FOGALMAK ÉS MÓDSZEREK

TÉNYI GYÖRGY

Fogyasztási modellek

I. Bevezetés

A fogyasztási keresletet vizsgáló modern kutatások nagyjából két csoportra oszthatók (noha az empirikus vizsgálatok nem mindig sorolhatók be egyértelműen e két csoport valamelyikébe): 1. egyetlen jószág fogyasztásának alakulása, ill. 2. átfogó, minden fogyasztási kiadásra kiterjedő modell felállítása. Az első típusba tartozó kutatások többé-kevésbé közvetlenül gyakorlati célokat szolgálnak (piackutatás). A vizsgálat konkrét céljából rendszerint már adódik a szóban forgó jószág (-csoport) meghatározása, amely lehet egészen szűk is (pl. ilyen és ilyen igényeket kielégítő asztali rádiókészülék). Azt, hogy milyen változók függvényében vizsgáljuk a keresletet, maga a jószág, a vizsgálat célja és pontosságigénye, az adatgyűjtés lehetősége stb. szabják meg. Egyes tartós fogyasztási cikknél szerepelhet pl. a fogyasztási egységek jövedelmét reprezentáló változó,[1] a fogyasztói egység nagysága, korösszetétele, a jószág ára, a belőle felhalmozódott fogyasztói állomány, az esetleges komplementer termékek fogyasztása stb. Egy másik terméknél esetleg más változók más típusú függvényével közelítjük a fogyasztást.

A második csoportba tartozó kutatások célja a fogyasztói összkereslet szerkezetének meghatározása. Ezek a modellek rendszerint növekedési vagy ökonometriai modellek részei. Biztosítanunk kell, hogy a fogyasztók összjövedelme és összkiadása egyenlő legyen. A jószágcsoportok meghatározását az utóbbi modell szükségletei szabják meg.

Számítástechnikai szempontok eleve korlátozzák a jószágkategóriák lehetséges számát, ezenkívül pedig minél erősebbek a javak közötti helyettesítési és komplementaritási hatások, annál kevésbé lehet reményünk arra, hogy egyszerű, kevés paramétert tartalmazó függvényekkel jó becslést kapunk. Ha nagy aggregátumokat (pl. élelmiszer, lakás, textiliák, tartós fogyasztási javak, egyéb) vizsgálunk, akkor valószínű, hogy ezek a hatások gyengülnek.

Az alábbiakban ismertetett fogyasztási modellekben csak a jövedelem és az árak szerepelnek.

A keresletkutatás első lépése a fogyasztói egység, a jövedelem és a jószág csoportok definiálása. Itt ezeket adottaknak tételezzük fel.[2]

Két problémakörrel foglalkozunk. Az egyik a fogyasztási modellek általános tulajdonságai és ajánlott, ill. kipróbált konkrét változatai; a másik pedig

[1] Egy ilyen kutatásban ([20]) például a fogyasztó globális jövedelmi-vagyoni helyzetének leírására a tulajdonában levő ház forgalmi értéke szerepelt magyarázó változóként.

[2] Csupán utalunk a jövedelemváltozó specifikálásával kapcsolatban Hoch R.—Kovács I. [10] tanulmányára.

a keresztmetszeti és az idősor-adatok összehasonlításával kapcsolatos néhány kérdés. A következő jelöléseket alkalmazzuk:

n — a termékek (termékcsoportok) száma,
m — az egyének (jövedelemkategóriák) száma,
q_i — az i-edik termék fogyasztása ($i = 1, \ldots, n$),
P_i — az i-edik termék nominális ára ($i = 1, \ldots, n$),
P_0 — árindex,
$p_i = \dfrac{P_i}{P_0}$ — az i-edik termék reálára ($i = 1, \ldots, n$),
R — a nomináljövedelem,
$r = \dfrac{R}{P_0}$ — a reáljövedelem,
$E_\tau(\xi) = \dfrac{\partial \xi}{\partial \tau} \cdot \dfrac{\tau}{\xi}$ — a ξ változó τ szerinti rugalmassága,
$\alpha_i = \dfrac{q_i P_i}{R}$ — a jövedelemből az i-edik termék megvásárlására fordított rész.

II. A fogyasztási modellekre vonatkozó általános összefüggések

E modellekre vonatkozó általános feltételek és összefüggések részletes tárgyalását illetően lásd pl. [8], [21]. Itt röviden összefoglaljuk a legfontosabbakat.

Tételezzük fel, hogy az egyes fogyasztói javak iránt megmutatkozó kereslet a jövedelemtől és az összes termék árától függ, és írjuk most fel ezt az összefüggést a nomináljövedelem és -árak segítségével:

$$q_i = F_i(P_1, \ldots, P_n; R), \quad i = 1, \ldots, n, \tag{1}$$

ahol $F_i(\ldots)$ differenciálható függvény.

Nyilván fenn kell állnia a

$$\sum_{i=1}^{n} q_i P_i = R \tag{2}$$

összefüggésnek. Legyen

$$\alpha_i = \frac{q_i P_i}{R},$$

vagyis a jövedelemnek az i-edik termék megvásárlására fordított hányada. Vezessük be a

$$q_i P_i = f_i(P_1, \ldots, P_n; R)$$

jelölést. (2)-ből nyilván

$$\alpha_i = \frac{q_i P_i}{R} = \frac{f_i(P_1, \ldots, P_n; R)}{\sum_{j=1}^{n} f_j(P_1, \ldots, P_n; R)}. \tag{2a}$$

Fel szokták tételezni továbbá, hogy a keresleti függvény 0-adfokú homogén, vagyis

$$F_i(\xi P_1, \ldots, \xi P_n; \xi R) = F_i(P_1, \ldots, P_n; R). \tag{3}$$

Ennek az utóbbi feltételezésnek a jogosultsága nem egyértelmű. Feltétlenül jogosult lenne, ha valamilyen okból szükségessé válna ugyanazoknak az áraknak (és jövedelmeknek) különböző pénzegységekben való kifejezése, mert éppen a (3) tulajdonság biztosítja, hogy a kereslet független legyen a pénzegység megválasztásától. Ez azonban gyakorlatilag aligha szükséges. Viszont, ha a fogyasztói magatartásban érvényesül egy olyan szemlélet is, hogy minél drágább valamely termék, szükségszerűen annál kívánatosabb, ,,jobb'' is, az ilyen magatartást jobban le lehet írni nem homogén fogyasztási függvényekkel. Egyes empirikus vizsgálatok igazolják ezt a megfontolást. (Lásd [13].)

Fontos szerepük van az

$$E_R(q_i) = \frac{\partial q_i}{\partial R} \cdot \frac{R}{q_i}, \quad i = 1, \ldots, n;$$

$$P_j \text{ állandó}, j = 1, \ldots, n,$$

mennyiségnek (jövedelemrugalmasság), továbbá az

$$E_{P_j}(q_i) = \frac{\partial q_i}{\partial P_j} \cdot \frac{P_j}{q_i}, \qquad i, j = 1, \ldots, n;$$

$$R \text{ és } P_k (k \neq j) \text{ állandó},$$

árrugalmasságoknak, amelyek durván azt fejezik ki, hogy a jövedelem, illetve a j-edik ár 1 százalékos megváltozásakor hány százalékkal változik meg az i-edik termék fogyasztása.

Belátható, hogy

$$E_\xi[F(\xi)] = \frac{\partial(\log F)}{\partial(\log \xi)}. \tag{4}$$

Az ár- és jövedelemrugalmasságok között fennállnak a következő összefüggések:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_{P_j}(q_i) = -\alpha_j, \quad (j = 1, \ldots, n). \tag{5}$$

(A (2) egyenlet P_j szerinti differenciálásával); valamint

$$\sum_{i=1}^{n} E_{P_j}(q_i) = -E_R(q_i), \quad (i = 1, \ldots, n). \tag{6}$$

(A (3) összefüggésből.) Továbbá (5) és (6) miatt

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_R(q_i) = 1. \tag{7}$$

Az $F_i(P_1, \ldots, P_n; R)$ függvényt az elsőfokú tagokig Taylor-sorba fejtve, kapjuk:

$$\frac{\mathrm{d}q_i}{q_i} = E_R(q_i)\frac{\mathrm{d}R}{R} + \sum_{j=1}^{n} E_{P_j}(q_i)\frac{\mathrm{d}P_j}{P_j}, \tag{8}$$

illetve (4) felhasználásával:

$$\mathrm{d}(\log q_i) = \frac{\partial(\log q_i)}{\partial(\log R)} \cdot \mathrm{d}(\log R) = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial(\log q_i)}{\partial(\log P_j)} \mathrm{d}(\log P_j). \tag{8a}$$

A (8) összefüggésből látható, hogy általában n^2 árrugalmasságot és n jövedelemrugalmasságot kell meghatároznunk, amelyek között $2n$ számú összefüggés áll fenn [(5) és (6)], tehát $n^2 - n$ a független paraméterek száma.

III. A fogyasztási modellek speciális osztályai

Az (1)—(3) modellben szereplő F_i függvényekben általában mindenféle helyettesítési, jövedelem és komplementaritási hatás kifejeződhet. Nincs viszont semmiféle kiindulópontunk ezeknek a függvényeknek a megválasztására. Gyakorlatilag azonban nem is szükséges ilyen általános modell, mert a becslésükre felhasználható adatok nem tartalmaznak annyi árváltozást, amennyi megalapozott következtetések levonásához szükséges.[3]

Ez a felismerés volt a kiindulópontja azoknak a vizsgálatoknak, amelyek arra irányultak, hogy milyen leegyszerűsítő feltevések lehetségesek a keresleti függvényekkel kapcsolatban és milyen információkat kaphatunk belőlük azok alakjára, tulajdonságaira nézve.

A) Kétváltozós keresleti függvények

A keresleti függvény leegyszerűsítésének egyik kézenfekvő módja, ha feltételezzük, hogy valamely jószág iránti kereslet csak a reáljövedelemtől és a szóban forgó termék reálárától függ:

$$q_i = F(r, p_i). \tag{9}$$

A $P_0(P_1, \ldots, P_n)$ árindexről feltételezzük, hogy differenciálható és homogén lineáris függvény, tehát

$$P_0(\xi P_1, \ldots, \xi P_n) = \xi P_0(P_1, \ldots, P_n).$$

A homogenitás miatt

$$\sum_{j=1}^{n} E_{P_j}(P_0) = 1 \text{ és} \tag{10}$$

$$P_0(P_1, \ldots, p_n) = P_0\left(\frac{P_1}{P_0}, \ldots, \frac{P_n}{P_0}\right) = \frac{1}{P_0} \cdot P_0 = 1. \tag{11}$$

Keressük tehát az olyan

$$f_i(r, p) = p_i \cdot F_i(r, p_i), \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{12}$$

függvényeket, amelyekre

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(r, p_i) = r. \tag{13}$$

[3] Mint Deaton és Wigley megjegyzi (lásd [4]): „Az empirikus kutatásokból származó árrugalmasságokban szinte elkerülhetetlenül nagyobb szerepe van a modell struktúrájának, mint az empirikus tényanyagnak."

Fourgeaud és Nataf [6] adták meg az ilyen fogyasztási modellek általános alakját. Gondolatmenetük a következő:

(11)-ből kifejezve p_n-t,

$$p_n = \Psi(p_1, \ldots, p_{n-1}),$$

és ezzel (13) a

$$\sum_{i=1}^{n-1} f_i(r, p_i) + f_n[r, \Psi(p_1, \ldots, p_{n-1})] = r \tag{14}$$

alakot ölti. p_i szerint differenciálva

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_i} + \frac{\partial f_n}{\partial \Psi} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial p_i} = 0 \quad (i = 1, \ldots, n). \tag{15}$$

Az általános esetben, amikor (15) bal oldalának második tagja nem zérus (ellenkező esetben ugyanis triviális függvényt kapunk):

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_i} \Big/ \frac{\partial f_1}{\partial p_1} = \frac{\partial \Psi}{\partial p_i} \Big/ \frac{\partial \Psi}{\partial p_1} \quad (i = 2, \ldots, n-1). \tag{16}$$

Ebből r és p_i kivételével a többi változót rögzítve:

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(r, p_i) = \frac{\partial \Psi}{\partial p_i}(p_1^0, \ldots, p_i, \ldots, p_n^0) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial p_1}(r, p_1^0) \Big/ \frac{\partial \Psi}{\partial p_1}(p_1^0, \ldots, p_i, \ldots, p_n^0). \tag{17}$$

Legyen

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_1}(r, p_1^0) = K(r) \quad \text{és}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial p_i} \Big/ \frac{\partial \Psi}{\partial p_1^0} = a_i(p_i), \quad (i = 2, \ldots, n-1). \tag{18}$$

Tehát

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(r, p_i) = K(r) \cdot a_i(p_i),$$

és ha bevezetjük az

$$\int a_i(p_i)\, \mathrm{d}p_i = A_i(p_i) \tag{18a}$$

jelölést, akkor

$$f_i(r, p_i) = K(r)\, A_i(p_i) + b_i(r) \quad (i = 2, \ldots, n-1). \tag{19}$$

Könnyen belátható, hogy $f_1(r, p_1)$ és $f_n(r, p_n)$ is a (19) alakban írható fel. Tehát az olyan fogyasztási modellek, amelyekben a fogyasztás csak a reáljövedelemtől és a megfelelő jószág reálárától függ,

$$f_i(r, p_i) = K(r)\, A_i(p_i) + b_i(r), \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{20}$$

alakúak, ahol

$$\sum_{i=1}^{n} A_i(p_i) = 0 \quad \text{és} \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} b_i(r) = r. \tag{22}$$

A (18) és (18a) egyenletből látható, hogy az $A_i(p_i)$ együtthatók és a P_0 árindex között összefüggés van. Ha

$$P_0(P_1, \ldots, P_n) = \left[\sum_{i=1}^{n} a_i P_i^{\beta}\right]^{1/\beta},$$

ahol $\Sigma a_i = 1$, akkor ehhez az árindexhez az

$$f_i(r, p_i) = K(r)\,(a_i p_i^{\beta} - b_i) + b_i \cdot r, \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{20a}$$

alakú modell tartozik, ahol $\Sigma b_i = 1$.

Hasonlóképpen a

$$P_0(P_1, \ldots, P_n) = \prod_{i=1}^{n} P_i^{a_i}$$

árindexnek, ahol $\Sigma a_i = 1$, az

$$f_i(r, p_i) = K(r)\,(a_i \log p_i + b_i) + a_i \cdot r \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{20b}$$

modell felel meg, ahol $\Sigma b_i = 0$.

A (20)—(22) modellben valamely jószág iránti kereslet az árindex közvetítésével függ a többi jószág árától. Az árrugalmasságok kiszámításának módszerére visszatérünk.

B) R. Frisch módszere az árrugalmasságok kiszámítására

A fogyasztási függvények specifikálásának egy másik (inkább csak módszertanilag érdekes) útja az, hogy feltételezzük: a fogyasztó maximál egy

$$u(q_1, \ldots, q_n) \tag{23}$$

hasznossági függvényt, amelynek léteznek a

$$\frac{\partial u}{\partial q_i}, \quad (i = 1, \ldots, n),$$

illetve

$$\frac{\partial^2 u}{\partial q_i \, \partial q_j}, \quad (i, j = 1, \ldots, n)$$

parciális deriváltjai, ahol

$$\frac{\partial u}{\partial q_i} > 0,$$

és a keresleti függvényt ebből vezetjük le. (Lásd például [8].)

A (2) feltétellel felírjuk a Lagrange-függvényt:

$$u(q_1, \ldots, q_n) - \lambda(\Sigma q_i P_i - R), \tag{23a}$$

ahol λ a Lagrange-szorzó. Az optimális $(q_1^0, \ldots, q_n^0)$ pontban (23a) deriváltjának nullává kell válnia, tehát

$$u_i(q_1^0, \ldots, q_n^0) = \lambda P_i, \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{24}$$

ahol

$$u_i = \frac{\partial u}{\partial q_i}.$$

A (24) egyenletrendszer megoldható:

$$q_i = F_i(R, P_1, \ldots, P_n), \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{25}$$

$$\lambda = F_0(R, P_1, \ldots, P_n).$$

Az ilyen F_i fogyasztási függvényekre a (2)—(8) összefüggéseken kívül érvényes még az

$$E_R(q_i) + E_{P_k}(q_i)\,\alpha_k = E_R(q_k) + E_{P_i}(q_k)\,\alpha_i \quad (k = 1, \ldots, n) \tag{26}$$

úgynevezett Slutzky-egyenlet is. (Lásd például [8].)

Tehát a (23) hasznossági függvény létezésének feltételezésével a fogyasztási modell független paramétereinek száma $n^2/2-n$-re csökken, és a hasznossági függvény tulajdonságaira vonatkozó további feltevésekkel mégjobban csökkenthető.

Ragnar Frisch [7] vezette be az

$$E_{q_j}(u_i) = \frac{u_i}{q_j} \cdot \frac{q_j}{u_i}, \quad (i, j = 1, \ldots, n)$$

mennyiségeket, amelyek azt fejezik ki, hogy az i-edik jószág utolsó elfogyasztott egységének hasznossága hogyan függ a j-edik jószágból elfogyasztott mennyiségtől. Az

$$E_{q_j}(u_i) = 0 \quad (i, j = 1, \ldots, n;\ i \neq j) \tag{27}$$

feltevés mellett levezette a következő összefüggéseket:

$$E_{P_i}(q_i) = -E_R(q_i)\left[\alpha_i - \frac{1-\alpha_i E_R(q_i)}{E_R(\lambda)}\right], \quad (i = 1, \ldots, n) \tag{28}$$

és

$$E_{P_j}(q_i) = -E_R(q_i)\,\alpha_j \cdot \frac{1 + E_{P_i}(q_i)}{1 - \alpha_i E_R(q_i)}, \quad (i, j = 1, \ldots, n;\ i \neq j). \tag{29}$$

Tehát, ha ismerjük az α_i arányokat, az $E_R(q_i)$ jövedelemrugalmasságokat és egyetlen direkt árrugalmasságot, akkor a (27) feltétel teljesülése esetén az összes többi árrugalmasságot ki lehet számítani. A (27) feltétel ekvivalens azzal, hogy a hasznossági függvény additív vagy alkalmas monoton növekvő transzformációval additív alakra hozható. A feltétel empirikusan nem ellenőrizhető, mégis számos szerző — több-kevesebb fenntartással — közöl olyan eredményeket, amelyeket ezzel a módszerrel kapott. Természetesen minél kisebb a termékkategóriák száma, annál nagyobb valószínűséggel lehet olyan kategorizálást találni, amely mellett a rokonsági hatások kiküszöbölhetők.

IV. Empirikus alkalmazásra javasolt fogyasztási modellek

Konkrét fogyasztási modellek megszerkesztésének kézenfekvő kiindulópontja valamilyen, az empirikus vizsgálatok során bevált jövedelem-fogyasztás összefüggés (Engel-görbe) felhasználása.[4]

Az alábbiakban ismertetendő négy modell közül három vezethető le ily módon. A Houthakker-modell kiinduló pontja némileg eltérő.

A) A kettős logaritmikus modell

Ha feltételezzük, hogy az ár- és jövedelemrugalmasságok állandók, akkor (8)-ból kapjuk:

$$q_i = c_i R^{a_i} \prod_{j=1}^{n} P_j^{b_{ij}}, \quad (i = 1, \ldots, n). \tag{30}$$

Ezek a függvények — vagy többé-kevésbé leegyszerűsített változataik — könnyen becsülhetők és a keresletkutatásban régóta elterjedtek. (Lásd pl. [16].) Tulajdonképpen azonban csak egy speciális osztályuk sorolható a fogyasztási modellek közé.

Ugyanis a (3) homogenitási feltétel miatt

$$a_i = -\sum_{j=1}^{n} b_{ij}, \quad (i = 1, \ldots, n).$$

A (2) feltétel pedig általában csak akkor teljesül, ha

$$a_i = E_R(q_i) = 1, \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Ugyanis legyen $a_i > 1$ valamilyen i-re. Ekkor

$$\frac{q_i P_i}{R} \to \infty, \quad \text{ha} \quad R \to \infty,$$

létezik tehát olyan R_0, hogy $q_i P_i / R > 1$, ha $R > R_0$, tehát (2) nem teljesülhet. Ezért $a_i \leq 1$, $(i = 1, \ldots, n)$. De $a_i < 1$ sem lehetséges, mert (30)-t (2)-be helyettesítve és R szerint differenciálva:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} q_i P_i \cdot a_i}{\sum_{i=1}^{n} q_i P_i} = 1,$$

vagyis

$$\sum_{i=1}^{n} q_i P_i (1 - a_i) = 0,$$

ebből (mivel a baloldali összeg minden tagja nemnegatív),

$$a_i = 1, \quad (i = 1, \ldots, n).$$

[4] A szóbajöhető Engel-görbék szinte teljes felsorolását és tulajdonságaik elemzését illetően lásd [9].

B) A rotterdami modell

A modell kiinduló pontja a (8a) összefüggés (lásd [2] és [19]). Tehát nem az egyes termékek összes fogyasztásáról tételezzük fel, hogy a (30) logaritmikus függvénynek megfelelően függ a jövedelemtől és az áraktól, hanem csak a fogyasztás, illetve a jövedelem növekményét tekintjük két időpontra vonatkozó logaritmikus függvény különbségének. A modell alakja:

$$\Delta(\log q_i) = a_i\left[\Delta(\log R) - \sum_{k=1}^{n} \alpha_k\, \Delta(\log P_k)\right] +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\left[\Delta(\log P_i) - \sum_{k=1}^{n} a_i\, \alpha_k\, \Delta(\log P_k)\right],$$

ahol például

$$\Delta(\log q_i) = \log q_i^{(t)} - \log q_i^{(t-1)}.$$

A rotterdami modellben az árváltozások hatása három részre van bontva. Az első szögletes zárójelben levő összeg a jövedelemeffektust fejezi ki, a második szögletes zárójel pedig a helyettesítési hatást képviseli. Ez az utóbbi maga is két részből tevődik össze. Ugyanis a (2) összefüggés miatt két véletlenszerűen kiválasztott jószág között a helyettesítési hatás a valószínűbb. Ezt az ,,általános'' helyettesítési effektust le kell vonni a tulajdonképpeni specifikus helyettesítési hatást kifejező $\Sigma\, b_{ij}\, \Delta(\log P_i)$ tagból.

C) A Houthakker-modell

Kiindulhatunk a (2a) összefüggésből. Ebből ugyanis

$$q_i = \frac{f_i \dfrac{R}{P_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_i}, \quad (i = 1, \ldots, n).$$

A (2) feltétel teljesülését tulajdonképpen tetszőleges f_i függvények biztosítják de úgy kell ezeket megválasztanunk, hogy q_i az $R, P_1, \ldots, P_n$ változók alkalmas függvénye legyen.

Houthakker ajánlotta [11] az

$$f_i = a_i\left[\frac{R}{P_i}\right]^{b_i}$$

helyettesítést. Ezzel

$$q_i = \frac{a_i\left[\dfrac{R}{P_i}\right]^{b_i+1}}{\sum\limits_{j=1}^{n} a_j\left[\dfrac{R}{P_i}\right]^{b_j}}, \quad (i = 1, \ldots, n).$$

Belátható, hogy

$$E_R(q_i P_i / q_j P_j) = C_{ij},$$

vagyis bármelyik két kiadáscsoport hányadosának jövedelemrugalmassága állandó. A kereslet jövedelemrugalmassága:

$$E_R(q_i) = 1 + b_i - \sum_{j=1}^{n} b_j \alpha_j .$$

D) A lineáris modell

Ezt a modellt eredetileg L. Klein és M. Rubin ajánlotta. Továbbfejlesztése és alkalmazása R. Stone nevéhez fűződik. (Lásd [17], [18].)

$$q_i P_i = a_i P_i + b_i \big(R - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\big), \tag{31}$$

ahol $\Sigma b_i = 1$.

Ez azt jelenti, hogy a fogyasztó jövedelmének egy részét ,,alapfogyasztásra'' költi, a fennmaradó részt pedig lineárisan, de a rögzített résztől általában eltérő megoszlásban költi el.

A (31) függvényhez tartozó jövedelemrugalmasság:

$$E_R(q_i) = \frac{b_i R}{q_i P_i} = \frac{b_i}{\alpha_i} .$$

Az árrugalmasság:

$$E_{P_j}(q_i) = \delta_{ij} \left(\frac{a_i}{q_i} - 1 \right) - \frac{b_i}{q_i P_i} a_j P_j ,$$

ahol

$$\delta_{ij} = \begin{matrix} 1, \text{ ha } i = j, \\ 0, \text{ ha } i \neq j. \end{matrix}$$

Ebből látható, hogy inferioris javak esetén a megfelelő $b_i < 0$. R. Stone megmutatta (lásd [17]), hogy ha minden $b_i > 0$, akkor komplementaritás nem lehetséges a modellben. A javak közötti helyettesítést azonban a modell képes figyelembe venni. Kimutatható, hogy a (31) modellnek megfelelő Engel görbe lineáris, a saját ár és a fogyasztás közötti összefüggés pedig hiperbolikus.

Megmutatjuk most, hogy a lineáris modell a (20a) modellnek egy speciális esete.

Végezzük el a következő átalakítást: legyen

$$K = \sum_{i=1}^{n} a_i ,$$

$$\Theta_i = \frac{a_i}{K} ,$$

$$P_0 = \sum_{i=1}^{n} \Theta_i P_i . \tag{32}$$

Ekkor

$$q_i p_i = K(\Theta_i p_i - b_i) + b_i R. \tag{33}$$

Látható, hogy (33) speciális esete a (20a) modellnek, mégpedig

$$K(r) = K = \text{állandó és}$$

$$\beta = 1;$$

továbbá ellenőrizhető, hogy a (21) és (22) feltétel is teljesül.

Tehát a lineáris modell szerint valamely termék fogyasztása csak a reáljövedelemtől és az illető termék reálárától függ, ha az árindexet a (32) összefüggéssel definiáljuk.

A lineáris modell merevségéért némi kárpótlást nyújt, hogy az a_i, b_i paraméterek időbeli állandóságának feltételezése feloldható — tehát bizonyos dinamizmus vihető a modellbe, anélkül, hogy a becslési problémák megoldhatatlanná válnának.

Három dinamizálási kísérletet ismertetünk (lásd [4], [15]):

a) Legyenek a paraméterek az idő lineáris függvényei:

$$a_{it} = a_i^* + a_i^{**} \cdot t$$

és

$$b_{it} = b_i^* + b_i^{**} \cdot t,$$

ahol t például években fejezhető ki. Ez a változat akkor látszik célszerűnek, ha feltételezhető, hogy a paraméterek változását okozó dinamikus hatások késés nélkül érvényesülnek.

b) Tételezzük fel, hogy a paraméterek az előző időszak fogyasztásától függnek:

$$a_{it} = a_i^* + a_i^{**} \cdot q_{i,t-1}$$

és

$$b_{it} = b_i^* + b_i^{**} \cdot q_{i,t-1}.$$

c) Tételezzük fel, hogy a fogyasztó R pillanatnyi jövedelme egy állandó vagy az időben szabályszerűen változó (permanens) $\hat{R}$ részből, illetve egy véletlenszerű (tranziens) $R - \hat{R}$ részből áll, és hogy e két jövedelemrészt a fogyasztó lineárisan, de eltérő arányok szerint osztja fel a jószágcsoportok között:

$$q_i P_i = a_i P_i \hat{R} + b_i(R - \hat{R}), \quad (i = 1, \ldots, n)$$

ahol

$$\Sigma a_i = \Sigma b_i = 1.$$

Ez a modell már nem lineáris R-ben, de speciális esete (20)-nak mégpedig a

$$K(r) = \frac{\hat{R}}{P_0}$$

választás mellett.

E) A modellek összehasonlítása

Ahhoz, hogy a fenti modelleket egybevethessük szükséges, hogy azonos adatbázison, azonos statisztikai módszerekkel készített becslések illeszkedését értékelhessük.

A szerzőnek két ilyen összehasonlító vizsgálatról van tudomása. Az egyiket K. Yoshihara végezte [22], aki a Houthakker-modellt és a lineáris modell alapváltozatát alkalmazta 1900—1955 közötti japán adatokra, öt jószágkategóriában. A lineáris modellel egyértelműen jobb eredményeket kapott, mint a Houthakker-modellel.

R. W. Parks [14] a rotterdami modellt, a Houthakker-modellt, valamint a lineáris modell alapváltozatát és a) dinamizált változatát hasonlította össze 1861—1955 közötti svéd adatok alapján, 8 jószágcsoport alkalmazásával. A rotterdami modellel kapta „átlagban" a legjobb illeszkedést, noha négy jószágcsoportban a dinamizált lineáris modell valamivel jobb eredményt adott. A többi modell egyértelműen rosszabbul volt illeszthető az adatokhoz.

V. A háztartásstatisztikákon és az idősorokon alapuló számítások összehasonlítása

Ismeretes, hogy a keresztmetszeti, illetve az idősor-adatok alapján végzett számítások többnyire eltérő eredményeket adnak. Ennek egyik oka az, hogy amikor a jelenleg kis jövedelmű fogyasztói egységek elérik a jelenleg nagyobb jövedelmű egységek jövedelemszintjét, fogyasztásszerkezetük nem lesz szükségképpen azonos az utóbbiak mai fogyasztásszerkezetével. Van azonban még néhány olyan tényező, amelyeknek hatása többé-kevésbé kiszűrhető. A továbbiakban ezekkel foglalkozunk.

A) Reáljövedelem és reálár, nomináljövedelem és nominálár

Az idősorok vizsgálatánál rendszerint árszínvonallal deflált jövedelmek és árak, a keresztmetszeti vizsgálatokban pedig nominálárak és -jövedelmek szerepelnek. Megvizsgálandó tehát, milyen összefüggés van a kétféle módszerrel számított rugalmasságok között.

Ezt a vizsgálatot végezte el Fourgeaud és Nataf [6] az általuk kidolgozott (20) modellre vonatkozóan.

Kiszámítható, hogy

$$E_r(q_i) = E_R(q_i), \tag{34a}$$

$$E_{P_j}(q_i) = -E_{P_j}(P_0)\, E_r(q_i) + E_{p_i}(q_i), \tag{34b}$$

$$E_{P_i}(q_i) = -E_{P_i}(P_0)\, E_r(q_i) + E_{p_i}(q_i) + E_{p_i}(q_i). \tag{34c}$$

Tehát a reál-, illetve a nomináljövedelem alapján számított rugalmasságok megegyeznek, de az árrugalmasságokról ez általában nem állítható. Ezekből az összefüggésekből kiszámíthatók a (20) modellben az árrugalmasságok, ugyanis (34a)—(34c)-t (6)-ba behelyettesítve:

$$1 + E_{p_i}(q_i) \cdot \frac{\alpha_i}{E_{P_i}(P_0)} = 1 + E_{p_j}(q_j) \cdot \frac{\alpha_j}{E_{P_j}(P_0)}.$$

Tehát egyetlen árrugalmasságból kiszámíthatjuk az összes többit, ha az α_i arányokat ismerjük.

B) Az idősorból és a keresztmetszetből számított jövedelem rugalmasság eltérése

Egyes számításokból megfigyelhető, hogy rendszeres eltérés van az idősorból és a keresztmetszetből számított jövedelemrugalmasság között.

Erre a jelenségre C. Fourgeaud a következő magyarázatot adta (lásd [5]): legyen n a termékek, m pedig a keresztmetszeti mintában szereplő egyének vagy jövedelemkategóriák száma, legyen továbbá $R_t^{(j)}$ és $q_{i,t}^{(j)}$ a j-edik egyén jövedelme illetve fogyasztása az i-edik termékből a t-edik időszakban. Legyen a tényleges jövedelem és fogyasztás valószínűségi változó, például

$$R_t^{(j)} = \bar{R}_t^{(j)}(1+\varepsilon_t^{(j)})$$

és

$$q_{i,t}^{(j)} = \bar{q}_{i,t}^{(j)}(1+\eta_{i,t}^{(j)}),$$

ahol $\bar{R}_t^{(j)}$ és $\bar{q}_{i,t}^{(j)}$ a jövedelem, illetve a fogyasztás permanens része, $\varepsilon_t^{(j)}$ és $\eta_{i,t}^{(j)}$ 0 várható értékű, a permanens résztől független és ahhoz képest kicsiny valószínűségi változók. Ekkor, ha

$$v_t^{(j)} = \log R_t^{(j)} \text{ és } z_{i,t}^{(j)} = \log q_{i,t}^{(j)},$$

akkor közelítőleg

$$v_t^{(j)} = \bar{v}_t^{(j)} + \varepsilon_t^{(j)}$$

és

$$z_{i,t}^{(j)} = \bar{z}_{i,t}^{(j)} + \eta_{i,t}^{(j)}.$$

Tételezzük fel továbbá, hogy $\varepsilon_t^{(j)}$ és $\eta_{i,t}^{(j)}$ között j-től és t-től független lineáris regresszió van és a regressziós együttható μ_i. Legyen a háztartásstatisztika alapján számított regresszió

$$z_{i,t}^{(j)} = a_{i,t} \cdot v_t^{(j)} + b_{i,t}.$$

Tételezzük fel végül, hogy ha a permanens jövedelem és fogyasztás mérhető lenne, akkor a

$$\bar{z}_{i,t}^{(j)} = \bar{a}_i \cdot \bar{v}_t^{(j)} + \bar{b}_i$$

összefüggést találnánk közöttük. Ekkor bebizonyítható, hogy

$$a_{i,t} \lesseqgtr \bar{a}_i$$

aszerint, hogy

$$\mu_i \lesseqgtr \bar{a}_i.$$

Mármost az $\varepsilon_t^{(j)}$ és az $\eta_{i,t}^{(j)}$ valószínűségi változókra vonatkozó feltevések miatt az idősorok adatai a permanens jövedelemmel és fogyasztással azonosíthatók az így kapott regressziós együttható tehát $\bar{a}_i$-vel egyenlő, viszont keresztmetszeti adatokkal számolva az $a_{i,t}$ együtthatókat kapjuk. A $\mu_i < a_i$ eset az alapvető fogyasztási javakra, a $\mu_i > a_i$ eset pedig a luxuscikkekre vonatkoztathatók. Ez egybevág egyes kutatóknak azzal a megállapításával (lásd [5]), hogy keresztmetszeti adatokból az alapvető fogyasztási javakra kisebb, a luxuscikkekre pedig nagyobb jövedelemrugalmasság adódik, mintha idősoradatok alapján számolunk.

VI. Az összkereslet és az összjövedelem felhasználása az egyéni fogyasztási függvények becslésére

Az egyéni fogyasztási függvények becslésének vagy keresztmetszeti adatokból kellene történnie (mégpedig eléggé szűk jövedelemkategóriákkal), vagy pedig egyetlen fogyasztói egység idősor-adatait kellene felhasználni erre a célra. Ilyen adatok azonban ritkán állnak rendelkezésünkre.

Ha azonban ismerjük a lakosság jövedelemeloszlását, akkor ezt felhasználhatjuk az egyéni fogyasztási függvények kiszámítására. Legyen a jövedelem eloszlásfüggvénye $f_t(x)$, az egyes termékek összfogyasztása $Q_{i,t}$ és $q_i(R)$ az egyéni fogyasztási függvény. Ekkor

$$Q_{i,t} = \int_0^\infty q_i(R)\, f_t(R)\, \mathrm{d}R. \tag{35}$$

Ismeretes, hogy a jövedelemeloszlás sokszor kielégítően közelíthető a kétparaméteres log-normális eloszlással (lásd például [1]), amelynek sűrűségfüggvénye

$$f(R) = \frac{1}{R\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\log R - \mu)^2\right],$$

$$\text{ha } R > 0; \text{ illetve } f(R) = 0, \text{ ha } R \leq 0.$$

$q_i(R)$ két speciális megválasztása mellett a (35) integrál zárt alakban előállítható.

1. Legyen $q_i(R) = a_i R^{b_i}$, ekkor kiszámítható, hogy

$$Q_i = a_i \exp\left[\mu b_i + \frac{b_i^2 \sigma^2}{2}\right].$$

Vizsgáljuk meg, milyen összefüggés van az eloszlás jellemzői és az átlagos kereslet között.

A lognormális eloszlás várható értéke:

$$M(\xi) = \exp\left[\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right],$$

szórásnégyzete pedig:

$$D^2(\xi) = M^2(e^{\sigma^2} - 1).$$

Ebből

$$Q_i = a_i\left(\sqrt{D^2 + M^2}\right)^{b^2 - b_i} \cdot M^{2b_i - b_i^2}.$$

Látható, hogy ha $\frac{D}{M} \to 0$, akkor

$$Q_i \to a_i \cdot M^{b_i},$$

tehát ekkor az átlagos kereslet és az átlagos jövedelem között ugyanolyan összefüggés van mint az egyéni jövedelem és a kereslet között. Továbbá

$$\frac{\mathrm{d}Q_i}{\mathrm{d}D} = -\frac{DQ_i}{D^2 + M^2} \cdot (b_i^2 - b_i),$$

tehát ha $b > 1$, akkor (rögzített átlagjövedelem mellett), az átlagos kereslet a szórásnak monoton csökkenő függvénye.

Ha az átlagos jövedelem és az átlagos kereslet közötti összefüggést kívánjuk vizsgálni, akkor célszerű (36)-ot kissé átalakítani:

$$Q_i = a_i \exp\left[(b - b_i)\frac{\sigma^2}{2}\right] \cdot M^{b_i} = c_i M^{b_i}.$$

2. Legyen $q_i(R) = a_i + b_i \log R$. Ekkor belátható, hogy

$$Q_i = a_i + b_i \mu = a_i - b_i \frac{\sigma^2}{2} + b_i \log M.$$

Tehát az egyéni, illetve az aggregált fogyasztási függvények — lognormális jövedelemeloszlást feltételezve — mindkét esetben azonosak, eltérések csak a paraméterekben vannak.

IRODALOM

1. Aitchison, J.—Brown, J. A. C.: The Lognormal Distribution. Cambridge University Press, 1957.
2. Barten, A. P.: Estimating Demand Equations. Econometrica, 1968. április.
3. Beeck, J. G. van: Consumption Forecasts for the Netherlands. A [16] kötetben.
4. Deaton, A. S.—Wigley, K. J.: Econometric Models for the Personal Sector. Bulletin of the Oxford University, Institute of Economics and Statistics. 1971 május.
5. Fourgeaud, C.: Les projections de consommation en France. a [16] kötetben.
6. Fourgeaud, C.—Nataf, A.: Théorie des choix. Econometrica, 1959. július.
7. Frisch, R.: A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities. Econometrica, 1959. április.
8. Hicks, J. R.: Value and Capital. Oxford, 1946. Clarendon.
9. Hoch, R.: A kereslet szerkezete és a jövedelem alakulása, kandidátusi disszertáció, 1960.
10. Hoch R.—Kovács I.: „A jövedelemváltozások és a fogyasztóiár-változások hatása a keresletre", a Gazdasági fejlődés és tervezés című kötetben, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1969.
11. Houthakker, H. S.: Additive Preferences. Econometrica, 1960. április.
12. Houthakker, H. S.: Present State of Consumption Theory. Econometrica, 1961. október.
13. Kalman, P. J.: Theory of Consumer Behaviour. Econometrica, 1968. július—október.
14. Parks, R. W.: Systems of Demand Equations. Econometrica, 1969. október.
15. Pollak, R. A.—Wales, T. J.: Estimation of the Linear Expediture System. Econometrica, 1969. október.
16. Sandee, J. (szerk.): Europe's Future Consumption. Amsterdam, 1964. North-Holland Publ. Co.
17. Stone, R.: Linear Expenditure Systems and Demand Analysis. The Economic Journal, 1954. No. 255.
18. Stone, R.—Brown, A.—Rowe, D. A.: Demand Analysis and Projections for Britain, a [16] kötetben.
19. Theil, M.: The Information Approach to Demand Analysis. Econometrica, 1965. január.
20. Watts, H. W.—Tobin, J.: Consumer Expenditures and the Capital Account. a Consumption and Saving c. kötetben.
21. Wold, H.—Juréen, L.: Demand Analysis. New York, 1953. John Wiley.
22. Yoshihara, K.: Demand Functions An Application to the Japanese Expenditure Pattern. Econometrica, 1969. április.