

Termelési függvények felírása technológiai adatok alapján*

Ez a tanulmány szerves folytatása a termelési függvényekkel kapcsolatos eddigi elméleti és empirikus munkáinknak. *Empirikus számításaink* ugyanis nem minden szempontból vezettek teljes mértékben kielégítő eredményekre. Első számításorozatunkban [20] a helyettesítési határárányra nagyon sok esetben, a helyettesítési rugalmasságra pedig minden esetben ki nem elégítő eredményeket kaptunk, és a többi paraméter számított értékével kapcsolatban is voltak problémák. Második számításorozatunkban [14], [23] az eredmények több szempontból javultak, de még mindig nem fogadhatók el minden részletükben.

Ilyen körülmények között két úton lehet továbbfolytatni a munkát. Egyrészt meghosszabbított adatsorok és korrigált adatok felhasználásával, de a klasszikus módszerekkel lehet megismételni a számításokat, bízva abban, hogy a feltételek folyamatos javítása az eredményeket is tovább fogja javítani. Másrészt újszerű módszerek és kiinduló adatok alkalmazását lehet megkísérelni. Mi párhuzamosan indítottuk meg a munkát mindkét irányban. A klasszikus módszerrel kapott biztató eredményeinket másutt fogjuk közölni [15], az újabb módszerrel kapcsolatban viszont még csupán az eljárás elméleti kidolgozásánál és az adatok összeállításánál tartunk. Itt erről a kutatásról számolunk be, és nagyrészt a Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztályának megbízásából összeállított sokszorosított tanulmányunkra támaszkodunk [24]. Arra, hogy erről a munkáról már ebben a stádiumban, tehát az empirikus eredmények elkészülte előtt beszámoljunk, az adott indítékot, hogy a SZIGMA Szerkesztősége a termelési függvények felhasználásával kapcsolatos lehetőségek tisztázása érdekében szükségesnek tartotta az ebbe a témakörbe tartozó módszertani kísérletek egyidejű bemutatását.

Erre az új módszerre — a termelési függvényeknek, vagy legalábbis a függvények egyes paramétereinek üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján való felírására — a következő gondolat sor alapján jutottunk. A klasszikus módszerrel végzett számításaink [14], [20], [23] arra az eredményre vezettek, hogy a gazdasági növekedés szempontjából sokkal nagyobb jelentősége van a ráfordítások növekedésében és a műszaki fejlődésben megmutatkozó expanziós folyamatnak, mint az élömunkát beruházásokkal felszabadító

* Ezt a tanulmányt a Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztályának felkérésére végzett vizsgálat előzetes eredményeinek és az azokat összefoglaló tanulmányunk [24] az alapján állítottuk össze. Ez a kutatómunka szervesen kapcsolódik az Országos Anyag- és Árhivatal felkérésére végzett, az ártervezés ökonometriai modelljének megalapozását célzó munkához, különösképpen pedig az ennek keretében a termelési függvényekről közzétett [23] illetve publikáció előtt álló [15] eredményekhez.

helyettesítési folyamatnak. A helyettesítési folyamat a termelés növekedésének csak csekély hányadát magyarázza meg, és emellett az állóeszköz-állomány optimális növekedési ütemére vonatkozó elméleti jellegű vizsgálatok [9], [10], [22] szerint a helyettesítési folyamat paramétereinek az optimális beruházási politika kialakítása terén is csak másodlagos jelentőségük van. Kitűnt az is — bár ezt a kérdést még más módszerekkel is meg kell vizsgálni —, hogy a két folyamat nagymértékben független is egymástól. Ennek megfelelően a termelési függvényben a két folyamatot leíró paraméterek értéke is viszonylag független, tehát az egyik csoportba tartozó paraméterek (a műszaki fejlődés üteme és a volumen hozadéka) értéke nagymértékben független a második csoportba tartozók (a helyettesítési határárány és a helyettesítési rugalmasság) értékétől.¹

Az empirikus számítások ugyanakkor azt mutatták, hogy idősorok alapján, klasszikus módszerrel eléggé megbízható módon lehet meghatározni a *növekedési folyamat* paramétereinek (a műszaki fejlődés ütemének és a volumen hozadékának) az értékét, a *helyettesítési folyamat paramétereire* vonatkozóan viszont a klasszikus módszerrel az esetek nagy részében csak megbízhatatlan értékeket kaphatunk. A két paramétercsoport viszonylagos függetlenségéből egyenesen adódik az a megoldás, hogy az egyikre fogadjuk el a klasszikus módszerrel kapott értékeket, és a másik értékeit más módszerrel próbáljuk meghatározni.

Ez a megoldás annál is inkább célszerűnek tűnik, mert míg a volumen hozadéka és a műszaki fejlődés üteme valóban népgazdasági jellegű, általános összefüggés, a másik két paraméter (különösképpen a helyettesítési határárány) kifejezetten üzemi-technológiai összefüggést fejez ki. Technológiai kérdés az, hogy egy fő vagy egy munkaóra megtakarítása érdekében mennyit kell beruházni és az ezt kifejező paraméterek számszerű értékét a vállalatoknak voltaképpen ismerniük kell. A kétfajta eljárás kombinálása teljes mértékben megfelel a tények belső logikájának.

Ez a módszertani kísérlet saját munkánk eredményeivel kapcsolatos megfontolásokból indul ugyan ki, de mégsem egyedülálló az irodalomban. A cikk első részében a termelési függvények mikroökonómiai adatok alapján való felírásával kapcsolatos kísérletek irodalmát ismertetjük. A második részben a javasolt módszer elméleti alapjaival, a homogén termelési felületek elméletével foglalkozunk. A harmadik részben a módszer alkalmazásával kapcsolatos legfontosabb problémákat ismertetjük. Ezek részben abból adódnak, hogy az üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok nem vihetők fel minden nehézség nélkül a homogén termelési felületre, másrészt pedig abból, hogy az expanziós és a helyettesítési folyamat paraméterei nem teljesen függetlenek egymástól. Végül a negyedik részben arra mutatunk rá, hogy többféle szükségzerű kapcsolat is van a termelési függvény és a beruházás gazdaságossági számítások között olyannyira hogy e két eljárás összekapcsolása egyrészt nem is kerülhető el, másrészt pedig a beruházás gazdaságossági számítások egyik legfontosabb módszertani kérdésének megoldását teszi lehetővé. A cikket az összefoglalás és az irodalomjegyzék zárja le.

¹ Ebben az okfejtésben az áttekintés megkönnyítése érdekében csupán az expanziós és a helyettesítési folyamat paramétereit különböztetjük meg. A későbbiekben utalni fogunk arra, hogy a helyettesítési folyamat paraméterein belül eltérő módon kell kezelni a helyettesítési határárányt és a helyettesítési rugalmasságot, mely kettő közül az utóbbinak az empirikus eredmények értelmében minden szempontból kisebb gyakorlati jelentősége van.

I. A kérdés irodalma

Chenery [2] vetette fel legelőször a mikro jellegű vizsgálatok felhasználását makro szintű termelési függvény számítások során. A műszaki (mennyiségi és minőségi) jellemzők alapján ún. process (műveleti vagy technológiai) függvényeket írt fel. A későbbiekben *Markowitz* és *Rowe* [7] osztályozta és specifikálta azokat a műszaki jellemzőket, amelyeket a különféle eljárások, technológiák vizsgálatánál figyelembe kell venni. E szerzők ezek alapján megkísérelték műveleti függvények felírását is. Elsősorban ez utóbbi munkán alapul *Kurz* és *Manne* [6] tanulmánya, amely a hagyományos (Cobb–Douglas, CES) termelési függvényeket műszaki jellemzőkkel (geometriai alak, munkadarab mérete, túrés, sorozatnagyság) egészíti ki a vakváltozós (shiftes) számítási eljárás alkalmazásával.

A termelési függvény számítások általános problémáival *Walters* [21] foglalkozik. Bemutatja a termelési és a költségfüggvény dualitását (vagyis a két függvény kapcsolatát abban az értelemben, hogy milyen transzformáció segítségével kaphatjuk meg az egyikből a másikat). Foglalkozik az aggregáció problémájával és egyéb statisztikai kérdésekkel, valamint a termelési és költségfüggvény számításoknak műszaki-technológiai és vállalati szintű vizsgálatokkal való kiegészítésével is.

Az Ökonometriai Társaság második Világkongresszusán (Cambridge, 1970) elhangzott előadások közül kettő kapcsolódik szorosabban a témához. *V. Ringstad* [16] a különféle becslési eljárások tulajdonságaival foglalkozott, továbbá mikro adatok alapján (907 gyáripari vállalat) vizsgálati és becslési módszereket adott a műszaki fejlődés természetének meghatározására, vagyis annak eldöntésére, hogy a műszaki fejlődés megtestesült, munkaerőmegetakarító, vagy anyagmegetakarító jellegű-e. Új módszert is dolgozott ki a műszaki fejlődés számszerűsítésére. *Leif Johansen* [6] ugyanekkor az aggregáció problémájával továbbá a fejlődési és helyettesítési folyamat szétválasztásával foglalkozott. Az aggregáció problémájának megoldására a programozás módszerét javasolta. Vizsgálatai során elméleti oldalról négyféle termelési függvény típust különböztetett meg: ex ante és ex post mikro, valamint rövid- és hosszútávú makrofüggvényeket. Témánkkal kapcsolatos vizsgálatokról számolt be *Z. Griliches* is *V. Ringstaddel* együtt írt tanulmánya [5] alapján.

2. A módszer elméleti alapjai

Termelési függvények üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján való felírása gyakorlatilag csak akkor lehetséges, ha feltételezzük a termelési függvény homogenitását, vagyis ha homogén termelési felületből indulunk ki.² Először a homogén termelési felület tulajdonságaival fogunk foglalkozni, ezután pedig megmutatjuk, hogy az összefüggések homogenitásának feltételezése esetén hogyan írhatjuk fel a termelési függvényt üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok alapján.

² Elvben nem feltétlenül szükséges a homogenitás feltételezése, ugyanis a probléma elméletileg bizonyos inhomogén esetekben is megoldható. Mivel a gyakorlatban eddig nem alkalmaztak inhomogén termelési függvényeket, az ezzel a lehetőséggel kapcsolatos vizsgálatoktól itt eltekintünk.

2.1. A homogén termelési felületek

A homogén termelési felületek a homogén termelési függvények, az általános (inhomogén) termelési felületek pedig az általános (inhomogén vagy nem feltétlenül homogén) termelési függvények térbeli ábrázolásai.

A *termelési függvények* a termelés, a létszám és az állóeszközök (valamint általában a műszaki fejlődés üteme) közötti összefüggést fejezik ki egyszerű matematikai alakban. A legáltalánosabb módon a

$$q = f(k, l); \quad q = f(k, l, t); \quad q = f(k(t), l(t), t) \quad (1)$$

alakban írhatók fel, ahol q , k és l a termelés, az állóeszköz-állomány és a munkaerő volumene, t pedig az idő, és ahol a függvény eltérő alakjai az időnek különböző figyelembevételi lehetőségeire utalnak. Ez a háromváltozós összefüggés, illetve ennek az idő függvényében való eltolódása a háromdimenziós térben ábrázolható; az összefüggést leíró felület a *termelési felület*. Ez a felület tulajdonképpen az adott erőforrásokkal megvalósítható illetve meg nem valósítható termelési szintek határát adja meg, és így a programozási eljárásokból jól ismert fogalomnak, a hatékony pontok halmazának felel meg.

A termelési felület a síkban görbeseregekkel ábrázolható. Ilyen célra leggyakrabban az *izokvant térképet* használjuk, melyet a termelési felületnek a q tengelyre merőleges síkokkal való metszésével állíthatunk elő. Az izokvant-térképek egyes görbéi az izokvantok, amelyek mentén a q termelési volumen definíció szerint konstans, és amelyek ennek folytán a

$$\bar{q} = \bar{f}(k, l) = \text{const.} \quad (2)$$

alakban írhatók fel. Egy általános — nem homogén — termelési felület izokvant-térképét mutatja be az I. ábra.

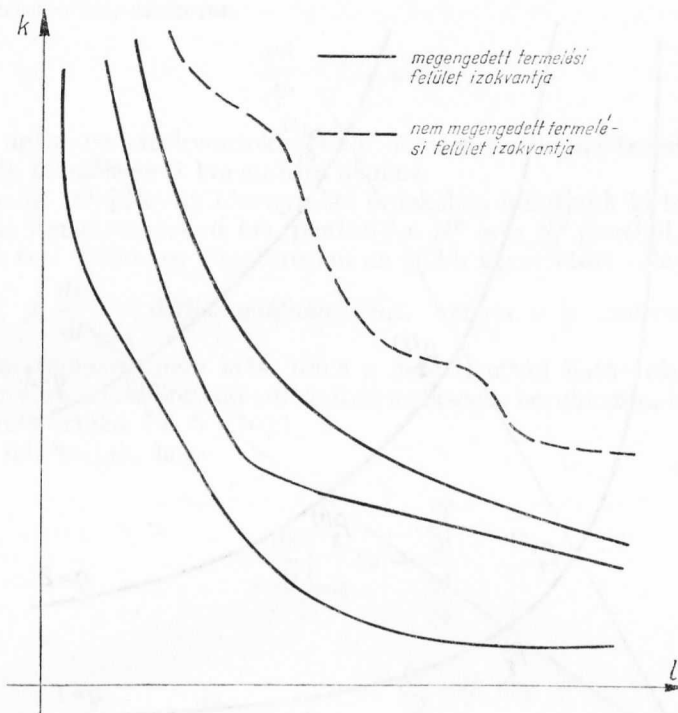
Az általános (megengedett) termelési felület izokvantjainak *két fontos tulajdonságuk* van:

- a) az izokvantok *nem metszhetik egymást*; és
- b) az izokvantok az *origó felől konvexek*.

Az első tulajdonság közvetlenül származtatható egyszerű logikai megfontolásokból. Az izokvantok azonos termelési volumennek megfelelő állóeszköz és előmunka kombinációt ábrázolnak, különböző izokvantok pedig különböző termelési szinteknek felelnek meg. Valamely pont ennek értelmében csak egy termelési szintet reprezentálhat, ennek folytán nem tartozhat két izokvanthoz és így az izokvantok nem metszhetik egymást.

A második tulajdonság abból származtatható, hogy az izokvantok a helyettesítési folyamatot írják le, és feltételezik a racionális (hatékony) eljárást (azonos időpontban és azonos technikai színvonalon). Ennek értelmében, ha úgy térünk át kevésbé munkaigényes technológiára, hogy a termelés szintjét változatlanul tartjuk, akkor racionális előbb azokat a részfolyamatokat gépesíteni, ahol az állóeszköz-állomány azonos mértékű növelésével több munkaerőt takaríthatunk meg. Az izokvantok a különböző helyettesítési lehetőségeket ilyen módon sorba rendezve ábrázolják, és ennek értelmében az origó felől konvexek.³

³ Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a konvexitás feltételezésére elsősorban módszertani okokból van szükség. E feltevés racionális ugyan, de a valóságban nem mindig alkalmaznak egzakt értelemben vett hatékony eljárásokat.



1. ábra

A homogén termelési felületek a homogén termelési függvények térbeli ábrázolásai. A függvények akkor homogének, ha fennáll az

$$f(\lambda k, \lambda l) = \lambda^\mu q \quad (3)$$

összefüggés, ahol λ egy tetszőleges pozitív konstans, μ pedig a homogenitás foka (a volumen hozadékának nagyságát kifejező paraméter). A homogenitás ennek értelmében azt jelenti, hogy ha a ráfordításokat bármely tetszőleges, de azonos arányban növeljük, akkor a termelés a teljes termelési felületen egyformán nő, de a növekedés aránya eltérhet az előbbtől. A lineáris homogenitás a homogenitás speciális esete; ekkor $\mu = 1$. Homogén termelési felületet mutat be — ismét az izokvant térkép felhasználásával — a 2. ábra.

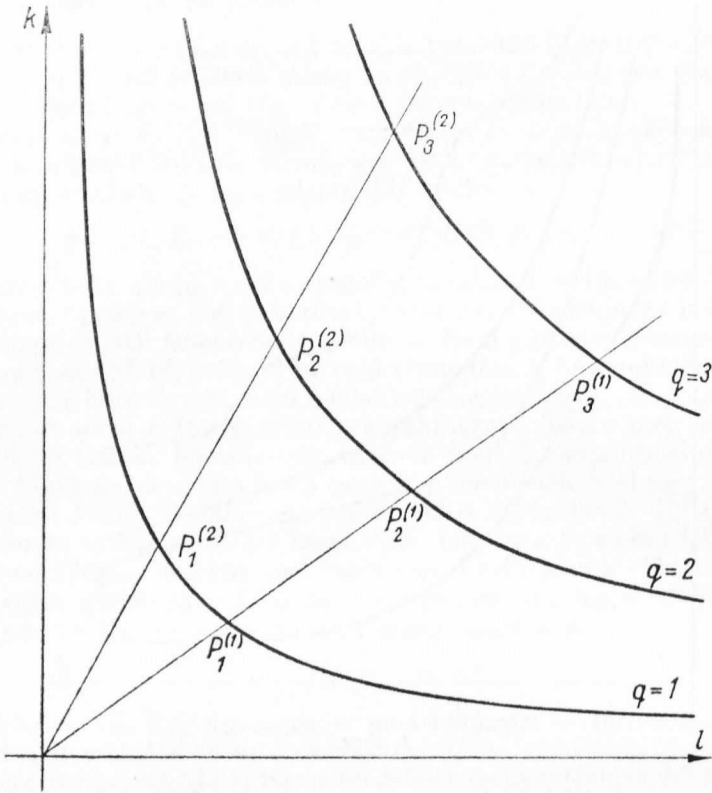
A homogén termelési felület izokvantjainak két további fontos tulajdonságuk van:

a) két tetszőleges izokvant adott sugáron fekvő pontjai *origótól mért távolságainak aránya megegyezik* (amiből további arányossági tételek következnek); és

b) az origóból húzott bármely tetszőleges sugár mentén az izokvantok érintői párhuzamosak.

Könnyen bebizonyítható, hogy mindkét tulajdonság egyenesen következik a homogenitás feltételezéséből.⁴

⁴ Megjegyezzük, hogy a (b) tulajdonság bizonyos speciális inhomogén esetekben is fennáll.



2. ábra

Jelölje $p_i^{(j)}$ a tetszőleges i izokvanton és a tetszőleges j sugáron fekvő pontot. Ez a pont nyilvánvaló módon a $(q_i^{(j)}, k_i^{(j)}, l_i^{(j)})$ értékhármastnak felel meg, és a \bar{q}_i izokvanton valamint az $r_i^{(j)}$ sugáron fekszik. Válasszunk most ki a tetszőleges j sugáron fekvő két pontot, így a $p_1^{(j)}$ azaz $(q_1^{(j)}, k_1^{(j)}, l_1^{(j)})$ és a $p_2^{(j)}$ azaz $(q_2^{(j)}, k_2^{(j)}, l_2^{(j)})$ pontokat. Minthogy ezek a pontok egy homogén termelési felületen és egyben a tetszőleges j sugáron fekszenek, felírhatjuk, hogy

$$q_2^{(j)} = \lambda' q_1^{(j)}$$

$$k_2^{(j)} = \lambda k_1^{(j)}, \text{ és}$$

$$l_2^{(j)} = \lambda l_1^{(j)}.$$

Az r sugár különböző izokvantokkal való metszeteinek hossza a

$$r_1^{(j)} = \sqrt{k_1^{(j)2} + l_1^{(j)2}} \quad (4)$$

illetve a

$$r_2^{(j)} = \sqrt{k_2^{(j)2} + l_2^{(j)2}} = \lambda \sqrt{k_1^{(j)2} + l_1^{(j)2}} = \lambda r_1^{(j)} \quad (5)$$

alakban írható fel, ahonnan

$$\frac{r_2^{(j)}}{r_1^{(j)}} = \lambda = \text{const.}, \quad (5.a.)$$

vagyis az ugyanazon izokvantokkal való metszetek aránya bármely j izokvantra és bármely tetszőleges λ konstansra azonos.

A második tulajdonság bizonyítása érdekében induljunk ki ismét valamely tetszőleges j sugáron fekvő két pontból, a $p_1^{(j)}$ és a $p_2^{(j)}$ pontból, ahol a megfelelő q , k és l értékekre vonatkozóan az előbb ismertetett tulajdonságok áll-

nak fenn. A $\left. \frac{dk}{dl} \right|_{q=\bar{q}}$ differenciálhányados, vagyis a \bar{q} izokvanthoz húzott

érintő iránytangense nem más, mint a helyettesítési határárnynak (vagyis az egységnyi munkaerőfelszabadításához szükséges beruházásnak) az ellenkező előjellel vett értéke. (V. ö. [20].)

Ekkor felírhatjuk, hogy

$$\left. \frac{dk}{dl} \right|_{q=\bar{q}} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l}}{\frac{\partial f}{\partial k}} \quad (6)$$

ahonnan

$$\frac{dk}{dl} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)})}{\frac{\partial f}{\partial k} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)})} \quad (7)$$

illetve

$$\frac{dk}{dl} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = - \frac{\frac{\partial f}{\partial l} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)})}{\frac{\partial f}{\partial k} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)})} \quad (7a)$$

Mivel termelési függvényünk homogén, így izokvantjai is homogének, vagyis

$$\bar{f}(\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^\mu \bar{f}(k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (8)$$

amiből viszont az következik, hogy

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial k} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^{\mu-1} \frac{\partial \bar{f}}{\partial k} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (9a)$$

illetve hogy

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial l} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \lambda^{\mu-1} \frac{\partial \bar{f}}{\partial l} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}). \quad (9b)$$

Innen

$$\frac{dk}{dl} (\lambda k_1^{(j)}, \lambda l_1^{(j)}) = \frac{dk}{dl} (k_1^{(j)}, l_1^{(j)}), \quad (10)$$

vagyis az ugyanazon tetszőleges j sugár mentén fekvő pontokban az érintők párhuzamosak.

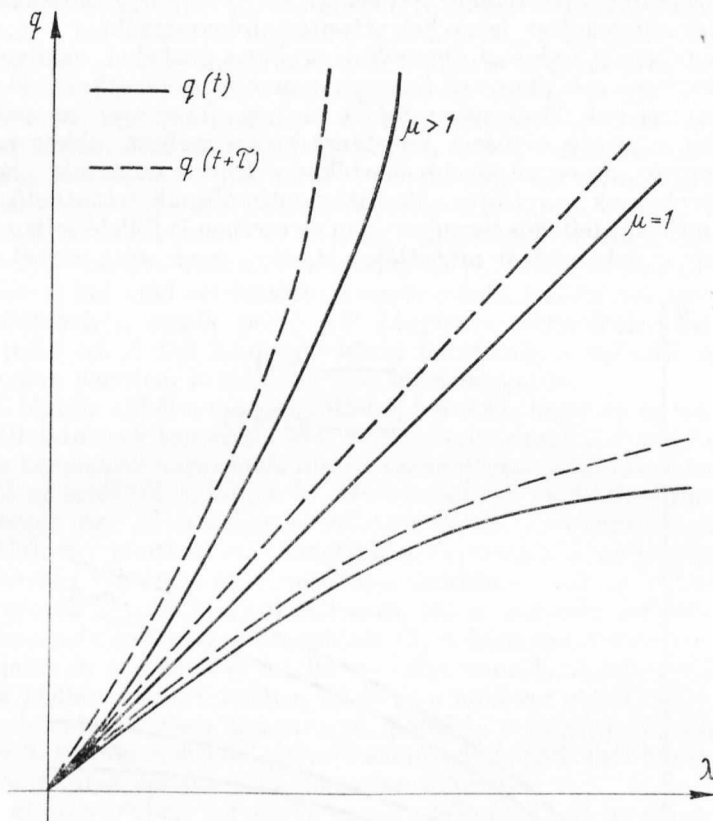
Könnyű bemutatni, hogy a homogén termelési felületekhez tartozó izo-
kvantoknak és így maguknak a homogén termelési felületeknek ez a két
alapvető tulajdonsága nagymértékben megfelel a tényleges termelési felüle-
tekre vonatkozó elképzeléseinknek, és így nem járunk messze a valóságtól,
ha feltételezzük, hogy a *tényleges termelési felületek is homogének*. A fenti (a)
tulajdonság lényegében azt mondja ki, hogy ha a volumen hozadéka valamely
adott technikai felszereltség mellett μ , vagyis adott mértékben csökkenő,
növekvő vagy esetleg éppen konstans, akkor más technikai felszereltség mel-
lett is azonos értékű, tehát azonos ütemben csökkenő, növekvő vagy éppen
konstans. A volumen hozadéka azonban az ágazatok alapvető technológiai és
természeti adottságaitól függ, így pl. a bányászathoz a termelési erőforrások
korlátozott mennyisége miatt csökkenő, a vegyiparban pedig a nagyobb
berendezések kedvezőbb hatásfoka miatt növekvő. Ennek folytán feltételez-
hető, hogy a munka technikai felszereltségének változása ezen az alapvető
összefüggésen nem változtat, vagy legalábbis nem változtat lényegesen, és
így a volumen hozadékának nagyságát megadó paraméter értéke nem változik
meg, ha a munka technikai felszereltsége megnő. Ez azt jelenti, hogy a fenti
(a) tulajdonság többé-kevésbé megfelel a valóságnak.

Ugyanez a helyzet a fenti (b) tulajdonsággal is. Ennek értelmében a munka
adott technikai felszereltsége mellett, de különböző termelési szinteken a
helyettesítési határárány értéke, vagyis az egységnyi munkaerő felszabadításá-
hoz szükséges beruházás nagysága azonos. Ez a feltevés ismét közel áll a való-
sághoz, mert a helyettesítési határárány nagysága első megközelítésben a
technikai felszereltségtől, nem pedig a termelés volumenétől függ. Azonos
technikai feltételek mellett dolgozó kisebb vagy nagyobb üzemben a helyette-
sítési határárány első megközelítésben azonos, és így a fenti (b) tulajdonság
feltételezése is racionális.

A termelési függvények homogenitásának feltételezése ennek értelmében
nem mond ellent a valóságnak, ugyanakkor viszont rendkívül nagy analitikai
előnyökkel jár. Voltaképpen a *homogenitás feltételezése teszi lehetővé a termelési
függvények elemzési célokra való felhasználását*. Ha a felület homogén, akkor
a felület kis részének vagy néhány pontjának ismeretében a teljes felületet
ismerjük, ha viszont a felület nem homogén, akkor a felület ismert pontjaiból
vagy egyáltalán nem, vagy pedig csak nagyon bonyolult (és a homogenitás
feltevésénél irreálisabb) módon következtethetünk a felület többi részére.
Ez a magyarázata annak, hogy mind a termelési függvényekből kiinduló,
mind pedig a programozási módszereket alkalmazó eljárások a termelési felü-
let homogenitásának feltevéséből indulnak ki.

Ezzel kapcsolatban csupán egy megjegyzésre van szükség. A homogenitás
feltevése mellett következtetéseket vonhatunk le a termelési felületnek az
ismert pontokon kívül fekvő részeire is, azonban hangsúlyozni kell, hogy ezek
a pontok nem eshetnek nagyon messze azokról a pontoktól, amelyekre mér-
hető adataink vannak. Ellenkező esetben a következtetések megalapozatlanná
és így irreálissá válhatnak, mert a fenti (a) és (b) tulajdonságok fennállását
csupán a reális, a *tényleges értékek tartományának közelében* elhelyezkedő érté-
kekről tételezhetjük fel. Ez a megfontolás mind a termelési függvények,
mind pedig a programozási eljárások gyakorlati felhasználására igaz.

Érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy a μ vagyis a volumen hozadékának nagyságát megadó paraméter sem az (5a), sem pedig a (10) egyenletben nem szerepelt, vagyis a homogenitás foka nem befolyásolta ezeket az alapvető összefüggéseket. Egészen röviden — és csupán grafikus módon — utalnunk kell tehát arra, hogy hogyan érvényesül a *volumen hozadéka*. Az összefüggéseket a 3. ábra mutatja be.



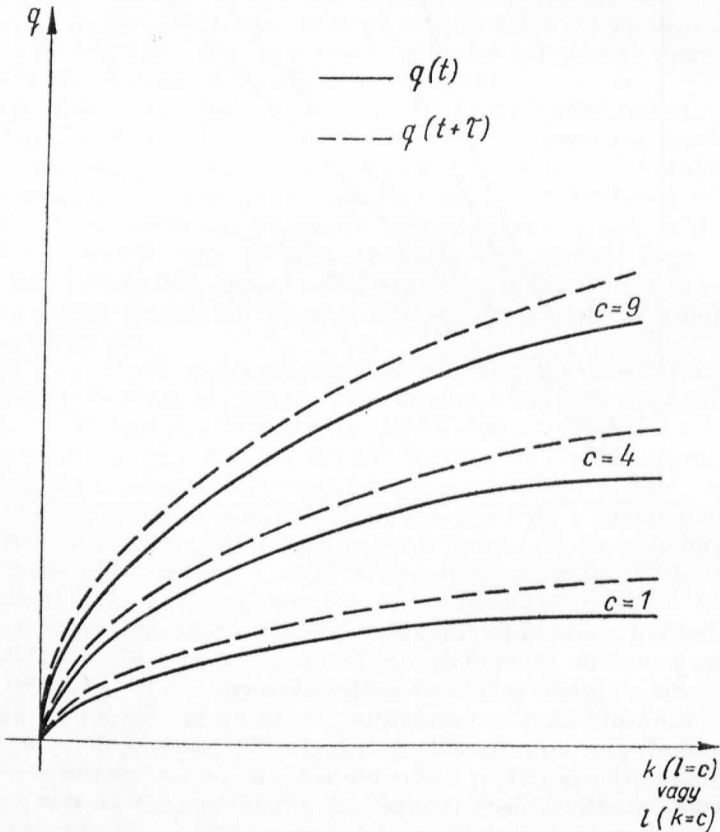
3. ábra

A 3. ábrában szereplő folyamatos görbéket a termelési felületnek valamely tetszőleges j sugáron átmenő és a k , l síkra merőleges síkkal való metszésével kaptuk. Ezek a görbék tehát azt mutatják meg, hogy hogyan nő a termelés, ha a k és l ráfordításokat azonos arányban növeljük, vagyis mindkét ráfordítás értékét tetszőleges konstansszal szorozzuk. Ez esetben, ha $\mu < 1$, a görbe alulról konkáv, ha $\mu > 1$, a görbe alulról konvex, és végül ha $\mu = 1$, akkor a termelésnek a ráfordítások függvényében való alakulását egy egyenes fejezi ki. A 3. ábrában levő görbék minden egyes pontja nyilvánvaló módon egy-egy izokvanton fekszik, és így μ értéke vagyis e görbék alakja csupán azt mutatja meg, hogy — a q tengely mentén mérve — milyen távolságban vannak egymástól az egyes izokvantok. Ez a tény más oldalról mutatja meg az izokvantok mentén való elmozdulást leíró helyettesítési folyamat, és az egyik

izokvantról a másikra való átlépést leíró expanziós folyamat egymástól való viszonylagos — de távolról sem teljes! — függetlenségét.

A 3. ábrán levő szaggatott görbék a meg nem testesült és semleges⁵ műszaki fejlődés hatását mutatják be. A műszaki fejlődés — ilyen felfogás és definíció esetén — az idő függvényében fölfelé tolja el az izokvantokat, de nem befolyásolja azok alakját. E szerint az ábrázolási mód szerint tehát az expanziós folyamat másik fő paraméterének hatása is viszonylag független az izokvantok mentén való elmozdulást leíró helyettesítési folyamatától.

Csupán a teljesség kedvéért ábrázoljuk azokat a görbéket, amelyeket a termelési felületeknek a k , illetve az l tengelyre merőleges síkokkal való metszésével származtathatunk. Ezek azt mutatják be, hogy ha az egyik termelési tényező felhasználását növeljük a másik konstans értéke mellett, akkor a termelés növekszik ugyan, de egyre kisebb mértékben. Ennek az az oka, hogy egyre jobban eltávolodnak a kétfajta ráfordítás optimálisnak tekinthető kombinációjától. A műszaki fejlődés természetesen ez esetben is fölfelé tolja el a termelési felületet; ennek hatását mutatják a 4. ábra szaggatott görbéi.



4. ábra

⁵ A műszaki fejlődés akkor semleges, ha nem változtatja meg a ráfordítások szerinti parciális deriváltak arányát és így a helyettesítési háttérarányt.

2.2. A módszer alapgondolata

Homogén termelési felület feltételezése esetén kétféleképpen is használhatunk fel üzemi-vállalati szintű technológiai jellegű adatokat a felület felírására. Mindkét módszerben közös az, hogy ismertnek tételezzük fel az expanziós folyamat paramétereinek, vagyis a volumen hozadékának és a műszaki fejlődés ütemének az értékét. Az előbbiek értelmében e paraméterek viszonylag függetlenek a helyettesítési folyamat paramétereitől. Ugyancsak közös mindkét eljárásban — vagy legalábbis e két eljárás alapváltozatában —, hogy adottnak tekintjük a helyettesítési rugalmasság értékét is. Ezt — a bevezetésben említett szempontok mellett — az teszi lehetővé, hogy az empirikus vizsgálatok általánosan nem mutatták ki, hogy a helyettesítési rugalmasság értéke szignifikáns mértékben különbözik a Cobb—Douglas termelési függvényben feltételezett egységnyi értéktől. A legfontosabb eltérő értéket Minhas [11] közölte, akinek számításai a konstans helyettesítési rugalmasságú (CES) termelési függvényvel kapcsolatos kutatások [1] kiinduló pontját adták.

Az említett két módszer között az egyik a *helyettesítési határárány közvetlen megállapításából*, a másik pedig két tényleges technológiai helyzetet leíró pontból indul ki. A két lehetőség közül feltétlenül a második a fontosabb, foglalkozunk azonban röviden az első lehetőséggel is.

Az első eljárás abból a megfontolásból indul ki, hogy az egyes üzemeknek illetve vállalatoknak ismerniük kell az egységnyi munkaerő megtakarításához szükséges beruházás nagyságát, hiszen technológiai számításaikban voltaképpen ebből az értékből indulnak ki. Ha viszont ezt az értéket ismerjük — pl. tudjuk, hogy egy fő munkaerő százezer forint beruházással szabadítható fel —, akkor egy pontban már ismerjük a helyettesítési határárányt, és innen a helyettesítési rugalmasság ismeretében felírhatjuk ezt az izokvantot. Erről az izokvantról a volumen hozadékának (és a műszaki fejlődés ütemének) ismeretében más izokvantra léphetünk át, a homogén termelési függvények izokvantjaira és a termelési felület egészére vonatkozó feltevéseink alapján. A 2. ábra jelöléseinek értelmében tehát ez a módszer abból indul ki, hogy ismerjük valamely pontban, így pl. a p_1^1 pontban a helyettesítési határárányt, vagyis az 1 fő munkaerő felszabadításához szükséges beruházás nagyságát, és ebből kiindulva építjük fel a termelési felületet.

Ez az eljárás elvben tetszetős ugyan, felhasználása azonban két súlyos nehézségbe ütközik. Egyrészt ugyanazon üzemben egyidejűleg több helyettesítési lehetőség is van, és aligha lehet az önkényesség elkerülésével meghatározni, hogy melyik lehetőségből induljunk ki, vagy a különböző lehetőségeket hogyan vonjuk össze, átlagoljuk, súlyozzuk stb. Másrészt — ami talán még fontosabb — a valóságban nem találkozzunk a munkaerő felszabadításának tiszta eseteivel, hanem csak különböző műszaki-gazdasági megoldásokkal, amelyek nem csupán a munkaerő- és eszközráfordítás színvonalában, hanem a termelés színvonalában is különböznek egymástól. A tényleges beruházások ennek értelmében nem csupán munkaerőt szabadítanak fel, hanem ki is terjesztik a termelést.

Ezen a nehézségen lehet segíteni a *két pont módszerével*. Ez a módszer nem a helyettesítési határárány feltételezett értékéből, hanem két tényleges technológiai-üzemi megoldás valóságos értékéből indul ki; a 2. ábra jelölésrendszere szerint pl. a $p_1^{(1)}$ és a $p_2^{(2)}$ tényleges helyzetekből vagyis munkaerő-állószerkezet-termelési volumen kombinációkból. A homogenitás feltételezése és adott helyettesítési rugalmasság esetén e két pontból is egyértelműen fel lehet írni

a termelési felület egészét. Ez esetben az e két pontra vonatkozó információk a helyettesítési határány nagyságát adják meg — tehát ugyanazt az értéket, melyet a másik módszer közvetlenül próbál meghatározni. Ez az eljárás egyben az előző eljárással kapcsolatos első nehézséget is megoldja, ugyanis itt két valóságban előforduló technikai helyzetről, ráfordítás kombinációról van szó, így tehát a különböző lehetőségek önkényes kiválasztásának, összevonásának és súlyozásának kérdése nem vagy csak sokkal enyhébb formában vetődik fel.

Mindkét módszer értelemszerűen kiterjeszthető és általánosítható. Az első esetben a különböző helyettesítési lehetőségek sorbarendezhetők, egymás mellé állíthatók, és ilyen módon felhasználhatók nem csupán az egy adott ponthoz tartozó helyettesítési határányoknak, hanem az izokvant egészének vagy egy szakaszának a meghatározására is, azaz a helyettesítési határányoknak és a helyettesítési rugalmasságnak egyidejű meghatározására. Az eljárással kapcsolatos önkényesség — sajnos — ily módon sem kerülhető meg. Másrészt a két pont módszere helyett 3, 4 vagy akár több pontból való kiindulás is elképzelhető. Ez az eljárás a módszer megbízhatóságát nagymértékben növeli, és egyben matematikai-statisztikai eljárások alkalmazását teszi szükségessé. Nyilvánvaló azonban, hogy a kiinduló pontok száma — amennyiben nem akarunk elszakadni a valóságtól — ritkán lehet nagyon sok, és a legtöbb esetben aligha haladja meg a kettőt.

Az elmondottak alapján nyilvánvaló, hogy a két módszer és azok továbbfejlesztése közül *a két pont módszere* látszik a *legrealisabbnak* és a legáltalánosabban használhatónak, és ezért a továbbiakban ebből fogunk kiindulni. A most kifejtendő megállapítások egyébként értelemszerűen alkalmazhatók a többi módszerre is.

3. A módszer alkalmazásával kapcsolatos problémák

Az elvben teljesen egyszerű elgondolás gyakorlati alkalmazásakor súlyos problémák merülnek fel. Egyrészt az üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok nagyon nehezen illeszthetők be a makroökonómiai termelési függvények összefüggés- és változó rendszerébe, másrészt pedig az expanziós és a helyettesítési folyamat paraméterei nem teljes mértékben, hanem csak viszonylag függetlenek egymástól.

3.1. Mikroökonómiai adatok ábrázolása a makroökonómiai jellegű termelési felületen

Nyilvánvaló módon bonyolult probléma adódik abból, hogy a makro- és a mikroökonómiai szemlélet összekapcsolása esetén a sokrétű és részletes üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatokat be kell kényszerítenünk a termelési függvények összevont, leegyszerűsített kategóriáiba. Az ezzel kapcsolatos problémák négy szorosan összefüggő kérdéscsoportra bonthatók: a) a termelési függvények tőke-munka fogalmai nem felelnek meg az üzemi adatok anyagi és munkaráfordítás illetve folyamatos és egyszeri ráfordítás fogalmainak; b) a technológiai módosítások másodlagos hatásokat idéznek elő, amelyeket nehéz figyelembevenni; c) a költségek nagysága és számbavételük módja nagymértékben függ attól, hogy hol merülnek föl; d) az összefüggéseket

nagymértékben módosítja az a tény, hogy a különböző tőkejavak élettartama eltérő.

Ennek a cikknek nem lehet célja az ezzel kapcsolatos összes részletprobléma tárgyalása, ezért csak röviden utalhatunk azok lényegére.

A *termelési függvények a ráfordítások két fajtáját* ismerik: a létszámot és az állóeszközöket (vagy tőkét). Hallgatólagosan föltételezik, hogy a munkaerő-ráfordítás folyamatos, az anyagi ráfordítás viszont tartós jellegű, tehát az első folyamativáltozó (flow variable), a második pedig készletváltozó (állományi változó — stock variable). *Mikroökonomiai számítások esetén ez az összevonás túlságosan durva*, és a kategóriák száma túlságosan kicsi. Az anyagi ráfordítások között vannak folyamatosak (anyagfelhasználás), rövidebb élettartamúak (szerszámok, készletek) és végül hosszabb élettartamúak (gépek, berendezések, épületek), melyek élettartama ismét különböző lehet. (Az élettartam problémájával később külön fogunk foglalkozni, tehát a kategóriákon belüli élettartam különbségeket most elhanyagoljuk.) Ugyanakkor, ami talán még fontosabb, a munkaráfordítás sem teljes egészében folyamatos, hanem egy része — az új technológiai eljárás beállításával kapcsolatos munka — voltaképpen tőkejellegű. Ez utóbbi szempont fontosságát csak tovább növeli, hogy a technológiai beállítás munkaigénye az üzemeltetés munkaigényéhez képest a műszaki fejlődés függvényében egyre nő.

A probléma megoldásának alapelve csak az lehet, hogy a folyamatos anyagi ráfordításokat kiemeljük és levonjuk a termelési értékből, vagyis a termelés eredményét nettósítva kezeljük; a tartós munkaráfordításokat viszont tőke jellegűnek tekintjük, mert ez felel meg valóságos természetüknek. Ekkor azonban felmerül a kérdés, hogy az üzemben felmerülő munkaköltség semmiképpen sem adható közvetlenül össze az üzemén kívülről megvásárolt berendezések költségével, mert ez utóbbiakat rezsikules, nyereség, adózás és számos hasonló tétel terheli. Ez a szempont azt mutatja, hogy az egyes tételek értékelése felmerülésük helyétől is függ — ezzel a problémával rövidesen részletesebben is fogunk foglalkozni.

Az a tény, hogy egy új, tőkeigényesebb technológia alkalmazása a technológiai beállítással kapcsolatos költségek viselését teszi szükségessé, lényegében véve a másodlagos hatások egy esetének tekinthető. Ilyen *másodlagos hatás* azonban nagyon sok van; az új eljárás új anyagokat tehet szükségessé és régieket feleslegessé; új előkészítő eljárásokat szükségessé és régieket feleslegessé; új műveleteket igényelhet és régieket küszöbölhet ki stb. Mindezek a változások járulékos munkatöbblettel vagy járulékos munkamegtakarítással, járulékos anyag-többlettel vagy járulékos anyagmegtakarítással stb. járhatnak.

Nyilvánvaló, hogy csak akkor kaphatunk helyes képet, ha figyelembe vesszük mindezeket a másodlagos és továbbgyűrűző hatásokat. Ezek sora voltaképpen végtelen, és így el kell döntenünk, hogy milyen határig követjük nyomon ezeket a másodlagos összefüggéseket. A legcélszerűbbnek látszik ezeknek az üzemén belüli részletezése, az üzemén kívüli változásoknak pedig csupán az anyagköltség változások közötti figyelembevétele. Ez a megfontolás más oldalról mutat rá arra, hogy a probléma tárgyalása szempontjából alapvető fontosságú az *egyes költségek felmerülési helyének* megkülönböztetése.

E probléma lényege, hogy míg az üzemén belül megkülönböztethetünk közvetlen munka és közvetlen anyagi jellegű ráfordítást, az üzemén kívüli anyag, munka vagy szolgáltatás igénybevétele esetén a kérdéses üzemek

termelésének más üzemek rezsijét, nyereségét és adózását, tehát nem technológiai, hanem kifejezetten pénzügyi jellegű költségelemeket is fedezniük kell. Ha pl. valamilyen technológiai változás folytán az előkészítő munkafázis más üzembe tevődik át, akkor ez az eddigi munkaköltség helyett már anyagi költségként, méghozzá pótlékolt formában merül fel, a két helyzet összehasonlítása tehát távolról sem problémamentes. Látszólagos költségnövekményt idézhet elő pl. csupán a termelési összefüggések bonyolulttá válása is.

Ez a kérdés csak a számbavétel módjának egységesítésével oldható meg. Az látszik a legcélszerűbb megoldásnak, hogy csupán az üzemen belüli munkaráfördítést tekintjük munkaráfördítésnek, az üzemen kívülit pedig — tehát a vállalat egyéb egységeiben felmerülő munkaráfördítést is — anyagi-ráfördítésként, tehát megfelelőképpen pótlékolt formában vesszük figyelembe, úgy mintha az anyagot vagy szolgáltatást más vállalattól vennénk. Csupán ily módon kerülhetjük el azt a veszélyt, hogy szervezeti változásokat költség-változásnak tekintsünk.

A költségek azonban nemcsak előfordulásuk helyének hanem idejének függvényében is változnak. A termelési függvények egységes kategóriának tekintik a tőkeráfördítést és elhanyagolják a tőkejavak élettartamát. Nyilvánvaló azonban, hogy távolról sem mindegy, hogy a termeléshez szükséges tőke különböző elemeinek *élettartama* mekkora, és hogy óriási a gazdasági különbség akkor, ha egy figyelembevett tőkeráfördítés élettartama felére csökken vagy megkétszereződik. Ezek az összefüggések még bonyolultabbá válnak, ha figyelembe vesszük a *másodlagos hatásokat*. A technológiai változások a technológiai folyamat korábbi vagy későbbi szakaszában idézhetnek elő változásokat, tehetnek feleslegessé vagy szükségessé tőkeráfördítéseket, mégpedig olyanokat, melyek élettartama nagymértékben különböző lehet a vizsgált technológiai folyamat központjában álló gép vagy berendezés élettartamától.

Ez a probléma csupán az *azonos élettartamra való átszámítás* segítségével oldható meg. Ennek módszereként a beruházás gazdaságossági számítás (diszkontszámítás stb.) jólismert módszerei használhatók fel, melyekkel Baumol [2], Fiszal [4], Schneider [17] és Szakolczai [18] foglalkoznak. A módszer ismertetésére e keretek között nem kerülhet sor.

3.2. Az expanziós és a helyettesítési folyamat paramétereinek kapcsolata

Az eddig említett problémák nem annyira elvi, hanem inkább gyakorlati jellegűek. Ilyenek mindenféle adattömeg összeállításakor felmerülnek, itt legfeljebb arról van szó, hogy a módszer újszerűsége folytán ezekkel a kérdésekkel nagyobb mértékben kell számolni, mint egyébként. A második problémakör ugyanakkor nem csupán gyakorlati, hanem elvi jellegű is. Az eddigiekben ismételtén utaltunk arra, hogy a *helyettesítési és expanziós folyamat paramétereit nagymértékben függetlenek* egymástól — nyilvánvaló azonban, hogy ez a *függetlenség nem lehet teljes*. Ezek az összefüggések ismét szerencsésen mutathatók be a 2. ábra felhasználásával.

A probléma lényege, hogy csupán két pontot ismerünk — a $p_1^{(1)}$ és a $p_2^{(2)}$ pontot —, a többi pont azonban ismeretlen, sőt irreális is, mert hiszen a valóságban csupán ez a két tőke-munka-termelés kombináció fordult elő. A többi ábrázolt pont — így pl. a $p_1^{(2)}$ pont — helye attól függ, hogy milyen értékeket számítunk vagy tételezünk fel a helyettesítési határárányra, a volumen hoza-

dékára stb. A paramétereknek ez a két csoportja ennek megfelelően nem teljes mértékben független egymástól.

A probléma súlyának felmérésére az 1. táblában közöljük korábbi termelési függvény számításaink során végzett érzékenységi elemzésünk egyes eredményeit.

1. tábla

A műszaki fejlődés számított értékének függése a helyettesítési határánytól illetve a helyettesítési rugalmasságtól a többi paraméter rögzített értéke mellett

	s^*	σ	a	ε	μ	R^2	δ
Bányászat	0,611899	1,01	0,020342	0,031465	0,5	0,982171	0,744899
	0,611899	2,0	0,020420	0,031758	0,5	0,983269	0,791167
Gépek és gépi ber. gy.	0,089479	1,01	-0,059829	0,027070	1,104058	0,993309	1,249645
	0,089479	2,0	-0,059829	0,027363	1,104058	0,993269	1,226029
	0,089479	3,0	-0,059829	0,027461	1,104058	0,993229	1,213855
Gépipar	0,08	1,009901	-0,008226	0,026875	1,2	0,997326	1,226306
	0,16	1,009901	-0,008226	0,034590	1,2	0,997595	1,198052
	0,24	1,009901	-0,008226	0,038496	1,2	0,997618	1,122848
Textilipar	0,16	1,01	-0,014839	0,006367	1,493104	0,994598	1,319409
	0,32	1,01	-0,014839	0,014203	1,493104	0,995852	1,254055

Forrás: [23], 12. táblázat

s^* a helyettesítési határánynak a bázisévhez tartozó értéke, millió Ft/10 ezer munkaóra

σ a helyettesítési rugalmasság értéke

a a regressziós egyenlet logaritmált alakjának nulladfokú tagja

ε a (meg nem testesült) műszaki fejlődés átlagos évi exponenciális üteme

μ a volumen hozadékának értéke

R^2 a korrelációs index

δ a Durbin-Watson koefficiens

Ezekben az érzékenységi vizsgálatokban valamennyi paraméter rögzített értéke mellett számítottuk ki a meg nem testesült műszaki fejlődés évi átlagos ε ütemét. A rögzített paraméterértékek közül egynek több értéket adtunk (tehát ezt parametrikusan kezeltük); a többiek értékét nem változtattuk. Ilyen módon azt vizsgáltuk meg, hogy a helyettesítési folyamatba tartozó és parametrikusan kezelt helyettesítési határány és helyettesítési rugalmasság értékétől hogyan függ a növekedési folyamatba tartozó műszaki fejlődési ütem értéke. A helyettesítési határányra és a helyettesítési rugalmasságra vonatkozóan egyaránt két-két ágazat értékeit közöljük. Az ágazatok kiválasztása teljesen véletlenszerű; más célból készült korábbi vizsgálataink adataiból merítettük.

A helyettesítési rugalmassággal kapcsolatban két ágazat értékét közöljük. A bányászatban a σ helyettesítési rugalmasság feltételezett értékének 1,01-ről 2-re való változtatása esetén a műszaki fejlődés ε üteme 3,1465 %-ról 3,1758 %-ra nő, tehát alig figyelembevehető mértékben módosul. A gépek és gépi berendezések gyártása esetén, ha σ 1,01, 2,0 és 3,0 értéket vesz fel, az ε műszaki fejlődés üteme 2,7070, 2,7363 és 2,7461 % lesz, tehát ismét alig észrevehető mértékben változik. Úgy látszik tehát, hogy az expanziós folyamat paraméte-

reinek értéke valóban szinte teljesen független a helyettesítési rugalmasság értékétől.

Kevésbé kedvező a helyzet a *helyettesítési határáránynál*. A gépipari adatok értelmében, ha az s^* helyettesítési határárány értéke 0,08, 0,16, vagy 0,24, az ε műszaki fejlődés üteme 2,6875, 3,4590, illetve 3,8496 %, vagyis a változás már számottevő. Méginkább ez a helyzet a textilipar esetében, itt ugyanis ha az s^* helyettesítési határárány értéke 0,16-ról 0,32-re nő, akkor az ε műszaki fejlődés üteme több mint megkétszereződik, 0,6367%-ról 1,4203%-ra változik. A két paramétercsoport kölcsönös függetlenségének feltételezése tehát nem látszik teljes mértékben megalapozottnak. Úgy tűnik, hogy az itt tárgyalt számítások kiinduló alapjaként szereplő ε és μ paraméterek (a műszaki fejlődés üteme és a volumen hozadékának értéke) az s^* helyettesítési határárány valamely feltételezett értékén alapulnak, és amennyiben ez a feltételezett érték módosul, akkor ezek a paraméterek is módosulnak.

Ez a felismerés egyben a probléma megoldásának útját is megadja. Ha ugyanis a mikroökonomiai adatok elemzése azt mutatja, hogy a helyettesítési határárány feltételezett kiinduló értéke nem felel meg a tényeknek, akkor egy (újabb adatokat már nem igénylő) *iteratív eljárásra* van szükség, melynek segítségével a fenti két paramétercsoport összehangolt értékei állapíthatók meg. Ez az eljárás természetesen elméleti szempontból nem teljes mértékben kielégítő, a gyakorlat igényeinek azonban — az adott lehetőségek figyelembevételével — feltétlenül megfelel.

Már az eddigiekben is ismételten szó volt a beruházás gazdaságossági számításokról és ezeknek felhasználásáról az itt javasolt számítások keretében. Célszerűnek látszik most a beruházás gazdaságossági számítások és az itt javasolt eljárás közötti kapcsolat részletesebb elemzése.

4. A termelési függvény és a beruházás-gazdaságossági számítások kapcsolata

Ennek a két módszernek a kapcsolata többirányú. Egyrészt, amint az eddigiekben már rámutattunk, üzemi-vállalati szintű, technológiai jellegű adatok felhasználása esetén a beruházás-gazdaságossági számítások elvégzése maguknak a termelési függvény számításoknak is nélkülözhetetlen kiinduló pontja. Másrészt nagyon könnyű bemutatni azt is, hogy ezek a beruházás-gazdaságossági számítások elméletileg feltétlenül a termelési függvény számításokon, illetve az ezek felhasználásával készülő optimális beruházási modelleken alapulnak. Végül, ami gyakorlatilag talán mindkét korábbi szempontnál fontosabb, az itt leírt eljárás a beruházás-gazdaságossági számítások egyik legfontosabb alapkérdését és e számítások gazdaságpolitikai célú felhasználásának legfontosabb problémáját is megoldja. A továbbiakban egymás után foglalkozunk ezzel a három problémával, az első kettővel egészen röviden és a harmadikkal kissé részletesebben.

4.1. A beruházás-gazdaságossági számítások szerepe a termelési függvény számításokban

A teljesség és az áttekinthetőség kedvéért összegezzük az eddig elmondottakat.

A beruházás-gazdaságossági számítások lényege az időbeli eltérésekből adódó problémák megoldása. A beruházás gazdaságosságának megítélésével

kapcsolatos alapprobléma ugyanis az, hogy más időpontban kell beruházni és ismét más — mégpedig későbbi — időpontban mutatkozik meg a beruházások termelésnövelő hatása. Így olyan termékmennyiségeket kell összehasonlítanunk, amelyek szigorú értelemben nem hasonlíthatók össze, mert egy lényeges szempontból — az idő szempontjából — különböznek egymástól. A beruházás-gazdaságossági számítások ezt a kérdést próbálják megoldani, lényegében olyan módon, hogy a későbbi időpontban felmerülő hozadékokat a diszkontszámítás valamilyen módszerével korábbi időpontra, általában a beruházás időpontjára számítják át. Ugyanezek a módszerek használhatók fel értelemszerűen minden olyan esetben, amikor valamiféle terméktömegek különböző időpontokhoz tartoznak.

Ez a helyzet már maguknak a beruházásoknak az esetében is, hiszen a beruházások sem egy pillanatban mennek végbe, hanem hosszú időszakra — sok esetben egy évtizednél is hosszabbra — oszlanak meg, és így az időbeliség kérdése a beruházáson belül is felvetődik. Ugyanezek a számítási módszerek használhatók fel a termelési függvény számításokban minden olyan esetben, amikor a ráfordítások és az eredmények különböző időpontban jelentkeznek, vagy amikor élettartam problémák merülnek fel, pl. a figyelembevett tőkeállomány egy részének élettartama különbözik a másik részétől.

A *termelési függvény számítások* tehát gyakorlatilag *feltételezik beruházás-gazdaságossági számítások elvégzését*. Érdekes módon fordítva is ez a helyzet: a beruházás-gazdaságossági számítások sem állhatnak meg önmagukban, termelési függvény számítások nélkül.

4.2. A termelési függvény számítások szerepe a beruházás-gazdaságossági számításokban

A két eljárás közötti kapcsolatot a kamatláb teremti meg. A beruházás-gazdaságossági számítás a különböző időpontokhoz tartozó értékeket diszkontálás segítségével hasonlítja össze: a diszkontálás viszont csupán a kamatszámítás egy ága, mely adottnak tekintett kamatlábból indul ki. A számítás eredménye megváltozik, ha megváltozik a kamatláb; ugyanaz a beruházás gazdaságosnak tűnik egy bizonyos kamatláb — gazdaságtalannak más kamatláb mellett. Maguk a beruházás gazdaságossági számítások viszont a *kamatláb*at csak *adottságnak* tekinthetik, és semmit sem mondanak arra vonatkozóan, hogy mekkorának kell lennie a kamatlábnak és miért. A beruházás-gazdaságossági számítások ennek értelmében valósággal az űrben lebegnek, ha a kamatláb nagyságára nem kapunk valahonnan eligazítást. A tényleges piaci kamatláb figyelembe vétele hasznos segédeszköz lehet konkrét üzemgazdasági problémák megoldása során, elsősorban nem szocialista viszonyok között, azonban a kérdés alapvető összefüggéseinek megítéléséhez nem elegendő.

A probléma megoldását a termelési függvényeken alapuló optimális növekedési modellek adják meg. Az ilyen jellegű modellek közül néhány magyar nyelven is megjelent [12], [13], az összefüggések részletesebb elemzését e szerzők egyike külön publikációban fogja megkísérelni [19]. Itt csupán az összefüggések lényegére lehet utalni.

Alapjában véve arról van szó, hogy az optimális beruházásra vonatkozó, a *termelési függvényeken alapuló modellek* segítségével ki lehet mutatni, hogy a kamatláb távolról sem egy véletlenszerű pénzügyi mutatószám, melynek értéke a tervező hatóságok vagy a bankszervek tetszésétől függ, hanem a kamatláb

láb a gazdasági fejlődés legfontosabb tényezőivel és mutatóival van közvetlen kapcsolatban. Teljesen leegyszerűsített elméleti modell esetén a *kamatláb egyensúlyi* vagy optimális értéke éppen a *növekedési ütemmel*, a *beruházási hányad optimálási értéke* pedig éppen a termelési függvény egy alapvető paraméterével, a *termelés tőke szerinti elaszticitásával* egyenlő. A fenti egyenlőségek helyett nagyon közeli megfeleléssel van dolgunk, ha az elméleti modellek világából a gyakorlatba lépünk át. Az összefüggést már a számszerű hasonlóság is megmutatja, hiszen a növekedési ütem általában évi néhány százalék, éppúgy mint a kamatláb, a megtakarítási hányad pedig a nemzeti jövedelem 20%-a körüli érték, éppúgy mint a termelés tőke szerinti elaszticitása. A következtetés tehát — bármennyire elméletinek tűnjék is — egyáltalán nem áll távol a gyakorlati tapasztalatoktól.

Az eredmény a következő egyszerű meggondolásokkal támasztható alá — részletesebb igazolásra itt nincs lehetőség. Ha a tőkekoeficiens változatlan marad — amit pedig igazán hosszútávú modellekben fel kell tételeznünk —, akkor a legcélszerűbb, ha éppen annyit fordítunk beruházásra, mint amennyivel a megnövekvő állóeszköz-állomány növeli a nemzeti jövedelmet. Ha ennél többet ruházunk be, akkor a beruházások folytán nem jön létre annyi termék-többlet, mint amennyibe a beruházások kerülnek, ha viszont ennél kevesebbet ruházunk be, akkor a beruházások kiterjesztésével növelhetnénk a szabadon felhasználható nemzeti jövedelmet. Az optimális helyzetet tehát akkor érjük el, ha a beruházások hozadéka éppen egyenlő a költségükkel, vagyis ha a beruházások éppen önmagukat tartják el.

Könnyű belátni, hogy egészen leegyszerűsített elméleti esetben az éppen akkor következik be, ha az állóeszközök százalékos hozadéka éppen egyenlő a kamatlábbal. Tehát az eszközhasználati díj megfelelő szintjével lehet elérni azt, hogy az egyes ágazatok, illetve vállalatok beruházási színvonalukat éppen annyira terjesszék ki, hogy a népgazdaság egészének beruházási színvonalá megfelelően az optimumnak. Gyakorlatban természetesen a probléma sokkal bonyolultabb, azonban semmiképpen sem szakad el messzire ettől az elvi megoldástól. Ennek alapján látható, hogy a *termelési függvény számítások és a beruházás-gazdaságossági számítások elvi alapjai kétszeresen is összefüggenek*.

Talán ennél az elméleti kérdésnél is fontosabb, hogy a beruházás-gazdaságossági számítások gyakorlati alkalmazásával kapcsolatos egyik legfontosabb részletkérdés megoldására éppen az itt leírt módszer segítségével lehet vállalkozni.

4.3. *A módszer szerepe a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságának elemzésében*

A beruházások és különösképpen a munkaerő megtakarító beruházások elemzésekor sorozatosan kerülünk szembe a következő problémával. *A beruházások nagy része — munkabér színvonalunk miatt — a beruházás-gazdaságossági számítások értelmében nem tűnik racionálisnak*. Éppen ellenkezőleg, könnyen bizonyítható, hogy a modernebb, nagyobb technikai felszereltséget igénylő eljárások drágábbak, mint a hagyományos eljárások. Az esetek nagy százalékában az egyszerű, sok kézimunkát foglalkoztató hagyományos eljárások a legolcsóbbak és a *műszaki fejlesztés határozottan növeli az önköltséget*. Ilyen körülmények között egy látszólagos megoldhatatlan dilemma előtt állunk: változatlan technológiai színvonal főként a jelenlegi munkaerőkorlátok mellett

nem vezethet gazdasági fejlődésre; a technikai színvonal növelése viszont ráfizetéses, és ráfizetésből aligha lehet egy ország gazdasági fejlődését finanszírozni. A hagyományos gazdaságossági számítások viszont semmiféle támpontot sem nyújtanak a probléma megoldására.

Az összefüggések lényegét — és egyben a probléma megoldásának módját — ismét a 2. ábra felhasználásával szemléltethetjük. A munkaerő megtakarító beruházások elemzésére kidolgozott klasszikus beruházás gazdaságossági módszer lényegében véve a helyettesítési folyamat gazdaságosságát vizsgálja, tehát azt a kérdést, hogy érdemes-e pl. a $p_1^{(1)}$ pontból a $p_1^{(2)}$ pontba átlépnünk. Ez a lépés a tőkeráfordítás megnövelésével jár és a munkaráfordítás csökkentését teszi lehetővé, a klasszikus beruházás gazdaságossági számítások értelmében tehát akkor gazdaságos, ha a beruházás kisebb, mint a várható munkabér megtakarítás diszkontált összege. A klasszikus szabályok szerint a beruházás akkor gazdaságos, ha a munkabér megtakarítás diszkontált összege nagyobb, mint a kezdeti beruházás. Könnyen érthető, hogy alacsony bérszínvonal esetén csak viszonylag kevés beruházás gazdaságos és így e számítások eredményeinek tényleges gyakorlati alkalmazása a gazdasági fejlődés ütemének lefékezéséhez vezethet.

A kérdés megoldását az adja meg, hogy munkaerő megtakarító beruházás esetén a $p_1^{(1)}$ pontból kiindulva nem a $p_1^{(2)}$ pontba lépünk át, vagyis nem valamely adott izokvant mentén haladunk, hanem a felszabadított munkaerőt a termelés bővítésére használjuk fel és így a $p_1^{(1)}$ pont fölött levő $p_2^{(2)}$ pontba lépünk át. A beruházás hozadéka ennek értelmében nem a megtakarított munkabér, hanem a \bar{q}_1 izokvantról a \bar{q}_2 izokvantra való átlépés változatlan munkaerő-állomány mellett, az állóeszköz-állomány kiterjesztése folytán. *A munkaerő megtakarító beruházás hozadéka* ennek értelmében a mi körülményeink között *nem a megtakarított munkabér, hanem az egy fő új munkaerő beállításával előállítható többletermelés* —, bizonyosra vehető ugyanis, hogy a felszabadított munkaerő, méghozzá általában ugyanabban az üzemben, a termelés bővítésére használható fel. A munkaerő megtakarító beruházás gazdaságossága ennek értelmében a termelés bővítés gazdaságosságával mérhető és nem a munkaerő megtakarítás gazdaságosságával.

A termelés új munkaerő beállításával való bővítésének gazdaságossága viszont a mi jelenlegi gazdálkodási viszonyaink mellett rendkívül nagy. A tapasztalatok egyértelműen azt bizonyítják, hogy az egyes vállalatok mindent megtesznek munkaerő-állományuk gyarapítása érdekében, és hogy a központi hatóságok ezt a törekvést képtelenek lefékezni, ami egyértelműen mutatja az új munkaerő beállításának nagyfokú gazdaságosságát. Az ezzel a kérdéssel kapcsolatos ökonometriai jellegű vizsgálatok ugyanakkor egyértelműen azt mutatják, hogy a munkaerő-állomány adott %-os növekedése esetén a termelés általában ugyanazzal a %-kal, sőt esetleg még nagyobb ütemben nő, mint a munkaerő, ugyanis új munkaerő beállítása általában a kapacitások jobb kihasználását és az üzemi mutatók javítását teszi lehetővé. *Egy fő új munkaerő beállítása tehát a kifizetendő munkabért messze meghaladó módon* növeli a termelést, úgyhogy a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságát ebből a megfontolásból kiindulva, más szemléletben kell megítélni.

Ez az eredmény nem jelenti azt, hogy a klasszikus eljárás elvileg hibás megfontolásokon alapult. A klasszikus eljárás azt tételezte fel, hogy a termelési tényezők értékelése hozadéknak felel meg, és hogy az egyes termelési tényezők a hozadéknak megfelelő piaci értékelés szintjén dotálva az egyes

gazdasági egységek számára korlátlanul hozzáférhetőek. A munkaerő vonatkozásában ez azt jelentené, hogy az egységnyi új munkaerő beállításával elérhető terméktöbblet a munkabérral egyenlő, továbbá hogy az adott munkabérszinten minden vállalat korlátlan mértékben szerezhet munkaerőt. Nyilvánvaló, hogy viszonyaink között egyik feltevés sem igaz, és így gazdaságossági kérdéseink megítélését nem bízhatjuk olyan módszerre, melynek alapfeltevései nyilvánvaló ellentétben állanak gazdasági valóságunkkal.

Összefoglalás

1. Ebben a tanulmányban a makroökonómiai szintű termelési függvények részben vállalati-üzemi szintű, technológiai, tehát mikroökonómiai jellegű adatok alapján való felírásának módszerével kapcsolatos elgondolásokat fejtettünk ki. Ez az elképzelés azon a feltételezésen és tapasztalaton alapszik, hogy a *helyettesítési és az expanziós folyamat*, valamint ezek paraméterei *nagymértékben függetlenek* egymástól; a makroökonómiai idősorok alapján sikerrel lehet meghatározni az expanziós folyamat paramétereit, a *helyettesítési folyamat paraméterei viszont üzemi szintű technológiai jellegű kérdések megítélésével* vannak közvetlen kapcsolatban, és az ezekre vonatkozó *adatok alapján határozhatók meg*. Célszerűnek látszik e két módszer összekapcsolása egymás kölcsönös kiegészítésére.

2. Ez a kölcsönös kapcsolat a homogén termelési felületek elmélete segítségével világítható meg a legkönnyebben. Ennek alapján könnyű belátni, hogy az üzemi szintű adatok elvben minden további nélkül beépíthetők a makroökonómiai növekedési összefüggéseket leíró termelési felületbe, ugyanakkor azonban nyilvánvaló, hogy ennek a problémának a megoldása nagyon *sok gyakorlati nehézséggel* jár. A cikk utalt ezekre a nehézségekre és megoldásuk irányára, minden részlet teljesen kielégítő tárgyalására azonban ezek között a keretek között nem lehetett vállalkozni.

3. A makroökonómiai és mikroökonómiai szemléletmód kapcsolatából még egy fontos összefüggésre: a *termelési függvények* elméletének és a *beruházás-gazdaságossági számításoknak* a *szerves és többoldalú kapcsolatára* lehetett következtetni. Egyrészt kitűnt, hogy ez a két eljárás kölcsönösen feltételezi egymást, ugyanis a termelési függvény számítások voltaképpen el sem végezhetők beruházás-gazdaságossági számítások nélkül, másrészt pedig hogy a termelési függvény számításokon alapuló optimális beruházási modellek voltaképpen a beruházás-gazdaságossági számítások elvi megalapozását adják. A makro- és mikroökonómiai adatok, valamint a kétféle számításmód összekapcsolása ennek értelmében nem véletlenszerű, hanem teljes mértékben megfelel a közgazdasági elmélet belső logikájának és mélyebb összefüggéseinek.

4. Talán még ennél is fontosabb, hogy ezek az eredmények fontos támpontot adhatnak a *munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságának* tényleges, gyakorlati *megítéléséhez*. Itt ugyanis egy súlyos ellentmondással állunk szemben: a beruházási politikának a klasszikus módszerekhez való igazítása arra az abszurd eredményre vezetne, hogy alig érdemes végrehajtani munkaerő-megtakarító beruházásokat, a klasszikus módszerek elvetése viszont arra az ugyancsak lehetetlen eredményre, hogy gazdasági fejlődésünket ráfizetéses beruházások sorozatával kellene előmozdítanunk. Az ellentmondás feloldását az itt kifejtett összefüggések adják meg, ezekből ugyanis kitűnik, hogy a

munkaerő megtakarító *beruházások hozadékát* nem a megtakarított munkabér, hanem a *felszabadított munkaerő felhasználásával elérhető termelésnövekmény alapján kell megítélnünk* —, ez utóbbi ugyanis kapacitásaink kihasználatlansága és a növekvő hozadékok érvényesülése folytán általában többszöröse a megtakarított munkabérnek.

5. Az elmondottak alapján feltétlenül célszerűnek látszik a *kutatások* két irányban való *folytatása*. Egyrészt ki kell dolgozni azokat a módszereket és össze kell állítani azokat az adatokat, melyek felhasználásával ki lehet egészíteni termelési függvény számításainkat. Másrészt részletesebben ki kellene dolgozni a munkaerő megtakarító beruházások gazdaságosságára vonatkozó elméleti eredményeinket, és ily módon lehetővé tenni azt, hogy ezt a kérdést az összefüggések valamennyi oldalának teljes mértékű figyelembevételével tudjuk megítélni.

(Beérkezett: 1971. december 13.)

IRODALOM

1. ARROW, K. J.—CHENERY, H. B.—MINHAS, B. S.—SOLOW, R. M.: Capital-labor substitution and economic efficiency. The Review of Economics and Statistics. XLIII (1961) 235—250.
2. BAUMOL, W. J.: Közgazdaságtan és operációanalízis. Budapest, 1968. 482—511 o.
3. CHENERY, H. B.: Process and productions functions from engineering data. In: LEONTIEF, W. W. (szerk.): Studies in the structure of the American economy. New York, 1953. 297—235.
4. FISZEL, H.: A beruházások hatékonysága és a termelés optimuma a szocialista gazdaságban. Budapest, 1968. 227 o.
5. GRILICHES, Z.—RINGSTAD, V.: Economics of scale in manufacturing: an econometric study of Norwegian establishment data. Harvard University—University of Oslo, 1970.
6. JOHANSEL, L.: A framework for production studies; micro /macro, short run/ long run. Second World Congress of the Econometric Society. Cambridge, 1970.
7. KURZ, M.—MANNE, A. S.: Capital-labor substitution in metal machining. The American Economic Review. LIII (1963) 662—679.
8. MARKOWITZ, H. M.—ROWE, A. J.: A machine tool substitution analysis. In: MANNE, A. S.—MARKOWITZ, H. M. (szerk.) Studies in process analysis. New York—London, 1963. 313—351.
9. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: A távlati tervezés ökonometriai modelljének eredményei. Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme a létszámváltozás ütemére vonatkozó különböző feltevések függvényében. Az egyszektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Tervhivatal Távlati Tervek Főosztálya és INFELOR Rendszerteknikai Vállalat. Budapest, 1970 május. 44 + 11 + 29 o.
10. MIHÁLYFFY L.—SZAKOLCZAI GY.: Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme. Gazdaság. 1971/3. sz. 83—106 o.
11. MINHAS, B. S.: An international comparison of factor costs and factor use. Amsterdam, 1963. X + 124 o.
12. PHELPS, E. E.: A felhalmozás aranszabálya (Tanmese). A gazdasági növekedés feltételei című kötetben. Budapest, 1967. 266—75 o.
13. PHELPS, E. E.: Második értekezés a felhalmozás aranszabályáról. A gazdasági növekedés feltételei című kötetben, Budapest, 1967. 276—96 o.
14. PÖLÖSKEI P.—SZAKOLCZAI GY.: Az ágazati CES termelési függvényszámítások újabb eredményei és egyes módszertani tapasztalatai. SZIGMA IV (1971) 3—23 o.
15. PÖLÖSKEI P.—SZAKOLCZAI GY.: Az idősorok hosszának szerepe a termelési függvény számításokban. SZIGMA, előkészületben.
16. RINGSTAD, V.: Estimation of production functions and technological change from micro data. Second World Congress of the Econometric Society. Cambridge, 1970.

17. SCHNEIDER, E.: Wirtschaftlichkeitsrechnung. Theorie der Investition. Tübingen—Zürich, 1957. VIII + 156 o.
18. SZAKOLCZAI GY.: Állóeszközgazdálkodás. Kézirat. Tankönyvkiadó. Budapest, 1967.
19. SZAKOLCZAI GY.: Az optimális beruházási hányad elméletének néhány továbbfejlesztése. Közgazdasági Szemle, előkészületben.
20. SZAKOLCZAI GY.—STAHL J.: Ágazati termelési függvények a magyar iparban. Közgazdasági Szemle, XIV (1967) 739—57 o.
21. WALTERS, A. A.: Production and const functions: An econometric survey. *Econometrica*, 31 (1963) 1—66 o.
22. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei IV.: Az állóeszközállomány optimális növekedési üteme. Az egyszektoros modell alapján végzett számítások eredményei. Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1971 május, 83 + 8 + 54 o.
23. Az ártervezés ökonometriai modelljének eredményei V.: Az állami ipar termelési függvényei (20 iparsoportra). Országos Anyag- és Árhivatal és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 július, 45 + 19 o.
24. A gépipari tervezés ökonometriai modelljének munkaanyagai I.: A munkaerő felszabadító beruházások gazdaságosságának elemzése. Helyzetfelmérő előzetes tanulmány. Kohó- és Gépipari Minisztérium Távlati Fejlesztési Főosztály és INFELOR Rendszertechnikai V., Budapest, 1970 november, 48 o.
25. A symposium on CES production functions: extensions and comments. *The Review of Economics and Statistics* L (1968) 443—80 o.

FORMULATION OF PRODUCTION FUNCTIONS FROM TECHNOLOGICAL DATA

Starting from the methodological experiences of the other study published here this paper makes an attempt to give a new method for the determination of the parameters of the substitution process, first of all of the marginal rate of substitution. The method starts from the theory of the homogeneous production surfaces and is based upon the finding that, as a matter of fact, the data on factory level referring to the possibilities for substituting manpower by investments give the marginal rate of substitution. Considering that in accordance with the results of the other paper the marginal rate of substitution is greatly independent from the other parameters of the production function, it seems feasible and expedient to determine this parameter on factory level, on the basis of technological data.

In spite of the theoretical simplicity of the solution a lot of practical difficulties emerge. On the one hand, greatly detailed factory data can be fitted only with difficulty into the highly aggregated system of production surfaces, and on the other hand, the value of the marginal rate of substitution is not completely independent from the other parameters. Real significance of all these problems can be measured only from the results of empirical studies.

In the course of the study under discussion it turned out that there is a multilateral, close relationship between the traditional investment efficiency calculations and the production function calculations. On the one hand, both methods mutually depend on each other, as each is partly supported by the other. On the other hand, by the help of connecting the two methods, the basic problem of analysing the labour-saving investments can be solved. According to this solution the returns of investments in this case cannot be measured in terms of wages of released manpower, but in terms of the additional products gained by the utilization of the released labour in another field.

ОПИСАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Настоящая статья, основываясь на опыты методологического характера другой работы, опубликованной в этом же номере, пытается дать новый метод для определения параметров процесса субституции, а в первую очередь для определения предельной пропорции взаимозаменяемости. Метод исходит из теории однородных поверхностей производства и осно-

вывається на осознании, что на самом деле данные на уровне завода, относящиеся к возможностям замены рабочей силы капитальными вложениями дают предельную пропорцию субституции. Ввиду того, что в силу результатов другой статьи, опубликованной в этом же номере, предельная пропорция субституции в большой мере независима от других параметров производственной функции, кажется разрешимым и целесообразным определить этот параметр на уровне завода, на основе технологических данных.

Несмотря на то, что решение с теоретической точки зрения является простым, возникает очень много практических трудностей. С одной стороны заводские данные, которые являются очень подробными, очень трудно изображать в сильно агрегированной системе соотношений производственных поверхностей, а с другой стороны значение предельной пропорции субституции не является совсем независимым от других параметров. Реальное значение всех этих проблем будет возможно оценить только на основе результатов эмпирических исследований.

В течение изложенного исследования выяснилось, что имеется многосторонняя тесная связь между традиционными расчетами эффективности капитальных вложений и расчетами производственных функций. С одной стороны оба метода взаимно предполагают друг друга, потому что оба опираются отчасти на другой. С другой стороны с помощью соединения двух методов можно решить основную проблему анализа классическими методами капитальных вложений, сэкономивших рабочую силу: т. е. тот, что в этом случае доход капитального вложения можно измерить не заработной платой освобожденной рабочей силы, а добавочной продукцией, произведенной в результате использования освобожденной рабочей силы в другом месте.