Kovács Álmos—Stahl János

Dekompozíciós eljárás a vállalati érdekeltség mutatójának maximalizálása esetén

1. A nyereség kötelező megosztását előíró jövedelemszabályozási rendszer a vállalati érdekeltség középpontjába állítja a $q = \dfrac{N}{sB + E}$ mutatót. A q szerinti optimalizálás jellemző vonásaival foglalkoztunk [5]-ben. Egyúttal utaltunk arra is, hogy ez a célfüggvény nem csak vállalati szinten alkalmazható, hanem egy nagyobb aggregátum termelési tevékenységének optimalizálása során is cél lehet megfelelő q mutató maximalizálása, ha nem is állítjuk, hogy minden esetben ez a célfüggvény a legfontosabb. Érdemes mindenesetre utalnunk arra, hogy a számláló az adott aggregátumban létrehozott nemzeti jövedelemnek az erőforrás felhasználás által nem meghatározott részét reprezentálja — tehát adott termelési tényező felhasználás esetén a nemzeti jövedelem növekmény a nyereségben jelentkezik —, míg a nevező csökkenése azt eredményezheti, hogy több termelési tényező fordítható az életszínvonal alakulása szempontjából rendkívül fontos nem termelői ágazatok tevékenységének fokozására.

[5]-ben megmutattuk, hogy q maximalizálása elméletileg egy olyan decentralizált irányítási rendszerben is biztosítható, amelyben az egyes tevékenységek alkalmazásáról az eredeti feladathoz rendelt duális feladat feltételi egyenletei által definiált ,,gazdaságossági'' vizsgálat alapján születik döntés, és az esetleg szükséges központi beavatkozás — a tevékenységek mértékének meghatározása — nem rontja a részegységek helyzetét. A gyakorlatban ritkán fordul elő, hogy valamennyi tevékenység önálló részrendszernek felel meg, sokkal jellemzőbb az olyan szerkezet, amelyben az egyes részrendszerek több tevékenységet fognak át, mégpedig oly módon, hogy a tevékenységek mértékének megszabásakor meghatározó szerepet játszó feltételek nagyobb része az illető részrendszerre vonatkozó speciális feltétel, és viszonylag kevés az olyan feltételek száma, amelyek összefűzik az egyes részterületeket. Ilyen szerkezettel reprezentálható mind a nagyvállalatok, mind pedig a nagyobb gazdasági egységek legtöbbje: a helyi feltételek a speciális gyári, ill. ágazati sajátosságokat, adottságokat tükrözik, míg a központi feltételek a vállalat, ill. a kérdéses gazdasági aggregátum egészében mozgatható erőforrásokra vonatkozó kikötéseket, ill. egyes, a rendszer egésze által teljesítendő feladatokra vonatkozó elvárásokat írnak le.

Egy ilyen rendszer lineáris programozási modelljének megoldására az egyik lehetőség a Dantzig—Wolfe eljárás alkalmazása [3]. Az ún. hiperbolikus [6] és a lineáris programozás bizonyos hasonlóságai alapján várható, hogy ez az eljárás hányados célfüggvény, így q maximalizálása esetén alkalmazható lesz.

A továbbiakban ezzel a kérdéssel foglalkozunk és tekintsük az alábbi programozási modellt:

$$\sum_j A_j x_j = b$$

$$B_j x_j = b_j \qquad (j = 1,2 \ldots)$$

$$x_j \geq 0$$

$$\max \frac{\sum\limits_j \bar{n}_j x_j + \sum\limits_j \bar{v}_j}{\sigma \sum\limits_j \bar{b}_j x_j + \sum\limits_j \bar{e}_j x_j + \sigma \sum\limits_j \bar{\beta}_j + \sum\limits_j \bar{\varepsilon}_j}$$

ahol x_j a j részegység tevékenységeinek mértékeit mutató vektor ($j = 1, 2 \ldots$);

A_j a j részegység tevékenységeinek a központi erőforrásokra és feladatokra vonatkozó fajlagos igényeinek és hozzájárulásainak mátrixa;

b a központi erőforrások és feladatok szintje;

B_j a j részegység tevékenységeinek az egyértelműen a részegységhez köthető (helyi) erőforrásokra és feladatokra vonatkozó fajlagos igényeinek és hozzájárulásainak mátrixa;

b_j a j részegység helyi erőforrásainak és feladatainak vektora, az $\bar{n}_j$, $\bar{v}_j$, $\bar{b}_j$, $\bar{e}_j$, $\bar{\beta}_j$, $\bar{\varepsilon}_j$ értékek a j részegység nyereség, bér és eszközmutatói, σ pedig a bérszorzó.

Az előbb elmondottaknak megfelelően ilyen modellel reprezentálható egy több gyáregységet egyesítő nagyvállalat, vagy valamely nagyobb gazdasági aggregátum, akár a népgazdaság egésze is. Az ilyen célfüggvény választását első esetben a szabályozó rendszer szinte kötelezővé teszi, utóbbi esetekben pedig legalábbis egy fontos alternatív célfüggvényről van szó. Egy Dantzig–Wolfe-típusú eljárás felhasználása sok esetben előnyös lehet egy ilyen modell megoldása során, így a megoldási eljárások vizsgálata is elvezethet ahhoz a kérdéshez, hogy milyen módosításokkal alkalmazható hányados célfüggvény esetén a módszer. E technikai probléma mellett felvetődik az a kérdés is, hogyan módosul hányados célfüggvény esetén az a szabályozási mechanizmus, amely lineáris célfüggvény esetén az eljárásra építhető. Egy ilyen szabályozási mechanizmus gyakorlati megoldást jelenthet a nagyvállalatok belső érdekeltségi rendszerének kérdésében. A belső érdekeltségi rendszer kialakítása a nagyvállalatokban fontos probléma, miután könnyen belátható, hogy az általános rendszer már számviteli okok miatt sem alkalmazható és további nehézséget jelent, hogy az egyes részegységek adottságaiban meglevő különbségeket is figyelembe kell venni. Nagyvállalati szinten egy dekompozíciós eljárásra épített belső érdekeltségi rendszer gyakorlati realizációja nem elképzelhetetlen, és bár nagyobb rendszerek esetén nem tartjuk reális alternatívának egy ilyen szabályozási mechanizmus kialakítását, jellemző vonásainak ismerete sokat segíthet a tényleges szabályozás helyes értékelésében.

2. A következőkben tehát a

$$\sum_j A_j x_j = b$$

$$B_j x_j = b_j \qquad (j = 1, 2 \ldots)$$

$$(1) \qquad x_j \geq 0$$

$$\max \frac{\sum_j c_j x_j + \gamma}{\sum_j d_j x_j + \delta}$$

programozási feladat dekompozíciós eljárással történő megoldásával foglalkozunk, ahol az A_j-k, B_j-k adott, megfelelő méretű mátrixok, az adott b, b_j-k, c_j-k, d_j-k és az ismeretlen x_j-k megfelelő méretű vektorok, γ és δ pedig adott számok. Mint eddig is, a továbbiak során nagybetűvel mátrixot, kisbetűvel vektort, görög betűvel pedig számot jelölünk és a méretek megfelelő voltát sem hangsúlyozzuk külön.

Azt vizsgáljuk, hogy a fenti feladat megoldásához milyen módosítások szükségesek a Dantzig—Wolfe eljárásban, vagy megfordítva a Dantzig—Wolfe eljárásbeli transzformáció után adódó, a fenti feladattal ekvivalens feladat megoldására miképpen alkalmazható a hányados célfüggvényű programozási feladatok megoldására javasolt [2]-beli eljárás. A szóbanforgó eljárásokat ismertnek tételezzük fel, ezért az adódó algoritmus verifikálását mellőzzük.

Feltételezzük, hogy minden j-re $\{x_j \mid Bx_j = b_j,\ x_j \geq 0\} \neq 0$. Ellenkező esetben az (1) feladatnak nyilván nincs megoldása. A későbbi algoritmusba egyébként egyszerűen beilleszthető ezen feltevés vizsgálata is. Feltesszük továbbá, hogy az 1)-beli feltételeket kielégítő minden $x = (\ldots x_j \ldots)$-re $\sum_j d_j x_j + \delta > 0$.

Jelöljük az $\{x_j \mid B_j x_j = b_j,\ x_j \geq 0\}$ poliéder kanonikus felbontásának elemeit $\bar{x}_{j1}, \bar{x}_{j2} \ldots, \bar{\bar{x}}_{j1}, \bar{\bar{x}}_{j2} \ldots$-vel, ahol egyszeres felülvonás korlátos, kétszeres felülvonás pedig kúp összetevőbeli elemre utal [4].

Pontosan azért és ugyanolyan értelemben, mint lineáris programozási feladat esetén, az (1) feladat ekvivalens [3] a λ_{jk} és μ_{jk} változókra vonatkozó

$$\sum_j \Big(\sum_k \bar{a}_{jk}\, \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{a}}_{jk}\, \mu_{jk}\Big) = b$$

$$\sum_k \lambda_{jk} = 1 \qquad (j = 1, 2 \ldots)$$

$$\lambda_{jk},\ \mu_{jk} \geq 0$$

$$(2) \qquad \max \frac{\sum_j \Big(\sum_k \bar{\gamma}_{jk}\, \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\gamma}}_{jk}\, \mu_{jk}\Big) + \gamma}{\sum_j \Big(\sum_k \bar{\delta}_{jk}\, \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\delta}}_{jk}\, \mu_{jk}\Big) + \delta}$$

programozási feladattal, ahol

$$\bar{a}_{jk} = A_j \bar{x}_{jk} \qquad \bar{\bar{a}}_{jk} = A_j \bar{\bar{x}}_{jk}$$

$$\bar{\gamma}_{jk} = c_j \bar{x}_{jk} \qquad \bar{\bar{\gamma}}_{jk} = c_j \bar{\bar{x}}_{jk}$$

$$\bar{\delta}_{jk} = d_j \bar{x}_{jk} \qquad \bar{\bar{\delta}}_{jk} = d_j \bar{\bar{x}}_{jk}$$

[2] alapján (2)-ben bevezetve a

$$\tau = \frac{1}{\sum_j (\sum_k \bar{\delta}_{jk} \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\delta}}_{jk} \mu_{jk}) + \delta}$$

$$\alpha_{jk} = \frac{\lambda_{jk}}{\sum_j (\sum_k \bar{\delta}_{jk} \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\delta}}_{jk} \mu_{jk}) + \delta}$$

$$\beta_{jk} = \frac{\mu_{jk}}{\sum_j (\sum_k \bar{\delta}_{jk} \lambda_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\delta}}_{jk} \mu_{jk}) + \delta}$$

változókat a

$$\sum_j (\sum_k \bar{a}_{jk} \alpha_{jk} + \sum_k \bar{\bar{a}}_{jk} \beta_{jk}) - b\tau = 0$$

$$\sum_k \alpha_{jk} - \tau = 0 \qquad (j = 1,2 \ldots) \tag{3}$$

$$\sum_j (\sum_k \bar{\delta}_{jk} \alpha_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\delta}}_{jk} \beta_{jk}) + \delta\tau = 1$$

$$\alpha_{jk},\ \beta_{jk} \geq 0$$

$$\max\ (\sum_j (\sum_k \bar{\gamma}_{jk} \alpha_{jk} + \sum_k \bar{\bar{\gamma}}_{jk} \beta_{jk}) + \gamma\tau)$$

lineáris programozási feladat adódik. Ennek megoldásához sem szükséges a feladat explicit ismerete, a [3]-beli alapgondolat felhasználásával az alábbi algoritmust kapjuk:

2.1. Legyen $(f \ldots \varphi_j \ldots \varphi)$ (3) egy bázismegoldásához tartozó multiplikátor rendszer. (Megjegyezzük, hogy τ mindig bázisváltozó.)

2.2. Tekintsük a

$$B_j x_j = b_j$$

$$x_j \geq 0 \tag{4}$$

$$\max\ (c_j - f A_j - \varphi\, d_j) x_j$$

lineáris programozási feladatokat $(j = 1,2 \ldots)$.

2.3. Ha minden j-re (4) egy optimális extremális $\bar{x}_j$ megoldására

$$(c_j - f A_j - \varphi\, d_j) \bar{x}_j \leq \varphi_j \tag{5}$$

az eljárás véget ér.

Ha az — egyébként a (3) lineáris programozási feladat optimális bázis megoldását szolgáltató — aktuális bázishoz tartozó $\tau \neq 0$, a bázismegoldásból képezhető

$$x = \frac{1}{\tau} (\ldots \sum_k \alpha_{jk} \bar{x}_k + \sum_k \beta_{jk} \bar{\bar{x}}_k \ldots)$$

optimális megoldása (1)-nek.

Ha $\tau = 0$ teljesül, a pillanatnyi (3)-beli célfüggvényérték, ami (3) optimumértéke is, az (1) feladat lehetséges célfüggvényértékeinek olyan felső korlátja, mely az aktuális bázis megoldás alapján nyerhető $\overline{\overline{x}} = (\ldots \sum_k \beta_{jk} \overline{\overline{x}}_k \ldots)$ irány mentén haladva tetszőleges pontossággal megközelíthető.

2.4. Ha valamely j-re a (4) feladat optimális megoldására (5) nem teljesül, vagy a szóbanforgó feladatnak nincs optimális megoldása, végezzük el a szimplex módszernél szokásos módon az aktuális bázisnak az $(A_j\overline{x}_j, 0, \ldots 1, \ldots 0, c_j\overline{x}_j)$ vagy $(A_j\overline{\overline{x}}_j, 0 \ldots 0 \ldots 0\, c_j\overline{\overline{x}}_j)$ vektorral történő transzformációját, ahol $\overline{x}_j$ (4)-nek egy (5)-t nem kielégítő extremális megoldása, illetve $\overline{\overline{x}}_j$ (4) megoldása során a nem korlátos esetben adódott olyan irány, melyre

$$(c_j - fA_j - \varphi d_j)\overline{\overline{x}}_j > 0$$

Ha a bázistranszformáció eredménye az, hogy az (5) feladat nem korlátos, nem korlátos az (1) feladat sem és az eljárás véget ér.

Ellenkező esetben az új bázishoz tartozó multiplikátor rendszert felhasználva folytassuk 2.2-től.

Ezen algoritmus esetleges számológépi realizálásakor nyilván végrehajthatók a [3]-mal kapcsolatban ismert és szokásos számítástechnikai fogások: pl. (4)-nek nem feltétlenül egy megoldása alapján módosítani (3) egy bázisát, bizonyos j-kre a (4)-beli feltételeket a „közös" $\sum_j A_j x_j = b$ feltételekhez soroljuk stb. ([1]) — természetesen az eljárás „játékszabályainak" szükséges módosítását is végrehajtva. Ide tartozik az a megjegyzés is, hogy a 2.1—2.4 algoritmus konvergencia szempontjából nyilván pontosan olyan, mint [3]. Így itt is kihasználható a [3]-mal kapcsolatos azon tapasztalat ([1]), hogy egy feladat megoldása során kezdetben az egy (vagy fix számú) iterációra eső célfüggvényváltozás általában nagyobb, mint a későbbiekben.

Ha (1)-re vonatkozóan még feltesszük, hogy (4) minden megoldására $d_jx_j > 0$, akkor 2.2. úgy is fogalmazható, hogy van-e a

$$B_jx_j = b$$

$$x_j \geq 0$$

$$\max \frac{(c_j - fA_j)\,x_j - \varphi_j}{d_j\,x_j}$$

hányados programozási feladatnak olyan megoldása, amelyhez φ-nél nagyobb célfüggvényérték tartozik.

(2) megoldására alkalmazhattuk volna a [6]-beli eljárást is. Mint ismeretes ([7]), ezen eljárás nyújtotta minden megoldásnak megfelel a [2] szerint nyert egy megoldás és megfordítva, valamint ugyanazon megoldástól indulva a két eljárásnál általában ugyanazon megoldások adódnak. Míg egy „közönséges" feladat megoldásakor a [6]-beli eljárást alkalmazva viszonylag egyszerűbb eszközökkel biztosítható, hogy ameddig csak lehetséges, úgy transzformáljuk a bázist, hogy a feltételek meghatározta konvex poliéder korlátos részében maradjunk, ugyanakkor az explicite nem adott (2) feladat esetén ezt csak jelentős többletráfordítással látjuk megoldhatónak. Természetesen nem lép fel ilyen probléma, ha a (2) feladat feltételei meghatározta poliéder korlátos, és így általában egy valóságos gazdasági problémából származó modell ese-

tében sem. Elsősorban azonban a következő részbeli interpretáció miatt részletezzük némileg ezt a lehetőséget is.

Legyen $(p \dots \pi_j, \dots)$ a (2)-beli tört számlálójához, illetve $(r \dots, \varrho_j, \dots)$ a nevezőjéhez, mint azonos feltételrendszerű lineáris programozási feladat célfüggvényéhez tartozó multiplikátor rendszer valamilyen bázismegoldás esetén és jelölje ekkor Γ és Δ a számláló, illetve nevező értékét. [6] szerint most olyan λ_{jk}-t, vagy μ_{jk}-t kell meghatároznunk, melyre

$$\Delta(\bar{\gamma}_{jk} - p\bar{a}_{jk} - \pi_j) - \Gamma(\bar{\delta}_{jk} - r\bar{a}_{jk} - \varrho_j) > 0,$$

illetve

$$\Delta(\bar{\bar{\gamma}}_{jk} - p\bar{\bar{a}}_{jk}) - \Gamma(\bar{\bar{\delta}}_{jk} - r\bar{\bar{a}}_{jk}) > 0.$$

Ugyanúgy, mint az előbb, ez a

$$\begin{gathered} Bx_j = b_j \\ x_j \geq 0 \\ \max\,(\Delta)\,(c_j - pA_j)x_j - \pi_j(-\Gamma)\,(d_j - rA_j(x_j - \varrho_j) \end{gathered}$$

$(j = 1,2 \dots)$ lineáris programozási feladatok, illetve ezek optimumértékének vizsgálatát jelenti.[1]

Ha egy ilyen feladat korlátos és optimumértéke pozitív, a (2) feladat aktuális bázisába kerülő vektornak mindig lesz pozitív komponense: pl. a $\sum_k \lambda_{jk} = 1$ egyenletnek megfelelő és így a (2) feltételek meghatározta konvex poliéder korlátos részében maradunk.

Ha az utolsó feladatok valamelyik nem korlátos, megfelelő $\bar{\bar{x}}_j$-t pl. a

$$\begin{gathered} B_jx_j = 0 \\ ex_j = 1 \\ (\Delta(c_j - pA_j) - \Gamma(d_j - rA_j))x_j \geq \varepsilon \qquad (6) \\ \max\, eB^{-1}A_jx_j \end{gathered}$$

lineáris programozási feladat megoldásával kereshetünk, ahol B^{-1} a (2)-beli aktuális bázismegoldáshoz tartozó inverz mátrix megfelelő része, ε pedig alkalmas, pl. számológépi realizációtól függő kis pozitív szám. Minthogy (2) aktuális bázisának transzformációjához bármely pozitív célfüggvény értéket adó x_j-ből nyert vektor felhasználható, a [6]-beli algoritmus a (2) feladat megoldására való alkalmazásánál ezt célszerű figyelembe venni és (6) vizsgálatával csak szükség esetén foglalkozni.

3. A matematikai tárgyalás után a szektorfeladatok gazdasági értelmezési lehetőségeivel foglalkozunk és ezek kapcsán röviden vázoljuk az eljárásra építhető szabályozási mechanizmusokat is.

A részegységek által maximalizálandó célfüggvényt többféleképpen fogalmazhatjuk. Az első változat esetén a szektorok, az 1-beli jelöléseket használva az

$$(\bar{n}_j - fA_j - \varphi\,(\sigma\bar{b}_j + \bar{e}_j))x_j$$

[1] A cikk lektorának és Martos Bélának utalásai alapján [8]-ban megtaláltuk korlátos (4)-beli feltételrendszerek esetére az eljárás ezen változatát.

célfüggvényt maximalizálják. Ez a célfüggvény a nyereség maximalizálását írja elő úgy, hogy a tevékenységek hozamát ($\bar{n}_j x_j$) csökkenteni kell az erőforrás felhasználásáért fizetendő „adókkal" ($fA_j x_j$) és a termelési tényezők lekötéséért fizetendő járulékkal $\left(\varphi(\sigma\bar{b}_j + \bar{e}_j)x_j\right)$. Az adók között negatív értékek, „járadékok" is szerepelhetnek, ha a központi feltételek között az erőforrás korlátok mellett kötelező feladatok is vannak. Ennek a célfüggvénynek egy olyan decentralizált irányítási rendszer feleltethető meg, amelyben központilag az erőforrás felhasználásért fizetendő adókulcsokat, a kötelező feladatokhoz való hozzájárulásért fizetendő járadékkulcsokat és az újonnan lekötött termelési tényezőkért fizetendő járulék kulcsot írják elő. A részegységek egyedi adóztatására ebben a rendszerben nincs szükség, elegendő, ha a központ hasonlítja össze a φ_j értékeket és a szektorok nyereségmutatóit. Így biztosítható, hogy a szektor érdekeltségét kifejező mutató általában pozitív értéket kapjon, tehát optimális értéke nem lesz zérus.

Ha a feladatban szereplő részegységek mindegyike esetén feltehetjük, hogy bármely lehetséges szektorprogram új termelési tényezők felhasználását is előírja — tehát a változó termelési tényező lekötés $(\sigma\bar{b}_j + \bar{e}_j/x_j > 0$ — akkor a szektorok célfüggvénye

$$\frac{(\bar{n}_j - fA_j)\, x_j - \varphi_j}{(\sigma\bar{b}_j + \bar{e}_j)\, x_j}$$

formában is írható. Ez a célfüggvény tehát az egységnyi újonnan lekötött termelési tényező mennyiségre jutó nyereség maximalizálását írja elő. A hozamot ebben az esetben az erőforrás felhasználásáért fizetendő adók mellett a részegység számára központilag előírt egyedi adóval kell csökkenteni. Így a megfelelő decentralizált irányítási rendszerben az erőforrás adók (és járadékkulcsok) mellett a részegységek egyedi adójának meghatározására van szükség, de nem kell előírni a termelési tényező lekötésre vonatkozó járalékkulcsokat. A szabályozók módosítását a központ ebben az esetben φ és a szektorokban kialakult termelési tényező arányos hozam összehasonlítása alapján kezdheti el. A szektorok érdekeltségét kifejező mutató ebben a rendszerben mindig pozitív lesz.

A harmadik — talán némileg mesterkéltnek tűnő — megoldás esetén a részegységek érdekeltségét az

$$\bar{n}_j x_j - pA_j x_j - \frac{\Gamma}{\Delta}\left((\sigma\bar{b}_j + \bar{e}_j)\, x_j - rA_j x_j - \varrho_j\right).$$

mutatóhoz fűzi a rendszer. Az elsőnek említett célfüggvényhez hasonlóan ebben az esetben is a részegység nyereségének maximalizálása a cél. A hozamot ebben az esetben is az erőforrás felhasználás arányos adókkal és az újonnan lekötött termelési tényezőkért fizetendő járulékkal kell csökkenteni, e járulék meghatározása ebben az esetben azonban több lépésben történik. A rendszer a részegységek termelési tényező felhasználását is értékeli: a tényleges felhasználást módosítani kell az egyes erőforrások termelési tényező igényességét kifejező adók és járadékok összegével, amelyet a tényleges erőforrás felhasználás után központilag megállapított kulcsok szerint kell meghatározni ($A_j x_j$), majd az így módosított termelési tényező felhasználás még csökkenthető a részegységenként egyedileg megállapított módosító tényezővel (ϱ_j). Az így korrigált termelési tényező összeg után fizetendő járulék kulcsa megegyezik a termelési tényező átlagos hozadékával (Γ/Δ). Ez a megoldás lényegesen nehézkesebbnek tűnik az előzőnél, ugyanakkor látható, hogy a megfelelő szabályozási rendszer a korábbiaknál több szempont figyelembe vételére alkalmas. Az erőforrás felhasználás kettős értékelése bizonyos esetekben indokolt lehet. (Gondoljunk például arra az esetre, amikor valamely erőforrás korlát növelése esetén lehetőség van egy nyereséges, de új termelési tényező lekötést nem igénylő tevékenység alkalmazására. Emellett várható, hogy egy ilyen rendszerben kisebb megrázkódtatásokkal jár a szabályozók módosítása. Hasonlóan értékelhetjük esetenként a rendszernek azt a vonását is, hogy a ϱ_j módosító tényezők révén lehetőséget ad a részegységek termelési tényező igényességének differenciált figyelembe vételére.

Egészen általános szinten nem volna célszerű bármiféle sorrendet felállítani az előzőekben ismertetett rendszerek között, esetleges alkalmazási kísérletek esetén a tényleges körülmények figyelembe vételével választható ki a legmegfelelőbb változat. Már utaltunk rá, hogy az ilyen szabályozási rendszerek alkalmazása inkább csak nagyvállalati szinten tekinthető reális lehetőségnek, bár egyes elvek ennél magasabb szintek irányítási rendszerében is figyelembe vehetők. De még viszonylag egyszerűbb rendszerek, tehát egy nagyvállalat esetén is csak úgy képzelhető el az eljárásra épülő decentralizált irányítási rendszer alkalmazása, hogy egy előkészítő számítássorozat alapján a központ meghatározza a szabályozók értékeit (adó, járadék és járulék kulcsok, esetenként egyedi adók), és ezek az értékek a tervezési időszakban már érvényben maradnak. A részegységek ezeknek a szabályozási eszközöknek a figyelembe vételével készítik el gazdálkodási terveiket és az iteráció következő szakaszára, a központi feladat következő megoldására és ennek megfelelően a szabályozók esetleges módosítására csak a következő periódusban kerül sor. Így tulajdonképpen egyetlen szakaszban sincs szó az optimális szabályozási paraméterek alkalmazásáról — az optimális terv megvalósítása még ebben az esetben is megkövetelné a szektorprogramok központi „keverését", tehát a szektorok optimális tevékenységeihez tartozó „súlyok" előírását — hanem egy olyan irányítási rendszerről beszélhetünk, amelyben a szabályozási elemek mértékeinek módosítása a megelőző időszakok tapasztalatainak figyelembe vételével és a rendszer pillanatnyi helyzetének átfogó értékelése alapján történik és így várható, hogy ez a szabályozás olyan befolyást gyakorol a részegységekre, hogy tevékenységük tendenciájában megfelel a teljes rendszer (népgazdaság, nagyvállalat) érdekeinek. Az optimum merev előírása helyett azért is jogosnak látszik egy ilyen eljárás alkalmazása, mert a modell egyrészt csak megközelítőleg tükrözi a gazdasági valóságot, másrészt pedig a feltételek állandó változása miatt az optimális terv a realizálás idején valószínűleg már nem tekinthető optimálisnak.

(Beérkezett: 1972. december 21.)

IRODALOM

1. Beale, E. M. L.: Mathematical programming in practice. 1969. Pittman.
2. Charnes, A.—Cooper, W. W.: Programming with linear fractional functionals. Naval Research Logistics Quarterly, 9/2 (1962).
3. Dantzig, G. B.—Wolfe, Ph.: The decomposition algorithm for linear programs. Econometrica, 29/4 (1961).
4. Goldmann, A. I.: Resolution and separation theorems for polyhedral convex sets. In: Kuhn, H. W.—Tucker, A. W. (szerk.): Linear inequalities and related systems. Princeton, 1956. University Press.
5. Kovács, Á.: Az $\frac{N}{sB + E}$ mutató szerinti optimalizálás egyes kérdései. Szigma, 1972/4.
6. Martos, B.: Hiperbolikus programozás. MTA Matematikai Kutató Intézet Közleményei, V/2 (1960).
7. Wagner, H. M.—Yuan, J. S. C.: Algorithmic equivalence in linear fractional programming. Management Science, 14/5 (1968).
8. Körth, H.: Ein Zerlegungsprinzip für die hyperbolische Optimierung. Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, XVIII/5 (1969).

DECOMPOSITION PROCEDURE IN CASE OF MAXIMIZING THE INDEX OF ENTERPRISE INTEREST

The paper deals with a decomposition procedure leading to the solution of the programming problem (1) with fractional objective function and the economic interpretation of the processes.

The system of constraints in (1) can be considered as a model of production possibilities of a large enterprise unifying several factories and the objective function prescribes the maximization of the quotient of the enterprise profit and different production factors the index number which is in the focus of enterprise's interest according to the income regulation system prescribing the obligatory sharing of profits.

Decomposition processes can be obtained for the problem (1) if the algorithms suggested for programs are applied to problem (2) (also with fractional objective function) obtained by the basic principle of the Dantzig—Wolfe procedure.

Then the authors deal with the economic interpretation of the sector problems of these — mathematically equivalent — decomposition procedures; in this connection the control mechanisms that can be built on these procedure are outlined. In the first procedure profit is maximized, in the second — profit per unit production factor, in the third — profit again, calculated in another way.

ПРОЦЕСС РАЗЛОЖЕНИЯ В СЛУЧАЕ МАКСИМИЗАЦИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ИНТЕРЕСА НА ПРЕДПРИЯТИИ

Статья занимается решением задачи программирования (I) с целевой функцией частного при помощи процесса разложения и экономическим толкованием получающихся процессов.

Систему условий (I) напр. можно считать моделью производственных возможностей крупного преприятия, соединяющего некоторые заводы, а целевая функция предписывает максимизацию показателя, поставленного в центре интереса предприятия системой »онтроля запрлат, предписывающей обязательное распределение прибыли, т. е. максимизацию частного прибыли и разных производственных факторов на предприятиях.

Применяя в отношении задачи — также с целевой функцией частного — полученной с (I) основным принципом процесса Данцига-Волфе алгоритмы, предложенные на решение задачи программирования мы получаем процессы разложения на задачу (2).

Затем авторы занимаются экономическим толкованием секторных задач прежних — математически одинаковых — процессов разложения, в связи с этим они кратко останавливаются на механизме контроля, построенном на процессы. В течение решения задач, в первом процессе максимизируется прибыль, во втором — прибыль на единичный производственный фактор, а в третьем, начисленном другим образом — опять прибыль.