

OPTIMÁLIS LINEÁRIS ADÓ- ÉS NYUGDÍJRENDSZER
RUGALMAS MUNKAKÍNÁLAT ESETÉN¹

SIMONOVITS ANDRÁS

MTA KRTK Közgazdaságtudományi Intézet

Az adórendszer a dolgozók között osztja újra a munkajövedelmeket; a nyugdíjrendszer pedig a nyugdíjasok között osztja újra a nyugdíjjövedelmeket. Az egyszerűség kedvéért lineáris *transzferrendszert* vizsgálunk, amelyben a befizetett nyugdíjjárulékért és szja-ért cserében az idősök keresetarányos nyugdíjat, a dolgozók és a nyugdíjas pedig egyaránt alapjövedelmet kapnak. A munkakínálat maximalizálja a dolgozó leszámított életpálya-hasznosságát, amely a fiatal- és időskori fogyasztás mellett a szabadidőtől is függ. A kormányzat olyan transzferkulcsot és alapjövedelmet választ, amely maximalizálja a leszámítás mentes társadalmi jóléti függvényt. Fő eredményünk: e transzferrendszer egyensúlyt teremt a keresetarányos nyugdíjrendszer hatékonysága, valamint az alapjövedelem adta újraelosztás között.

Kulcsszavak: személyi jövedelemadó, nyugdíjrendszer, optimális újraelosztás.
JEL szám: H24, I31, J22, J26

1 Bevezetés

A személyi jövedelemadó és a tb-nyugdíjrendszer a modern jóléti állam két fontos pillére. Például a legegyszerűbb szja-rendszerben minden dolgozó keresetével arányos adót fizet, és cserébe azonos alapjövedelmet kap. A keresetarányos nyugdíjrendszer a kötelező életciklus-megtakarítás eszköze, az alapnyugdíj pedig felfogható úgy is, mint a személyi jövedelemadózás kiterjesztése a dolgozókról a nyugdíjasokra. (Az egyetlen eltérést a nyugdíjjárulékok egy részére vonatkozó plafon léte jelenti.) E kereszthatások tanulmányozása erőpróbáló, de fontos feladat.

A progresszív szja felszámolása 2011 és 2013 között, valamint a nyugdíjdegresszió fokozatosan tervezett megszüntetése 1998 és 2013 között időszerűvé teszi e felvetett kérdéseket Magyarországon. (A nettó kereset degresszív beszámítása lényegében megszünt, de a kevésbé fontos lineáris szolgálati időúj nyugdíj 2013-ra tervezett bevezetése az adóztatással együtt elmarad.) De már korábban felvetődött a nyugdíjdegresszió visszahozatala. A NYIKA keretében *Augusztinovics–Matils* [2010] dolgozta ki az arányos és az alapnyugdíj szimmetrikus kombinációját, valamint *Fehér* [2010] a tiszta alapnyugdíjat.

¹Köszönetemet fejezem ki Halpern Lászlónak, Köllő Jánosnak és a névtelen lektoroknak segítségükért. Hálás vagyok az OTKA K 67853 számú pályázat támogatásáért. Beérkezett: 2012. november 14. E-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu

Bár mindkét cikk jelentős empirikus számítást tartalmaz a fokozatos bevezetéséről, de a nevezett szerzők nem vállalkoztak az ösztönzési hatások figyelembe vételére. Külön aláhúzzuk, hogy az alapnyugdíj hívei sokat remélnek attól, hogy kereseti járulékok vagy adók helyett általános adókból (áfa?) fedezhető az alapnyugdíj. (Egyébként a lényegében szolgálati idővel arányos alapnyugdíjas cseh nyugdíjrendszert viszonylag magas kulcsú járulékok fedezik, tehát az alapnyugdíj fedezhető járulékokból is! Mi inkább a csak a tartózkodási idővel arányos holland rendszert modellezzük.)

Manapság már számos bonyolult modell vizsgálja az adó- és nyugdíjrendszer dinamikáját (vö. *Auerbach–Kotlikoff* [1987] és *Fehr–Habermann* [2008]). Ebben a cikkben viszont egy nagyon egyszerű statikus modellt elemzünk, amelyben a munkavállalási ösztönzést figyelembe véve a kölcsönhatás legfontosabb kvalitatív tulajdonságait tanulmányozzuk. Modellünk könnyen programozható, és fontos kérdésekre számszerű választ ad. Ugyanakkor elhanyagol számos más, ugyancsak fontos kérdést, amelyeket más modellekben számosan vizsgáltunk: például a kezdőnyugdíjak finomhangolását, a már megállapított nyugdíjak indexálásának részleteit, a transzferek (adók és nyugdíjak) jóváírását, magánmegtakarításokat és a nemzedékek közti újraelosztást.

Kiindulópontunk *Feldstein* [1987] egy nagyon egyszerű kétidőszakos OLG (együttélő nemzedékes) modellje, amelyben a fiatalok dolgoznak, az idősek pedig nyugdíjasok, és az egyének egy leszámított Cobb–Douglas-hasznosságfüggvényt maximalizálnak. A dolgozók jelentős része rövidlátó, és önkéntesen nem takarítana meg eleget időskorára. A kormányzat éppen ezért működtet egy kötelező nyugdíjrendszert, ugyanakkor korlátozva a messzelátók hatékony magánmegtakarításait. Feldstein az alap- és a rászorultsági nyugdíj közti választásra koncentrált, és ezért elhanyagolta a kereseti különbségeket és a munkakínálat rugalmasságát. Egy *paternalista* (diszkontálatlan) utilitarista társadalmi jóléti függvényt maximalizálva, igazolta, hogy a rászorultsági nyugdíj társadalmilag előnyösebb, mint az alapnyugdíj.

Cremer–De Donder–Maldonado–Pestieau [2008] bevezette az időbér-heterogenitást és a munkakínálat rugalmasságát is az elemzésbe, és ennek megfelelően az alapnyugdíjat kiegészítette egy keresetarányos résszel is (a két rész tényleges arányát vizsgálta *Disney* [2004]). Különválasztva a hitelkorlátos és hitelkorlát mentes esetet, és általánosabb egyéni hasznosság- és társadalmi jóléti függvényeket alkalmazva, meghatározták az optimális járulékkulcsot és az újraelosztást a rendszerben.

A jelen dolgozatban e két modellt újszerűen kombináljuk és gazdagítjuk. Elhanyagoljuk a magánmegtakarításokat (azaz feltesszük, hogy nem sokkal hatékonyabbak, mint a kormányzati kényszermegtakarítások). Feladjuk *Cremer és szerzőtársai* speciális, kvázilineáris szabadidő hasznosságfüggvényét. Bár megtartjuk a leszámítolási tényezők heterogenitását, de *Cremer és szerzőtársaival* ellentétben nem tekintjük őket függetlennek az időbérektől, sőt növekvő kapcsolatot teszünk fel közöttük. Végül bevezetjük az alapjövedelmet is, amelyet nemcsak a nyugdíjasok, de a dolgozók is megkapnak.

Főbb eredményeink a következők: kvalitatíve a társadalmilag optimális

transzferrendszer egyensúlyt teremt az arányos nyugdíjrendszer hatékonysági és az alapjövedelem szolidaritási előnyei között. Sejtés: a tiszta alapjövedelemes rendszer elmarad a társadalmi optimumtól. A kvantitatív eredményekre térve, megállapíthatjuk, hogy az optimális egyesített adó- és nyugdíjjárulékkulcs, röviden: *transzferkulcs* növekvő függvénye a következő három kulcsparaméternek: az adózás előtti időbér-egyenlőtlenségnek, a nyugdíjas és a munkaidőszak hosszarányának, valamint a leszámítolási tényezőnek (némi megtevesztő módon nagyobb leszámítolási tényező nagyobb előrelátást jelez). Figyelemre méltó, hogy az időbérhányados kritikus értéke alatt nincs optimális jövedelemadó, azaz alapjövedelem. (A modell kalibrálását illetően megnyugtató kivétel: ha nincs nyugdíjas időszak, akkor a kritikus hányados értéke 1, azaz akármilyen kis időbér-egyenlőtlenség esetén a nyugdíj nélküli, tiszta optimális adórendszerben megjelenik az újraelosztás.) Egy pillanatig visszatérünk az állandó nyugdíjkorhatár melletti népességöregedésre: ha az időhosszára nő, akkor mind az alapjövedelem, mind az arányos nyugdíj csökken.

Egyetlen számszerű eredménypárt ismertetünk: ahhoz, hogy a szuboptimális arányos, illetve alapjövedelemes transzferrendszer ugyanolyan jólétet adjon, mint az optimális vegyes rendszer, az időbéreket 3, illetve 5 százalékkal kellene növelni. (Megjegyezzük, hogy feltevés szerint a szabadidő paraméter értéke független a dolgozó korától.)

Minden vonzereje ellenére a három említett modell – *Feldstein, Cremer és szerzőtársai*, valamint a jelen modell – elhanyagolta a sokkal kifinomultabb nemlineáris nyugdíjjóváírási rendszert (*Sefton–van de Ven–Weale* [2008] és *Simonovits* [2011]), átsiklott a tb-nyugdíj keresetingszűrés ellen nyújtott biztosításon (*Varian* [1980]), és kizárta a kereseteltitkolást (*Simonovits* [2009]). Bár ezek a kérdések is fontosak, együttes elemzésük a modellt analitikusan kezelhetetlenné tennék.

A hátralévő rész szerkezete a következő. A 2. pont bemutatja a modellt. A 3. pont numerikusan szemlélteti az eredményeket. Végül a 4. pont levonja a következtetéseket.

2 A modell

Megkülönböztetjük a modell mikro- és makróoldalát. A modellben először megjelenő mennyiségek pozitívak (esetleg nullák). Mindvégig feltesszük, hogy a népesség és a gazdaság stacionárius, és nincs infláció.

Mikromodell

Legyen egy adott típusú dolgozó időegységre jutó teljes keresete (időbére) w , a munkaidő-alapja T és munkakínálata l : $0 < l < T$. Definíció szerint az adózás előtti keresete wl . Feltesszük, hogy minden dolgozó egységnyi hosszúságú időszakig dolgozik, és μ hosszúságú időszakig van nyugdíjban: $0 < \mu \leq 1$. (Ez a valóságos rendszerekben általában teljesül, de az egyszerű statikus modellekben feleslegesen $\mu = 1$ -gyel számolnak.) Ezért a folyam

(flow) jellegű mutatók időegységre értendők. Legyen a transzferkulcs (a járulék- és adókulcs összege) t , és a keresetarányos nyugdíj βwl , ahol β a *nyugdíjszorzó*, amely a kereseteket munkanyugdíjjá alakítja. Minden dolgozó és nyugdíjas ugyanazt az alapjövedelmet kapja: $\gamma \geq 0$. Ebben a modellben nincs magánmegtakarítás. Bevezetve a transzferkulcs „kiegészítését”: $\bar{t} = 1 - t$, a dolgozó és a nyugdíjas fogyasztása rendre

$$c = \gamma + \bar{t}wl \quad \text{és} \quad d = \gamma + \beta wl . \quad (1)$$

Az egyénileg optimális munkakínálat meghatározásához szükségünk lesz a szabadidő és a fiatalkori fogyasztás hasznosságarányának együttthatójára, jele: ξ és a leszámítolási tényezőre, jele: δ , ahol $0 < \delta \leq 1$. Ekkor a w időbérért dolgozó, δ leszámítolási tényezőjű egyén Cobb–Douglas életpálya hasznosságfüggvénye

$$U(w, \delta, c, l, d) = \log c + \xi \log(T - l) + \mu\delta \log d . \quad (2)$$

Behelyettesítve az (1) fogyasztási párt az eredeti (2) hasznosságfüggvénybe, egy redukált hasznosságfüggvényt kapunk, amelynek két paramétere az időbér és a leszámítolási tényező, valamint egyetlen változója a munkakínálat:

$$u(w, \delta, l) = \log(\gamma + \bar{t}wl) + \xi \log(T - l) + \delta\mu \log(\gamma + \beta wl), \quad \bar{t} = 1 - t . \quad (3)$$

Megjegyezzük, hogy közgazdaságilag helyesebb a szabadidő hasznosságfüggvényben a $T - l$ szabadidőt a w időbérrel megszorozni. Mivel $\log w(T - l) = \log w + \log(T - l)$, ezért az optimális munkakínálatot ez a módosítás nem érinti, de a jóléti összehasonlításban figyelembe vesszük.

Az optimális munkakínálat a határhasznosság–munkakínálat-függvény azon gyöke, amelyre $u''_l[p, l] < 0$:

$$0 = u'_l(w, \delta, l) = \frac{\bar{t}w}{\gamma + \bar{t}wl} - \frac{\xi}{T - l} + \frac{\delta\mu\beta w}{\gamma + \beta wl} . \quad (4)$$

Rendezéssel egy másodfokú egyenlet adódik:

$$a_2 l^2 + a_1 l + a_0 = 0 ,$$

ahol

$$a_2 = -(1 + \xi + \delta\mu)\bar{t}\beta w^2 ,$$

$$a_1 = \bar{t}w(T\beta w - \gamma) - \xi w(\gamma\beta + \bar{t}\gamma) + \delta\mu\beta w(\bar{t}wT - \gamma) ,$$

és

$$a_0 = \bar{t}wT\gamma - \xi\gamma^2 + \delta\mu\beta w\gamma T .$$

Nyilvánvalóan a nagyobb gyök adja az optimumot. Megjegyezzük, hogy zavaróan bonyolultan függ az optimális munkakínálat a modell paramétereitől. A cikk egyik névtelen lektorának javaslatát megfogadva az implicit függvény tétele alapján hamarosan megvizsgáljuk, kvalitatíve hogyan függ az optimális munkakínálat a paramétereiktől.

Fontosságuk és egyszerűségük miatt érdemes két speciális esetet kiemelni.

1. az *arányos nyugdíjrendszer* (P) adórendszer nélkül: $\gamma = 0$, valamint
2. az *alapjövedelem* (F) arányos nyugdíj nélkül: $\beta = 0$. Mindkét esetben a másodfokú egyenlet elsőfokúra egyszerűsödik. Sőt, a Cobb–Douglas-specifikáció miatt az 1. esetben a kereseti és nyugdíjparaméterek is kiesnek. A megfelelő optimális munkakínálatok rendre

$$l_0^P = \frac{T}{1 + \xi} < l^P = \frac{(1 + \delta\mu)T}{1 + \xi + \delta\mu} < T \quad \text{és} \quad 0 < l_w^F = \frac{T - \xi\gamma/(\bar{t}w)}{1 + \xi} < l_0^P, \quad (5)$$

ahol l_0^P a Feldstein-féle rövidlátók ($\delta = 0$) arányos rendszerbeli optimális munkakínálata. Ez a szám alsó korlátja az arányos rendszer optimumának, és felső korlátja az alaprendszerének. Ahhoz, hogy az alapjövedelem-rendszerben pozitív munkakínálatunk legyen, (5b) szerint fel kell tennünk, hogy

$$\bar{t}wT > \xi\gamma. \quad (6)$$

Ez a feltevés egyszerűen azt jelenti, hogy az alapjövedelem és a szabadidő együtthatójának szorzata kisebb, mint a kiegészítő transzferkulcs, az időbér és az időalap szorzata.

Általában az optimális munkakínálat (következésképp a kereset) bonyolult függvénye a paraméterértékeknek, ezért beszélünk némileg bonyolultan időbér-egyenlőtlenségről kereset-egyenlőtlenség helyett.

Most megadjuk az optimális munkakínálat paraméterfüggését. Némileg más alakban újra felírjuk az optimalitási feltételt. Legyen p a modell egy tetszőleges paramétere, ekkor

$$u'_i[p, l] = 0. \quad (4p)$$

Az implicit függvény tétele szerint, ha kizárjuk az elfajult $u''_{ii}[p, l] = 0$ esetet, akkor az $l(p)$ függvény létezik és sima, s deriváltját a következő képlet adja:

$$l'(p) = -\frac{u''_{lp}[p, l]}{u''_{ii}[p, l]}.$$

Az optimalitás elégséges feltétele miatt $u''_{ii}[p, l] < 0$, ezért

$$\text{sgn } l'(p) = \text{sgn } u''_{lp}[p, l].$$

(4p) p -szerinti parciális deriválásával $\gamma > 0$ esetén adódnak az előjelek. Az optimális munkakínálat csökkenő függvénye a t transzferkulcsnak, valamint a γ alapjövedelemnek, és növekvő függvénye a w időbérnek, a μ időhosszaránynak, a δ leszámítolási együtthatónak, valamint a β nyugdíjszorozónak.

Makromodell

Eddig csupán egy típust mérlegeltünk, adott w időbérrel és δ leszámítolási tényezővel. Most bevezetjük a típusok heterogenitását, de egyetlen példától

eltekintve, feltesszük, hogy a típusok csak az időbérben és a tőle függő leszámítolási tényezőben, és következésképp a munkakínálatban különböznek, de ugyanannyi évesen (hónaposan) kezdenek dolgozni, mennek nyugdíjba és halnak meg, w -tól függetlenül. (A valóságban magasabb időbérhez kisebb szabadidő együtttható és hosszabb várható élettartam tartozik, de egy kivételtől eltekintve elhanyagoljuk e bonyodalmakat. Emellett ismerünk alacsony időbérű messzelátó dolgozókat és magas időbérű rövidlátókat, de súlyuk elhanyagolhatónak tűnik.) Bevezetve az \mathbf{E} jelölést az időbérelaszlás várható értékére, a transzferrendszer mérlegegyenlete

$$t\mathbf{E}(wl) = (1 + \mu)\gamma + \mu\beta\mathbf{E}(wl), \quad \text{azaz} \quad \gamma = (1 + \mu)^{-1}(t - \mu\beta)\mathbf{E}(wl), \quad t \geq \mu\beta. \quad (7)$$

Megfelelő mértékegységet választva, feltehető, hogy a várható időbér egysége: $\mathbf{E}(w) = 1$.

Tipikusan *általános egyensúlyi* modellt kell vizsgálnunk, mert a típusfüggő munkakínálat függ a (t, β, γ) -hármastól, és a (7) mérlegegyenlet függ a munkakínálatoktól. A walrasi rendszer kritikussai egyébként épp e túlzott bonyolultság miatt ellenzik a megközelítést.

Az arányos rendszerben a (7) mérlegfeltétel triviális: $t^P = \mu\beta$. Az alapjövedelem-rendszer ($\beta = 0$) mérlegegyenlete sem túl bonyolult. Behelyettesítve l_w -t [(5b)] a (7) mérlegegyenletbe, és felhasználva $\mathbf{E}(w) = 1$ -et, adódik az

$$(1 + \mu)\gamma = t \frac{T}{1 + \xi} - t \frac{\xi\gamma}{(1 + \xi)t} \quad (8)$$

fixpontegyenlet. Rendezéssel kapjuk az alapjövedelmet a modell paramétereinek függvényében:

$$\gamma^F(t) = \frac{T}{(1 + \mu)(1 + \xi)t^{-1} + \xi t^{-1}}. \quad (9)$$

Bevezetve a $\nu = (1 + \xi)(1 + \mu)$ jelölést, a maximális alapjövedelem a

$$0 < t_M = \frac{\sqrt{\nu}}{\sqrt{\nu} + \sqrt{\xi}} < 1 \quad (10)$$

transzferkulcsra valósul meg.

Behelyettesítve $\gamma^F(t)$ -t [(9)] az $l_w > 0$ [(6)] feltételbe, adódik a modellben megengedett minimális időbér:

$$w > \frac{\xi}{\nu t^{-1} + \xi}, \quad \text{vagyis} \quad w > \frac{1}{\sqrt{\nu/\xi} + 1} \quad (t = 1/2).$$

Feldstein nyomán a társadalmi optimum megállapításához egy *paternalista* társadalmi jóléti függvényt vezetünk be, ahol az egyéni hasznosságfüggvényekben δ helyett 1-et írunk:

$$V(t, \beta, \gamma) = \mathbf{E}U(w, 1, c, l, d) = \mathbf{E}[\log c + \xi \log(T - l) + \mu \log d], \quad (11)$$

ahol γ kiegyensúlyozott [(7)].

Először az *arányos* rendszert vizsgáljuk, és behelyettesítjük a $\beta = \mu^{-1}t$ mérlegegyenletet a (3) egyenletbe: az optimális transzferkulcs

$$t_P^* = \frac{\mu}{1 + \mu}, \quad (12)$$

biztosítva a fiatal és időskori fogyasztás egyenlőségét: $d_P^* = c_P^*$. Valóban, a redukált hasznosságfüggvény

$$U[t] = \log(1 - t) + \mu \log(t) \rightarrow \max .,$$

innen az optimális transzferkulcsot

$$U'[t] = -\frac{1}{1-t} + \frac{\mu}{t} = 0$$

határozza meg. Ekkor a megoldás valóban t_P^* , és a hozzátartozó fogyasztási pár

$$c_P^* = d_P^* = \frac{w}{1 + \mu}.$$

Mivel az optimumhely független az időbértől, ugyanez marad a társadalmi optimum.

Az *alapjövédelmes* rendszert vizsgálva, $\gamma^F(t)$ -t [(9)] kell behelyettesíteni $V(t, 0, \gamma)$ -be, de a keletkező függvény túl bonyolult ahhoz, hogy a lokális maximum egyszerűen kiszámítható lenne. Megismételjük a Bevezetésben említett sejtést: a tiszta alapjövédelmes rendszer társadalmilag nem optimális.

3 Numerikus szemléltetés

A két tiszta esetet leszámítva, képleteink túl bonyolultak ahhoz, hogy analitikus vizsgálatokat végezzünk. De még az alapjövédelmes rendszer társadalmi optimumát sem tudtuk analitikusan meghatározni. Ezért numerikus szemléltetésekre lesz szükségünk.

Az egyszerűség kedvéért csak két típust különböztetünk meg: az alacsony- és a magas időbérűeket, jelük L és H, akik egyben rövid- és messzelátók. Népeségbeli súlyuk: $f_L = 2/3$ és $f_H = 1/3$, *alapfutásunkban* időbérük: $w_L = 0,5$ és $w_H = 2$. Emellett a $T = 2$ és $\xi = 1,5$ számpárt fogadjuk el. Kerek számokra törekedve, némi kísérletezés után a 40 éves munkaviszonyt és a 20 éves nyugdíjaslétet $\mu = 1/2$ jelzi. A két típus leszámítolási tényezője rendre $\delta_L = 0,4$ és $\delta_H = 0,7$, a megszokott évi szinten (30 évre elosztva) rendre 0,970 és 0,988. Ekkor (9)-(10) szerint a maximális alapjövédelem – ez független a leszámítolási tényezőktől – a $t_M = 0,613$ transzferkulcsnál valósul meg: $\gamma_M = 0,2$; és $l_L > 0$ [(6)] pedig ekvivalens a $w_L > 0,387$ feltétellel.

A (7b) mérlegegyenletet kielégítendő, érdemes olyan (t, β) párokból kiindulni, amelyekre $t \geq \mu\beta$ teljesül, azaz marad tér az alapjövédelemre. Az egyensúlyi alapjövédelem értékét a fokozatos közelítés módszerével számítjuk ki. Önkényesen az $\mathbf{E}(w|_0) = 1$ normálással indítva iterációnkat, az első iteráció eredménye $\gamma_0 = (1 + \mu)^{-1}(t - \mu\beta)$. Az m -edik iterációban az $l(\gamma_{m-1}, w)$

időbér-specifikus munkakínálatot (7b) szerinti γ_{m-1} -ből határozzuk meg, majd a $\gamma_m = (1+\mu)^{-1}(t-\mu\beta)\mathbf{E}(wl(\gamma_{m-1}, w))$, $m = 1, 2, \dots$, (7b) mérlegfeltételből adódik az újabb közelítés a kiegyensúlyozott alapjövedelemre. A tapasztalatok szerint a $\gamma_m \rightarrow \gamma$ konvergencia nagyon gyors. Bonyolultabb számítással minden bizonnyal igazolható lenne, hogy kontrakciós leképezésünk van, tehát a Banach-féle fixponttétel ebben az elemi esetben működik. (Kereskedelmi szoftvert alkalmazók előtt a konvergenciakérdés rejtve marad!)

Az optimális arányos, alap és vegyes rendszer aggregált jellemzőit az 1. táblázatban, az egyéni jellemzőit a 2. táblázatban ismertetjük. Csupán a rendszerek relatív hatékonysága kíván magyarázatot. Jelölje $V_X(e)$ az X rendszer társadalmi jóléti függvényértékét, ahol mindkét típus időbére e -vel van megszorozva. Ha az A és a B rendszert hasonlítjuk össze, és $V_A(1) < V_B(1)$, akkor létezik olyan $e > 1$ valós szám, amelyre $V_A(e) = V_B(1)$, s ekkor $1/e$ az A rendszer relatív hatékonysága B függvényében.

Típus	Transzferkulcs t	Alapjövedelem γ	Nyugdíj-szorozó β	Átlagkereset $\mathbf{E}(wl)$	Relatív hatékonyság $1/e$
Arányos (P)	0,33	0,000	0,66	0,928	0,97
Alapjövedelmes (F)	0,49	0,189	0,00	0,578	0,95
Vegyes (M)	0,52	0,158	0,40	0,741	1,00

1. táblázat. A három rendszer aggregált optimális jellemzői
($w_H/w_L = 4$, $\delta_L = 0,4$ és $\delta_H = 0,7$)

Típus	Alacsony			Magas		
	időbérű					
	munkakínálat l_L	dolgozó fogyasztás c_L	nyugdíjas d_L	munkakínálat l_H	dolgozó fogyasztás c_H	nyugdíjas d_H
Arányos	0,889	0,296	0,296	0,947	1,264	1,262
Alapjövedelmes	0,356	0,280	0,189	0,689	0,892	0,189
Vegyes	0,512	0,281	0,260	0,856	0,980	0,843

2. táblázat. A három rendszer egyéni optimális jellemzői

Analitikusan már meghatároztuk a szuboptimális arányos rendszer optimális transzferkulcsát [(12)]: $\tau = 1/3$. Kerekítési hibáktól eltekintve ez egyenlővé teszi a fiatal- és időskori fogyasztás intenzitását. E rendszernek "csak" az a hiányossága, hogy lemondva az újraelosztásról, nem biztosít méltányos fogyasztást az alacsony időbérűeknek (2. táblázat 1. sora).

A társadalmilag szuboptimális alapjövedelmes rendszert viszont egy másik hiba terheli: minden időskori fogyasztási különbséget eltüntet, s ezzel a hatodára csökkenti a magas időbérű fogyasztását (2. táblázat 2. sora). (Itt már kvantitatíve elviselhetetlenné válik, hogy a messzelátók megtakarítását kiküszöböltük!) Nem meglepő, hogy a kívánt transzferkulcs mellett olyan kicsi az alacsony időbérűek munkakínálata, hogy még időskori fogyasztásuk is jóval elmarad az arányosétól: $0,19 < 0,3$. A fő jóléti nyereség (ha egyáltalán helyes nyereségről beszélni) az alacsony időbérűek majd harmadára csökkentett munkaideje: $0,36 < 0,89$.

Az optimális egyes rendszer a két szuboptimális tiszta rendszernek valóban jó kombinációja (2. táblázat 3. sora). Egyrészt megőrzi az alapjövedelemrendszer nagy transzferkulcsát, ugyanakkor a nyugdíjszorzó az arányos rendszerének a 60 százaléka, ezért nem rombolja le a munkakínálati ösztönzőket, és elfogadható fogyasztást biztosít mindkét típusnak mindkét időszakban. Végül megadjuk a szuboptimális rendszerek relatív hatékonyságát: $1/e_{P|M} = 0,97$ és $1/e_{F|M} = 0,95$.

Most rátérünk a modell érzékenységvizsgálatára: hogyan hat a kimenetre a kulcsparaméterek értékváltoztatása? Az alapesetet minden táblázatban dőltve közöljük.

A vizsgálatot a szabadidő-hasznosság paraméterével kezdjük. Várható volt, hogy minél nagyobb e paraméterérték, annál kisebb a munkakínálatpár és az optimális transzferkulcs. Meglepő volt azonban, hogy e paraméterérték változásának hatása nem volt drámai (3. táblázat): amikor ξ értékét 1-ről 1,5-en keresztül 2-re növeltük, akkor az optimális transzferkulcs 0,54-ről csupán 0,52-ra, illetve 0,51-ra csökkent; s a nyugdíjszorzó is stabil maradt. Igaz, az alapjövedelem 0,21-ről 0,16-on keresztül 0,13-ra csökkent, valamint az átlagkereset is 0,92-ről 0,74-on keresztül 0,62-ra csökkent.

Szabadidő paraméter ξ	Transzfer- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Nyugdíj- szorzó β	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	A l a c s o n y	
					dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas d_L
1,0	0,54	0,211	0,39	0,918	0,363	0,340
1,5	0,52	0,158	0,40	0,741	0,281	0,260
2,0	0,51	0,127	0,41	0,623	0,229	0,212

3. táblázat. A szabadidő-paraméter hatása a társadalmi optimumra

A hátralévő részben a politika által befolyásolhatóbbnak tűnő időbérarány (ω), az időhosszarány (μ), a leszámítolási tényező (δ) és a várható élettartam egyenlőtlenség (ε) hatását elemezzük.

Először az időbér-egyenlőtlenséget jelképező $\omega = w_H/w_L$ mutatót fokozatosan csökkentjük 4-ről 1-re. Előre várható volt, hogy az egyenlőtlenség mérséklődésekor az optimális transzferkulcs is csökken, de csak a 4. táblázat numerikus számításai mutatják e hatás mennyiségi értékét: az optimális transzferkulcs 0,52-ről 0,33-ra csökken, és az alapjövedelem már az $\omega = 2$ -es alatt (pontos kritikus érték: 1,8) eltűnik. Ezzel párhuzamosan a nyugdíjszorzó meredeken nő, s eléri az optimális arányos rendszer jellemzőit.

Időbér- hányados ω	Alacsony időbér w_L	Transzfer- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Nyugdíj- szorzó β	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	A l a c s o n y	
						dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas d_L
4	0,5	0,52	0,158	0,40	0,741	0,281	0,260
3	0,6	0,46	0,111	0,51	0,811	0,337	0,324
2	0,75	0,35	0,015	0,65	0,905	0,440	0,440
1	1	0,33	0,000	0,66	0,908	0,596	0,587

4. táblázat. Az időbér-egyenlőtlenség hatása a társadalmi optimumra
($\mu = 0,5$, $\delta_L = 0,4$ és $\delta_H = 0,7$)

Az időhosszarány hatásvizsgálatakor a $\mu = 0$ szélső esetben a tiszta adórendszerhez jutunk el (ezt a 8. táblázatban még a béregyenlőtlenség szempontjából megvizsgáljuk). Az optimális transzferkulcsra az 5. táblázatban viszonylag kicsiny értéket kapunk: 0,36; hiszen nem kell a nyugdíjasokról gondoskodni. Megemelve az időhosszarányt 0-ról 0,5-en keresztül 1-re, az optimális transzferkulcs 0,36-ról 0,52-on keresztül 0,62-ra emelkedik, míg az alapjövedelem (intenzitása) 0,21-ről 0,16-on keresztül 0,13-ra zuhan. Eközben az átlagkereset 0,6-ról 0,74-on keresztül 0,85-ra emelkedik. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy mennyire torzít az irodalomban szokásos, de a statikus modellben felesleges $\mu = 1$ specifikálás. Például az optimális transzferkulcs 0,52 helyett 0,62-nak adódik. (A dinamikus modellekben viszont már tényleg nem lehet félidőszakokkal számolni, mert akkor nem tudjuk megfelelően leírni a népességöregedési folyamatot.)

Időhosszarány μ	Transzferkulcs t	Alapjövedelem γ	Nyugdíjszorozó β	Átlagkereset $\mathbf{E}(wl)$	Alacsony fogyasztása	
					c_L	d_L
0,00	0,36	0,215	0	0,598	0,342	–
0,25	0,45	0,181	0,46	0,676	0,308	0,287
0,50	0,52	0,158	0,40	0,741	0,281	0,260
0,75	0,58	0,141	0,36	0,798	0,258	0,241
1,00	0,62	0,128	0,32	0,852	0,242	0,224

5. táblázat. Az időhosszarány hatása a társadalmi optimumra ($\omega = 4$)

Eddig bemutatott eredményeink csak a szabadidő-paramétertől és az időhosszaránytól függttek, de függetlenek voltak a munka- és nyugdíjas időszak abszolút hosszától. Napjaink fejlett országában a születéskor várható élettartam növekedését főleg az időskori halandóság süllyedése okozza. Elméletben és gyakorlatban egyaránt szokásos feltevés, hogy a felnőttkori várható élettartam emelkedésével párhuzamosan emelkedik a munkaképességi időszak hossza, nevezetesen ahol a szabadidő-paraméter értéke alacsony marad. Elfogadva e feltevést, az 5. táblázat eredményeit úgy is értelmezhetjük, hogy érdemes az általános nyugdíjkorhatárt indexálni a felnőtt várható élettartammal (Andersen [2012]).

Rátérünk az egyéni leszámítolási tényező változására. Eleve azt várjuk, hogy minél előrelátóbb a dolgozó, annál jobban megérti a nyugdíjbiztosítás fontosságát, de a számítások elvégzése előtt bizonytalanak voltunk az újraelosztás optimális mértékének változásában. Most megnézzük, mi történik, ha 0,25-ről 0,5-en keresztül 1-ig emelve az átlagos $\delta = f_L \delta_L + f_H \delta_H$ leszámítolási tényezőt, 2:1 arányban változtatva a kis- és a nagy leszámítolási tényezőt. Ekkor az optimális transzferkulcs 0,49-ről 0,52-n keresztül 0,59-ig emelkedik, miközben a nyugdíjszorozó alig változik, és az alapjövedelem 0,14-ről 0,16-on keresztül 0,19-ig nő. Az átlagkereset mérsékelten nő: 0,72-ről 0,74-en keresztül 0,76-ig.

Átlagos diszkont- tényező δ	Transzfer- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Nyugdíj- szorzó β	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	A l a c s o n y	
					dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas d_L
0,25	0,49	0,144	0,38	0,720	0,268	0,237
0,50	0,52	0,158	0,40	0,741	0,281	0,260
0,75	0,55	0,174	0,41	0,758	0,294	0,283
1,00	0,59	0,194	0,42	0,765	0,303	0,305

6. táblázat. Az egyéni leszámítolási tényező hatása a társadalmi optimumra
($\omega = 4$, $\mu = 0,5$; $\delta = f_L \delta_L + f_H \delta_H$)

Most kitérünk a várható élettartam időbértől való függésére. Megtartva az átlagos időhosszarány 0,5-es értékét, differenciáljuk az egyéni várható élettartamokat: $\varepsilon = \mu_H/\mu_L$. Ekkor a mérlegegyenlegből nem lehet kiemelni a hosszhányadokat, ezért új alakja

$$t\mathbf{E}(wl) = (1 + \mathbf{E}(\mu))\gamma + \beta\mathbf{E}(\mu wl),$$

Évekre térve át, $D_i = 60 + 20\mu_i$, $i = L, H$. Lecsökkentve az alacsony időbérű egyének várható élettartamát 80-ról 76,7-re, a legtöbb jellemző alig változik. Például az optimális transzferkulcs és az alapjövedelem szinte változatlan marad, de a nyugdíjszorzó 0,4-ről 0,32-re zuhan.

Rövidebb várható élettartam D_i	Transzfer- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Nyugdíj- szorzó β	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	A l a c s o n y	
					dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas d_L
80,000	0,52	0,158	0,40	0,741	0,281	0,260
76,667	0,53	0,165	0,32	0,744	0,273	0,239

7. táblázat. Az időhosszarány heterogenitásának hatása a társadalmi optimumra
($\varepsilon = 1,6$ és $\mathbf{E}(\mu) = 0,5$)

Most a nyugdíjrendszert kirekesztjük: $\mu = 0$, és csak a tiszta adórendszert vizsgáljuk. Kiderül, hogy az időbér-hányados csökkentésével az optimális adókulcs 0,36-ról folyamatosan csökken 0-ra, és itt a kritikus időbér-hányados 1, tehát akármilyen kicsi is az időbér-egyenlőtlenség, az optimális adó pozitív. Ezzel párhuzamosan nő az átlagkereset és természetesen az alacsonyabb időbérűek fogyasztása.

Időbér- hányados ω	Adó- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	Alacsony
				időbérű fogyasztása c_L
4	0,36	0,215	0,598	0,342
3	0,28	0,182	0,649	0,418
2	0,14	0,102	0,729	0,557
1	0,00	0,000	0,800	0,800

8. táblázat. Az időbér-hányados hatása a társadalmilag optimális adóra
($\mu = 0$)

Halpern László javasolta, hogy ismételjük meg a számításokat arra az esetre, ha a GDP-számításokhoz hasonlóan a szabadidő nyújtotta hasznosságot

kihagyjuk a paternalista társadalmi jóléti függvényből. Eddigi számításainkban a legnagyobb érzékenységet az időbér-egyenlőtlenség esetén tapasztaltuk, ezért ezt számoljuk újra. Azt vártuk, hogy az ösztönzés felértékelődik, de hogy ennyire, az meglepetés volt: a társadalmi optimum semmilyen újraelosztást nem tűr meg, az optimális vegyes rendszer arányos. Eredményeinket a 9. táblázat tartalmazza.

Időbér- hányados ω	A l a c s o n y						
	Alacsony időbér w_L	Transzfer- kulcs t	Alap- jövedelem γ	Nyugdíj- szorzó β	Átlag- kereset $\mathbf{E}(wl)$	dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas nyugdíjas d_L
4	0,5	0,33	0	0,66	0,928	0,298	0,293
3	0,6	0,33	0	0,66	0,924	0,357	0,352
2	0,75	0,33	0	0,66	0,918	0,447	0,440
1	1	0,33	0	0,66	0,908	0,596	0,587

9. táblázat. Az időbér-hányados hatása a szabadidő kirekesztésével

Eddig csak egy-egy dimenzióban változtattuk a paraméterértékeket, a 10. táblázatban egyszerre változtatjuk őket, úgy, hogy az alapfutás értékei középen maradjanak, és a változások iránya kedvező legyen. Ekkor a változások összeadódnak, és a részváltozásokhoz képest nagyobb változások figyelhetőek meg. A legkedvezőtlenebb esetben, amikor legnagyobb az időbér-egyenlőtlenség ($\omega = 6$), legrövidlátóbbak a dolgozók és leghosszabb az időskor, akkor nagyon nagy az optimális transzferkulcs: 0,59; viszonylag nagy az alapjövedelem: 0,17 és alacsony az átlagkereset (azaz a munkakínálat): 0,68. A legkedvezőbb esetben viszont, amikor legkisebb az időbér-egyenlőtlenség, legmesszelátóbbak a dolgozók és legrövidebb az időskor, akkor nagyon kicsiny az optimális transzferkulcs: 0,30; viszonylag kicsiny az alapjövedelem: 0,08 és magas az átlagkereset (azaz a munkakínálat): 0,82.

Idő- bérhá- nyados ω	Kisebb							
	leszámí- tolási tényező δ_L	Idő- hossz- hányados μ	Transz- fer- kulcs t	Alap- jöve- delem γ	Nyug- díj- szorzó β	Átlag- kere- set $\mathbf{E}(wl)$	A l a c s o n y dolgozó f o g y a s z t á s a c_L	nyugdíjas nyugdíjas d_L
6	0,1	0,75	0,59	0,170	0,2	0,678	0,196	0,183
4	0,4	0,50	0,52	0,158	0,4	0,741	0,281	0,260
2	0,7	0,25	0,30	0,082	0,7	0,821	0,497	0,497

10. táblázat. Együttes változások hatása

Vég nélkül folytathatnánk a számításainkat, de megállunk itt. Reméljük, hogy további vizsgálatok megerősítik a fenti eredményeket.

4 Következtetések

Minimális modellünkben a korfüggő újraelosztást mint az arányos nyugdíj-rendszer és a mindenkire kiterjedő arányos adó – alapjövedelem lineáris kombinációját írtuk le. A társadalmilag szuboptimális arányos rendszer viszonylag nagy munkakínálatot ad, de kicsi időskori alacsony fogyasztással. A társadalmilag szuboptimális alapjövedelem-rendszer a magas időbérűek időskori

fogyasztását is alacsony szintre nyomja le, viszont rengeteg szabadidőt enged meg az egész társadalomnak. A társadalmilag optimális vegyes rendszer harmonizálja a két eredményt: viszonylag nagy munkakínálatot és fogyasztást enged meg a magas időbérűeknek, és viszonylag sok szabadidőt (bár kis időskori fogyasztást) biztosít az alacsony időbérűeknek. Modellünkben a társadalmilag optimális transzferkulcs egyenlővé teszi a dolgozók és a nyugdíjasok fogyasztását mindkét időbér-osztályban; és a kulcs növekvő függvénye az időbér-hányadosnak, az időhosszaránynak és a leszámítolási tényezőnek. Ha megengednénk az önkéntes magánmegtakarítást, akkor a társadalmilag optimális rendszer valószínűleg több újraelosztást is elviselne, anélkül, hogy a munkakínálat összeesne.

Zárásként hangsúlyozzuk, hogy modellünk statikus, és nem veszi tekintetbe az időbeli változásokat. Például Andersen [2012] dinamikus modellje megpróbál választ keresni arra, hogyan kell megosztani a népességöregedés miatti megnövekedett terheket a megtakarítások (járulékkulcs) és a korhatár emelések között. De ennek a kérdésnek a szabatos megválaszolásához már igazi korosztályi modelleket kell alkalmazni!

Irodalom

1. Andersen, T. M. [2012]: Fiscal Sustainability and Demographics – Should we Save or Work More?, *Journal of Macroeconomics* 34, 264–280. o.
2. Auerbach, A. J.–Kotlikoff, L. J. [1987]: *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge, Cambridge University Press.
3. Augusztinovics Mária–Matits Ágnes [2010]: Pontrendszer és alapnyugdíj, *Holtzer Péter, szerk.* 234–247. o.
4. Cremer, H.–De Donder, Ph.–Maldonado, D.–Pestieau, P. [2008]: Designing a Linear Pension Scheme with Forced Savings and Wage Heterogeneity, *Journal of Economic Surveys* 22, 213–233. o.
5. Disney, R. [2004] Are Contribution to Public Pension Programmes a Tax on Employment?, *Economic Policy* 39, 267–311. o.
6. Fehr, H.–Habermann, C. [2008]: Risk Sharing and Efficiency Implications of Progressive Pension Arrangements, *Scandinavian Journal of Economics*, 110, 419–443. o.
7. Fehér Csaba [2010]: Az általános alapnyugdíj paradigmája, *Holtzer Péter, szerk.* 264–273. o.
8. Feldstein, M. S. [1987]: Should Social Security be Means-Tested?, *Journal of Political Economy* 95, 468–484. o.
9. Holtzer Péter, szerk. [2010] : *Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről*, Budapest, Miniszterelnökségi Hivatal.
10. Sefton, J.–van de Ven, J.–Weale, M. [2008]: Means Testing Retirement Benefits: Fostering Equity or Discourageing Saving?, *Economic Journal* 118, 556–590. o.
11. Simonovits, A. [2009]: Keresetbevallás és újraelosztás az együttélő nemzedékek modelljében, *Közgazdasági Szemle* 56, 101–118. o.

12. Simonovits, A. [2011]: Alap- vagy rászorultsági nyugdíj? Nyugdíjjóváírás! *Közgazdasági Szemle* 58, 301–313. o.
13. Varian, H. R. [1980]: Redistributive Taxation as Social Insurance, *Journal of Public Economics* 14, 49–68. o.

OPTIMAL LINEAR TAX AND PENSION SYSTEM
WITH FLEXIBLE LABOR SUPPLY

The tax system redistributes labor incomes among workers, the pension system redistributes incomes from workers to pensioners. We consider a linear transfer system, where workers pay pension contributions and personal income taxes and pensioners receive proportional benefits while workers and pensioners enjoy basic income. Every worker maximizes his discounted lifetime utility function, depending on young- and old-age consumption plus leisure. The government chooses a transfer system which maximizes the undiscounted social welfare function. Our major result is as follows: The transfer system balances the efficiency of proportional pensions and the redistribution of a basic income.