Augustinovics Mária

Egy hosszú távú tervezési modellsorozat

Bevezető gondolatok

Hosszú távú tervezésre azért van szükség, mert sok mai gazdasági akciónk évtizedekre szóló, meg nem másítható következményekkel jár. E következményeket azonban éppen jövőbeli környezetünkben kell felmérnünk s ez a környezet az akkori társadalmi-gazdasági viszonyok összessége lesz. A hosszú távú terv tehát nem korlátozódhat a hosszú átfutású folyamatok, az úgynevezett „döntő" akciók részletesebben kidolgozott programjaira; ha csak nagy vonalakban is, de figyelembe kell vennie a gazdaság egész összefüggésrendszerének alakulását a maga teljességében. A hosszú távú tervnek *komplex*, *makroökonómiai* tervnek kell lennie.

Nem képzelhető el olyan matematikai-közgazdasági modell, amely a hosszú távú tervezés teljes kvantifikációs feladatának megoldására alkalmas: minden modell a gazdasági folyamatok meghatározott körét képes csak ábrázolni meghatározott absztrakciók mellett. Nem egy, hanem sok hosszú távú tervezési modellre van tehát szükség. Sok, össze nem hangolt modell, össze nem függő eredményeivel azonban inkább megzavarná, mint segítené a tervezőket. Összehangolt *hosszú távú tervezési modellek rendszerére* van szükség, amelyek részben kiegészítik, részben ellenőrzik egymás eredményeit.

Ezen a modell-rendszeren belül középponti, szintetizáló szerep jut a *központi* tervezőmunkát szolgáló, viszonylag aggregált *makroökonómiai* modellek családjának. Ezeknek hármas funkciót kell betölteniük. Először, legyenek önállóan is életképesek, alkalmasak arra, hogy a tervező központ a tervezés kezdeti szakaszában, a széles tervezőapparátus munkáját megelőzve, elvégezhesse saját kiinduló számításait, feltárhassa azokat a kritikus pontokat, amelyek vizsgálatára a tervezőmunkát orientálnia kell. Másodszor, ezek a modellek legyenek alkalmasak arra, hogy a tervezés későbbi szakaszában befogadják az egyes részterületeken folytatott tervmunka eredményeit, ellenőrizzék és foglalják szintézisbe azokat; ebben az értelemben töltsenek be szervező és módszertani koordináló szerepet. Harmadszor, ezek a modellek legyenek összekapcsolhatók az egyes fontos részterületek tervezőmunkáját szolgáló többi matematikati tervezési modellel, például egyes termelő ágazatok (energetika, vízgazdálkodás, közlekedés stb.) szektormodelljeivel; ebben az értelemben alkossák egy két- vagy többszintű tervezési modellrendszer központi magját.

Nem bizonyos, hogy e három funkció betöltésére ugyanazok a modellek a legalkalmasabbak. Sőt, valószínűleg más modelleket kíván az első, mint a harmadik funkció. Ezért beszélünk a központi, makroökonómiai modellek családjáról – ennek is népes, gyarapodó családnak kell lennie. Feltétlenül szükség van azonban e családon belül olyan modellekre, amelyek mindhárom funkcióban alkalmazhatók és alkalmazásra is kerülnek. Csak így biztosítható ugyanis a folytonosság, a tervező munka különböző szakaszaiban keletkező, különböző forrásokból származó eredmények összehasonlíthatósága.

Azok a modellek, amelyek ennek a követelménynek eleget tesznek, bizonyosan sokszektoros modellek — egy-két szektoros növekedési modellek nem tölthetik b◦ a második és harmadik funkciót. Ugyanakkor nem igényelhetnek részletes információt egy-egy szektor belső, sajátos döntési problémáiról — ilyen információ nem áll rendelkezésre akkor, amikor az első funkcióban kell számításokat végezni. Olyan modellekről van tehát szó, amelyek meghatározott részletezésben ábrázolják a népgazdaság egészét, amelyek népgazdasági szintű, stratégiai variánsok kidolgozására alkalmasak úgy, hogy a gazdasági struktúra változásának fő tendenciáit képesek nyomon követni.

Az alábbiakban egy ilyen modellsorozatot próbálok felvázolni. A hosszú távú tervezés számára Magyarországon kidolgozott többi modelleket, amelyekkel ez a sorozat sok rokon vonást mutat, s amelyek — a gyakorlati tervezőmunka szükségletei mellett — inspirálták kidolgozását, az Irodalomjegyzékben sorolom fel. Modellsorozatom mindegyiktől eltér valamiben — később, ha az első számítások már lezajlottak, szeretném majd a magam számára is egészen pontosan tisztázni, hogy melyiktől miben, s hogy az eltérések közül melyek fejeznek ki lényegbevágó, szemléleti különbséget, melyek csupán a gyakorlati tervezési szükségletek más megközelítését.

Jelölések

$\otimes$ logikai szorzat: $A \otimes B = \{a_{ij} b_{ij}\}$

$\langle\ \rangle$ diagonál matrix

$\langle 1 \rangle$ egységmatrix

0 zérusmatrix

$1^* = [1, 1, \ldots, 1]$ összegező sorvektor

$1 = [1, 1, \ldots, 1]^*$ összegező oszlopvektor

1. A figyelembe veendő összefüggések

1.1. *Három rendszer kapcsolatai*

A gazdaság a természettel, a társadalommal és a világ többi részével kölcsönhatásban fejlődik. Modellünknek a gazdaság belső összefüggésrendszerén kívül ezeket a külső kapcsolatokat is ábrázolnia kell. Ezek közül a természettel való kölcsönös kapcsolatot modellünk nem tartalmazza, ez fogyatékossága.

A gazdaságot alapjában véve mint az anyagi javak és szolgáltatások bővített újratermelésének rendszerét ábrázoljuk. Ebből a rendszerből outputok áramlanak a társadalom és a világ többi része felé: a fogyasztásra kerülő javak, illetve az export. A visszaáramló megfelelő inputok: az eleven munkateljesítmény, illetve az import.

Modellünkben a társadalom és a világ többi része „fekete doboz": belső transzformációjukat nem ismerjük, csak következményeit észleljük. Nem ábrázoljuk azt a sokrétű fiziológiai és társadalmi folyamatot, amelynek inputja az anyagi javak fogyasztása és outputja a munkateljesítmény; de figyelembe vesszük, hogy nemcsak munka szükséges a fogyasztáshoz, hanem fogyasztás is szükséges a munkához. Nem ábrázoljuk, nem is ismerjük más országok újratermelési folyamatát, amely inputként szívja fel exportunkat és outputként bocsátja ki importunkat; de figyelembe vesszük, hogy nem minden import fizethető ki minden exporttal, hogy a világ bizonyos importokért adott összetételű exportot kíván. (Külkereskedelmi szakértők gyakran és joggal kifogásolják ennek a visszahatásnak a mellőzését; más kérdés, hogy eléggé ismerik-e törvényszerűségeit, fel tudják-e mérni konkrét, számszerű formáját.)

Éppen mert a társadalom és a világgazdaság belső transzformációja ismeretlen, ezek a rendszerek tulajdonképpen nem szerepelnek a modellben, csak a gazdasági rendszer velük való kétoldalú kapcsolatai. Viszont az a tény, hogy figyelembe vesszük a befelé irányuló áramlás (a munka, illetve az import) hatását a kifelé irányuló áramlás (a fogyasztás, illetve az export) volumenére és összetételére, a modellt logikailag mégis többé-kevésbé zárttá teszi.

A modellben tehát a következő tevékenységek szerepelnek:

$$x(t) = [x_1(t), \ldots, x_{j(x)}(t), \ldots, x_{n(x)}(t)]^*$$

$$i(t) = [i_1(t), \ldots, i_{j(i)}(t), \ldots, i_{n(i)}(t)]^*$$

$$e(t) = [e_1(t), \ldots, e_{j(e)}(t), \ldots, e_{n(e)}(t)]^*$$

$$l(t) = [l_1(t), \ldots, l_{j(l)}(t), \ldots, l_{n(l)}(t)]^*$$

$$f(t) = [f_1(t), \ldots, f_{j(f)}(t), \ldots, f_{n(f)}(t)]^*$$

$x_{j(x)}(t)$ = a $j(x)$-edik szektor termelése a t-edik évben

$i_{j(i)}(t)$ = a $j(i)$-edik fajta import a t-edik évben (például a $j(i)$-edik importtermék vagy például a $j(i)$-edik piacról származó összimport)

$e_{j(e)}(t)$ = a $j(e)$-edik fajta export a t-edik évben (például a $j(e)$-edik országba irányuló, vagy például a $j(e)$-edik valutáért értékesített export)

$l_{j(l)}(t)$ = a $j(l)$-edik fajta munkateljesítmény a t-edik évben (például a $j(l)$-edik szakmájú, vagy például a $j(l)$-edik beosztási kategóriába tartozó, vagy például a $j(l)$-edik képzettségi fokozatú munkaerő teljesítménye)

$f_{j(f)}(t)$ = a $j(f)$-edik fogyasztói csoport fogyasztása a t-edik évben (például a $j(f)$-edik jövedelem-kategóriába tartozó családok, vagy például a $j(f)$-edik csoportba tartozó közületek fogyasztása)

E tevékenységek színvonalát a következő összefüggések határozzák meg:

$$x(t) = G_0x(t) + G_1x(t+1) + \ldots + G_Kx(t+K) - H\,i(t) + E\,e(t) + F\,f(t) \quad (1)$$

$$i(t) = \bar{G}_0x(t) + \bar{G}_1x(t+1) + \ldots + \bar{G}_Kx(t+K) + \bar{F}\,f(t) + \langle u\rangle\, i(t) \quad (2)$$

$$e(t) = W\,i(t) + \langle s\rangle\, e(t) \quad (3)$$

$$l(t) = L\,x(t) + \langle v\rangle\, l(t) \quad (4)$$

$$f(t) = D\,l(t) + \langle z\rangle\, f(t) \quad (5)$$

$G_k = \{G_k[m(x), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor $t+k$-adik évi termelésével arányos produktív felhasználás az $m(x)$-edik termékekből ($k = 0, \ldots, K$)

$\bar{G}_k = \{\bar{G}_k[m(i), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor $t+k$-adik évi termelésével arányos produktív felhasználás az $m(i)$-edik fajta importból ($k = 0, \ldots, K$)

$E = \{E[m(x), j(e)]\}$ a $j(e)$-edik fajta export egységére jutó export az $m(x)$-edik termékekből

$F = \{F[m(x), j(f)]\}$ egységnyi összfogyasztásra jutó fogyasztás az $m(x)$-edik termékekből a $j(f)$-edik fogyasztói csoportban

$\bar{F} = \{\bar{F}[m(i), j(f)]\}$ egységnyi összfogyasztásra jutó fogyasztás az $m(i)$-edik fajta importból a $j(f)$-edik fogyasztói csoportban

$H = \{H[m(x), j(i)]\}$ a $j(i)$-edik fajta importnak olyan termékekből álló hányada, amelyeket a hazai termelésben az $m(x)$-edik szektor állít (vagy állítana) elő

$\langle u \rangle = \{U_{j(i)}\}$ a $j(i)$-edik fajta importnak az a hányada, amely nem a hazai termeléssel, illetve fogyasztással arányos

$W = \{W[m(e), j(i)]\}$ a $j(i)$-edik import egységének kifizetéséhez szükséges $m(e)$-dik export

$\langle s \rangle = \{s_{j(e)}\}$ a $j(e)$-edik exportnak az a hányada, amely nem szolgál import kifizetésére (hanem például más természetű fizetésekre vagy a devizakészletek növelésére)

$L = \{L[m(l), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor egységnyi termelésére jutó felhasználás az $m(l)$-edik fajta munka teljesítményből

$\langle v \rangle = \{v_{j(l)}\}$ a $j(l)$-edik munka teljesítménynek az a hányada, amely nem a termeléssel arányos

$D = \{D[m(f), j(l)]\}$ a $j(l)$-edik munka teljesítmény egységére jutó fogyasztási rendeltetésű jövedelem az $m(f)$-edik fogyasztói csoportban (például a $j(l)$-edik kategóriájú munkásoknak az $m(f)$-edik fajta családban élő hányada, szorozva e munkások átlagos nettó keresetével)

$\langle z \rangle = \{z_{j(f)}\}$ a $j(f)$-edik fogyasztói csoport fogyasztásának származékos jövedelmekből finanszírozott hányada

Az egyes összefüggések tartalma a következő:

(1) A termelés egyenlő: az újratermelés termékszükséglete (ezt az 1.2. pontban részletesen tárgyaljuk) mínusz az import plusz az export plusz a fogyasztás.

(2) Az import egyenlő: az újratermelés (lásd az 1.2. pontban) és a fogyasztás importfelhasználása plusz egy ezektől független hányad. Az importnak ez a kettős szerepeltetése lehetővé teszi, hogy az importstruktúrát két oldalról ábrázoljuk: az (1) összefüggésben termékek szerint, a (2) összefüggésben felhasználók szerint.

(3) Az export egyenlő: az import ellenértéke plusz egy, egyéb fizetésekre és a devizakészletek növelésére szolgáló hányad. A W matrix reprezentálja

a világ többi részében zajló transzformáció hatását, azt, hogy a világ bizonyos importokért meghatározott exportokat kíván; az $\langle s \rangle$ pedig azt, hogy a külkereskedelmen kívül más, többek között hitel-kapcsolatok is fűznek a világhoz.

(4) A munkateljesítmény (főben vagy órában kifejezve) egyenlő: az újratermelés munkafelhasználása plusz egy ettől független hányad.

(5) A fogyasztás egyenlő: a munkateljesítménnyel arányos fogyasztás plusz a fogyasztásnak a származékos jövedelmekből (pl. nyugdíj, családi pótlék stb.) finanszírozott hányada. A D matrix reprezentálja a társadalmon belüli transzformáció következményeit, például a demográfiai tényezőket, amelyek alapvetően meghatározzák az egyes család-típusok fogyasztási szerkezetét. Itt ábrázolódik az átlagkeresetek differenciáltsági fokának hatása is. Végül a $\langle z \rangle$ matrix, ha nem is írja le, de végső eredményében képviseli a jövedelmek újraelosztásának folyamatát.

Az (5) összefüggésben a munkával arányos fogyasztást a munkateljesítményhez szükséges ráfordításnak, az élő munka kibocsátás inputjának tekintjük. Ez csak részben helyes. A valóságban a fogyasztás egy része, nevezetesen az oktatási, szakképzési és részben az egészségügyi szolgáltatások „elfogyasztása" (sőt szélesebben értelmezve a gyermekek és tanulók egész termékfogyasztása) nem a tárgyévi, hanem a jövőbeni munkateljesítmény inputja, azaz nem is fogyasztás a szó szoros értelmében, hanem beruházás. Ez a tényező kívül marad az itt definiált összefüggésrendszeren; csupán a t-edik évre vonatkozó végeredmény jut kifejezésre az F és $\bar{F}$ matrixok szerkezetében, amelyek természetesen tartalmazzák ezt a — tulajdonképpeni beruházási természetű — fogyasztást is.

1.2. *A gazdaságon belüli transzformáció*

Az (1) összefüggés szerint a gazdaság belső termékfelhasználása egy adott évben $K+1$ egymást követő év termelési színvonalától függ. Ez a felhasználás a folyó anyagráfordításból, a beruházásból és a készletek növekedéséből tevődik össze.

$$G_0 x(t) + \ldots + G_K x(t+K) = a(t) + b(t) + c(t) \tag{6}$$

Vegyük sorra ezeket a tételeket.

$$a(t) = Ax(t) \tag{7}$$

$A = \{A[m(x), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor egységnyi termelésére jutó folyó ráfordítás az $m(x)$-edik termékekből

Figyelembe vesszük, hogy a beruházások kivitelezése maximálisan K évig tart:

$$b(t) = \{R_1 \otimes U(t) + R_2 \otimes U(t+1) + \ldots + R_K \otimes U(t+K-1)\} 1 \tag{8}$$

$U = \{U[m(x), j(x)](t)\}$ a $j(x)$-edik szektorban a t-edik évben üzembehelyezendő, $m(x)$-edik szektor által kibocsátott állótőke javak értéke

$R_k = \{R_k[m(x), j(x)]\}$, $k = 1, \ldots, K$ a $j(x)$-edik szektorban a $t+k-1$-edik évben üzembehelyezendő, $m(x)$-edik szektorból származó állótőke javak értékének az a hányada, amelyet a t-edik évben kell beruházni

Tehát a beruházás egyenlő: a tárgyévi üzembehelyezésre teljesítendő utolsó hányad plusz a következő évi üzembehelyezésre teljesítendő utolsó előtti hányad, és így tovább, végül a $K-1$ évvel későbbi üzembehelyezés első hányada.

Az üzembehelyezést viszont a következőképpen határozzuk meg:

$$U(t) = B\langle x(t+1) - x(t)\rangle + S(t) \tag{9}$$

$B = \{B[m(x), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor egységnyi termelésére jutó állóeszköz állomány az $m(x)$-edik szektor által kibocsátott állótőkejavakból

$S(t) = \{S[m(x), j(x)](t)\}$ a $j(x)$-edik szektorban a t-edik évben kiselejtezett, $m(x)$-edik szektorból származó állótőke javak értéke

Tehát üzembe kell helyezni a következő évi termelésnövekedéshez szükséges állóeszközöket plusz pótolni kell a meglevő állományból kiselejtezésre kerülő állóeszközöket. Ez utóbbit a tárgyévi állóeszköz állomány százalékában határozzuk meg:

$$S(t) = P \otimes B\langle x(t)\rangle \tag{10}$$

$P = \{P[m(x), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektorban az $m(x)$-edik szektorból származó állóeszközállomány selejtezési rátája

Helyettesítsük be (9)-et és (10)-et (8)-ba:

$$\begin{aligned} b(t) = {} & R_1 \otimes \{B\langle x(t+1)\rangle - (B - P \otimes B)\langle x(t)\rangle\, 1 + \\ & + R_2 \otimes \{B\langle x(t+2)\rangle - (B - P \otimes B)\langle x(t+1)\rangle\}\, 1 + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & + R_K \otimes \{B\langle x(t+K)\rangle - (B - P \otimes B)\langle x(t+K-1)\rangle\}\, 1 \end{aligned} \tag{11}$$

Rendezzük át $x(t)$ szerint:

$$\begin{aligned} b(t) = {} & -\{R_1 \otimes (B - P \otimes B)\}\, x(t) + \\ & + \{R_1 \otimes B - R_2 \otimes (B - P \otimes B)\}\, x(t+1) + \\ & + \{R_2 \otimes B - R_3 \otimes (B - P \otimes B)\}\, x(t+2) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & + \{R_{K-1} \otimes B - R_K \otimes (B - P \otimes B)\}\, x(t+K-1) + \\ & + \{R_K \otimes B\}\, x(t+K) \end{aligned} \tag{12}$$

Ezzel kifejeztük a t-edik évi beruházást a t-edik évi és a következő K évi termelés függvényében.

Végül a készletváltozás szintén a termelés növekedésétől függ:

$$c(t) = C\{x(t+1) - x(t)\} \tag{13}$$

$C = \{C[m(x), j(x)]\}$ a $j(x)$-edik szektor egységnyi termelésére jutó forgóeszközállomány az $m(x)$-edik szektor termékeiből

Így most már pontosan definiálhatjuk az (1) összefüggésben szereplő G_k matrixokat, amelyek a gazdasági rendszeren belüli transzformációt jellemzik:

$$\begin{aligned}
G_0 &= A - R_1 \otimes (B - P \otimes B) - C \\
G_1 &= R_1 \otimes B - R_2 \otimes (B - P \otimes B) + C \\
G_2 &= R_2 \otimes B - R_3 \otimes (B - P \otimes B) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
G_{K-1} &= R_{K-1} \otimes B - R_K \otimes (B - P \otimes B) \\
G_K &= R_K \otimes B
\end{aligned} \tag{14}$$

Teljesen azonos módon kellene levezetni a (2) összefüggésben szereplő $\bar{G}_k$ matrixokat, a megfelelő $\bar{A}$, $\bar{R}_k$, $\bar{U}(t)$, $\bar{S}(t)$, $\bar{P}$, $\bar{B}$ és $\bar{C}$ matrixokból, ahol a felülvonás jelzi, hogy importfelhasználásra vonatkoznak. Éppen a teljes azonosság miatt ezt a levezetést mellőzzük.

1.3. *Összefoglalás*

Az itt leírt összefüggésrendszer legfontosabb sajátosságai, amelyek egy szokásos formában felírt input—output rendszertől megkülönböztetik, hogy explicit formában számol

1. egyes demográfiai tényezők, valamint a jövedelemeloszlás és újraelosztás hatásával a fogyasztási struktúrára,

2. az importstruktúra és az exportstruktúra közötti összefüggésekkel,

3. K éves beruházási átfutási idővel és az állóeszköz állomány megújítását szolgáló selejtezéssel.

Az összefüggésrendszer ilyen megfogalmazása azt a gyakorlati célt szolgálja, hogy a modell alkalmas legyen *életszínvonalpolitikai*, *műszaki fejlesztési* és a *nemzetközi gazdasági* kapcsolatokra vonatkozó stratégiai tervvariánsok számszerűsítésére, hogy képes legyen ábrázolni azokat a legfontosabb tényezőket, amelyek egy-egy ilyen variáns gazdaságpolitikai tartalmát meghatározzák.

Foglaljuk össze a rend kedvéért, hogy milyen valóságos összefüggések hiányoznak még ebből, a szokásosnál általánosabb, rendszerből is:

1. Hiányzik a gazdaság és a természeti környezet közötti kölcsönhatás.

2. Mivel a társadalom és a világ többi része ,,fekete doboz'', hiányzik e két rendszerrel való kölcsönhatás dinamikus, időbeli meghatározottsága. Csak a tárgyévi fogyasztás és munka, export és import köti össze a három rendszert; holott a valóságban e kapcsolatok adott évi nagysága éppúgy nem független az előző évek és a következő évek kapcsolataitól, mint ahogy a termelés nem független az előző és a következő évek termelésétől. Éspedig ez az időbeli függés nemcsak a termelés oldaláról határozódik meg (amit figyelembe veszünk), hanem a társadalom, illetve a világgazdaság oldaláról is (amit nem veszünk figyelembe).

3. Ha feltesszük, hogy az állóeszközök élettartama adott — akár a fizikai, akár az erkölcsi kopás által meghatározott —, akkor a valóságban az állóeszköz állomány megújítása, a selejtezés, nem az állomány nagyságától függ, hanem életkorától, azaz múltbeli felnövekedésének ütemétől és egyenletes vagy ciklikus voltától.

Mindezek a tényezők nem maradnak feltétlenül figyelmen kívül a modellel végzett tervszámításoknál, de „kívülről”, a paraméterek meghatározásával kerülhetnek csak bele — implicit módon — a számításba.

Egyelőre azonban még csak egy összefüggésrendszert írtunk fel, nem modellt. Ez az összefüggésrendszer tulajdonképpen egyszerű azonosságokat tartalmaz, amelyeknek a népgazdaság tetszőleges t-edik évi tényleges állapota definíció szerint eleget tesz. A statisztikai elszámolásnál legfeljebb azzal a ténnyel kell szembenézni, hogy a B és C tőkeigényességi együttható-matrixok nem maradtak változatlanok a t-edik évet követő $K + 1$ éven keresztül. Ha vállaltuk volna azt a kényelmetlenséget, hogy minden együttható-matrix mellé időindexet írjunk, akkor olyan rendszert írtunk volna fel, amelyet minden népgazdasági mérlegrendszer ábrázol — statisztikailag persze csak $K + 1$ év elmúltával fejezhető be az elszámolás.

A jövőre vonatkozó terveinknek is ki kell elégíteniük ezeket az összefüggéseket. Ez a rendszer azonban önmagában csupán tényeket ír le, tények rendszerezésére és elemzésére alkalmas. A tervezőnek valamilyen további *feltevésre* van szüksége, mert nem képes e rendszer minden egyes elemét külön-külön megtervezni úgy, hogy az összefüggések teljesüljenek — még egyféleképpen sem, nem hogy több változatban.

A feltevés első része mindig ugyanaz: a tevékenységek jövőbeli színvonala ismeretlen, a ráfordítási struktúrák — az együttható-matrixok — azonban valamilyen módon adottak, ismertek, s ezek meghatározzák a tevékenységek konzisztens színvonalát. A feltevés második, változó része a kritikus: hogyan, milyen módon adottak, honnan ismertek a ráfordítási struktúrák? Ettől függ a modell matematikai formája.

2. Feltevések a struktúráról: matematikai formák

A jobb áttekintés kedvéért ábrázoljuk így az (1)—(5) összefüggésekkel leírt rendszert:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} G_0 & -H & E & & F \\ \hline \bar{G}_0 & \langle u \rangle & & & \bar{F} \\ \hline & W & \langle s \rangle & & \\ \hline L & & & \langle v \rangle & \\ \hline & & & D & \langle z \rangle \end{array}\right) \begin{pmatrix} x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t) \end{pmatrix} + \sum_{k=1}^{K} \begin{pmatrix} G_K \\ \hline \bar{G}_k \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \end{pmatrix} \left(x(t+k)\right) \tag{15}$$

2.1. *Kötött ráfordítási struktúra — zárt modellek*

Feltesszük, hogy *a ráfordítási struktúrák adottak és a t-edik év valamilyen környezetében* (a rá következő K évben mindenesetre) *változatlanok*.

(Megjegyzés: nincs szükségünk arra a feltevésre, hogy ezek a struktúrák az időben *örökké* változatlanok. Megtervezhetjük például az 1980-as évek átlagosan jellemző ráfordítási struktúráját, amely határozottan különbözhet az 1960-as és 1970-es évek struktúrájától — a megoldásból levonható következtetések átlagosan, tendenciaszerűen jellemzők lesznek az 1980-as évek gazdaságára.)

E feltevés mellett keressük a (15) rendszer megoldását.

Mindenek előtt foglaljuk egybe azokat a tevékenységeket, amelyeknek csak t-edik évi értéke szerepel változóként:

$$y(t) = \begin{bmatrix} i(t) \\ e(t) \\ l(t) \\ f(t) \end{bmatrix}$$

$$Z_0^{(1,2)} = [-H, E, O, F] \text{ és } Z_0^{(2,1)} = \begin{bmatrix} \bar{G}_0 \\ O \\ L \\ O \end{bmatrix}$$

$$Z_0^{(2,2)} = \left(\begin{array}{c|c|c|c} \langle u \rangle & & & \bar{F} \\ \hline W & \langle s \rangle & & \\ \hline & & \langle v \rangle & \\ \hline & & D & \langle z \rangle \end{array}\right)$$

$$Z_k^{(2,1)} = \begin{bmatrix} \bar{G}_k \\ O \\ O \\ O \end{bmatrix} \quad k = 1, \ldots, K$$

Ezekkel a jelölésekkel a (15) rendszer így írható:

$$x(t) = G_0 x(t) + Z_0^{(1,2)} y(t) + G_1 x(t+1) + \ldots + G_K x(t+K) \tag{16}$$

$$y(t) = Z_0^{(2,1)} x(t) + Z_0^{(2,2)} y(t) + Z_1^{(2,1)} x(t+1) + \ldots + Z_K^{(2,1)} x(t+K) \tag{17}$$

(17)-ből $y(t)$-t kifejezhetjük — feltéve, hogy $(\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1}$ létezik:

$$y(t) = (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} \{ Z_0^{(2,1)} x(t) + Z_1^{(2,1)} x(t+1) + \ldots + Z_K^{(2,1)} x(t+K) \} \tag{18}$$

és behelyettesítve (16)-ba

$$\begin{aligned} x(t) = {} & \{G_0 + Z_0^{(1,2)} (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} Z_0^{(2,1)}\} \, x(t) + \\ & + \{G_1 + Z_0^{(1,2)} (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} Z_1^{(2,1)}\} \, x(t+1) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & + \{G_K + Z_0^{(1,2)} (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} Z_K^{(2,1)}\} \, x(t+K) \end{aligned} \tag{19}$$

Az egyszerűség kedvéért vezessük be a

$$Q = \{\langle I \rangle - G_0 - Z_0^{(1,2)} (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} Z_0^{(2,1)}\}^{-1} \text{ és} \tag{20}$$

és

$$M_k = \{G_k + Z_0^{(1,2)} (\langle I \rangle - Z_0^{(2,2)})^{-1} Z_k^{(2,1)}\} \tag{21}$$

jelöléseket, akkor feltéve, hogy Q létezik, (19)-et így írhatjuk:

$$x(t) = QM_1x(t+1) + \ldots + QM_Kx(t+K) \tag{22}$$

Végeredményben tehát — mivel a gazdasági rendszer külső kapcsolatainak csak t-edik évi színvonala szerepel az összefüggésekben — a (15) feladat a (22) feladattá redukálódott.

2.1.1. K évi tevékenységi struktúra adott

Látható, hogy ha a $t+1, \ldots, t+K$-adik évi termelési színvonal adott, akkor a t-edik évi termelés — s ezzel a külső kapcsolatok — színvonala egyértelműen meghatározott. Természetesen ezzel már a $t-1$, $t-2, \ldots$ évi színvonalak is adódnak.

Az eljárás kényelmetlensége a tervező számára, hogy így az időben visszafelé kell haladnia; a tervidőszak végét kell megterveznie, mielőtt az elejét — a múlt és jelen adottságaiból kiindulva — megtervezte volna. Nem teljesen elképzelhetetlen ilyen tervezési szituáció sem. Mindenesetre használható azonban ez az összefüggés, mint elemzési eszköz: ha már van — más forrásból származó, más módon kialakított — elgondolás a tervidőszak végére, hasznos lehet a szóban forgó elgondolás szerint oda vezető utat összehasonlítani az onnan — a (22) szerint — visszafelé vezető úttal. Végül felhasználható ez az összefüggés egyszerű „statikus" elemzésre is. A (22) összefüggést interpretálhatjuk ugyanis egyszerű nyílt input—output rendszerként, amelynek „nettó output"-ja $\{M_1x(t+1) + \ldots + M_Kx(t+K)\}$ 1, és hasznosíthatjuk a nyílt statikus input—output modell már kialakult, gazdag elemzési fegyvertárát.

Kérdés, hogy haladhatunk-e előre is az úton? A (22) egyszerű átírása világossá teszi, hogy a

$$x(t) - QM_1x(t+1) - \ldots - QM_Kx(t+K) = O \tag{23}$$

K-ad rendű, homogén lineáris differencia egyenletrendszerrel van dolgunk. E rendszer megoldásának lehetősége és módja az együttható-matrixok konkrét tulajdonságain múlik. Ha QM_K reguláris, akkor inverzével balról megszorozva (23)-at, $x(t+K)$-ra egyértelmű megoldást kapunk, feltéve, hogy $x(t), \ldots$ $\ldots, x(t+K-1)$ adottak. Ebben az esetben tehát K múltbeli év termeléséből kiindulva, tetszőleges számú jövőbeli év tevékenységi színvonalát határozhatjuk meg.

Mindenesetre akár a (22), akár a (23) forma felhasználásáról van szó, a kötött és változatlan ráfordítási struktúra feltételezése mellett még valamit feltételezünk: azt, hogy K egymást követő év tevékenységi színvonala adott. A ráfordítási struktúra nem egyedül, hanem a kezdő vagy befejező tevékenységi struktúrával együtt határozza meg a gazdasági rendszer időbeli alakulását.

Ezt az utóbbi feltevést most elejtjük, s egy másikkal helyettesítjük.

2.1.2. Egyenletes növekedés

Ha a gazdaság minden szektora minden évben azonos ütemben növekedne, vagyis ha

$$x(t) = \lambda\, x(t-1) \tag{24}$$

lenne minden t-re, akkor a (22) összefüggés így alakulna:

$$x(t) = QM_1\, \lambda\, x(t) + QM_2\, \lambda^2 x(t) + \ldots + QM_K\, \lambda^K x(t) \tag{25}$$

vagyis

$$(I - QM_1\lambda - QM_2\lambda^2 - \ldots - QM_K\, \lambda^K)\, x(t) = O \tag{26}$$

Kérdés, hogy melyik a lehető legnagyobb növekedési ütem, amely ezt a feltételt teljesíti és milyen a hozzátartozó termelési struktúra?

(25)-öt az alábbi alakban is írhatjuk:

$$\begin{bmatrix} QM_1, QM_2, \ldots, & QM_K \\ \langle I \rangle, \quad O, \quad \ldots, & O \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ O, \quad O, \quad \ldots, \langle I \rangle, & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t+1) \\ x(t+2) \\ \\ \\ \\ x(t+K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(t+K-1) \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} x(t+1) \\ x(t+2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(t+K) \end{bmatrix} \tag{27}$$

s ebből látható, hogy az egyenletes növekedés legnagyobb λ^* rátája a (26)-ban szereplő $K \cdot n(x)$ méretű matrix legkisebb abszolút értékű pozitív sajátértékének reciproka. Ha ilyen van és számítástechnikailag lehetséges meghatározni, akkor megtaláltuk az adott ráfordítási struktúra mellett lehetséges legnagyobb egyenletes bővülési ütemet. A hozzá tartozó sajátvektor pedig megadja az egyenletes bővülés állandó fenntartására képes termelési struktúrát.

Az egyenletes növekedés feltételezése tehát mintegy „időtleníti" a problémát, irrelevánssá teszi azt a kérdést, hogy az időben előre vagy hátra haladunk-e. Ebben az esetben is könnyebb azonban a helyzet számítástechnikailag, ha QM_K reguláris, mert akkor a

$$\Delta = (QM_K)^{-1} \tag{28}$$

jelöléssel (27) helyett az alábbi formát vizsgálhatjuk:

$$\begin{bmatrix} \Delta QM_{K-1}, \Delta QM_{K-2}, \ldots, & \Delta \\ \langle I \rangle \;, \quad O \quad , \ldots, & O \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ O \;, \quad O \quad , \ldots \langle I \rangle, & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t+K-1) \\ x(t+K-2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x(t+K) \\ x(t+K-1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x(t+1) \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x(t+K-1) \\ x(t+K-2) \\ \\ \\ \\ x(t) \end{bmatrix} \tag{29}$$

Ebben az esetben tehát egy $K \cdot n(x)$ méretű matrix legnagyobb pozitív sajátértékét kell keresnünk. Ha ez egyben a domináns sajátérték, akkor a (23) differencia egyenletrendszer megoldása is az ehhez tartozó sajátvektorhoz fog konvergálni, a gazdaság tetszőleges kiinduló állapotból, önként átvezeti önmagát az egyenletes növekedés pályájára.

2.2. *Részben szabad ráfordítási struktúra — optimalizálási modellek*

A továbbiakhoz írjuk a (15) összefüggésrendszert most ilyen formában:

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} \langle 1\rangle - G_0 & H & -E & & -F \\ \hline -\bar{G}_0 & \langle 1-u\rangle & & & -\bar{F} \\ \hline & -W & \langle 1-s\rangle & & \\ \hline -L & & & \langle 1-v\rangle & \\ \hline & & & -D & \langle 1-z\rangle \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t) \end{array}\right) + \sum_{k=1}^{K}\left(\begin{array}{c} -G_k \\ \hline -\bar{G}_k \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \end{array}\right)(x(t+k)) = \left(\begin{array}{c} \\ \\ 0 \\ \\ \\ \end{array}\right) \tag{30}$$

Feltesszük, hogy a struktúra egyes elemei adottak, más elemei azonban bizonyos korlátok között tetszőlegesen alakíthatók.

Ezt az általános feltevést implikálja minden programozási modell. Ezeket a modelleket ugyanis a nekik megfelelő zárt modellből az alábbi konkrét feltevések tetszőleges kombinációjával lehet levezetni:

— bizonyos tevékenységek csoportokat alkotnak úgy, hogy a csoportba tartozó tevékenységek outputjai a felhasználásban tetszőlegesen helyettesíthetők egymással (aggregáljuk a tevékenységek színvonalát meghatározó egyenleteket anélkül, hogy aggregálnánk a tevékenységek színvonalát reprezentáló változókat);

— vannak tevékenységek, amelyek outputja tetszőlegesen osztható el más tevékenységek inputjaként (bevezetünk olyan változókat, amelyekhez nem tartozik feltétel — ilyenek az úgynevezett indikátor-változók, de ilyenek az egyenlőségnek egyenlőtlenséggé alakításával keletkező maradék-változók is);

— vannak tevékenységek, amelyek színvonala nem függ a többi tevékenység színvonalától (ezeket nem változóval, hanem konstanssal reprezentáljuk, ilyenek az úgynevezett ,,külső erőforrások'' is);

— vannak ráfordítások, amelyek függetlenek a felhasználó tevékenység színvonalától (ezeket a ráfordításokat nem együtthatókkal, hanem konstansokkal reprezentáljuk).

Formálisan is igazolható, hogy mindezek a konkrét feltevések az említett általános feltevést implikálják, de ezt a levezetést ennek a cikknek a terjedelme nem teszi lehetővé.

Nyilvánvaló, hogy minden makroökonómiai programozási modell ,,hitelessége'', megoldásainak gyakorlati realizálhatósága[1] két tényezőn múlik: 1. figye-

[1] Több megoldásról beszélünk, mert eleve alternatív jobb oldalakkal és alternatív célfüggvényekkel folyó számítássorozatot tételezünk fel. Ez egyben azt is mutatja, hogy a ,,gyakorlati realizálhatóság'' követelményét nem azért állítjuk fel, mintha bármelyik megoldást az egyedül üdvözítő, optimális tervként realizálandónak tarthatnánk, hanem azért, mert realizálhatatlan megoldásokat produkáló modellből elemző következtetéseket sem lehet levonni.

lembe veszi-e mindazokat a tényezőket, amelyek a programozott szférára hatnak, vagyis milyen a neki megfelelő zárt modell; 2. valóban szabadon alakíthatók-e a struktúrának azok az elemei, amelyeket szabadon alakíthatónak tételez fel, vagyis helyesen méri-e fel a zárt kereten belüli cselekvési szabadságot, reálisak-e a modell „kinyitásánál" bevezetett feltevések. Ennek megítéléséhez mindenesetre célszerű ezeket a feltevéseket pontosan megfogalmazni.

Feltesszük, hogy

— a gazdasági rendszer belső transzformációjának egyik tényezője, az állóeszközök cseréje függetleníthető az állomány (s így a termelés) színvonalától; abszolút mennyisége szabadon meghatározható, tehát az állománynak tetszőleges hányada lehet;

— a gazdasági rendszer, valamint a társadalom és a világ többi része közötti áramlásoknak az a része, amely nem függ a termelés színvonalától, függetleníthető az áramlások színvonalától; abszolút mennyisége szabadon meghatározható, tehát az áramlásnak tetszőleges hányada lehet; sőt maga ez a mennyiség adott minimum felett tetszőleges lehet.

2.2.1. A kötött struktúra az időben változatlan

Az előbbi feltevések értelmében a (30) összefüggésrendszert a következővel helyettesítjük:

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} \langle 1\rangle - G_0 + \nabla_0 & H & -E & & -F \\ \hline -\bar{G}_0 + \bar{\nabla}_0 & \langle 1\rangle & & & -\bar{F} \\ \hline & -W & \langle 1\rangle & & \\ \hline -L & & & \langle 1\rangle & \\ \hline & & & -D & \langle 1\rangle \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t) \end{array}\right) + \sum_{k=1}^{K} \left(\begin{array}{c} -G_k + \nabla_k \\ \hline -\bar{G}_k + \bar{\nabla}_k \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \end{array}\right) \big(x(t+k)\big) \begin{array}{c} = \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \end{array} \left(\begin{array}{c} \hat{S}(t)\,1 \\ \hline \hat{u}(t) + \bar{S}(t)\,1 \\ \hline \hat{s}(t) \\ \hline \hat{v}(t) \\ \hline \hat{z}(t) \end{array}\right) \tag{31}$$

$$t = 1, \ldots, T \qquad \nabla_k = R_k \otimes P \otimes B \qquad \bar{\nabla}_k = \bar{R}_k \otimes \bar{P} \otimes \bar{B}$$

Természetesen, amikor a jobboldalon szereplő, ˆ-al jelzett konstans mennyiségeket valamely t-edik évre „szabadon" meghatározzuk, a megfelelő tevékenységeknek valamilyen elképzelt, becsült színvonalát tartjuk szem előtt. De feltesszük, hogy ha e tevékenységeknek a modell által kialakítandó színvonala ettől tetszőlegesen eltér, az eltérés valahogyan áthidalható lesz. (Például kétszer akkora állóeszközállományból is lehet ugyanannyit selejtezni. Például kétszer akkora exportforgalmat is le lehet bonyolítani ugyanolyan devizaszaldóval. Például kétszer akkora összfogyasztás mellett is lehet a származékos jövedelmekből finanszírozott fogyasztás ugyanakkora.) Az egyenlőtlenségek esetében feltesszük továbbá, hogy a minimum feletti többlet szabadon elhelyezhető. (Például kétszer akkora devizaszaldót is hasznosan lehet kamatoztatni vagy turistautakra költeni. Például kétszer akkora, származékos jövedelemből finanszírozandó, fogyasztáshoz is lehet találni megfelelő jövedelemújraelosztási rendszert.)

A (31) összefüggés jobboldalán szereplő konstansokat csak konkrét $t = 1, \ldots, T$ évekre határozhatjuk meg, következésképpen a megoldást is csak ugyanezen évekre kereshetjük. Ezzel az egész folyamat időbeli folytonossága megszakadt; a múltból és a jövőből eredő adottságokat és követelményeket a véges $t = 1, \ldots, T$ időszakra „kívülről", pótlólagos feltételekkel kell érvényesíteni. Egyidejűleg határozatlanná vált a megoldás; ez módot ad arra, hogy a lehetséges megoldások közötti választásnál bizonyos preferenciákat érvényesítsünk; ezek közül egyet nem feltételként, hanem a változók maximálandó vagy minimálandó függvényeként adunk meg.

A (31) rendszert tehát kiegészítjük az alábbiakkal:

$$\langle 1^*B \rangle\, x(1) \leq \hat{d} \tag{32a}$$

$$\langle 1^*B - 1^*(R_1 + \ldots + R_k) \otimes B \rangle \{x(k+1) - x(k)\} \leq \hat{g}(k) \qquad k = 1, \ldots, K-1 \tag{32b}$$

$$\sum_{t=T+1}^{T+K} 1^*x(t) - \sum_{t=T-K+1}^{T} \mu\, 1^*x(t) \geq 0 \tag{32c}$$

$$\sum_{t=1}^{T} \eta_t\, 1^* \{e(t) - Wi(t)\} \geq \hat{q} \tag{32d}$$

$$1^*f(t+1) - \omega 1^*f(t) \geq 0 \qquad t = 1, \ldots, T-1 \tag{32e}$$

$$\sum_{t=1}^{T} \delta_t 1^*f(t) \to \max! \tag{33}$$

A feltételek tartalma a következő:

(32a) Az első évi termelés nem lehet nagyobb, mint amit az állóeszközök $\hat{d}$ nyitó állománya megenged.

(32b) Az első K évben a termelés növekedése nem lehet nagyobb, mint amit a k-adik ($k = 1, \ldots, K-1$) évi üzembehelyezésre megkezdett beruházások $\hat{g}(k)$ nyitó állománya megenged.

(32c) A tervidőszak utáni K év kumulált termelése (amelyhez a beruházásokat még a tervidőszakban meg kell indítani) nem lehet kisebb, mint a tervidőszak utolsó K évi kumulált termelésének μ-szerese. Más szóval a tervidőszak végéről áthúzódó beruházások nem süllyedhetnek az ezt biztosító színvonal alá.

(32d) A tervidőszakbeli kumulált devizaszaldó — a T-edik évre felkamatolva — nem lehet $\hat{q}$-nál kisebb.

(32e) A fogyasztásnak legalább ω évi rátával kell növekednie.

(33) A tervidőszak alatti fogyasztásnak az első évre diszkontált összértéke legyen maximális.

2.2.2. A kötött struktúra az időben változik

Végül feltesszük, hogy a ráfordítási struktúrák kötött elemei a tervidőszak folyamán megváltoznak.

E változás irányáról és mértékéről a tervező munka kezdeti szakaszában — amikor a modellek a Bevezetőben említett első funkciót teljesítik — még nem lehetnek megalapozott információink, prognózisaink vagy tervszámításaink, csupán hipotéziseink. Valamilyen irányt és mértéket általánosságban valószínűnek vagy kívánatosnak, vagy egyszerűen tanulmányozandónak tarthatunk, de nem tudjuk differenciáltan számszerűsíteni.

Ebben az esetben célszerű lehet a (31) rendszert az alábbival helyettesíteni:

$$
\left(\begin{array}{c|c|c|c|c}
\langle 1\rangle - G_0 + Y_0(t) & H & -E & & -F \\ \hline
-\bar{G}_0 + \bar{Y}_0(t) & \langle \varrho^t \rangle & & & -\bar{F} \\ \hline
 & -W & \langle \sigma^t \rangle & & \\ \hline
-L & & & \langle \pi^t \rangle & \\ \hline
 & & & -D & \langle \varphi^t \rangle
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{c}
x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t)
\end{array}\right) +
$$

$$
+ \sum_{k=1}^{\vartheta}
\left(\begin{array}{c}
-G_k + Y_k(t) \\ \hline
-\bar{G}_k + \bar{Y}_k(t) \\ \hline
\\ \hline
\\ \hline
\\
\end{array}\right)
\left(x(t+k)\right)
\begin{array}{c} = \\ \geqq \\ \geqq \\ \geqq \\ \geqq \end{array}
\left(\begin{array}{c}
\hat{s}(t)\, 1 \\ \hline \hat{u}(t) \\ \hline \hat{s}(t) \\ \hline \hat{v}(t) \\ \hline \hat{z}(t)
\end{array}\right) \qquad (34)
$$

$$t = 1, \ldots, T$$

$$Y_0(t) = \langle 1 - \alpha^{t,} \rangle A - (R_1 - \langle \beta^{t+1,} \rangle \check{R}_1) \otimes B - \langle 1 - \gamma^{t+1,} \rangle C + R_1 \otimes P \otimes B$$

$$Y_1(t) = \{(R_1 - \langle \beta^{t+1,} \rangle \check{R}_1) - (R_2 - \langle \beta^{t+2,} \rangle \check{R}_2)\} \otimes B + \langle 1 - \gamma^{t+1,} \rangle C + R_2 \otimes P \otimes B$$

$$Y_k(t) = \{(R_k - \langle \beta^{t+k,} \rangle \check{R}_k) - (R_{k+1} - \langle \beta^{t+k+1,} \rangle \check{R}_{k+1}\} \otimes B + R_{k+1} \otimes P \otimes B$$

$$Y_\vartheta(t) = (R_\vartheta - \langle \beta^{t+\vartheta,} \rangle \check{R}_\vartheta) \otimes B$$

$$\check{R}_k = R_k + \frac{1}{\vartheta}(R_K + R_{K-1} + \ldots + R_{\vartheta+1}) \qquad k = 1, \ldots, \vartheta$$

Természetesen a (32a) és (32b) feltételeket is megfelelően át kell fogalmazni, ennek felírását azonban itt mellőzzük.

Modellünket tehát a következő paraméterekkel „kormányozzuk", a jobboldali konstansokon kívül:

ϑ = a beruházások maximális kivitelezési ideje években és az ennek megfelelően átalakított $\check{R}_k$ matrixok

$\langle \alpha \rangle = \{\alpha_{m(x)}\}$ az $m(x)$-edik termékekre vonatkozó ráfordítási együtthatók átlagos évi változása

$\langle \beta \rangle = \{\beta_{m(x)}\}$ az $m(x)$-edik szektor által kibocsátott állótőkejavakra vonatkozó lekötési együtthatók átlagos évi változása

$\langle \gamma \rangle = \{\gamma_{m(x)}\}$ az $m(x)$-edik szektor által kibocsátott forgótőkejavakra vonatkozó lekötési együtthatók átlagos évi változása

$\langle \varrho \rangle = \{\varrho_{m(i)}\}$ az $m(i)$-edik importtevékenység rugalmasságának átlagos évi változása ($\varrho < 1$ a fajlagos import nő; $\varrho > 1$ importhelyettesítés hazai termeléssel)

$\langle \sigma \rangle = \{\sigma_{j(e)}\}$ a $j(e)$-edik exporttevékenység devizakitermelési mutatójának átlagos évi változása ($\sigma > 1$ a mutató javul)

$\langle \pi \rangle = \{\pi_{j(l)}\}$ a $j(l)$-edik munkateljesítmény-fajta termelékenységének átlagos évi növekedése

$\langle \varphi \rangle = \{\varphi_{j(f)}\}$ a $j(f)$-edik fogyasztói csoportban a munkából eredő jövedelmek részarányának átlagos évi változása

Sajnos, ha több mint egy paramétert változtatunk meg egyszerre, a modellt újra meg kell oldani. ,,Kormányzásról'' tehát nem számítástechnikai, hanem közgazdasági értelemben beszélünk: ϑ, $\langle \alpha \rangle$, $\langle \beta \rangle$, $\langle \sigma \rangle$ és $\langle \pi \rangle$ megválasztásával — a jobb oldalon szereplő $\hat{S}(t)$-kel együtt — a technikai haladás általános irányaira, a műszaki fejlesztés tempójára vonatkozó hipotéziseket és stratégiákat, $\langle \varrho \rangle$ megválasztásával — a jobb oldali $\hat{s}(t)$-kel és $\hat{q}$-val együtt — a nemzetközi munkamegosztásba való beilleszkedésre vonatkozó koncepciókat, $\langle \varphi \rangle$ megválasztásával pedig — a jobb oldali $\hat{v}(t)$-kel és $\hat{z}(t)$-kel együtt — életszínvonalpolitikai elgondolásokat fejezhetünk ki.

Amikor a tervező munka előrehaladásával, a széles tervezőapparátus munkájának eredményeként — akár ,,hagyományos'' jellegű tervező munkából, akár matematikai modellek megoldásaiból — megalapozottabb és differenciált információk állnak rendelkezésre a valószínűsíthető struktúra-változásokról, akkor a (34) rendszert a következővel helyettesítjük:

$$\left(\begin{array}{c|c|c|c|c} \langle 1 \rangle - G_0(t) & H(t) & -E(t) & & -F(t) \\ \hline -\bar{G}_0(t) & \langle 1 \rangle & & & -\bar{F}(t) \\ \hline & -W(t) & \langle 1 \rangle & & \\ \hline -L(t) & & & \langle 1 \rangle & \\ \hline & & & -D(t) & \langle 1 \rangle \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} x(t) \\ \hline i(t) \\ \hline e(t) \\ \hline l(t) \\ \hline f(t) \end{array}\right) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\vartheta} \left(\begin{array}{c} -G_k(t) \\ \hline -\bar{G}_k(t) \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \end{array}\right) \big(x(t+k)\big) \begin{array}{c} = \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \end{array} \left(\begin{array}{c} \hat{S}(t)\,1 \\ \hline \hat{u}(t) \\ \hline \hat{s}(t) \\ \hline \hat{v}(t) \\ \hline \hat{z}(t) \end{array}\right) \qquad (35)$$

$$t = 1, \ldots, T$$

Ennek a helyettesítésnek nem kell feltétlenül egy lépésben történnie; lehetnek olyan tervezési szakaszok, amikor egyes blokkokban még az előbbi, durva módszert alkalmazzuk, másutt már tervezett együtthatók szerepelnek.

Amikor a helyettesítés befejeződik, akkor a népgazdasági szintű, a rendszer egészére vonatkozó stratégiák egyedüli hordozóivá ismét a (32) és (33)-ban szereplő paraméterek, az idő-preferenciák kifejezői válnak.

3. Számítássorozat

A 2. fejezetben leírt modell-sorozat *lehetőségeit* próbálom bemutatni, függetlenül attól, hogy jelenlegi számítástechnikai adottságaink mellett egy-egy tervezési szakaszban mennyi realizálható ezekből a lehetőségekből. A leírás csak a primális megoldásokat veszi figyelembe; nem tárgyalom a duális megoldásokban rejlő elemzési lehetőségeket.

Egyik modell egyik megoldását sem tekintjük tervjavaslatnak; a számítássorozatot *elemzési* céllal végezzük. Következésképp, ha egy modellnek adott numerikus értékek mellett *nincs megoldása*, vagy nincs egyértelmű megoldása, a megoldás hiányát okozó tényezők felderítése és elemzése a tervező számára éppoly tanulságos lehet, mint a megoldás. Az ilyen szituáció azonban mindig nagyon konkrét, speciális. A továbbiakban tehát azt tételezem fel, hogy a szóban forgó modellek matematikailag megoldhatók és a megoldást számítástechnikailag elő tudjuk állítani.

Számításaink mindig objektív adottságok és/vagy gazdaságpolitikai stratégiák összehasonlító elemzésére irányulnak. Az adottságok és a stratégiák mindig a ráfordítási struktúrákban (illetve a programozási modellek néhány paraméterében) fejeződnek ki, összehasonlító vizsgálatuk alapvető szempontja pedig az, hogy milyen tevékenységi (termelési, fogyasztási, külkereskedelmi) színvonalat, struktúrát és növekedési ütemet eredményeznek.

Számításaink tehát nem közvetlenül a ráfordítási struktúra megtervezését vagy a gazdaságpolitikai stratégia kidolgozását célozzák; ezeket készen, „kívülről" kell kapniuk akár durva hipotézisek, akár kimunkált tervelgondolások formájában. Számításaink a lehetséges alternatívák vizsgálatával a megalapozott döntést készítik elő.

3.1. *Adott struktúra vizsgálata*

Önálló jelentőségű a tervidőszak kezdetén fennálló tényleges, valamint a tervidőszak végére tervezett struktúra vizsgálata. Az előbbivel kezdődik, az utóbbival fejeződik be a hosszú távú tervezés egy adott munkaszakasza. A kettő között számos átmeneti alternatíva vizsgálatára kerülhet sor, mint a változás elemzésének módszerére (lásd a 3.2. pontban).

Egy adott struktúrát mindig meghatározott időszakra értelmezünk, például az 1960-as évek elejére vagy például az 1980-as évek közepére. Ismerjük (a bázisidőszak esetében), vagy megterveztük (a tervidőszak végére tervezett struktúra esetében), vagy vélelmezzük (az átmeneti struktúrák esetében, azokkal összhangban) a megfelelő időszakban K egymást követő év tevékenységi színvonalát.

Első lépés: a struktúra egyes elemeinek tanulmányozása. Tanulmányozzuk a (14) összefüggésben definiált G matrixokat, amelyek a gazdasági rendszer belső transzformációját jellemzik. Tanulmányozzuk a társadalommal és a gazdasággal fennálló kapcsolatokat: e kapcsolatok rendszerét „szabályos" nyílt, statikus input–output modellnek tekintve, a (18) összefüggés alapján vizsgáljuk e rendszer részeit, a rendszerben végbemenő „halmozást" stb. Tanulmányozzuk a két rendszer összekapcsolódását: együttesüket „nyílt, statikus" input–output modellnek tekintve, a (22) összefüggés alapján vizsgáljuk az együttes rendszer belső „halmozását", „hozzáadott értékének" és „végső kibocsátásának" szerkezetét stb.

Második lépés: a struktúrához tartozó növekedési ütem és tevékenységi szerkezet tanulmányozása. Megoldjuk — ha felírható — a (29) sajátérték-feladatot. (Ha nem, akkor a (27) feladatot; ebben az esetben azonban nem mellőzhetjük annak vizsgálatát: milyen konkrét közgazdasági jelenségek tükröződnek a QM_K matrix szinguláris voltában?) Van-e, ha igen, mekkora a legnagyobb λ^* növekedési ráta? Vannak-e, ha igen, milyenek a nála nagyobb abszolút értékű komplex vagy negatív sajátértékek? (Ezek ugyanis befolyásolni fogják a differencia-egyenletrendszer megoldását.) Milyen a hozzá tartozó sajátvektor által definiált termelési szerkezet? Ezt behelyettesítve (18)-ba, milyen munkateljesítményi, fogyasztási és külkereskedelmi tevékenységi szerkezet adódik? Hogyan tér el mindez a tényleges (tervezett, vélelmezett) tevékenységi szerkezettől?

Harmadik lépés: a struktúra és adott K évi termelési színvonal együttes tanulmányozása. Megoldjuk a (23) differencia-egyenletrendszert. (Ha nincs egyértelmű megoldása — miért nincs? Ebben az esetben a (22) összefüggés alapján iterálunk.) A megoldást (18)-ba is behelyettesítjük. A megoldás konvergál, divergál, oszcillál? Milyen a termelés, munka és fogyasztás, export és import időbeli alakulása véges T évnyi szakaszban? Milyen a átlagos növekedési ütem, kisebb-e vagy nagyobb, mint az előbbi λ^*? Kimutathatók-e ciklusos tendenciák, ha igen, milyenek? Hogyan változik időben a tevékenységi szerkezet, tart-e a λ^*-hoz tartozó szerkezet felé, vagy távolodik tőle, vagy körülötte ingadozik?

Ha nem a nyitó, tényleges struktúráról van szó, a harmadik lépést esetleg megismételhetjük a K évi termelési színvonal alternatív sorozataival.

Negyedik lépés: a struktúra kötöttségeinek részbeni feloldása mellett alternatív stratégiák tanulmányozása. Megoldjuk a (31)—(32)—(33) összefüggésekkel definiált lineáris programozási modellt. Először megkíséreljük a jobb oldali konstansokat a $t = 1$ évhez képest a második lépésben nyert λ^* ütemben növelni, az időpreferenciákban szereplő μ, ω, γ és δ paramétereket ugyancsak λ^*-nak megfelelően beállítani. Van-e megoldása ennek a „nyílt-zárt" modellnek; ha nincs, milyen korlátokba ütközik?

Ezután a konstansok és az időpreferenciát kifejező paraméterek változtatásával alternatív stratégiákat számszerűsítünk és mindegyikkel megoldjuk a modellt. A megoldásokkal kapcsolatban ugyanazokat a kérdéseket tesszük fel, mint a harmadik lépésben; a megoldásokat összehasonlítjuk egymással és a differencia-egyenletrendszer megoldásával.

Ötödik lépés: a modell további „kinyitásával" újabb, itt le nem írt lineáris programozási modell-változatokat definiálhatunk. Ez akkor célszerű, ha a makroökonómiai tervezés keretében más lineáris programozási modellek is alkalmazásra kerülnek, s a különböző modellek eredményeinek összehasonlítása során részletesebben is fel kívánjuk tárni az eltérések okait. Ebben az esetben ugyanis hasznos lehet az itt leírt, tulajdonképpen „majdnem zárt" programozási modellt fokozatosan, lépésről lépésre közelíteni a többi modellekhez és lépésenként vizsgálni a megoldások eltéréseit.

3.2. *A struktúra-változás vizsgálata*

Az időbeli struktúra-változás vizsgálatára az itt leírt modell-sorozat keretében kétféle módszer kínálkozik:

— a korábbi és a későbbi struktúrát egyaránt megvizsgáljuk a 3.1. pontban leírt módon és az eredményeket összehasonlítjuk;

— megoldjuk a (34), illetve a (35) összefüggésekkel definiált lineáris programozási modelleket, és a megoldást egybevetjük az előbbi, negyedik lépésben nyert eredményekkel.

Ennek a számítássorozatnak a módszerbeli vonatkozásai az elmondottak alapján, úgy vélem, világosak. Tartalmi, közgazdasági sajátosságait viszont az adott tervezési munkaszakasz ismeretében, konkrét problémáinak függvényeként — és sajnos, a számítástechnikai lehetőségek függvényeként — kell meghatározni.

(Beérkezett: 1970. január 19.)

IRODALOM

BOD, P.: A népgazdaság hosszú távú (15—20 éves) tervezésének egy lehetséges matematikai modelljéről. Szigma, 1969. 1. sz. 59—66 p.

BRÓDY, A.: Érték és újratermelés. Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Könyvikadó. 358 p.

BRÓDY, A.: Beszámoló a dinamikus ÁKM-modellel végzett első magyarországi számításokról. Budapest, 1970. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, 43 p.

KOVÁCS, J.: A munkaerő társadalmi újratermelésének tervezéséhez. Szigma, 1969. 3. sz. 189—198 p.

UJLAKI, ZS.: Hosszú távú többperiódusos összevont (B_2) programozási modell. Szigma, 1969. 4. sz. 35—48 p.

A MODEL SERIES OF LONG-RANGE PLANNING

In the article a linear model series is described which lends itself for use in long-range economy-wide planning.

The author defines the system of economic interrelations reflected in the models, a system that embraces the extended reproduction of material goods and services as well as the relationships which connect this system of production with the society and with the rest of the world (labour and consumption, import and export). The system of interrelations takes into account — over and above the macro-economic relationship covered by the usual models — also 1) an investment lag of K years and scrapping to serve the reneval of the stock of fixed assets, 2) the effects of certain demographical factors and of the distribution and redistribution of incomes on the consumption pattern, 3) the interaction between the pattern of imports and that of exports.

This system of interrelations finds its expression — in accordance with the various assumptions concerning the structural situation — in the form of various mathematical models. The closed models include a homogeous linear difference equation system of the K-th order as well as an eigenvalue—eigenvector problem; the assumption of freedom in forming the structure leads to linear programing models.

In conclusion, the article outlines the possibilities of planning calculations based on the model series.

СЕРИЯ МОДЕЛЕЙ ДОЛГОСРОЧНОГО ПЕРСПЕКТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

В статье представляется серия линейных моделей, применяемых в долгосрочном макроэкономическом планировании.

Автор дает в своей статье определение отраженной в моделях системы экономических взаимозависимостей, распространяющейся на расширенное вопроизводство материальных благ и услуг, а также на взаимосвязи этой производственной системы с обществом и с

остальными частями мира (труд и потребление, импорт и экспорт). Помимо обычных моделлируемых макроэкономических взаимозависимостей в системе взаимозависимостей в форме явных функций учитываются и взаимодействия между 1) запаздыванием капитальных вложений на K лет и об''емом списываемых и обновляемых основных средств, 2) некоторыми демографическими факторами и влиянием распределения и перераспределения доходов на структуру потребления, 3) структурой импорта и структурой экспорта.

Эта система взаимозависимостей в соответствии с различными предположениями относительно структурных условий выражается в форме различных математических моделей. В числе замкнутых моделей фигурируют система однородных линейных разностных уравнений K-ой степени и задача собственных значений — собственных векторов; а предположение свободы в формировании структуры ведет к моделям линейного програмирования.

В заключение в статье кратко представляются возможности выполнения плановых расчетов при помощи данной серии моделей.