelési tevékenységeket milyen színvonalon, milyen fajlagos hozamokkal célszerű folytatni, melyik termék termelése során célszerű magasabb vagy alacsonyabb fajlagos hozamokat elérni. Ez viszont szoros és kölcsönös kapcsolatban van a termelési szerkezettel, a termelési technológiával és a termelési erőforrásokkal.*

<sup>1</sup> Az egyéb vonatkozásokról részletesebb fejtegetéseket találunk [14]-ben a 82—86. oldalakon.

A mezőgazdasági vállalatok fejlesztési tervezésére kidolgozott modellek módszertani fejlődését követve — véleményünk szerint — a következő szakaszokat lehet megkülönböztetni:<sup>2</sup>

1. Az első szakaszban olyan modelleket alkalmaztak, amelyek kizárólag a termelési szerkezet optimalizálását tették lehetővé (Lásd a [4], [5], [6], [8], [10], [11], [12] sorszám alatti irodalmakat) és az erőforrásokat adottnak tekintették.<sup>3</sup> Ezzel a modellel kapcsolatban megjegyezzük, hogy alkalmazását általában rövidtávú (éves) tervezésre célszerű felhasználni, fejlesztési terv készítésére korlátozottan használható. Ez a modell az alapvető döntési feladatok közül kizárólag az elsőt oldja meg, de mivel ezt a többi döntési feladattól elszakítva kezeli, helytelenül orientálhatja a vállalatot.<sup>4</sup>

A modell továbbfejlesztésében bizonyos mértékig előrelépést jelentett, amikor a különböző termékekre több technológiai változatot dolgoztak ki, s ezáltal a harmadik alapvető döntési problémát, ha nem is oldjuk meg, megteremtjük a lehetőségét annak, hogy néhány technológiai változat közül választ-hassunk.

2. A második szakaszban olyan modelleket dolgoztak ki, amelyek a termelési szerkezet és a termelési források egyidejű, egymással összefüggő optimalizálását biztosítják, vagyis az első és a negyedik döntési feladatot egyidejűleg, összefüggésükben oldják meg. (Lásd a [7], [8], [9], [13], [14] sorszám alatt felsorolt irodalmakat.)

A harmadik döntési feladatot az előző modellelhez hasonlóan tudjuk kezelni.<sup>5</sup> Ez a modell fejlesztési tervek elkészítésére az előbbinél alkalmasabb, nemcsak azért, mert a termelési szerkezet és a termelési források egyidejű, egymással összefüggő optimalizálását biztosítja, hanem azért is, mert lehetővé teszi a célfüggvény realisabb kialakítását.

3. A fejlődés harmadik szakaszában olyan modellek kidolgozására került sor, amely az első, a harmadik és a negyedik alapvető döntési feladatot egyidejűleg, egymással összefüggésben optimalizálja, azaz a termelési szerkezet, a termelési technológiák és a termelési erőforrások optimumát összefüggésükben határozza meg. (Lásd az [1], [2] sorszámok alatt felsorolt irodalmat.)<sup>6</sup>

Mindhárom modellel jelentkezik azonban az a probléma, hogy a fajlagos hozamokat a modell megszerkesztése, sőt a technológiai adatok kidolgozása, illetve a technológiai tervek elkészítése előtt eleve rögzíteni kell. Márpedig — mint erről szó volt — a fajlagos hozamszintek, amelyeket célszerű elérni, nem függetlenek a termelési szerkezettől, a termelési technológiáktól és a termelési forrásoktól, hanem közöttük kölcsönös összefüggés áll fenn. Nem célszerű tehát előre meghatározott fajlagos hozamokkal számolni, hanem a fajlagos hozamokat is a termelési szerkezettel, a termelési technológiákkal és a termelési forrásokkal összefüggésben kell optimalizálni. Ez az igény indított bennünket olyan modell kidolgozására, amely a négy alapvető döntési feladatot egyidejű, egymással összefüggő optimalizálását oldja meg.

<sup>2</sup> E helyütt csak a mezőgazdasági vállalatok fejlesztési tervezésének lineáris programozási modelljeit vizsgáljuk. Nem foglalkozunk ágazati modellekkal, dinamikus problémákkal stb.

<sup>3</sup> A modell részletes leírását megtaláljuk [4]-ben.

<sup>4</sup> Bővebben lásd Tóth József korábban idézett könyvében [14].

<sup>5</sup> Részletesebb kifejtése megtalálható [14]-ben.

<sup>6</sup> Hasonló elvek alapján építi fel Acsay, Csáki és Varga a géppark és géphasználat tervezésére kidolgozott modellt [3].

Természetesen a fajlagos hozamok optimalizálása az előbbieken vázolt mindhárom modellel kapcsolatban felmerül. Célszerűnek látjuk a továbbiakban ennek lehetőségére is rámutatni.

E rövid tanulmány természetesen nem teszi lehetővé, hogy a modelleket teljes vertikumukban áttekintsük és így fogalmazzuk meg a fajlagos hozamok optimalizálásával kapcsolatos eljárásokat. Csupán vázlatos ismertetésre szorítkozhatunk annak a problémának, hogy hogyan alakíthatjuk át a modelleket az átlaghozamok egyidejű optimalizálásának céljára.

Induljunk ki az első időszakban alkalmazott modellekből, amikor adott termelési források mellett optimalizáljuk a termelési szerkezetet. A szokásos formulákat felhasználva, ez röviden az

$$(1) \quad \begin{aligned} & x_j \geq 0 \\ & \sum_j a_{ij}x_j \leq b_i \quad (=, \geq) \\ & \sum_j p_jx_j \rightarrow \max. \end{aligned}$$

formában írható fel,

ahol:  $x_j$  — a  $j$ -edik termelési (szolgáltatási) tevékenység mérete,  
 $a_{ij}$  — technológiai koefficiens  
 $b_i$  — az  $i$ -edik erőforrás kapacitásának korlátja,  
 $p_j$  — a  $j$ -edik termék fajlagos hatékonysága.

A modell adatait előre meghatározott fajlagos hozamokra (pl. átlagtermésekre) dolgozzuk ki. Ez a modell egyszerűen átalakítható úgy, hogy egyidejűleg a fajlagos hozamszintek optimumát is meghatározzuk a következő módon:

$$(2) \quad \begin{aligned} & x_j, x'_j \geq 0 \\ & \sum_j a_{ij}x_j + \sum_j a'_{ij}x'_j \leq b_i \quad (=, \geq) \\ & \sum_j p_jx_j + \sum_j p'_jx'_j \rightarrow \max, \end{aligned}$$

ahol a termelési tevékenységeket két változóval fejezzük ki:

$x_j$  — a  $j$ -edik termék termőterületének nagyságát, illetve az állatok létszámát  
 $x'_j$  — a fajlagos hozamokat fejezi ki.

Ennek megfelelően kell természetesen kidolgozni az egységnyi termőterületre (vagy állatra) és egységnyi fajlagos hozamokra vonatkozó technológiai és hatékonysági koefficienseket is, amit  $a_{ij}$  illetve  $a'_{ij}$ , vagy  $p_j$  illetve  $p'_j$ -vel jelölünk.

Természetesen a fajlagos hozamokat egy maximálisan elérhető szinten korlátozni kell a növény biológiai sajátosságainak, a talaj- és az időjárási adottságoknak megfelelően. E korlátokat célszerű talajtípusonként — esetleg más tényezők szerint is — eltérő mértékben megadni.

Valójában a hozamok korlátozását a termelés kiterjedéséhez kell kapcsolni, így  $x'_j$  nem a fajlagos hozamokat, hanem az össztermést adja meg, amelyet  $x_j$  termelési kiterjedés mellett célszerű elérni. Ez viszont adott terület esetén

a fajlagos hozamoktól függ, így a célszerű fajlagos hozamok egyszerűen meghatározhatók. A (2) formulát tehát a

$$(3) \quad x'_j \leq q_j x_j$$

feltételekkel kell kibővíteni, ahol

$q_j$  — a  $j$ -edik termelési tevékenységnél maximálisan elérhető fajlagos hozam.

Itt említjük meg, — és ez a továbbiakban is érvényes — hogy a hatékonyság és a fajlagos hozamok között nemlineáris összefüggés van. Ezzel a későbbiekben fogunk foglalkozni. Másrészt a  $p_j$  hatékonysági koefficiens általában negatív előjelű, míg a  $p'_j$  koefficiens pozitív előjelű, ha például a vállalati jövedelmet maximalizáljuk a célfüggvényben. Abból ugyanis nem származik jövedelem, hogy a területet pl. búza alá megszántjuk, az csak költséget jelent. Jövedelem csak abból származik, ha az adott területen termelünk is búzát, mégpedig a jövedelem nagysága függ a fajlagos hozamoktól. A  $p_j$  tehát a területtel arányos munkák költségét, a  $p'_j$  pedig a fajlagos hozamtól függő termelési érték és termelési költség különbségét tartalmazza. A kérdés részletesebb kifejtésére — úgy véljük — nincs szükség.

A termelési szerkezet és a termelési források egyidejű optimalizálására szolgáló modell röviden a

$$(4) \quad \begin{aligned} & x_j, y_h \geq 0 \\ & \sum_j a_{ij} x_j - g_{ih} y_h \leq 0 \\ & \sum_j p_j x_j + \sum_h c_h^{\text{fix}} y_h \rightarrow \max. \end{aligned}$$

formában fogalmazható meg,<sup>7</sup> ahol

$g_{ih}$  — a  $h$ -edik gép fajlagos kapacitása az  $i$ -edik időszakban  
 $c_h^{\text{fix}}$  — a  $h$ -edik gép éves állandó (fix) költsége  
 $y_h$  — a  $h$ -edik gépből szükséges darabszám

Most sincs akadálya annak, hogy a termelési tevékenységeket  $x_j$  és  $x'_j$ -re bontsuk, illetve a technológiai koefficienseket  $a_{ij}$  és  $a'_{ij}$ , a fajlagos hatékonysági koefficienseket pedig  $p_j$  és  $p'_j$ -re bontsuk meg és a modellben a fajlagos hozamokat is optimalizáljuk. Ekkor modellünk röviden a következőképpen fogalmazható meg:

$$(5) \quad \begin{aligned} & x_j, x'_j, y_h \geq 0 \\ & \sum_j a_{ij} x_j + \sum_j a'_{ij} x'_j - g_{ih} y_h \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x'_j \leq q_j x_j \\ & \sum_j p_j x_j + \sum_j p'_j x'_j + \sum_h c_h^{\text{fix}} y_h \rightarrow \max. \end{aligned}$$

Most is megjegyezzük, hogy az (5) formulában  $p_j$ , valamint a (4)–(5) formulában  $c_h^{\text{fix}}$  általában negatív előjelű és  $p'_j x'_j$  valójában nem-lineáris.

<sup>7</sup> Részletesebb leírását lásd [14]-ben.

Végül a harmadik modell röviden a következő formulában fogalmazható meg:<sup>8</sup>

$$\begin{aligned}
 & x_j, m_{ij}^{hr}, y_h, y_r \geq 0 \\
 & \sum_j x_j - \sum_j \sum_{hr} m_{ij}^{hr} = 0 \\
 (6) \quad & \sum_j \sum_{hr} a_{ij}^{hr} m_{ij}^{hr} - g_{ih} y_h \leq 0 \\
 & \sum_i \sum_r a_{ij}^{hr} m_{ij}^{hr} - g_{ir} y_r \leq 0 \\
 & \sum_k p_k x_j + \sum_j \sum_{hr} \sum_i c_j^{hr \text{ vált.}} m_{ij}^{hr} + c_h^{\text{fix}} y_h + c_r^{\text{fix}} y_r \rightarrow \max.
 \end{aligned}$$

ahol:

- $m_{ij}^{hr}$  — a  $j$ -edik termék termelése során elvégzendő munkaművelet, az  $i$ -edik időszakban, a  $h$ -edik erőgéppel, az  $r$ -edik munkagéppel,
- $a_{ij}^{hr}$  — a technológiai koefficiens (fajlagos munkaigény),
- $g_{ih}$ , — illetve  $g_{ir}$  — a  $h$ -edik erőgép, illetve  $r$ -edik munkagép fajlagos kapacitása az  $i$ -edik időszakban,
- $y_h$  — a  $h$ -edik erőgép mennyisége,
- $y_r$  — az  $r$ -edik munkagép mennyisége,
- $c_j^{hr \text{ vált.}}$  — az  $m_{ij}^{hr}$ -hez tartozó változó költség,
- $c_h^{\text{fix}}$ , ill.  $c_r^{\text{fix}}$  — az erő-, illetve munkagép éves fix költsége.

A modell most is átalakítható úgy, hogy egyidejűleg a fajlagos hozamokat is optimalizáljuk, a következőképpen:

$$\begin{aligned}
 & x_j, x'_j, m_{ij}^{hr}, m_{ij}^{hr'}, y_h, y_r \geq 0 \\
 & \sum_j x_j - \sum_j \sum_{hr} m_{ij}^{hr} = 0 \\
 & \sum_j x'_j - \sum_j \sum_{hr} m_{ij}^{hr'} = 0 \\
 (7) \quad & x'_j \leq q_j x_j \\
 & \sum_j \sum_h a_{ij}^{hr} m_{ij}^{hr} + \sum_j \sum_h a_{ij}^{hr'} m_{ij}^{hr'} - g_{ih} y_h \leq 0 \\
 & \sum_j \sum_r a_{ij}^{hr} m_{ij}^{hr} + \sum_j \sum_r a_{ij}^{hr'} m_{ij}^{hr'} - g_{ir} y_r \leq 0 \\
 & \sum_j p_j x_j + \sum_j p'_j x'_j + \sum_j \sum_{hr} \sum_i c_j^{hr \text{ vált.}} m_{ij}^{hr} + \\
 & + \sum_j \sum_{hr} \sum_i c_j^{hr \text{ vált.}} m_{ij}^{hr'} + c_h^{\text{fix}} y_h + c_r^{\text{fix}} y_r \rightarrow \max.
 \end{aligned}$$

ahol: a szimbólumok az előbbi formulákkal megegyeznek, illetve — mint eddig — ' -vel jelöltük a fajlagos hozamokkal kapcsolatos koefficienseket.

Nem tértünk ki a területmérlegekre, termelési korlátokra, takarmánymérlegekre stb., mivel azok módszertanilag nem jelentenek problémát és a hivatkozott irodalomban részletesen megtalálhatók.

<sup>8</sup> Részletesebben lásd Acsai F.—Balla S.—Tóth J. [2].



Az eddigiekben a célfüggvényt lineáris formában fogalmaztuk meg. Ez az egyszerűsítés különösen a  $p'_j x'_j$  kapcsolatokban jelent problémát, mivel a fajlagos hozamok emelkedésével, még ha a termelési érték változását lineáris függvényként is tételezhetjük fel, a költségek nem-lineárisan változnak. Többek között a fajlagos hozamok növekedésével a műtrágya és vegyszer-felhasználási költségek progresszíven emelkednek. Próbálkozzunk tehát most a probléma ilyen megfogalmazásával.

Számítástechnikailag olyan  $P(x')$  függvénnyel kell helyettesíteni a  $\sum_j p'_j x'_j$ -t, amely felbontható  $\sum_j \varphi_j(x')$  alakra és maximum feladat esetén valamennyi  $\varphi_j$  felülről, minimum feladat esetén alulról nézve konvex. Amennyiben  $\varphi_j$  rendelkezik az előbbi feltételekkel, a konvex programozás valamelyik algoritmusával meghatározható a feladat optimális megoldása.

Próbálkozzunk tehát az előző lineáris modellek helyett a tényleges gazdasági kapcsolatokat jobb megközelítésben leíró modellel. Ideális az lenne, ha a költségfüggvények növényenként rendelkezésre állnának. Ez sajnos pillanatnyilag még nehézséget jelent, így kénytelenek vagyunk a termelési függvényekből kiindulni.

Legyen tehát:

$$(8) \quad \begin{aligned} x_j & \text{ — a } j\text{-edik növény vetésterülete} \\ u_j & = f_j(\mathbf{v}_j) \text{ termelési függvény,} \end{aligned}$$

ahol:  $u_j$  — a  $j$ -edik növény termésátlaga,  
 $\mathbf{v}_j$  — a termésátlagot befolyásoló ráfordítás, azaz a ráfordítás mennyiségvektora.

Feltesszük, hogy az  $f_j$  függvénynek van lokális maximumpontja, ellenkező esetben a  $p'_j x'_j$ -vel számolunk a célfüggvényben.

Jelölje továbbá:

$a_j$  — a  $j$ -edik növény egységárát,  $\mathbf{a}_j$  a ráfordítás árvektorát,  
 $k_j$  — a  $j$ -edik növénynél fellépő, a  $\mathbf{v}_j$  ráfordítástól független, a termőterülettel nem arányos költséget.

Legyen:

$$u_{j,l} \text{ — általunk előre megadott termésátlag-szint} \\ (1 \leq l \leq m_{j-2})$$

és feltesszük, hogy

$$u_{j,l-1} \leq u_{j,l} \leq u_{j,m_{j-1}} \leq u_{j,m_j}$$

Legyen:

$u_{j,0}$  — az  $f_j(\mathbf{v}_j)$  értéke a  $\mathbf{v}_j = \mathbf{0}$  helyen,  
 $u_{j,m_j}$  — az  $u_j = f_j(\mathbf{v}_j)$  függvény értéke a  $\mathbf{v}_{j,m_j}$  lokális maximumpontban.  
 $u_{j,m_{j-1}}$  az

$$(9) \quad \begin{aligned} u_j & = f_j(\mathbf{v}_j), \quad u_j \geq 0, \quad \mathbf{v}_j \geq \mathbf{0} \\ & a_j u_j - \mathbf{a}_j^* \mathbf{v}_j \rightarrow \max. \end{aligned}$$

feltételes szélsőérték feladat megoldásaként adódó  $u_j$  érték a  $\mathbf{v}_{j,m_{j-1}}$  pontban.

$$(10) \quad \begin{aligned} \mathbf{v}_{j,l} & \text{ az} \\ u_{j,l} & = f_j(\mathbf{v}_j) \\ \mathbf{v}_j & \geq 0 \\ \mathbf{a}^* \mathbf{v}_j & \rightarrow \min. \end{aligned}$$

feltételes szélsőérték feladat megoldásaként adódó  $\mathbf{v}_j$  érték.

$$\begin{aligned} x_{j,l} & \text{ az } x_j \text{ területről} \\ u_{j,l} & - u_{j,l-1} \text{ természetlagon elérhető összes termés,} \end{aligned}$$

ahol:

$$1 \leq l \leq m_j,$$

Az eredeti feltételekben  $x'_j$  helyébe az

$$(11) \quad x_{j,1} + x_{j,2} + \dots + x_{j,m_j}$$

kerül. A feltételekhez hozzá kell írni az

$$(12) \quad \begin{aligned} u_{j,0} x_j - x_{j,1} & \leq 0 \\ x_{j,l} - (u_{j,l} - u_{j,l-1}) x_j & \leq 0 \\ x_{j,l} & \geq 0 \\ x_{j,1} & \geq 0 \\ j & = 1, 2, \dots, n \\ l & = 2, 3, \dots, m_j \end{aligned}$$

feltételrendszert és a célfüggvényben a

$$\sum_j p'_j x'_j \text{ helyett}$$

$$(13) \quad \sum_{j=1}^n \left\{ (a_j - k_j) \sum_{l=1}^{m_j} x_{j,l} - \sum_{l=2}^{m_j} \frac{\mathbf{a}^* (\mathbf{v}_{j,l} - \mathbf{v}_{j,l-1})}{u_{j,l} - u_{j,l-1}} x_{j,l} - \frac{\mathbf{a}^* \mathbf{v}_{j,1}}{u_{j,1} - u_{j,0}} x_{j,1} \right\}$$

írható. Az így kapott lineáris programozási feladat  $\sum_{l=1}^{m_j} x_{j,l}$  megoldását az  $x_j$  területtel elosztva, megkapjuk az aktuális természetlagon értékeket.

Amennyiben újabb számítógépes megoldási lehetőségünk van, a jobb közelítés érdekében érdemes a feladatot úgy átalakítani, hogy osztópontként a

$$\frac{\sum_{l=1}^{m_j} x_{j,l}}{x_j}$$

termésatlagon közelébe eső értékeket választjuk és ezen adatokkal előlről kezdjük a számítást. Így a tényleges értékeket nagyon jól megközelíthetjük.



A fentiekben kifejtett konvex programozási eljárást és az [5] formulában megadott modell egy termelőszövetkezetben kipróbáltuk és az alkalmasnak mutatkozott gyakorlati tervezésre. A legnagyobb problémát egyelőre a termelési függvények meghatározása jelenti. Az ezzel, valamint a (7) formulával megadott modellel kapcsolatos kísérletek folyamatban vannak. A gyakorlati alkalmazáshoz még széleskörű adatgyűjtés és feldolgozás lenne szükséges.

(Beérkezett: 1975. július 29.)

#### IRODALOMJEGYZÉK

1. ACSAY F.—BALLA S.—TÓTH J.: A termelési szerkezet, a termelési tényezők és a termelési források egyidejű, egymással összefüggő optimalizálása. Vezetés a mezőgazdaságban, az élelmiszeriparban, az erdészet-faiparban. 1973. 2. sz.
2. ACSAY F.—BALLA S.—TÓTH J.: A termelési szerkezet, a termelési technológia és a termelési források egyidejű optimalizálása egy gazdaságban. Vezetés a mezőgazdaságban, az élelmiszeriparban, az erdészet-faiparban. 1973. 10. sz.
3. ACSAY F.—CSÁKI Cs.—VARGA Gy.: A vállalati géppark és géphasználat matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973.
4. CSÁKI Cs.: Mezőgazdasági vállalatok távlati tervezése matematikai programozással. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969.
5. CSÁKI Cs.: Egy állami gazdaság fejlesztési terve. SZIGMA, 1969. 4. sz.
6. CSÁKI Cs.—VARGA Gy.: Foglalkoztatás és optimális struktúra egy termelőszövetkezet példáján. Tudomány és Mezőgazdaság, 1971. 6. sz.
7. CSÁKI Cs.—VARGA Gy.—VENDÉGH F.: Árhatásvizsgálatok matematikai programozással egy mezőgazdasági vállalatról. Közgazdasági Szemle, 1971. 7—8. sz.
8. CSETE L.—MEGYERI F.: A termelőszövetkezetek és állami gazdaságok középtávú tervezési eljárása és módszerei. Gazdálkodás. 1974. 6. sz.
9. MÉSZÁROS S.—MÓDOS Gy.-né: A hegyvidéki termelőszövetkezetek középtávú tervezésének modellje és a számítások eredményei. Gazdálkodás, 1975. 1. sz.
10. SEBESTYÉN I.: Matematikai módszerek alkalmazása a mezőgazdasági termelés vizsgálatában. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1962.
11. PILLIS P.: Távlati üzemi terv optimalizálása. Kertészeti Egyetem Közleményei. 1974.
12. TÓTH J.: Optimális munkaerősűrűség és termelési szerkezet. Statisztikai Szemle, 1966. 11. sz.
13. TÓTH J.: A termelési szerkezet és források optimumának meghatározása. Statisztikai Szemle, 1969. 5. sz.
14. TÓTH J.: A termelési tényezők felhasználásának optimalizálása a mezőgazdaságban. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1973.

#### OPTIMUM PRODUCT-MIX, TECHNOLOGY AND AVERAGE YIELDS

In the preparation of the development plan of a farm there is a many-sided, close connection and interrelation between the product-mix, yields, production technologies and the resources and it is expedient to optimize them simultaneously.

Starting from the simplest model (1) (aimed exclusively at the optimization of the product-mix) the authors approach gradually the solution of the whole problem. At first, models applicable for the simultaneous and connected optimization of the product-mix and yields (2,3) are presented, then those suitable for that of the product-mix and resources of production (4), product-mix, resources and yields (5), product-mix, technology and resources (6), and finally, of the product-mix, yields, technology and resources. Finally, a non-linear model (8—13) is obtained enabling a more complex and realistic planning of agricultural enterprises.

The wide-spread practical use of the model would require the development of an adequate data basis, which at present is a major bottleneck.

## ОПТИМАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ПРОИЗВОДСТВА, ТЕХНОЛОГИЯ И СРЕДНИЙ УРОЖАЙ

Составление планов развития сельскохозяйственных предприятий является чрезвычайно сложной и разнообразной задачей. Между структурой производства, удельным урожаем, технологиями производства и источниками производства существует многосторонняя тесная связь и взаимодействие, которые целесообразно подвергать одновременной и взаимосвязанной оптимизации.

Данное исследование, исходя из самой простой модели (1), (целью которой является исключительно только оптимизация структуры производства), постепенно подходит к решению проблемы. В работе показаны модели, пригодные вначале для одновременной и взаимосвязанной оптимизации структуры производства и среднего урожая (2,3), потом структуры производства и источников производства (4), структуры производства, источников производства и среднего урожая (5), структуры производства, технологий производства и источников производства (6), и наконец, структуры производства среднего урожая, технологий производства и источников производства (7). Наконец, исследование подходит к нелинейной модели (8—13), которая позволяет более комплексно и достовернее решить планирование на сельскохозяйственном предприятии.

Широкое практическое применение модели требует формирования соответствующей информационной базы. В настоящее время самой сложной проблемой является планирование исходных данных.