II. Matematikai Programozási Téli Iskola Mátrafüred, 1974. február 1—7.

A Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézete 1974 február 1—7-ig Mátrafüreden, a Magyar Tudományos Akadémia üdülőjében Matematikai Programozási Téli Iskolát rendezett. Az első Téli Iskolát a Bolyai János Matematikai Társulattal közösen szervezte az Intézet 1973 februárjában. Megrendezésével az Intézet kettős célt kívánt szolgálni; egyrészt neves külföldi és hazai szakemberek meghívásával, előadások tartásával a résztvevők szakmai továbbképzésére adott lehetőséget, másrészt a résztvevők viszonylag kis létszáma (90 fő) és az üdülőben együtt eltöltött egy hét nagyon jó körülményeket biztosított a résztvevők kutatási területeinek megismerésére, vélemény és tapasztalatcserére, a további együttműködés megalapozására.

A Téli Iskola vezetője és tudományos programjának kialakítója Dr. Prékopa András egyetemi tanár, az MTA SZTAKI Operációkutatási Osztályának vezetője volt, a szervezési teendőket pedig e sorok írója látta el az Intézetben működő szervező iroda közreműködésével.

A Téli Iskolán meghívott előadók tartottak összefoglaló jellegű előadásokat, melyek az előadók saját eredményein kívül a témakör mások által elért fontos eredményeit is tartalmazták. Az előadások időtartama egy óra volt, nyelve angol és német.

Sajnálatos tény, hogy a szocialista országokból meghívott előadók közül öt annak ellenére, hogy az Intézet meghívását elfogadta, a Téli Iskolán nem tudott megjelenni.

Az Iskolán tizenhét előadás hangzott el a matematikai programozás különböző területeiről elméleti, algoritmikus és számítástechnikai problémákról. A külföldi előadók száma tizenhárom volt.

Az alábbiakban rövid áttekintést nyújtunk az egyes előadások tartalmáról. A felsorolás azt a sorrendet követi, amelyben az előadások elhangzottak.

Dantzig, G. B. (USA), „On the Need for System Optimization Laboratories" előadásában elmondta, hogy véleménye szerint a nagyméretű gazdasági — élelmezési, energia gazdálkodási stb. — problémák modellezésének és megoldásának elengedhetetlen feltétele olyan rendszer-optimalizálási laboratóriumok szervezése, amelyek speciális test-modellek, számítógépes programok és a nagy rendszerek megoldásához szükséges software problémák vizsgálatával foglalkoznak. Javasolta, hogy a laboratóriumokban kidolgozott software anyagot a gyakorlatból származó nagyméretű problémákon próbálják ki és államigazgatási, tudományos és ipari problémák megoldására ezek díjtalanul használhatók legyenek.

Wets, R. (USA), „Constraint Qualifications: A Fundamental Analysis" előadásában a matematikai programozási problémák lokális szélsőértékeire vonatkozó Langrange-tétel különböző változataival foglalkozott. Ezek két osztályba sorolhatók attól függően, hogy a problémára vonatkozó megszorítás a feltételekre vonatkozó regularitási követelményt ír elő, vagy perturbációs vizsgálaton alapuló követelményt támaszt a problémával szemben. R. Wets és M. Dempster közös eredménye a két különböző osztályba tartozó változatok kapcsolatának megalapozása és a problémára vonatkozó legenyhébb előírás megadása, amely mellett még érvényes a Lagrange-tétel.

Rockafellar, R. T. (USA), „Stochastic Convex Programming: Duality and Optimality" egy általánosított kétlépcsős sztochasztikus programozási problémával foglalkozott. Erre vonatkozóan ismertetett egy R. Wets-szel közösen elért elméleti eredményt: a Kétlépcsős sztochasztikus programozási probléma bizonyos feltételek teljesülése esetén ekvivalens egy olyan problémával, amelyben egy függvény integráljának értékét minimalizáljuk egy speciális halmazon. A feladatban szereplő egyenlőtlenség feltételek perturbációs vizsgálata alapján az előadó definiálta a feladat Langrage függvényét, majd a feladat duálját és dualitási tételt bizonyított.

Prékopa A. (MTA SZTAKI), „Discrete Unimodal Functions". Az előadó a folytonos valószínűségeloszlásokra néhány évvel ezelőtt nyert tételei analogonjait keresi diszkrét valószínűségeloszlásokra. A kutatás jelenlegi állásáról tartott beszámoló mellett összefoglalta a logkonkáv és a kvázikonkáv számsorozatokkal kapcsolatban az irodalomban fellelhető eredményeket, továbbá megfogalmazott nemlineáris diszkrét programozásra visszavezethető sztochasztikus programozási modelleket. Ellentétben a diszkrét programozás szokásos feladataival, az ezekben a modellekben szereplő diszkrét függvények kizárólag az R^n tér rácspontjain vannak értelmezve (tehát nem egy R^n-beli konvex halmazon). A diszkrét függvények logkonkávitására (kvázikonkávitására) háromféle definíciót ismertetett, vizsgálta ezek kapcsolatait és nagy figyelmet szentelt az ilyen sorozatokkal vett konvolúció tulajdonságainak. A konvolúcióval kapcsolatos tételekre támaszkodva elemezte a megfogalmazott diszkrét sztochasztikus programozási modellek matematikai tulajdonságait.

Hartmann, K. (NDK), „Ganzzahlige lineare Quotientenoptimierung nach dem Schnitt-Verfahren von Gomory" az alábbi problémára adott egy megoldási módszert:

$$\max \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$Ax = a$$

$$x \geq 0,\ x \in R^n,\ x_j \text{ egész},\ j = 1, 2, \ldots k,$$

ahol $u(x) = c'x - c_0$, $v(x) = d'x - d_0$ és $k \leq n$. A módszer a következő: először megoldjuk a feladatot az egészértékűségi megkötés nélkül. Legyen az optimális megoldás x^*. Ekkor $u_0 = u(x^*)$, $v_0 = v(x^*)$, a célfüggvény linearizálható: $\min\,(u_0 d' - v_0 c')x$. Alkalmazzunk egy Gomory vágást. Ha az egészértékűségi feltételek teljesülnek, akkor fejezzük be az eljárást. Ellenkező esetben az új u_0, v_0 értékkel ismételjük meg az eljárást.

Kovács L. B. (MTA SZTAKI), „Dynamic Programming and Group Decomposition for the Solution of Discrete Programming Problems" az általános lineáris diszkrét feladatok dinamikus programozási megoldásait tekintette át. A már hagyományosnak tekinthető, a dinamikus programozás optimalitási elvén alapuló módszerből kiindulva a cél a feltételek számának csökkentése volt, ugyanis az ilyen típusú módszerek hatékonyságát elsősorban ez befolyásolja. Az előadó röviden kitért saját eredményeire is. Ezek közül részletesebben ismertette módszerét, mely véges Ábel csoportoknak ciklikus csoportokra való tényleges felbontását adja meg. Ezen a felbontáson alapul az egyik ismertetett dinamikus programozási eljárás.

Oettli, W. (NSZK), „Einzelschrittverfahren zur Lösung konvexer und dual — konvexer Minimierungsprobleme" — speciális nemlineáris programozási probléma megoldására adott algoritmust. A probléma a következő: $\min\{F(x_1, x_2 \ldots x_n) \mid x_i \in X_i,\ i = 1, 2, \ldots n\}$, ahol $X_i \subset R^{n_i}$ konvex, zárt halmazok. A megengedett tartomány ezek direkt szorzata, F konvex és differenciálható. Nevezzük az $x_i \in R^{n_i}$ vektorokat $(i = 1, 2, \ldots n)$ az $x = (x_1 \ldots x_n)$ vektor komponenseinek. Az előadó által javasolt eljárásban egy x_0 megengedett pontból kiindulva minimalizál egy-egy komponensre vonatkozóan, a további komponensek rögzítése mellett. A minimalizálások sorrendjét előre rögzíti, és így a minimalizálás az egyes komponensekben ciklikusan ismétlődik. A módszer speciális esete a szokásos koordinátánkénti minimalizáló eljárás, — ez akkor adódik, ha a komponensek egydimenziósak. Az előadó az eljárás konvergenciáját bizonyította, megfelelő feltételek teljesülése mellett.

Hollatz, H. (NDK), „Über Verfahren der zulässigen Richtungen in der Nichtlinearen Optimierung" előadása ügyes összefoglalása volt a megengedett irányok módszerében és alkalmazásában eddig elért eredményeknek. A módszerben szükséges iránykeresésre nyolc különböző eljárást ismertetett, a lépéshossz meghatározására és a cikk-cakkozás elkerülésére öt módszert mutatott. Az iránykereső és lépéshossz meghatározó problémák különböző kombinációiból az irodalomból már jól ismert eljárások nyerhetők. H. Hollatz a diszkrét optimális szabályozás és diszkrét minimax probléma megoldásával foglalkozott. Az általa javasolt algoritmus is a fenti iránykereső és lépéshossz meghatározó módszerek egy kombinációját alkalmazó megengedett-irány módszer.

Robinson, S. M. (USA), „Determination of rates of convergence for classes of nonlinear programming problems" előadásában néhány kvadratikusan konvergens algoritmus új értelmezését adta. A leírás alapjául egy érzékenységi vizsgálat szolgál, amelyben egy p paramétertől függő nemlineáris programozási feladat $Z(p)$ Kuhn-Tucker pontjának variációjára kapunk becslést. (Kuhn-Tucker ponton most a duálváltozókkal kiegészített vektort értjük.) Eztán olyan algoritmusokat építünk fel, amelyben a p paraméter maga is egy Kuhn-Tucker pont közelitése, és optimalitási kritérium a $p^* = Z(p^*)$ egyenlőség teljesülése. Ilyen algoritmus a Wilsontól illetve Robinsontól származó korábbi algoritmus. Az algoritmus kvadratikus konvergenciája a $p_{n+1} = Z(p_n)$ iterációból kiindulva bizonyítható.

Lovász, L. (Eötvös Lóránd Tudományegyetem), „On the Structure of Networks" előadása megmutatta, hogy a gyakorlat számára oly fontos hálózati folyamok vizsgálata igényli a kombinatorika eszközeit is, sőt, a hálózatok struktúrájára vonatkozó igen mély eredmények nyerhetők ezen az úton.

Szimmetrikus folyamfüggvényű hálózathoz létezik folyamekvivalens fa (azaz nagyon egyszerű struktúrájú hálózat). Nagyon lényeges ezért Lovásznak az az eredménye, amely a kapacitásokkal jellemzi a szimmetrikus folyamfüggvényű hálózatot. A nevezetes „Edmonds-branching" problémára Lovász egyszerű konstruktív bizonyítást adott. A Ford-Fulkerson tétel szerint gráfban két pont között az összes út lefogható a független (éldiszjunkt) utakon keresztül. Két pont helyett ponthalmazt tekintve és megkísérelve a ponthalmaz pontpárjai között húzódó utak blokkolását, egyszerű példa adható, hogy itt a független utak számánál több élre van szükség. Lovász László bebizonyította, hogy ennek négyszerese elegendő.

Elster, K. H. (NDK), „Über konjugierte Fenchel-Operatoren" a $T : E \rightarrow F$ konvex operátorok tulajdonságait vizsgálta, ahol E lineáris vektortér, F pedig feltételesen teljes vektorháló. Megfogalmazta a Hahn-Banach tételt ilyen operátorokra, a szokásos technikával elválasztási tételeket kapott. A konjugált konvex funkcionál analógiájára definiálta a konjugált konvex operátor fogalmát. Ezek az operátorok a funkcionálokhoz hasonló tulajdonságokkal rendelkeznek. Az előadást a Fenchel-féle dualitástétel operátoros alakja zárta.

Kall, P. (Svájc), „Discrete Approximation of the Probability Distribution in Stochastic Linear Programming with Complete Fixed Recourse" a kétlépcsős sztochasztikus programozási problémával foglalkozott. R. Wets 1964-ben javasolta, hogy a Dantzig és Madansky által megalkotott programozási feladatban egy alkalmas véges, diszkrét eloszlással „közelítsük" a benne szereplő folytonos valószínűségi eloszlást és az így keletkező nagyméretű lineáris programozási feladatot a dekompozíciós szerkezet előnyeinek a kihasználásával oldjuk meg. P. Kall olyan nem túl erős feltételeket fogalmazott meg, amelyek mellett a fent említett „közelítés" elméleti szempontból értelmesnek tekinthető. Elhangzottak az előadásban konvergencia tételek és bizonyos speciális feladatok esetére az előadó hibabecslést is tudott adni.

Lommatzsch, K. (NDK), „Quadratische Optimierung mit Hilfe der linearen parametrischen Optimierung" a következő: $\min\limits_{x \in M} f(x, x)$ matematikai programozási probléma megoldásához, — ahol $f(x, x) = x^T Cx + 2p^T x$ és M zárt, konvex halmaz — a $\min\limits_{x \in M} f(x, \lambda)$, $\lambda \in R^n$ lineáris parametrikus programozási problémát használta, ahol $f(x, \lambda) = x^T C\lambda + p^T x + p^T \lambda$. A lineáris parametrikus programozás eredményeinek felhasználásával K. Lommatzsch szükséges és elegendő feltételeket adott a kvadratikus programozási probléma lokális optimumára. Az eredményhez a

$$K_M^{\bar{x}} = \{\lambda \in R^n \mid f(x, \lambda) \geq f(\bar{x}, \lambda), x \in M\}, \; \bar{x} \in M$$

halmazok tulajdonságainak vizsgálata vezetett.

Weinert, H. (NDK), „On Parametric Linear Programming Problems with Fixed Matrix of Constraints" a $\max x^T c$, (u) $Ax = b(v)$, $x = 0$ lineáris parametrikus programozási problémával foglalkozott. Ilyen problémákkal foglalkozik a Nozicka, F., Guddat, J., Hollatz, H., Bank, B.: Theorie des parametrischen Optimierung, Akademie-Verlag, Berlin (nyomtatás alatt), könyv abban az esetben, ha $c(u)$ és $b(v)$ olyan lineáris vektorfüggvények, melyek a véges dimenziós R^p ill. R^q tereket R^n ill. R^m-re képezik le. Az előadás célja annak megmutatása volt, melyek azok az eredmények az említett könyvben, amelyek abban az esetben is igazak, ha $c(u)$ és $b(v)$ lineáris Hausdorf terek U, V részhalmazait R^n, ill. R^m-be leképező folytonos függvények.

Evers, J. J. M. (Hollandia), „Linear Infinite Horizon Programming" előadásában összefoglalta a lineáris végtelen-horizonú programozás fő eredményeit. Egy speciális végtelen horizonú lineáris programozási problémát vizsgált, majd megmutatta, hogy a Hansen-Koopmans féle von Neumann típusú technológiájú gazdasági modell a vizsgált feladatcsoporthoz tartozik. Láttuk, hogy a Lemke-féle komplementaritási algoritmus alkalmazható a LP probléma egyensúly-pontjának meghatározására. Érdeklődésre tarthat számot az előadó fenti témáról most megjelent könyve: J. J. M. Evers: Linear programming over an infinite horizon, Tilburg University Press, 1973.

Gerencsér L. (MTA SZTAKI), „Two Methods of Parametrization in Nonlinear Programming" előadása első részében az alábbi feladattal foglalkozott:

$$\min f(x)$$

$$g_i(x) \geq 0, \; i = 1, 2, \ldots, m,$$

ahol az $f(x)$, $-g_i(x)$, $i = 1, \ldots m$ folytonosan differenciálható kvázikonvex függvények voltak. Ilyen típusú feladatoknál az optimum közelében egy általánosabb extrapolációs eljárást javasolt. Ennek lényege, hogy egy olyan görbesereget definiál, hogy az optimum közelében minden megengedett pontból vezessen egy görbe az optimumba. Az extrapoláció folyamán meghatározza, hogy melyik görbén van, s ennek érintője irányában lép tovább. Az előadás második részében

$$\min f(x)$$

$$g_i(x) = 0, \; i = 1 \ldots m,$$

feladattal foglalkozott, ahol $f(x)$, $g_i(x)$, $i = 1, 2 \ldots m$ folytonosan differenciálható függvények voltak. A feladat megoldása során definiálja az ún. Ljapunov felületeket, amelyek az eredeti feladat feltételei által meghatározott felülettel azonos állású felületek serege. Az eredeti feladatot feltétel nélküli minimalizálásra vezeti vissza, s a minimalizálási irányt úgy választja, hogy az az eredeti felület irányában történő lépés és az aktuális Ljapunov feltétel mentén a minimum irányában történő lépés összege lesz.

Schoch, M. (NDK), „Beziehungen zwischen dem Erweiterungsprinzip und dem allgemeinen Schnittprinzip" a diszkrét programozásban alkalmazott metszési módszereknek elvi megalapozását és egy általános formáját megadó munkának, V. A. Emelicsev egy munkájának hiányosságát küszöböli ki. Ez a munka az algoritmusok végességét nem bizonyítja. Az előadó egy általánosított metszési elvet ismertetett, majd megmutatta, hogy ezt az általa korábban kidolgozott kibővítési elv speciális esetének tekinthetjük.

A tervezett program szerint a felsoroltakon kívül a következők tartottak volna előadást:

Finkelstein, Yu. Yu. (Szovjetunió), „The E-Approach for the Approximate Solution of Discrete Linear Programming Problems".

Poszpelov, G. Sz. (Szovjetunió), „Discrete Programming Methods and Models in Planning of Scientific Research Work and Choosing of Projects".

Orchard-Hays, W. (USA), „Prospects for Interative M. P. Systems".

Hamala, M. (Csehszlovákia), „The Trivial Duality in Convex Programming and its Applications".

Dragan, I. (Románia), „Optimal Flows in Network with Gains".

Korbut, A. A. (Szovjetunió). — előadásának címét nem közölte.

Fenti előadók azonban a Téli Iskolán nem tudtak résztvenni és ezek az előadások elmaradtak.

Orchard-Hays, W. előadáskivonata szerint a nagyméretű feladatok megoldásának problémájával akart foglalkozni. Nagyon fontosnak tartja és tapasztalatai szerint igen hatékony az ilyen feladatok megoldására interaktív programrendszer kidolgozása.

Nagy érdeklődést váltott ki az a témakör is, amelyről *Poszpelov, G. Sz.* tartott volna előadást. A témakörhöz kapcsolódó kerekasztalbeszélgetés szerint hasznos lett volna a fenti előadás megtartása, konkrét modell és tervezési módszer valamint tapasztalatok megismerése.

Az előadásokon kívül a tudományos program három kerekasztalbeszélgetést tartalmazott. Ezek témája:

1. A matematikai és az operációkutatás kapcsolata
 (vezetője: G. B. Dantzig).
2. A tudományos munka tervezhetőségéről
 (vezetője: Kunszt György, Építéstudományi Intézet).

3. A matematikai modellek szerepe komplex rendszerek leírásában és optimalizálásában (vezetője: Jándy Géza, Budapesti Műszaki Egyetem).

Mindhárom beszélgetésen élénk vita alakult ki, — a beszélgetések témakörei ezek alapján igen aktuálisak voltak. A hozzászólások között egymásnak teljesen ellentmondó nézetek és javaslatok is elhangzottak

A Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézete a Téli Iskola munkáját eredményesnek tartja. Úgy véli, hogy a részvétel mindenki számára hasznos volt. Az Intézet tervezi a Téli Iskola évenkénti megszervezését — azonban a nagy érdeklődés ellenére sem kívánjuk növelni a résztvevők létszámát. Véleményünk szerint a létszám emelése a Téli Iskola céljainak megvalósítását nem a kívánt irányban befolyásolná.

STRAZICKY BEÁTA

СОДЕРЖАНИЕ

ПОНЯТИЯ И МЕТОДЫ

О КНИГАХ

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója
Műszaki szerkesztő: Sós Attila
A kézirat nyomdába érkezett: 1974. III. 13 Terjedelem: 11,9 (A)5 ív
77.158 Akadémiai Nyomda, Budapest – Felelős vezető: Bernát György