Kovács János

A munkaerő társadalmi újratermelésének tervezéséhez

A munkának, amelyet itt röviden ismertetek, eredeti célja egy olyan oktatási modell elkészítése volt, amely az iskolarendszer különböző fokozataiba és típusaiba való beiskolázási előirányzatok meghatározásához nyújt segítséget. Ahhoz azonban, hogy meghatározhassuk a különböző szakképzettséget nyújtó iskolatípusokba való beiskolázási igényt, szükség van a népgazdaság szakemberszükségletének becslésére. Ez a jövő termelési struktúrájára vonatkozó ismereteket tételez fel. A termelési modellnek viszont tartalmazniok kell a várható fogyasztásra vonatkozó hipotéziseket. Az eddig ismert termelési modellek a munkaerő és a fogyasztás közötti kapcsolatot a termelésen keresztül teremtik meg. Ez fontos, de nem egyedüli kapcsolat, és e vonatkozásban nem is a legfontosabb. Legalább ilyen fontos kapcsolat — a munkaerő és a fogyasztás között — a kereset, jövedelem és fogyasztás kapcsolata. E sokrétű összefüggés szükségszerűen egyszerűsített ábrázolása az itt leírt modell vagy inkább modellrendszer célja. Egy másik lényeges szempont a számíthatóság. Ez indokolja, hogy a számítástechnikailag kipróbált modelleket lehetőség szerint építőelemként felhasználjuk.

1. Termelés és munkaerőfelhasználás

A szakmunkaerő-szükségletet a tervperiódus végpontjában különböző típusú modellekkel kaphatjuk meg. Leginkább ismertek — és úgy tűnik, jelenlegi feltételeink között legalkalmasabbak – a Leontief-típusú és a lineáris programozási modellek. E modelleknek a munkaerőszükséglettel kapcsolatos problémáit most a zárt dinamikus Leontief-modellen [4] vizsgáljuk, azzal, hogy ennek tapasztalatai analóg módon érvényesek a lineáris programozási modellekre is. Ennek formája:

$$x = Ax + \lambda Bx$$

hol
ax = a termelési szintek vektora
A = a folyó ráfordítások mátrixa
B = az eszközlekötési mátrix
λ = a maximális növekedési ráta.

Itt a λ olyan maximális növekedési ráta, amelynek elérérése ahhoz a feltételhez lenne kötve, hogy

a) minden ágazat az optimális struktúrára való beállás után azonos ütemben nő.
b) minden jövedelem a modellbe felvett ágazatokból származik.

Természetesen a valóságban egyik feltétel sem teljesül, nem is kívánatos teljesülése, ezért a λ soha nem érhető el. [2]

Az A és a B mátrix legközismertebb formájukban csupán a termelés anyagi folyó ráfordításait, illetve a termeléshez szükséges eszközlekötést tartalmazza. Kiegészíthető azonban az A mátrix a termelés fajlagos munkaerőszükségletét tartalmazó sorokkal, a munkaerő célszerű kategóriánkénti bontásában. Ez esetben a B mátrix sorai értelemszerűen a modell által tartalmazott ágazatok munkaerőlekötését tartalmazzák, mégpedig ugyanolyan módon, ahogyan a lekötött eszközöket. Ha a lekötött eszközök az eszköz-formában lekötött társadalmi munkát jelentik, akkor a B mátrix megfelelő munkaerő-sorai a munkaerő formájában lekötött társadalmi munkát tartalmazzák. Ez alatt azt a társadalmi munkát kell érteni, amit a munkaerő megfelelő szakképzettségének megszerzésére a munkába lépést megelőzően kell fordítani. A két mátrix megfelelő soraiban ilymódon az ágazatok fajlagos munkaráfordításai, illetve munkalekötései kerülnek.

Ennek következtében az A és a B mátrix munkaerő-oszlopaiba értelemszerűen az egységnyi megfelelő kategóriájú munkaerő újratermeléséhez szükséges „folyó ráfordítások", illetve „eszközlekötés" kell, hogy kerüljön.

E folyó ráfordítások, illetve eszközlekötés mibenlétének meghatározása azonban egyáltalán nem problémamentes.

2. A fajlagos fogyasztás problémája

Már korábban, több javaslat hangzott el (többek között e dolgozat szerzője részéről is [5]: A munkaerő újratermeléséhez szükséges folyó ráfordítások a fogyasztásban öltenek testet; szerepeljen tehát az A mátrix megfelelő oszlopaiban a fogyasztás. A munkaerő újratermelésében lekötött eszközöket viszont az oktatásban és egészségügyben lekötött eszközök jelentik, szerepeljenek tehát a B mátrix megfelelő oszlopaiban ezek.

Amíg modelljeinkben egyetlen egységes munkaerőt szerepeltetünk, ez viszonylag egyszerűen megoldható

$$\begin{pmatrix} x \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & f \\ m & o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_m \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} B & l \\ h & o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_m \end{pmatrix}$$

Itt az f fogyasztási vektor a *lakosság* munkaegységre jutó átlagos fogyasztását jelenti a vektor elemei által megadott termékekből és szolgáltatásokból, míg l a munkaegységre jutó azokat az eszközöket, amelyeket a munkaerő újratermelését szolgáló szektorban kötöttek le.

(Már itt is felmerül azonban az a kérdés, hogy mit tekintsünk a munkaerő újratermelésében lekötött eszköznek? Csak az oktatásban lekötött eszközeiket; vegyük hozzá az egészségügyben lekötötteket vagy éppen a lakóépületeket is, a kommunális ellátást szolgáló berendezéseket is?) Ez azonban még csak a könnyebbik része a dolognak, és adott esetben a számítás céljának megfelelően eldönthető.

A probléma ott kezdődik, amikor nem egyetlen, egységes munkaerő-felhasználással számolunk, hanem a munkaerőt kategóriákra bontjuk.

Kézenfekvő a fogyasztást is annyi réteg fogyasztására bontani, ahány munkaerőkategóriát alkalmazunk, és ezek fogyasztását az A mátrix utolsó oszlopaiként beilleszteni. A B mátrix munkaerő-soraiba a munkaerőtípusonként lekötött fajlagos társadalmi munka („szellemi beruházás") kerül, a B mátrix urolsó oszlopaiba pedig a típusonként megkülönböztetett munkaerő-újratermelési szektorokban lekötött eszközök kerülnének.

Ez esetben ha m munkaerő-kategóriát és n „termelési" ágazatot tüntetünk fel. akkor

$$x = A^*x + \lambda\, B^*x$$

ahol

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} A_1^* & A_2^* \\ A_3^* & A_4^* \end{pmatrix} \quad B^* = \begin{pmatrix} B_1^* & B_2^* \\ B_3^* & B_4^* \end{pmatrix}$$

x_1 n elemű vektor, a „termelő" ágazatok outputja

x_2 m elemű vektor, az ezekhez szükséges munkaerő

A_1^* $n \times n$-es mátrix az ÁKM ismert technológiai mátrixa

A_2^* $n \times m$-es mátrix az egységnyi munkaerő újratermelésére jutó fogyasztás koefficienseinek mátrixa, termelési ágazatok és szakképzettség szerint bontva

A_3^* $m \times n$-es mátrix a termékek egységének termeléséhez felhasznált munkaerő koefficienseinek mátrixa, n kategória szerinti bontásban

A_4^* $m \times n$-es mátrix, a fogyasztási szolgáltatásokban felhasznált eleven munka koefficienseinek mátrixa.

B_1^* $n \times n$-es mátrix, a termelés eszközlekötési koefficienseinek mátrixa

B_2^* $n \times m$-es mátrix, a munkaerő-újratermelés eszközlekötési koefficienseinek mátrixa

B_3^* $m \times n$-es mátrix, a termelés *munkaerőlekötési* mátrixa

B_4^* $m \times m$-es mátrix, a munkaerő-újratermelési szektorok *munkaerőlekötési* mátrixa.

A rendszer egy megoldását

$$x^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$$

fogja jelölni

Ez a mátrixegyenlet megoldható [2], csupán (a statisztikai nehézségekről itt nem beszélve) el kell dönteni, hogy közgazdaságilag mit helyes az egyes elemek számszerű értékeként felvenni. És itt nehézségekbe ütközünk.

A legnehezebb problémát az A^* elemeinek meghatározása jelenti. Fogyasztása ugyanis nem valamilyen meghatározott kategóriájú munkaerőnek van, mint egyednek. A fogyasztási egység a család. A különböző kategóriájú keresők jövedelmei a családban családi jövedelemmé tevődnek össze, és a családi jövedelem határozza meg (egyéb itt nem vizsgált tényezőkkel együtt) a család fogyasztását.

3. Kereset és családi jövedelem

Különböző munkaerőkategóriába tartozók meghatározott valószínűséggel lépnek egymással életközösségre és alapítanak családot.

Jelöljük k_{ij}-val annak valószínűségét, hogy egy i kategóriájú (aktív) kereső egy j kategóriájú keretővel életközösségre lép. Az így adódó életközösségi lehetőségek a következő táblázatban ábrázolhatók:

	1	2	. . .	m
1	k_{11}	k_{12}		k_{1m}
2	k_{21}	k_{22}		k_{2m}
. . . .				
m	k_{m1}	k_{m2}		k_{mm}

A táblázat átlójában annak valószínűsége szerepel, hogy egy meghatározott kategóriájú kereső saját kategóriájából választ élettársat vagy egyáltalán nem választ.

Így egy meghatározott $i = h$ kategóriájú keresőre[1]

$$\sum_{j=1}^{m} k_{h,j} = 1.$$

Legyen az i kategóriájú keresők száma N_i és átlagkeresetük b_i.

A h kategóriájú keresőknek a különböző típusú családokban kialakuló egy főre jutó átlagkeresete:

$$\bar{b}_h = \frac{N_h b_h + \sum\limits_{i \neq h} N_i k_{ih} b_i}{N_h + \sum\limits_{i \neq h} N_i k_{ih}} .$$

Ahhoz, hogy ebből az egy keresőre jutó átlagkeresetből egy családtagra jutó családi átlagjövedelemhez jussunk, ezt még el kell osztanunk az egy keresőre jutó családtagok átlagos számával, és meg kell szoroznunk az egy keresőre jutó kereseten felüli jövedelmek arányával.

$$b_h^* = \frac{\bar{b}_h t_h}{c_h},$$

ahol

t_h a kereseten felüli jövedelmek és a kereset összegének aránya a keresethez képest

c_h az egy keresőre jutó összes családtagok aránya

[1] E mátrix elemeinek alakulása a társadalmi átrétegeződés szempontjából érdekes szociológiai eredményekre vezethet önmagában is.

4I A fajlagos fogyasztás meghatározása

Az egy főre jutó jövedelem kiszámítása után már megbecsülhető a hozzá tartozó fogyasztás a háztartásstatisztika segítségével. Az alacsonyabb jövedelemkategóriába tartozók fogyasztása a saját háztartásstatisztikából határozható meg olymódon, hogy feltesszük: jövőbeni magasabb jövedelmük olyan fogyasztási struktúrát vált ki, mint amilyennel a jelenbeli magasabb jövedelmi kategóriákba tartozók rendelkeznek. A magasabb jövedelműek jövőbeni fogyasztásáról feltehetjük, hogy a gazdaságilag fejlettebb országok megfelelő jelenlegi fogyasztási struktúrájához közelálló lesz a fogyasztásuk.

Az egy főre jutó jövedelem függvényeként tehát meghatározható az egy főre jutó fogyasztás kategóriánként, legyen az $f\,(b_h^*)$ és hogy megkaphuk az A^* mátrix h kategóriájához tartozó fogyasztási vektort, ezt meg kell szoroznunk az eltartott-kereső aránnyal (pontosabban ennek eggyel növelt számával).

$$a^*_{\cdot,n+h} = c_h f(b_h^*) = f_h^*$$

Ezután megoldjuk $A_2^* = F^*$ mellett az

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A^* \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \lambda\, B^* \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

egyenletet és a belőle kapott munkaerőszükséglettel megismételjük az egy keresőre jutó családi átlagkeresetre vonatkozó számítást

$$b_h^1 = \frac{x_{2h}\, b_h + \sum\limits_{i \neq h} x_{2i}\, k_{ih}\, b_i}{x_{2h} + \sum\limits_{i \neq h} x_{2i}\, k_{ih}}$$

majd ebből

$$a^*_{\cdot,n+h} = f_h^{*1}$$

A számítássorozatot addig ismételjük, míg az r-edik iterációban kapott jövedelemértékek eltérése az előző sorozatban kapottaktól kisebb nem lesz egy meghatározott küszöbszámnál.

$$\frac{b_i^r}{b_i^{r-1}} \leq \varepsilon \qquad (i = 1, 2, \ldots m)$$

5. Kereseti arányok

A b_i kereseti arányokat az eddigiekben kívülről, ha úgy tetszik, gazdaságpolitikailag meghatározottnak vettük. Ennek van jó és rossz oldala. Előnye, hogy megmutatja egy adott bérpolitika (keresetpolitika) fogyasztási konzekvenciáit. Ez a modell maga azonban nem ad támpontot a bérpolitika kialakításához. A modell duálisának $\left(p = p\ A^* + \lambda p B^* \text{ ahol } p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}\right)$ megoldása ugyanis semmiképpen sem ad bérarányokat.

Kétségtelen ugyan, hogy a modell megoldása amellett, hogy becslést ad a fogyasztás várható alakulásáról, egyúttal a p_2 elemei révén hasznos információt szolgáltat arról is, hogy végső soron mibe kerül a népgazdaságnak a családstruktúra transzformációján keresztül a számított munkaerőstruktúra fenntartása — adott fogyasztáspolitika, illetve inkább a várható fogyasztási szokások mellett. A p_2 azonban nem kereseti vagy bérarányokat ad.

Van azonban egy másik megoldás is az A^* utolsó m számú vektorának kezelésére. Nevezetesen tekintsük ezeket a különböző szakképzettségi szakembereket létrehozó ágazatok ráfordítási vektorainak, azaz, az $n+h$ -adik oszlop azt mondja meg, hogy a h -adik kategóriájú munkaerő egységének létrehozásához milyen társadalmi ráfordításai vannak a h -adik szakképzési szektornak. Itt a h -adik szektort úgy kell érteni, amely magában foglalja az oktatási (szakképzési) rendszernek nemcsak a h -adik típusú szakembert kibocsátó fokozatát, hanem az oktatási rendszer mindazon fokozatait, amelyeken keresztül kell menni a h -adikig való eljutásig.

Az ily módon felfogott modell duálisának megoldása támpontul szolgálhat a bérarányok becsléséhez.

$$p = p\,A^{**} + \lambda\, p\, B^{**},$$

ahol $$p^{**} = \begin{pmatrix} p_1^{**} \\ p_2^{**} \end{pmatrix}$$

$A_2^{**} = K$ a „kiképzés" társadalmi ráfordításait tartalmazza
p_1^{**} = a termékek termelési ára
p_2^{**} = a munkaerő „termelési ára"

és az első modellben szereplő b_i-kre

$$b_i = l_i\, p_i^{**},$$

ahol l_i bérpolitikai paraméter.

Az r-edik iteráció végén így kapott x_2 megadja a szükséges munkaerőstruktúrát. Ha D az összes munkaerőforrás, akkor ebből a tényleges termelési szinteket (volumenben)

$$x^v = \frac{D}{e'\,x_2^*}\, x^* \qquad \text{adja}$$

és a h-adik kategóriájú munkaerőszükséglet

$$x_{2h}^v = \frac{D}{e'\,x_2^*}\, x_{2h}^*.$$

A fogyasztás pedig

$$f = A_2^*\, x_2^v$$

Az elmondottakból egyértelműen következik, hogy a két modellben különbözik a B_2 tartalma is. Az első modellben B_2^*-ban szerepelnek az összes úgynevezett lakossági beruházások, míg a B_2^{**}-ban csupán a munkaerő termelési szektorának eszközlekötései. A két fogalmi kör között persze igen sok átfedés van, a B_2^{**} azonban a gyakorlati céloknak megfelelően leválasztható B_2^*-ból.

6. A szakemberszükséglet kielégítése az oktatási rendszeren keresztül

Amennyiben a számítások T tervezési periódusra vonatkoznak, az x_2^v adja a tervezési periódus végére várható szakemberszükségletet, m kategóriára bontva.

Nevezzük ezt a továbbiakban s_T-nek.

Legyen $s_0 = (s_{01}, s_{02} \ldots, s_{0m})$, a bázisévben rendelkezésre álló munkaerő. Vegyük ennek életkor szerinti bontását. (s_{0h}^a) A h kategóriájú és k életkorú munkaerő számát jelöljük s_{0hk}^a-val ($k = 15, 16 \ldots$)

$$s_{oh}^a = (s_{oh15}, s_{oh16}, \ldots).$$

Legyen továbbá g_{hk} a h-adik kategória összetett gazdasági továbbélési valószínűségét korbontásban tartalmazó vektor:

$$g_{hk} = \frac{l_{h,k+T}}{l_{h,k}} w_{h,k+T}$$

ahol $l_{h,k}$ a demográfiai továbbélési rend a h kategóriájú és k korú emberekre vonatkozóan,

$w_{h,k+T}$ a gazdasági aktivitási útmutató a bázisévben meglevő h kategóriájú és a bázisévben k életkorú dolgozókra vonatkozóan.

Képezzük az s_{0h}^a vektorokból az

$$S_0 = \begin{pmatrix} s_{01}^a & 0 & 0 \\ 0 & s_{02}^a & 0 \\ 0 & 0 & s_{0m}^a \end{pmatrix} \qquad \text{mátrixot.}$$

Hasonlóképpen a $g_h = (g_{h15}, g_{h16} \ldots)$ vektorokból (ahol 15 év a munkaképes életkor alsó határa) a G mátrixot.

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \ldots & 0 \\ 0 & g_2 \cdots & 0 \\ 0 & 0 \ldots & g_m \end{pmatrix}$$

$$G'S_0 = \hat{s}_0^1 = \langle s_0^1 \rangle$$

$\hat{s}_0^1$ diagonális mátrix, amelynek diagonális elemeiből képezzük az s_B „továbbéltetett" bázisévbeli munkaerő-létszámot tartalmazó vektort. Azaz s_B adja meg azt a létszámot, amely a tervezési időszak végén rendelkezésre fog állni a bázisévben meglevő m különböző típusú munkaerőből.

$s_T - s_B = s^0$ az a szakemberszükséglet, amelyet a T időszak alatt ki kell képezni.

Ábrázoljuk a szakemberszükségletet megfelelő struktúrában kielégítő oktatási rendszert egy olyan $O = [o_{ij}]$ mátrix-szal, amelynek o_{ij} eleme annak valószínűségét adja meg, hogy — egyik oktatási évről a másikra — milyen valószínűséggel kerülnek a tanulók a rendszer i-edik helyéről a j-edikre.

Az O mátrix három részből áll. Az első rész (X) az oktatási rendszeren belüli belső mozgásokat írja le, a második rész (Y) az oktatási rendszernek a munkaerő-csatornákba való kibocsátásait, míg a harmadik (Z) a gazdaságilag inaktívvá válás (mortalitás, háztartásba való visszavonulás) arányait tartalmazza.

$$O = (X\ Y\ Z)$$

Az O egyes elemei (bukás, lemorzsolódás, egy adott iskolatípuson belül egyik osztályból a következőbe való átkerülés, mortalitás, és bizonyos mértékig a háztartásba való visszavonulás) a gazdasági társadalmi fejlődés adott szintjén és az oktatás adott színvonala mellett statisztikailag adottnak tekinthetők. Döntési változók viszont az alacsonyabb iskolai fokozatból magasabb fokozatba való átmenet, a továbbtanulás arányai.

Jelentse $x_{i(l)\,j(k)}$ az l-edik iskolatípusban tanulók továbbtanulási arányát a k-adik iskolatípusban, $i(l)$ az l-edik iskolatípus utolsó osztályát, $j(k)$ a k-adik iskolatípus első osztályát.

$$g_k\, x_{i(l),j(k)} = \frac{\mu_k\, v_{i(l),j(k)}\, s_k^0 + \sum\limits_{h_1} \mu_{h_1}\, v_{i(k),j(h_1)}\, s_{h_1}^0}{\mu_k v_{i(l),j(k)} s_k^0 + \mu_l\, s_l^0 + \sum\limits_{h_1} \mu_{h_1}\, v_{i(k),\,j(h_1)}\, s_{h1}^0 + \sum\limits_{h_2} \mu_{h_2}\, v_{i(l),\,j(h_2)}\, s_{h_2}^0},$$

ahol

- μ_k az az arány. amelyben k-adik iskolatípus kielégiti a k-adik szak emberszükségletet
- $v_{i(l),j(k)}$ az az arány, amelyben k-adik iskolatípus első osztályának hallgatói között az l-edik iskolatípusban végzett tanulók szerepelnek
- s_h^0 az s^0 h-adik eleme és
  h_1 végigmegy mindazokon az iskolatípusokon, amelyek felé a k iskolatípusnak elágazása van
  h_2 pedig azokon, amelyek felé az l iskolatípusból k-n kívül főirány vezet
- g_k a tervezési időszakban az iskolarendszerből kibocsátott k kategóriájú munkaerő átlagos összetett gazdasági továbbélési valószínűsége a tervidőszak végéig.

Ez a megoldás akkor igaz, ha az egymást követő fiatal korosztályokból a továbbtanulási arányok változatlanok. Ha azonban a gazdasági fejlődés a képzettségi színvonal *emelkedését* igényli, csúszó tervezéssel kombinálva az eljárás elég jó közelítést ad.

*

E dolgozat[2] kísérletet tesz a társadalmi újratermelési folyamat humán oldalról való megfogalmazására. Nyilvánvaló, hogy ez csak egyik közelítése a problémának és más fajták is lehetségesek. Széles körben ismert pl. RICHARD STONE prognosztikai jellegű és JEAN BENARD tervezési modellje. Ez utóbbinak rokonságát az itt leírtakkal még fokozza, hogy a francia tervezésben való felhasználásra készült, és nagyon erősen hangsúlyozza az oktatás szerepét. Mi viszont a magyar tervezési tapasztalatokat vettük figyelembe, és annak igényeit szeretnénk kielégíteni. Részben ebből következnek az eltérések is (más az oktatás, a jövedelem, a fogyasztás megközelítése és ebből következően közgazdaságilag a termelésé is).

Elgondolásaink vázlatosnak tűnhetnek — és bizonyos tekintetben azok is. Számos közgazdasági vonatkozás csak implicite van bennük — kiolvashatóan vagy kikövetkeztethetően. Egyes részproblémákat, ha azokat különálló kér-

[2] Az oktatási rendszer döntési paramétereit valójában egy iterációs algoritmussal határozzuk meg. [6]

déseknek tekintjük, mélyebben kell vizsgálni. A jövedelem-átlagok szerepeltetése pl. éppen hogy megkívánja jövedelem-eloszlási modellek kidolgozását.[7] Mindennek részletes kifejtése azonban egy cikk keretein túlmenő tanulmányt igényel.

(Beérkezett: 1969. augusztus 11.)

IRODALOM

1. Benard, J.: Un modéle d'affectation optimale des ressources entre l'économie et le systéme éducation. Bulletin du CEPREL, Paris, 1966.
2. Bródy, A.: Érték és újratermelés. Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
3. Frigyes, E.: A személyi jövedelemeloszlás komponens modellje. 1969. (Kézirat.)
4. Karlin, S.: Mathematical methods and theory in games, programming and economics. Vol. I. London, 1959. Addison-Wesley.
5. Kovács, J.: Szakképzés és népgazdaság. Budapest, 1968. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
6. Kovács, J.: Tervezési modell az iskolarendszer beiskolázási előirányzataira. Az MTA Közgazdaságtudományi Intézetének Évkönyve. Budapest, 1969. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
7. Stone, R.: Demographic input-output: an extension of social accounting. Cambridge.

ON THE PLANNING OF THE SOCIAL REPRODUCTION OF LABOUR

The author employs for the planning of the pattern of labour and consumption the closed dynamic Leotief model

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

where

x_1 = the volume of production (in n branches);
x_2 = the volume of labour employed in production (broken down into m categories);
A_1 = the technological matrix;
A_2 = the consumption coefficients of labour employed in production;
A_3 = the labour input coefficients of production;
A_4 = the labour input coefficients of consumer services;
B_1 = the matrix of assets tied up in production;
B_2 = the matrix of assets tied up in the social reproduction of labour;
B_3 = the matrix of labour tied up in production;
B_4 = the matrix of labour tied up in consumer services.

The relationship between consumption and labour is established with the aid of a matrix which contains the probabilities of persons belonging to different categories of labour living together. With the help of these, the earning are transformed into family incomes.

In determining the earnings, the author relies on the solution of the dual of a Leontieff model with modified contents where

A_2 contains only the cost of bringing into existence the labour, and
B_2 contains only the assets tied up in the sectors of labour reproduction.

The labour requirements established in this way should be satisfied by means of a model of education planning.

К ПЛАНИРОВАНИЮ ОБЩЕСТВЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА РАБОЧЕЙ СИЛЫ

Автор применяет динамическую модель Леонтьева к планированию структуры рабочей силы и потребления:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

где

x_1 = эб'емы продукции (в n отраслях)

x_2 = использованный в производстве объем рабочей силы (в подразделении на m категорий)

A_1 = технологическая матрица

A_2 = коэффициенты потребления использованной в производстве рабочей силы

A_3 = коэффициенты использования рабочей силы в производстве

A_4 = коэффициенты использования рабочей силы в предотавлении услуг потребления

B_1 = матрица используемых в производстве средств

B_2 = матрица средств, используемых в общественном воспроизводстве рабочей силы

B_3 = матрица используемой в производстве рабочей силы

B_4 = матрица рабочей силы, используемой в предоставлении услуг потребления

Взаимосвязь между потреблением и рабочей силой автор устанавливает при помощи матрицы, содержащей вероятности бытового положения рабочей силы различных категорий. Заработки таким образом преобразуются им в семейные доходы.

При определении заработков автор опирается на двойственное решение модели Леонтьева с модифицированным содержанием, в которой

A_2 содержит лишь затраты создания рабочей силы, а B_2 — лишь средства, используемые в секторах воспроизводства рабочей силы. Получаемые таким образом потребности в рабочей силе удовлетворяются моделью планирования обучения.