

Egy dinamikus input-output modell további elemzése

Bevezetés

Az [1] alatti cikkünkben közöltük egy szabályozott dinamikus input-output modell vázát. Az azóta eltelt időszakban három irányban folytattuk a modellel kapcsolatban kutatásokat. Egyrészt folytattuk a modell elméleti analízisét mind közgazdasági, mind matematikai szempontból, másrészt elvégeztük az első kísérleti jellegű számításokat és harmadrészt megteremtettük a modell számítástechnikai hátterét. A vizsgálatok elsősorban azt célozták, hogy felderítsük mennyiben alkalmas ez a modell a hosszú távú tervezés céljaira. Ebből a szempontból elsősorban azt kellett megvizsgálnunk, hogy a modell alapfeltevése hogyan és mennyire egyszerűsíti le a bonyolult valóságot, és ezek az alkalmazott absztrakciók nem teszik-e lehetetlenné a modelleredményeinek gyakorlati felhasználását. E kérdés pozitív értelmű tisztázása után megtettük az első lépéseket a modellel kapcsolatos számítások statisztikai és számítástechnikai megszervezésére. Ezekről fogunk e cikk keretében beszámolni.

I. A modell pontosabb közgazdasági tartalma

A modell egy olyan gazdaságot ábrázol, amelyben a ráfordítási szerkezet diszkrét módon változik, míg a kibocsátási szerkezet folytonosan idomul a megváltozott ráfordítási szerkezethez. Mennyiben reális ez a feltevés? A modell megideologizálása nélkül állíthatjuk, hogy a nagyobb beruházások eredményeképpen üzembe lépő új korszerű kapacitások ugrásszerűen változtatják meg a ráfordítások szerkezetét anélkül, hogy ezáltal a kibocsátási szerkezet ugrásszerű változását kikényszerítenék. Természetesen ilyenkor felborul a kibocsátások és a felhasználások egyensúlya, amennyiben ez az egyensúly fennállt. Egy normálisan működő gazdaságban működnek olyan erők, amelyek elindítják a források adaptációját a megváltozott felhasználási szerkezet irányába. Ez az automatikus adaptáció ciklikus folyamatokat indíthat meg. Modellünk azonban egy olyan gazdaságot ábrázol, amelyben tervezés és ezen alapuló szabályozás működik. Így a ráfordítási struktúra változásai előre megtervezhetők, beindulásuk és a termelés adaptációs folyamata szabályozható. Ennek a modell szerinti funkcionálós gazdaságnak alapvető célja: maximális ütemű stabil fejlődést biztosítani változó technikai feltételek mellett. Azt hisszük, hogy ez a cél hosszú távon reálisan kitűzhető, és megvalósítása nem hoz rosszabb eredményt, mint valamilyen célváltozó optimalizálása.

A konstans ráfordítási szerkezethez tartozó hosszú távon stabil egyensúlyi pályát az ún. Neumann-modell segítségével határozhatjuk meg. Bizonyítható

az úgynevezett turn-pike tételek segítségével, hogy bizonyos célváltozók optimális értékeihez tartozó fejlődési pálya konvergál az optimalizálási modell feltételrendszeréhez tartozó hosszú távú egyensúlyi pályához. (Ezek a célváltozók lehetnek: az összefogyasztás, az időszakvégi tőkeállomány stb.) Változó ráfordítási szerkezethez tartozó stabil egyensúlyi pálya meghatározása a Neumann-modell módosítását igényli. Modellünkben a ráfordítási szerkezet diszkrét módon változik, ezért a stabil egyensúlyi pálya meghatározható úgy is, mint az egyes ráfordítási struktúrákhoz tartozó egyensúlyi pályák sorozata. A ráfordítási szerkezet megváltozását követő egyensúlytalansági szakaszok hosszát pedig minimalizáljuk. Így az ugrásszerű módon megváltozó ráfordítási szerkezethez tartozó stabil pálya az adott ráfordítási szerkezethez tartozó stabil egyensúlyi szakaszokból és a struktúraváltozást követő minimális hosszúságú egyensúlytalansági szakaszokból áll.

A hosszú távon stabil pálya meghatározásának ez a módja valójában egy rövidlátó módszer. Nem használja ki azt a tényt, hogy a jövőbeni struktúrák tervezhetők, és figyelembevehetők a jelenlegi struktúrákhoz tartozó egyensúly meghatározásánál.

Ha a jelenlegi egyensúly feltételeinek meghatározásánál csak a jelenlegi ráfordítási szerkezetet vesszük figyelembe, akkor a következő ráfordítási szerkezet belépésekor fellépő egyensúlytalanságok nagyon heves mértékűek lehetnek. Ha a jelenlegi egyensúly feltételeinek kialakításánál figyelembe vesszük a következő szakasz ráfordítási szerkezetéhez tartozó egyensúlyi output szerkezetet, azaz valamilyen módon az egyensúly fenntartása mellett a jelenlegi kibácsátási szerkezetet közelítjük ehhez, akkor az átmeneti szakasz ingadozásai csillapíthatók. Tulajdonképpen ez a feltétel jelenti a Neumann-modell tényleges módosítását olyan értelemben, hogy egy kvázi dinamikus modellből egy dinamikus modellé alakítjuk át. Ezzel a modellel egy adott ráfordítási szerkezethez egy olyan stabil egyensúlyi pályát határozhatunk meg, amelyben kifejezésre jutnak egy jövőbeni tervezett ráfordítási szerkezethez tartozó egyensúlyi pálya sajátosságai is.

Hogyan lehet ez a módosítást végrehajtani úgy, hogy a realitás kritériumát maximálisan figyelembe vegyük? Azt akarjuk elérni, hogy a jelenlegi egyensúlyi kibocsátási struktúra eltolódjon a következő szakasz kibocsátási szerkeze felé. Mivel az egyensúlyi kibocsátási szerkezet megegyezik a felhasználási, ráfordítási szerkezettel, ezért a kibocsátási szerkezetet úgy tolhatjuk el a következő időszak kibocsátási szerkezetének irányába, hogy a felhasználás elemei között szerepeltetünk olyanokat, amelyekhez tartozó ráfordítási szerkezet már a következő szakaszra jellemző. Ezen felhasználási célok kielégítésének intenzitása határozza meg a kibocsátási szerkezet eltolódásának mértékét. Felmerül a kérdés, hogy a ráfordítási szerkezet mely elemei által támasztott igények szerkeze egyezhet meg a következő szakaszra jellemző ráfordítási szerkezettel. Egy input-output modellben kétféle ráfordítás-típust különböztethetünk meg: folytonos és egyszeri ráfordításokat.

A folytonos ráfordítások (anyag- és munkaráfordítások) közé nem vihetünk olyan elemet, amelynek szerkeze eltér a jelenlegi technika által determinált szerkezettől. Az egyszeri ráfordítások a lekötött tőke (álló + forgó) bővítését, illetve pótlását jelentik. Az elhasznált tőke pótlása a ráfordítások legrugalmasabb eleme.

Ennek a pótlásnak van egy technikailag meghatározható minimuma, amelynek szerkeze meg kell hogy egyezzen a tőke ráfordítások szerkezetével.

E minimumon felül azonban a tőke pótlásának szerkezete tetszőleges lehet, tehát megegyezhet a következő időszak tervezett tőkeráfordítási szerkezetével. Ha a pótlás szerkezete eltér a jelen szakaszban funkcionáló technikához tartozó tőkeráfordítási szerkezettől, akkor ez csak az állóeszközök átlagos élet-tartamát fogja differenciálni. Ebben az esetben viszont a felhasználási struktúra elemei között megjelent egy olyan, amelynek szerkezete a következő tervezett szakasz technikai színvonalának felel meg, és ezáltal a jelen szakasz kibocsátási szerkezete közelíthető a következő szakasz kibocsátási szerkezetéhez. A közelítés intenzitását meghatározza a jelen szakaszban végbemenő, de a következő szakasz ráfordítási szerkezetével megegyező pótlás intenzitása.

A ráfordítási struktúra diszkrét megváltozásának időpontja lényegében attól függ, hogy a meglévő állóalapok mekkora hányadát korszerűsítettük. A korszerűsítés egyrészt pótlás, másrészt bővítő beruházások formájában megy végbe. A jelen szakaszban funkcionáló állóeszközök szerkezete megegyezik a jelen technika által determinált szerkezettel. A pótlás viszont a következő technika által determinált szerkezet szerint megy végbe, éppen ezért bizonyos állóeszköz-fajtákból már befejeződhet a meglévő állóalapok cseréje, míg a többiekénél ez nem történt meg. Ez a jelen és a jövő technikájához tartozó ráfordítási szerkezet közötti különbségből adódik. Az áttérés viszont akkor kezdődhet meg, ha a „legszűkebb keresztmetszet”-ben is befejeződött az induló állóalapok meghatározott hányadának lecserélése. A többi állóalap-fajtánál felesleges kapacitások keletkezhetnek. E felesleges kapacitások nem azt jelentik, hogy ezeket egyáltalán nem lehet felhasználni, a jelen szakaszban folyó termelés céljaira, hanem inkább a kapacitáskihasználás csökkenésében a tőke/termelés mutató romlásában nyilvánulnak meg.

Ennek alapján a módosított Neumann-modellben a kibocsátások és a felhasználás dinamikus egyensúlya csak formálisan marad meg, mert egy bizonyos idő eltelte után a pótlási igényként jelentkező felhasználások egy része ténylegesen kihasználatlan marad.

A pótlásnak csak egy része szükséges a jelen technikán folyó termelési folyamat egyensúlyának fenntartásához, egy másik része azt a funkciót tölti be, hogy a kibocsátás egyensúlyi szerkezetét közelítse a következő szakasz technikájához tartozó egyensúlyi kibocsátási szerkezetéhez. Ennek mintegy áraként felesleges, nem teljesen kihasznált kapacitások keletkezhetnek, ez az ár tulajdonképpen annak az ára, hogy a következő egyensúlyi szakaszra való áttérés minél simább, minél zökkenőmentesebb legyen. A kibocsátási szerkezet ily módon történő szabályozásának meg van az az előnye, hogy a dinamikus egyensúly olyan értelmű megsértése nélkül, hogy ciklikus ingadozások állnának elő, közelíti a kibocsátási szerkezetet a jövő kibocsátási szerkezetéhez.

Felmerül az a kérdés, hogy a gyakorlatban milyen szabályozó eszközök segítségével lehetne ezt a szabályozást megvalósítani? Mivel modellünk formai szempontból megegyezik a Neumann- Leontief-Bródy-moddal, illetve annak parametrizált változatának tekinthető, értelmezhető e modell duálisa, amely bizonyos, a gazdasági mechanizmusra tett feltételezések mellett a kibocsátási szerkezetet a módosított modell által meghatározott kibocsátási szerkezet felé mozgatja.

A modellel kapcsolatos elméleti vizsgálatokkal elsősorban az első szakasz sajátosságait sikerült felderíteni. További fontos feladat a második szakasz, az időoptimalis szabályozási folyamat közgazdasági-elméleti sajátosságainak felderítése, esetleges összekapcsolása a gazdasági ciklusok elméletével.

2. Az áttérés kezdőpontjának matematikai meghatározása

Mielőtt erre részletesen is rátérnénk, formálisan összefoglaljuk az [1]-ben leírt modellt.

Jelölések:

A	a gazdaság visszagyűrűztetett folyó ráfordítási struktúráját reprezentáló matrix
B	a gazdaság visszagyűrűztetett egyszeri ráfordítási struktúráját reprezentáló matrix
B_1	a következő szakasz egyszeri ráfordítási struktúrája
α	az évi selejtezést szabályozó paraméter
λ	egyensúlyi növekedési ütem $\alpha = 0$ szabályozás mellett
$\lambda_{(\alpha)}$	egyensúlyi növekedési ütem α szabályozás mellett
$\hat{x}_{(\alpha)}$	egyensúlyi termelési szerkezet α szabályozás mellett (ahol $\sum_i x(\alpha) = 1$)
t	az idő
$\hat{x}_{(\alpha, t)}$	t időszaki termelés vektora α szabályozás mellett
$b_{(\alpha, t)}$	a tőkeállomány vektora t időszakban α szabályozás mellett
$s_{(\alpha, t)}$	a selejtezés vektora t időszakban α szabályozás mellett
γ	lecserélési hányad
τ	az áttérés megkezdésének időpontja
$e_{(\alpha, \gamma)}$	időpontban fennálló felesleges kapacitások α és γ szabályozóértékek mellett
c	a termelés szintje $t = 0$ mellett

A modell első fázisát (egyensúlyi fázis) a következő összefüggés-rendszer írja le:

$$\begin{array}{l}
 x_{(\alpha, t)} = Ax_{(\alpha, t)} + B\dot{x}_{(\alpha, t)} + \alpha B_1 \hat{x}_{(\alpha, t)} \quad 1, \quad t = [0, \tau] \\
 x_{(\alpha, t)} > 0 \quad 2, \quad x_{(0)} = c\hat{x}_{(\alpha)} \quad 1, a \quad \left. \vphantom{x_{(\alpha, t)}} \right\} \text{I} \\
 \int_0^{\tau} \alpha B_1 \dot{x}_{(\alpha, t)} dt \geq \gamma B_0 x_{(0)} \quad 3, \\
 \tau - \text{min!} \quad 4, \quad \left. \vphantom{\int_0^{\tau}} \right\} \text{II} \\
 s_{(\alpha, t)} = B_1 \dot{x}_{(\alpha, t)} \quad 4, \\
 b_{(\alpha, t)} = Bx_{(\alpha, t)} \quad 5, \\
 e_{(\alpha, \gamma)} = \int_0^{\tau} s_{(\alpha, t)} dt - \gamma B_0 x_{(0)} \quad 6, \quad \left. \vphantom{\int_0^{\tau}} \right\} \text{III}
 \end{array}$$

Az összefüggés-rendszer három csoportra osztható. Az I. csoport az egyensúlyi arányokat és növekedési ütemet határozza meg. A II. csoport az áttérés megkezdésének időpontját, míg a III. csoport a különféle gazdasági struktúrákat határozza meg. Az egyes csoportok közti bonyolult összefüggésrendszer kibontása a modell tulajdonképpeni analizisét jelenti. Ennél a vizsgálatnál induljunk ki a II. csoportból és ezen keresztül vizsgáljuk meg a modell specialitását és eltérését a többi Neumann-típusú modelltől.

Tegyük fel, hogy kiválasztottunk egy α értéket és ennek alapján megoldottuk az I. egyenletcsoportot, ugyanis ehhez további adatokra nincs szükség.

Tehát az 1.¹ csoport megoldása független a II., illetve a III. csoport megoldásától.

Az I. összefüggéscsoport analizisével részletesen foglalkoztunk az [1]-ben, most figyelmünket a II. csoportra összpontosítjuk. Írjuk fel mégegyszer a II. csoport összefüggéseit, most már részletesebben

$$\int_0^{\tau} \alpha B_1 \dot{x}_{(\alpha, t)} dt \geq \gamma Bx_{(0)} \quad (1)$$

$$\tau \rightarrow \min! \quad (2)$$

$$\alpha \geq 0 \quad (3)$$

$$B_1 \geq 0 \quad (4)$$

$$\dot{x}_{(\alpha, t)} = \lambda_{(\alpha)} x_{(\alpha, t)} \quad (5)$$

amiből

$$x_{(\alpha, t)} = c \hat{x}_{(\alpha)} e^{\lambda t}; \quad \hat{x}_{(\alpha)} > 0 \quad (6)$$

$$0 \leq \gamma \leq 1 \quad (7)$$

$$B \geq 0 \quad (8)$$

$$x_{(0)} = c \hat{x}_{(\alpha)}; \quad c > 0 \quad (9)$$

Az (1)–(9) egy nem lineáris programozási feladat, amelynek megoldhatóságát bizonyítjuk.

Végezzük el az (1) összefüggésben az integrálást

$$\int_0^{\tau} \alpha \lambda B_1 x_{(\alpha, t)} dt = c \lambda \alpha \int_0^{\tau} B_1 \hat{x}_{(\alpha)} e^{\lambda t} dt = c(e^{\lambda \tau} - 1) \alpha B_1 \hat{x}_{(\alpha)}$$

Azaz (1) összefüggés

$$(e^{\lambda \tau} - 1) c \alpha B_1 \hat{x}_{(\alpha)} \geq \gamma Bx_{(0)} \quad (1')$$

alakot adja.

A könnyebb matematikai kezelhetőség érdekében alakítsuk át az (1', 9) feladatot a következő formába:

$$(e^{\lambda \tau} - 1) \alpha B_1 x_{(0)} \geq \gamma Bx_{(0)} \quad (1'')$$

$$\tau \rightarrow \min! \quad (2'')$$

a (3,9) feltételek változatlanul hagyásával.

Jelöljük (1'') bal oldalán álló függvényt (skalár – vektor függvény) $\psi(\tau)$ -al, azaz $\psi(\tau) = (e^{\lambda \tau} - 1) \alpha B_1 x_{(0)}$ -al.

Belátható, hogy $\psi(\tau)$ τ folytonos monoton növekvő függvénye, amelynek képe az L^n -ben² egy $B_1 x_{(0)}$ irányú sugár. Ennek megfelelően az (1'', 2'', 3, 9) feladat ekvivalens a következő feladattal³

$$\psi(\tau) \geq \gamma Bx_{(0)} \quad (1''')$$

$$1^*_{\gamma}(\tau) = 1^*(\psi(\tau) - \gamma Bx_{(0)}) \rightarrow \min! \quad (2''')$$

$$\dots (3, 9)$$

¹ A továbbiakban II. összefüggéscsoporttal mint az I-től független feladattal foglalkozunk, az I. egyenletcsoport lehetséges megoldásainak halmazát úgy vesszük figyelembe, hogy a II. csoportot ennél bővebb, tehát ezt is tartalmazó halmazon értelmezzük; az n dimenziós euklidesi tér pozitív ortansán. Azaz feltesszük, hogy I. egyenletcsoport megoldásai, az $\hat{x}(\alpha)$ vektorok ide esnek.

² Ahol L^n az n dimenziós euklidesi tér.

³ 1^* összegező sorvektor.

1. tétel: az $(1''', 2''', 3, 9)$ feladat lehetséges megoldásainak tartománya egy L^n nem negatív ortansába eső eltolt konvex konusz, amelynek csúcspontja $\gamma Bx_{(0)}$ és alkotói az egységvektorokkal párhuzamosak (azaz merőlegesek egymásra).

Bizonyítás:

Bevezetve $\gamma Bx_{(0)} = v$ jelölést $(1''', 2''', 3, 9)$, lehetséges megoldásainak L halmaza a következőképpen definiálható

$$L = \{x/x \geq v\}$$

Lássuk be, hogy L konvex, ha $x_1 \in L$ és $x_2 \in L$ és $0 \leq \delta \leq 1$, akkor minden $x = \delta x_1 + (1 - \delta)x_2 \geq \delta v + (1 - \delta)v = v$, azaz $x \in L$.

Ha L eltolt konvex konusz v csúcsponttal, akkor felírható $L' + v$ alakban, ahol $L' = \{z/z = x - v\}$. Be kell bizonyítanunk L' origo csúcsponttal konvex konusz.

Ha $x \in L$, akkor $x \geq v$ és $x - v = z \geq 0$, azaz $L' = \{z/z \geq 0\}$, ha $z \geq 0$, akkor bármely $\delta > 0$ $\delta z \geq 0$, azaz $z \in L'$. Tehát L' és ezáltal L is konvex konusz. A tétel harmadik feléhez elegendő belátnunk, hogy L' alkotói az egységvektorokkal⁴ párhuzamos sugarak, bármely i, j -re $e_i \in L'$ és $e_j \in L'$, tehát L' -ben alkothat két sugár derékszöget, de ennél nagyobb szög L' sugaraira vonatkozóan nem definiálható L' -ben. Tegyük fel az ellenkezőjét, az z_1 és z_2 zárjon be 90° -nál nagyobb szöget, ez egyértelmű azzal, hogy $z_1^* z_2 < 0$, de mivel $z_1 \in L'$ és $z_2 \in L'$ azaz $z_1 \geq 0$ és $z_2 \geq 0$, ez nem lehetséges, azaz L' alkotói az egységvektorokkal párhuzamos sugarak.

2. tétel: az $(1''', 2''', 3, 9)$ feladatnak mindig van optimális megoldása és az L valamelyik határoló hipersíkján található, ahol L a lehetséges megoldások halmaza.

Bizonyítás:

Mivel $L = \{x/x \geq v\}$, és $v > 0$, valamint $\psi(\tau)$ képe egy olyan sugár, amelynek iránya $B_1 x_{(0)} > 0$ és $\psi(\tau)$ τ monoton növekvő, folytonos, koordinátáinként végtelenbe tartó függvénye, ezért $\psi(\tau)$ -nek és L -nek van mindig metszéspontja.

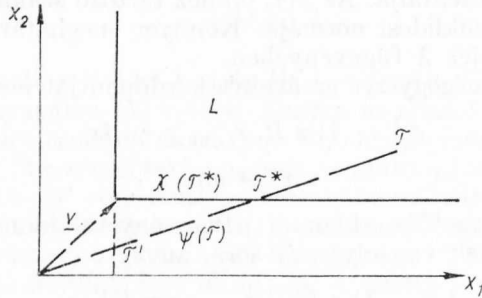
Legyen τ_0 az az idő, amikor $\psi(\tau)_0$ metszi L -t. Ekkor $\tau < \tau_0$ esetén $\psi(\tau)$ nem megengedett, $\tau \geq \tau_0$ -nál viszont megengedett. Azaz τ is, $\psi(\tau)$ is $\tau = \tau_0$ -ban minimális a megengedett halmazon.

A modell eltérése a klasszikus Neumann modelltől

Ábrázoljuk a kétdimenziós térben az $(1, 9)$ feladatot

Vizsgáljuk meg az áttérési feladat közgazdasági tartalmát a fentiek ismeretében. A gazdaság akkor kezdheti meg az áttérést a következő szakaszra, amikor az induló tőkeállomány $(\beta x_{(0)})$ γ_0 százaléka kicserélődött. Azonban a pótlási alapok struktúrája $(B_1 x_{(0)})$ eltér az induló állóalapok struktúrájától $(B x_{(0)})$, ezért a pótlási folyamat közben felesleges kapacitások keletkeznek,

⁴ e_i, e_j az i , illetve j egységvektor.



1. ábra

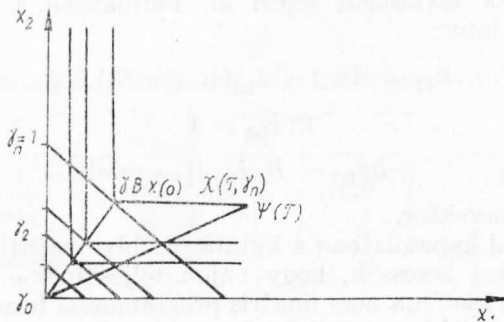
mert a pótlási folyamat akkor fejeződhet be, amikor a lecserélődés a legszűkebb keresztmetszetben (ábránkon x_2 komponens) is befejeződött, közben x_1 komponensre már τ' időpontban összegyűltek a lecseréléshez szükséges alapok és x_1 -ből $\kappa(\tau^*)$ felesleges kapacitás keletkezik.

A felesleges kapacitások függése γ -tól

A felesleges kapacitások viszonylag egyszerű módon függenek a lecserélési aránytól. A lecserélési arány azonban valójában nem egy tiszta döntési változó. A döntés lehetséges intervallumát sokkal inkább műszaki-technikai feltételek határolják be, mint makroökonómiai-közgazdasági megfontolások. Ugyanis, hogy egy új technikai struktúrára való áttéréshez a meglévő álló-alapok mekkora részét kell lecserélni, az nagyrészt a régi és az új technika viszonya, kontinuitása által determinált. De ez a determináltság nem abszolút értelmű, ezért manőverezési döntési lehetőség fennáll.

Pusztán formai szempontból a γ lecserélési hányad 0 és 1 között változhat. Az induló állóalapok struktúrája meghatározott és γ -tól független. Vizsgáljuk meg, hogy ceteris paribus hogyan függenek a felesleges kapacitások γ -tól.

Az ábrán $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n$ egyenesek reprezentálják $\gamma_i Bx_{(0)}$ vektorok mértani helyét, $\gamma_i Bx_{(0)}$ sugár egy rögzített $x_{(0)}$ -hez tartozó vektorokat reprezentálja az $\gamma_i = [0, 1]$ intervallumban. $\kappa(\tau, \gamma_i)$ sorozat az egyes γ -hoz tartozó felesleges



2. ábra

kapacitásokat reprezentálja. Az $\varkappa(\tau, \gamma_i)$ -hez tartozó szakaszok hossza a felesleges kapacitások euklideszi normája. Könnyen meghatározhatjuk az áttérés megkezdésének idejét λ függvényében.

Ehhez írjuk fel mégegyszer az áttérés kezdőpontját meghatározó feladatot

$$(e^{\lambda\tau} - 1) \alpha B_1 x_{(z,0)} \geq \gamma Bx_{(z,0)} \quad (1)$$

$$\tau' \rightarrow \min \quad (2)$$

Ha τ^* optimális megoldás, akkor $\varkappa(\tau)$ függvény tulajdonságai következtében B -nek, illetve B_1 -nek van olyan i^* sora, amelyre

$$(e^{\lambda\tau} - 1) \alpha B_1^{(i^*)} x_{(z,0)} = \gamma B^{(i^*)} x_{(z,0)} \quad (3)$$

Minden $i \neq i^*$ -ra viszont

$$(e^{\lambda\tau} - 1) \alpha B_1^{(i)} x_{(z,0)} \geq \gamma B^{(i)} x_{(z,0)}. \quad (4)$$

Az i^* sort a következő formula alapján határozhatjuk meg

$$\min_i \frac{B_1^{(i)} x_{(z,0)}}{B^{(i)} x_{(z,0)}}. \quad (5)$$

Amelyik i -re az 5 teljesül, az lesz az i^* .

Ekkor viszont a 3-ból

$$\tau^* = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{\gamma B^{(i^*)} x_{(z,0)}}{\alpha B_1^{(i^*)} x_{(z,0)}} + 1 \right). \quad (6)$$

A felesleges kapacitások extrémumának meghatározása

Az előző pontban láttuk, hogy rögzített α érték mellett a felesleges kapacitások összvolumene monoton módon függött a lecserelési aránytól, γ -tól. Ilyen értelemben a γ értelmezési tartományának nincs olyan belső pontja, ahol a felesleges kapacitásoknak szélső értéke lenne. Felmerül a kérdés, hogy rögzített γ érték mellett van-e olyan α szabályozás, amely mellett a felesleges kapacitásoknak minimuma van? Követelményként előírhatjuk még, hogy ehhez az α -hoz tartozó növekedési ütemnek meg kell haladni egy előre megadott minimumot. Ez a feladat egy nem lineáris programozási feladathoz vezet, amikor is a feladat feltételrendszere egy paraméteres sajátérték sajátvektor feladat, célfüggvénye egy euklideszi térbeli ponthalmaz két különböző lineáris transzformáció által generált képterének távolságát fejezi ki. Formálisan a következő módon írhatjuk fel a feladatot:

$$\hat{x}_{(z)} = A\hat{x}_{(z)} + \lambda_{(z)}(B + \alpha B_1)\hat{x}_{(z)} \quad (1)$$

$$1^* \hat{x}_{(z)} = 1 \quad (2)$$

$$\| B\hat{x}_{(z)} - B_1\hat{x}_{(z)} \| \rightarrow \min! \quad (3)$$

ahol 1^* összegző sorvektor.

Ezzel a feladattal kapcsolatban a kutatások folyamatban vannak, amelyek során elsősorban azt keressük, hogy vajon teljesülnek-e azok a feltételek, amelyek fennállása esetén a nem lineáris programozási feladatokra vonatkozó nyeregpont tételek alkalmazhatók?

3. A modellel végzett kísérleti számítások eredményei

Az alapadatok

A modell adatbázisát a Bródy András által publikált Közgazdaságtudományi Intézet belső anyagából [2] vettük. Ezek az adatok, amelyek a magyar népgazdaság 1965. évi adatain alapulnak, néhány módosítást hajtottunk végre. Az adatok (A, B matrix) tartalmazzák a munkaerő sorát és a fogyasztás oszlopát is, valamint a „B” típusú mérlegben a külkereskedelmi soron az import és a külkereskedelmi oszlopon az export adatai szerepelnek. Az A és B matrix összeállításának részletesebb leírását [2] tartalmazza. A számításoknál tehát az 1. táblában közölt adatokból indultunk ki. A modell inputjául szolgál még a B_1 matrix, amely a következő időszak fajlagos tőkeáfordítási struktúráját reprezentálja. A B_1 matrix konstruálásánál a B matrixot vettük alapul és ezt módosítottuk a következő elvek alapján (ezek az elvek nem egy valóságos gazdaságpolitikát reprezentálnak, de egy lehetséges koncepciót, amelynek alapján B_1 elemei számszerűsíthetők)

1. A technikai fejlődés következő szakaszában nő a fajlagos tőkeáfordítás nagysága,

2. nő minden ágazatban az iparból eredő fajlagos tőkelekötés,

1. tábla

a) „A” Folyó ráfordítások matrixa 100 Ft kibocsátásra jutó ráfordítás

	1	2	3	4	5
1. Ipar	41	12	33	84	40
2. Mezőgazdaság	6	35	2	8	12
3. Egyéb	5	3	7	7	11
4. Külkereskedelem	10	2	2	0	2
5. Munkaerő	21	27	32	19	20

b) „B” Egyszeri ráfordítások matrixa 100 Ft kibocsátásra jutó ráfordítás

	1	2	3	4	5
1. Ipar	51	130	557	81	74
2. Mezőgazdaság	3	51	1	2	1
3. Egyéb	10	0	0	5	0
4. Külkereskedelem	20	14	67	22	1
5. Munkaerő	2	3	3	1	500

2. tábla

B_1 Egyszeri ráfordítások matrixa (célstruktúra) 100 Ft kibocsátásra jutó ráfordítás

	1	2	3	4	5
1. Ipar	60	170	620	110	90
2. Mezőgazdaság	3	48	1	2	1
3. Egyéb	15	0	0	2	1
4. Külkereskedelem	17	13	62	22	1
5. Munkaerő	5	4	5	3	561

3. csökken az importból eredő tőkelekötés,
 4. nő az egyéb szektorból eredő tőke lekötése, ez oly módon függ össze a 3. ponttal, hogy importgépek helyett inkább licenciákat vásárolunk és ezt az egyéb szektorban számoljuk el,
 5. nő a lekötött szellemi tőke.
- Az ezen elvek alapján konstruált B_1 matrixot tartalmazza a 2. táblázat.

Neumann-pálya és a valóságos gazdasági szerkezet

A 3. táblázat 1. oszlopa a tényleges output struktúrát mutatja, 2. oszlopa Bródy András által számított egyensúlyi struktúrát mutatja, a 3. oszlopa pedig a módosított B matrix segítségével számolt A , B matrixhoz tartozó output struktúrát. A táblázatból kitűnik, hogy az ipar kivételével az általunk

3. tábla

A tényleges és a számított kibocsátási szerkezet

	Tény	Bródy-modell	Modell	Tény/Bródy-modell	Tény/modell
1. Ipar	46	45,1	45,1	+ 1,7	+ 1,9
2. Mezőgazdaság	11	11,4	11,3	- 3,5	- 2,7
3. Egyéb	7	6,8	7,1	+ 3,0	- 2,8
4. Külkereskedelem	9	6,4	6,4	+ 28,8	+ 28,8
5. Munkaerő	27	30,2	30,1	- 11,8	- 11,1

végrehajtott módosítások következtében az egyensúlyi arányok közelebb kerültek a tényleges arányokhoz, ugyanakkor viszont a növekedési ütem nálunk 5,28%, míg Bródynál 5,36%.

Mivel modellünkkel most végezzük az első kísérleti számításokat, ezért szükség volt arra, hogy egyrészt a modell inputja nagyjából megegyezzek egy már bejátszott modell inputjával, másrészt, hogy a modell eredményeit kettős kontroll alá vegyük, összevessük egy másik modellel és ahol ez lehetséges volt, a tényleges adatokkal.

A szabályozott Neumann-pálya viselkedése

Mint azt a bevezetőben leírtuk, modellünkben azért alkalmazunk szabályozást, hogy az egyensúlyi arányokat, az egyensúly fenntartása mellett közelítsük a következő szakaszra jellemző optimális egyensúlyi arányokhoz. Az empirikus vizsgálatoknál számos leegyszerűsítő feltevéssel élünk; csak két periódust vettünk figyelembe, a második periódusban nem alkalmaztunk szabályozást és végül a legerősebb absztrakciót említjük meg: feltételeztük, hogy mindkét időszak folyó ráfordítási struktúrája azonos. Erre azért volt szükség, mert ebből az esetből kiindulva akarjuk vizsgálni, hogy az első periódusban alkalmazott szabályozás hatására közelednek-e az első szakaszhoz tartozó egyensúlyi arányok a második szakasz egyensúlyi arányaihoz. Ezután érdemes csak megvizsgálni ezt a folyamatot abban az esetben, ha a két szakasz A matrixa különbözik.

A 4. táblázat 1. oszlopa az A , B matrixhoz tartozó egyensúlyi arányokat tartalmazza, a 2. oszlopa pedig az A , B_1 matrixokhoz tartozó egyensúlyi

4. tábla

A „start” és a „cél” kibocsátási szerkezet 100 Ft összes kibocsátás megoszlása

	Start	Cél
1. Ipar	45,12	45,34
2. Mezőgazdaság	11,34	11,23
3. Egyéb	7,10	7,18
4. Külkereskedelem	6,38	6,21
5. Munkaerő	30,05	30,03

arányokat mutatja. A kétféle B -hez tartozó egyensúlyi output struktúra viszonylag nem nagyon tér el a B elég szignifikáns változtatása mellett (például az ipar soron a fajlagos tőkelekötést átlagosan 23%-kal növeltük).

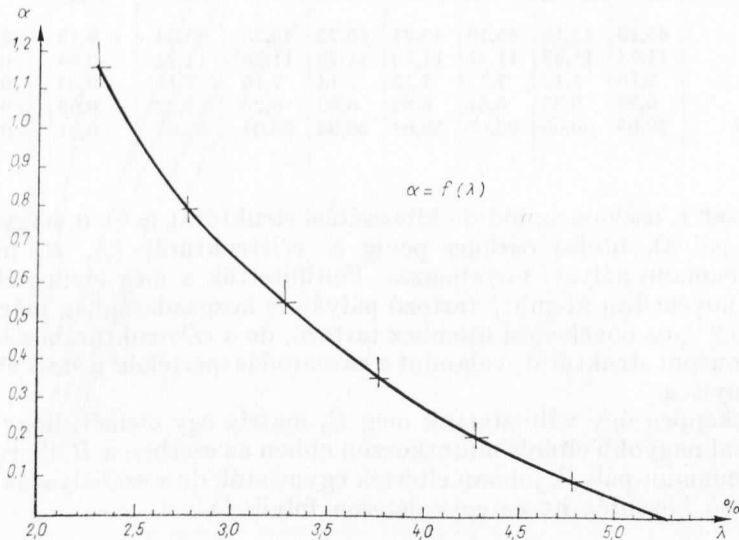
Jelentősen csökken azonban az egyensúlyi növekedési ütem; a B matrixhoz 5,28%-os növekedési ütem tartozik, a B_1 -hez 4,65%. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy B_1 elemeit átlagosan kb. 10%-kal növeltük.

Az α növelésére elég érzékenyen reagál a növekedési ütem. A 3. ábra mutatja α függését λ -tól. Úgy tűnik, hogy az egy monoton csökkenő konvex függvény. A közgazdaságilag értelmezhető értelmezési tartományon belül ennek a függvénynek nincsenek aszimptotái.

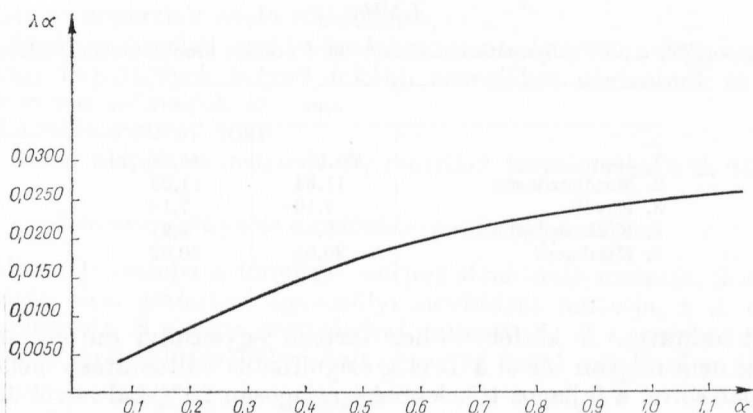
A lecserélés abszolút nagyságának alakulását mutatja az $\alpha\lambda$ szorzat, amely már figyelembe veszi a λ csökkenésének hatását a selejtezés volumenére. $\alpha\lambda$ szorzat függését α -tól mutatja a 4. számú grafikon.

Az α szabályozás hatása a kibocsátási struktúrára a következő módon jelenik meg:

α növekedésével $x_{(\alpha)}$ monoton módon gyorsan konvergál \hat{x}_1 -hez, amely nem más, mint QB_1 matrix domináns sajátértékéhez tartozó sajátvektor, tehát az α szabályozás változatlan A matrix mellett teljesíti funkcióját, a kibocsátási



3. ábra



4. ábra

struktúrát közelíti a következő időszak kibocsátási struktúrájához. Ellenben, ha nagyon közel akarnánk jutni ehhez a struktúrához, akkor a növekedés ütem irreálisan alacsony lenne. Az 5. táblázat mutatja a kibocsátási szerkezet alakulását különféle növekedési ütemek és ehhez tartozó α szabályozás mellett.

5. tábla

Szabályozott kibocsátási struktúrák 100 Ft kibocsátás megoszlása

Szabályozó értéke Növekedési ütem	$\alpha = 0$ $\lambda = 5,98$	$\alpha = 0,21$ $\lambda = 4,38$	$\alpha = 0,35$ $\lambda = 3,78$	$\alpha = 0,54$ $\lambda = 3,28$	$\alpha = 0,79$ $\lambda = 2,78$	$\alpha = 1,16$ $\lambda = 2,28$	$\alpha = 21,42$ $\lambda = 0,2$	Eltérés ($\alpha = 1,16$) ($\alpha = 0$)	Eltérés ($\alpha = 21,42$) ($\alpha = 0$)	Cél- struk- túra
1. Ipar	45,12	45,16	45,19	45,21	45,23	45,25	45,34	+0,13	+0,22	45,34
2. Mezőg.	11,34	11,32	11,31	11,30	11,29	11,28	11,24	-0,06	-0,10	11,23
3. Egyéb	7,10	7,12	7,12	7,13	7,14	7,15	7,18	+0,05	+0,08	7,18
4. Külker.	6,38	6,35	6,34	6,32	6,30	6,29	6,22	-0,09	-0,16	6,21
5. Munkaerő	30,05	30,05	30,05	30,04	30,04	30,04	30,03	-0,01	-0,02	30,03

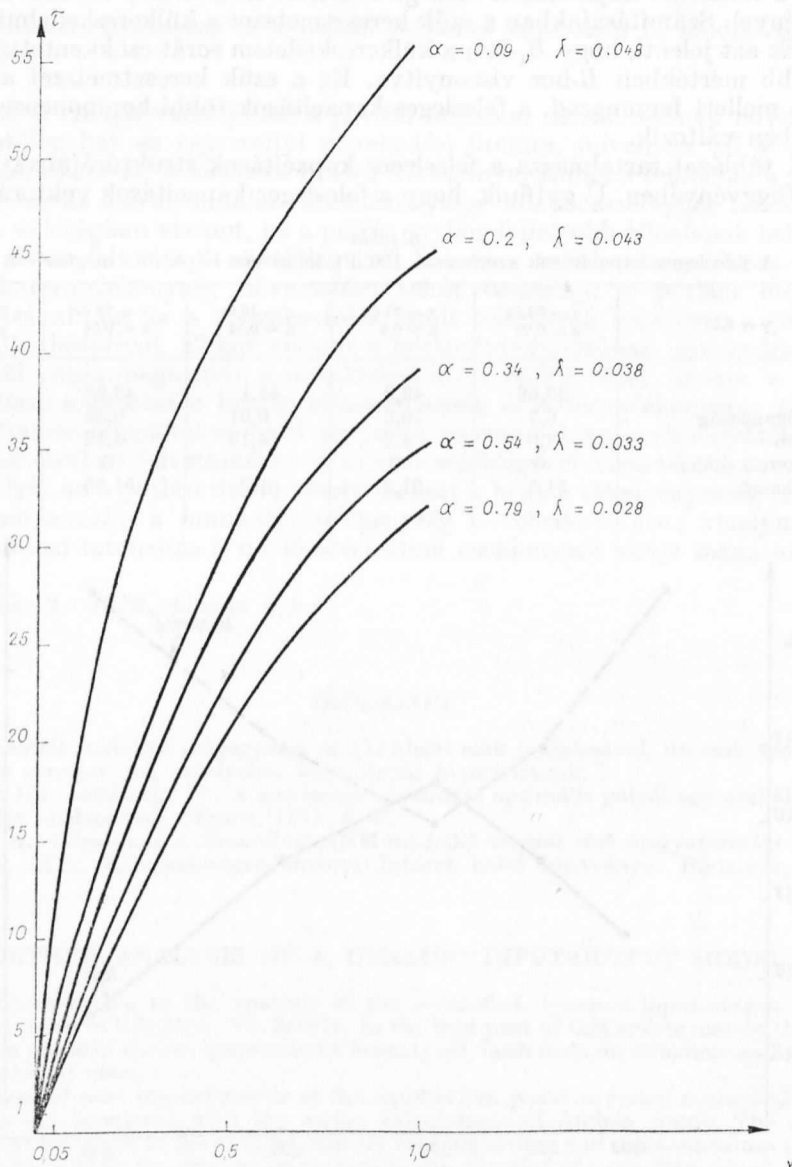
A táblázat 1. oszlopa az induló kibocsátási struktúrát ($\alpha = 0$, hagyományos Neumann-pálya), utolsó oszlopa pedig a célstruktúrát (A, B_1 matrixhoz tartozó Neumann-pályát) tartalmazza. Feltüntettük a még elvileg elfogadott 2,28%-os növekedési ütemhez tartozó pályát és közgazdaságilag már elfogadhatatlan 0,2%-os növekedési ütemhez tartozó, de a célstruktúrához legjobban hasonló output struktúrát, valamint a csavarodás mértékét⁵ a start struktúrához viszonyítva.

Kísérletképpen úgy változtattuk meg B_1 matrix egy elemét, hogy B és B_1 között jóval nagyobb eltérés mutatkozzon ebben az esetben a B , illetve B_1 -hez tartozó Neumann-pályák jobban eltértek egymástól, de α szabályozás hatására bekövetkező közelítés itt és egyenletesen folyik le.

⁵ A csavarodás mértékén a szabályozott és az induló struktúra elérését értjük.

Az áttérés kezdő időpontjának meghatározása és a felesleges kapacitások

Először megvizsgáltuk empirikusan τ függését γ -tól, ez a függvény egy transzformált logaritmikus függvény, mint azt a bevezető részben elméletileg is igazoltuk. Az 5. számú ábra az egyes α -hoz tartozó $\tau(\gamma)$ függvényeket ábrázolja. Ebből az ábrából kitűnik, hogy α hatása a selejtezés színvonalára erősebb, mint a növekedési ütem (λ) hatása, azaz minél kisebb az α , annál feljebb helyezkedik el az ehhez az α -hoz tartozó $\tau(\gamma)$ függvény, azaz minél kisebb



5. ábra

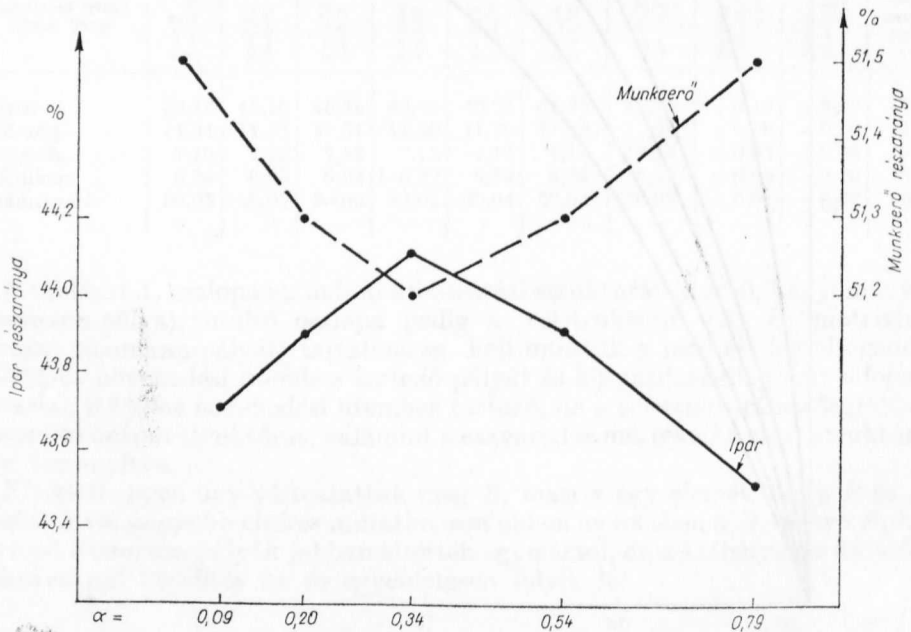
az α , annál több idő szükséges a rögzített lecserélési hányad mellett az áttérés megkezdéséhez. Ennek alapján ezen függvénysereg segítségével az áttérési időt nem lehet optimalizálni rögzített lecserélési hányad mellett.

Felmerül az a kérdés, hogy van-e olyan α , amely mellett a felesleges kapacitások minimálisak a lecserélési hányad rögzített értéke mellett. Az első részen írottak alapján ezt elméletileg nem tudjuk bizonyítani, de a kísérleti számítások alapján úgy tűnik, a 3,8%-os növekedési ütem és a hozzá tartozó 0,34 α érték mellett a felesleges kapacitásoknak minimuma van (γ értéke itt közömbös, mivel a felesleges kapacitások összege rögzített α mellett γ lineáris homogén függvénye). Számításainkban a szűk keresztmetszet a külkereskedelmi szektor volt. Ez azt jelenti, hogy B_1 -ben a külkereskedelem sorát csökkentettük a legnagyobb mértékben B -hez viszonyítva. Ez a szűk keresztmetszet α változtatása mellett fennmarad, a felesleges kapacitások többi komponense α függvényében változik.

A 6. táblázat tartalmazza a felesleges kapacitások struktúrájának változását α függvényében. Úgy tűnik, hogy a felesleges kapacitások vektorának két

6. tábla
A felesleges kapacitások szerkezete 100 Ft felesleges kapacitás megoszlása

$\gamma = 6,25$	$\tau = 30$ év $\alpha = 0,09$	$\tau = 21$ év $\alpha = 0,2$	$\tau = 16$ év $\alpha = 0,34$	$\tau = 13$ év $\alpha = 0,54$	$\tau = 12$ év $\alpha = 0,79$
1. Ipar	43,66	43,9	44,1	43,93	43,53
2. Mezőgazdaság	0,7	0,6	0,61	0,58	0,08
3. Egyéb	4,0	4,2	4,13	4,12	4,0
4. Külkereskedelem	0	0	0	0	0
5. Munkaerő	51,5	51,3	51,2	51,35	51,49



6. ábra

legnagyobb értékű eleme α növekedésével ellentétes irányú mozgást végez, amelyet a 6. sz. ábra mutat, ez a két fő komponens az ipari szektor és a munkaerő szektor. Az eddigi kísérleti számítások azt igazolták, hogy a modell elég absztrakt elméleti feltevésekre épített közgazdasági rendszer leírására alkalmas, viszont mi a gyakorlatban is alkalmazni akarjuk. Ezért közelíteni kell a modell feltételrendszerét a valóságban funkcionáló gazdaság feltételrendszeréhez.

A munkatermelékenység és a pótlási folyamat kapcsolata (a modell továbbfejlesztése)

A modell eredeti verziójában a pótlási folyamat intenzitásának növekedése csökkentőleg hat az egyensúlyi növekedési ütemre, mivel, ha nő a pótlási intenzitás, akkor nő a termelés bruttó tőkeigénye. Ennél a felírásnál a pótlási folyamat és az eleven munka termelékenysége közti összefüggés nincs ábrázolva. A valóságban viszont, ha a pótlás egyben fejlettebb állóalapot belépését jelenti, akkor feltétlenül növelőleg kell hatnia a munka termelékenységére. A munkatermelékenység növekedése tehát összefügg a pótlási folyamat intenzitásával. Ez az a visszacsatolás, amit feltétlenül szükséges a jövőben a modellbe beépíteni. Ekkor viszont a pótlás intenzitásának növekedése nem feltétlenül vonja maga után a növekedési ütem csökkenését, hanem a növekedési ütem alakulása a bruttó tőkeigényesség és a termelékenység, a növekedési ütemre ellentétesen ható tényezők egymástól való viszonyától függ. Ebben az esetben felvethető az a modell segítségével vizsgálható probléma, hogy melyik az a pótlási ütem, amely mellett a bruttó tőkeigényesség növekedését kompenzálja a munkatermelékenység növekedése, azaz amelynél nagyobb pótlási intenzitás a növekedési ütem csökkenését vonja maga után.

(Beérkezett: 1972. június 8.)

IRODALOM

A felhasznált irodalom megegyezik az [1] alatti cikk irodalmával, itt csak azokat az anyagokat soroljuk fel, amelyekre közvetlenül hivatkoztunk.

1. SZEPESI GY.—SZÉKELY B.: A gazdasági növekedés optimális pályái egy szabályozott gazdasági rendszerben. Szigma, 1971. 4. sz.
2. BRÓDY A.: Beszámoló a dinamikus ÁKM-moddellel végzett első magyarországi számításokról. MTA Közgazdaságtudományi Intézet belső kiadványa. Budapest, 1969.

FURTHER ANALYSIS OF A DYNAMIC INPUT-OUTPUT MODEL

The authors return to the analysis of the controlled dynamic input-output model already set down in SZIGMA, No. 3/1971. In the first part of this article mainly the first equilibrium phase of the two phase model is analysed, both from an economic and mathematical point of view.

In the second part the behaviour of the equilibrium phase is tested numerically and the results are compared with the earlier calculations of András Bródy. The results confirm the basic ideas of the authors, namely that discarding and replacement on a developed structure divert the production pattern in the direction of a pre-determined, improved and balanced production pattern.

ДАЛЬНЕЙШИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧНОЙ МОДЕЛИ

Авторы возвращаются к анализу регулируемой динамической модели input-output, которая раньше уже была представлена в журнале Сигма, том IV., №. 3, 1971. В первой части этой статьи они исследуют теоретически, со стороны экономики и математики в первую очередь первую, т. н. фазу равновесия модели, состоящей из двух фаз.

Во второй части статьи они исследуют численно поведение фазы равновесия и они сопоставляют результаты с ранними расчетами Андраша Броди. Результаты доказывают основную гипотезу авторов, согласно которой браковка и субституция, сделанные на развитой структуре уклоняет структуру производства в направлении заранее установленной, более развитой структуры равновесия производства.