Éltető Ödön—Frigyes Ervin

Új jövedelem-egyenlőtlenségi mutatók, tulajdonságaik és hasznosítási lehetőségeik

1. Bevezetés

A személyi jövedelemeloszlás közgazdasági és matematikai-statisztikai vizsgálata során a kutatók az ún. egyenlőtlenségi mutatók egész sorát alakították ki. E mutatók célja, hogy a jövedelemeloszlás egyenlőtlenségét kevés — lehetőleg egyetlen — számadattal fejezzék ki. E mutatók egy része a jövedelemeloszlást leíró eloszlásfüggvények paramétereihez kapcsolódik, más részük pedig (koncentrációs ráta, kvantilis eloszlások, stb.) a koncentrációs görbe segítségével geometriailag interpretálható. Legtöbbjüknek azonban nincs egyszerű, kézenfekvő közgazdasági tartalma. E mutatók közös hiányossága továbbá, hogy nem nyújtanak módot (és nem is törekednek) arra, hogy az egyenlőtlenséget közgazdaságilag motiválják, vagyis kifejezzék az arra ható egyes tényezők intenzitását.

Az alábbiakban bemutatásra kerülő új egyenlőtlenségi mutatók kidolgozásánál nem az volt a célunk, hogy az amúgy is tekintélyes mennyiségű mutatók számát tovább növeljük. Az új mutatók kidolgozását a szimulációs jövedelemeloszlási modell igényei tették szükségessé. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a bemutatásra kerülő mutatók hasznosítási lehetőségei túlnőnek az említett modell keretein.

A tervezés egyik soronkövetkező módszertani feladata valamely elkövetkező időszak személyi jövedelemeloszlásának előrebecslése. E probléma megoldására az Országos Tervhivatalban kísérleti szimulációs modell készül [1], [2]. E modell fő célja, hogy véletlenszerűen kiválasztott háztartásokból álló reprezentatív minta segítségével kövesse a munkás és alkalmazott háztartások személyi jövedelemeloszlását befolyásoló gazdasági és demográfiai változók hatását.

E tanulmány nem tér ki az említett modell speciális problémáira, mint pl. a bérekben, a családi pótlékokban és nyugdíjakban, valamint a foglalkoztatottsági és demográfiai változókban a népgazdasági terv előirányzataival konzisztensen bekövetkező változások követési módszereire. A tanulmány célja az, hogy tájékoztatást nyújtson a tervezett, vagy tényleges jövedelemeloszlás egyenlőtlenségének mérésére és az egyenlőtlenségre ható tényezők elemzésére kidolgozott mutatókról. Más szavakkal, az említett szimulációs kísérlettel kapcsolatban felmerül annak a szüksége, hogy olyan mérési módszereket dolgozzunk ki, amelyek amellett, hogy bemutatják a különböző terv-variánsoknak az egyenlőtlenségre gyakorolt hatását, lehetővé teszik annak megállapítását, hogy bizonyos közgazdasági és tervezési szempontokból értelmezhető tényezők milyen hatást gyakorolnak a jövedelemeloszlás egyenlőtlenségére. Eddigi ismereteink szerint a különböző ismert egyenlőtlenségi mutatók egyike sem alkalmas ez utóbbi feladatra.

2. Az új egyenlőtlenségi mutatók és tulajdonságaik

Az irodalomból az egyenlőtlenségi mutatók széles köre ismeretes, a leginkább elterjedtnek mégis a Lorenz által definiált koncentrációs együttható tekinthető. Mint ismeretes, ez az együttható szorosan kapcsolódik a jövedelemeloszlás Lorenz-görbéjéhez és legfőbb előnye egyszerű geometriai interpretációjában rejlik. Ugyanakkor a Lorenz-együtthatónak néhány kedvezőtlen tulajdonsága is van: így pl. viszonylag kevéssé érzékeny, továbbá elég nehézkes az együttható értékének tapasztalati adatokból való kiszámítása. Mindezen felül — az egyenlőtlenségi mutatók nagyobb részéhez hasonlóan — nem rendelkezik közvetlen közgazdasági tartalommal. Az általunk javasolt [1] új mutató — pontosabban három új mutató — alkalmas arra, hogy valamely jövedelemeloszlást jól jellemezzen. Az új egyenlőtlenségi mutatók a következő követelményeknek tesznek eleget:

a) Plauzibilis közgazdasági tartalmuk van;

b) Csoportosított adatokból is könnyen kiszámíthatók;

c) A javasolt mutatók nemcsak az egyenlőtlenség számszerű kifejezésére alkalmasak, hanem oly módon faktorizálhatók, hogy az így létrejött (közgazdaságilag értelmezhető) komponensek rámutatnak arra, hogy különböző tényezők milyen mértékben vettek részt az egyenlőtlenség kialakításában;

d) A Lorenz-féle koncentrációs együtthatóhoz hasonlóan a javasolt mutatók — ugyancsak a Lorenz-görbe segítségével — geometriailag is könnyen értelmezhetők;

e) A jövedelemeloszlás matematikai leírásánál számbajöhető eloszlásfüggvények legtöbbjénél az új mutatók értéke egyszerűen kifejezhető az eloszlásfüggvény paraméterei segítségével. A kétparaméteres lognormális eloszlás esete különösen fontos.

A javasolt mutatók a következők:

$$u = \frac{m}{m_1}, \quad v = \frac{m_2}{m_1}, \quad w = \frac{m_2}{m}$$

ahol

$$m = E(X), \quad m_1 = E(X \mid X < m), \quad m_2 = E(X \mid X \geq m)$$

és X egy véletlenszerűen kiválasztott jövedelmi egység jövedelmét jelenti.

Más szavakkal m az átlagos jövedelem, míg m_1, (m_2) azoknak az átlagos jövedelmét jelöli, akik m-nél kisebb (egyenlő, vagy nagyobb) jövedelemmel rendelkeznek. v úgy értelmezhető, mint a teljes eloszlás egyenlőtlenségét kifejező mérőszám, míg u és w az eloszlás két megfelelő részének egyenlőtlenségét méri. Az u, v és w mutatók lehetséges értéke $(1, +\infty)$, de könnyen transzformálhatók a szokásos $(0,1)$ intervallumra.

E standardizált mutatók a következők:

$$u' = 1 - \frac{1}{u} = \frac{m - m_1}{m}$$

$$v' = 1 - \frac{1}{v} = \frac{m_2 - m_1}{m_2}$$

$$w' = 1 - \frac{1}{w} = \frac{m_2 - m}{m_2}$$

Természetesen $v = uw$ és $v' = u' + w' - u'w'$, tehát általános esetben is csak két mutató tekinthető függetlennek.

Könnyen belátható, hogy u, v és w a következőképpen is kifejezhetők:

$$(1) \qquad u = \frac{F(m)}{F_1(m)} \qquad v = \frac{1 - F_1(m)}{1 - F(m)} \, \frac{F(m)}{F_1(m)}$$

$$w = \frac{1 - F_1(m)}{1 - F(m)}$$

ahol $F(x)$ és $F_1(x)$ az eloszlásfüggvényt és az első momentum-eloszlásfüggvényt jelölik. Az első momentum-eloszlásfüggvényt $X > 0$ esetben az alábbi kifejezés definiálja:

$$F_1(x) = \frac{1}{m} \int_0^x t dF(t).$$

A standardizált mutatók ugyancsak kifejezhetők $F(m)$ és $F_1(m)$ segítségével.

A javasolt mutatók nagyságrendjének szemléltetésére a következő példákat mutatjuk be tényleges jövedelemeloszlásokból:

Az első a jövedelmi egységek adózás utáni[1] eloszlására vonatkozik 1959-ben az Egyesült Államokban, ahol:

$$u = 1{,}775 \quad v = 3{,}018 \quad w = 1{,}701$$

a második példa pedig u, v és w értékeit a magyar munkás és alkalmazott népességnek az egy főre jutó jövedelem szerinti megoszlására adja ugyancsak 1959-ből:

$$u = 1{,}440 \quad v = 2{,}088 \quad w = 1{,}450.$$

A következőkben rátérünk a javasolt új egyenlőtlenségi mutatók tulajdonságainak részletesebb ismertetésére:

Ad *a)* Az új mutatók átlagok hányadosai. Hasonló mutatókat igen széles körben alkalmaz az általános és gazdaságstatisztika. Így pl. w azt mutatja, hogy a főátlagnál magasabb jövedelműek átlagos jövedelme mennyivel haladja meg az általános átlagot. A standardizált mutatószámoknak is kézenfekvő közgazdasági tartalmuk van. Így pl. w' azt mutatja, hogy az általános átlag és az annál tehetősebbek átlagjövedelme közötti differencia milyen hányadát teszi ki a kedvezőbb jövedelmi helyzetűek átlagának.

Ad *b)* m, m_1 és m_2 értékei egyedi adatokból még hagyományos lyukkártya-feldolgozás segítségével is könnyen megállapíthatók. Némi nehézséget okoz, ha csak csoportosított adatok állnak rendelkezésre (kivéve, ha az átlag véletlenül egybeesik valamelyik csoporthatárral). E probléma azonban interpoláció segítségével könnyűszerrel áthidalható.

Ad *c)* Igen elterjedt statisztikai eljárás, hogy valamely mennyiség, vagy index elemzése során ezeket az indexeket, vagy mennyiségeket több tényező szorzatának tekintjük. Így valamely társadalmi csoport egy főre jutó jövedelme is meghatározható különböző — közgazdasági és demográfiai értelmezéssel bíró — tényezők szorzataként.

[1] A szükséges adatok [3]-ból származnak.

E faktorizáció egyik lehetséges módja pl. a következő:

$$\frac{I}{N}=\frac{W}{k}\cdot\frac{k}{n}\cdot\frac{n}{N}\cdot\frac{I}{W} \tag{2}$$

ahol I a kérdéses csoport összes jövedelme
N az összes személyek száma
W a bérek és fizetések összege
k az aktív keresők száma
n a lehetséges keresők, azaz a társadalmilag munkaerőnek tekinthető személyek száma.

A tényezők jelentése kézenfekvő:

$\frac{I}{N}$ = az átlagos egy főre jutó jövedelem

$\frac{W}{k}$ = a keresők átlagos keresetét mutatja

$\frac{k}{n}$ = a lehetséges munkaerőforrás hasznosítottságának mértékét jelzi

$\frac{n}{N}$ = a foglalkoztatottság demográfiai aspektusát, vagyis a munkaerőforrásnak tekinthető személyek részarányát tükrözi

$\frac{I}{W}$ = pedig azt mutatja, hogy az összes jövedelmek milyen mértékben múlják felül az aktív keresők munkaviszonyból származó jövedelmeit.

A (2) azonosság (vagy más ahhoz hasonló azonosságok) igen alkalmasak jövedelemeloszlások elemzésére és összehasonlítására. A (2) azonosság hasznosításának több lehetséges módja van. Vegyük az azonosság mindkét oldalának logaritmusát és jelölje sorban y, x, z, t és s I/N, W/k, K/n, n/N és I/W logaritmusát! Így (2)-ből azt kapjuk, hogy:

$$y = x + z + t + s' \quad .$$

Ebből viszont az következik, hogy:

$$V(y) = \mathrm{cov}(y, x) + \mathrm{cov}(y, z) + \mathrm{cov}(y, t) + \mathrm{cov}(y, s)\,. \tag{3}$$

A (3) azonosság úgy értelmezhető, hogy minden figyelembe vett tényező az egy főre jutó jövedelemmel alkotott logaritmikus kovarianciájával járul hozzá az egy főre jutó jövedelem logaritmikus szórásnégyzetének kialakulásához. A szükséges egyedi adatok birtokában ez az elemzés minden nehézség nélkül elvégezhető.

Ugyanakkor meg kell említeni, hogy hasonló elemzés hajtható végre sokkal egyszerűbb és gyorsabb úton az új egyenlőtlenségi mutatók segítségével. A (2) azonosságban ismertetett fakrotizáció kiterjeszthető ugyanis az u, v és w egyenlőtlenségi mutatókra is. Így pl. v esetében a következő formulához juthatunk:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(W/k)_2}{(W/k)_1} \cdot \frac{(k/n)_2}{(k/n)_1} \cdot \frac{(n/N)_2}{(n/N)_1} \cdot \frac{(I/W)_2}{(I/W)_1} \tag{4}$$

ahol az 1, és 2 indexek az m_1-hez és m_2-höz tartozó részsokaságok jelölésére szolgálnak. Ha ismét mindkét oldal logaritmusát vesszük, a következő kifejezéshez jutunk:

$$\log v = (x_2 - x_1) + (z_2 - z_1) + (t_2 - t_1) + (s_2 - s_1) \tag{5}$$

Az $(x_2 - x_1)$, stb. kifejezések nagysága azt mutatja, hogy az egyes részkomponensekben mutatkozó különbségek milyen szerepet játszanak a v mutató által jelzett egyenlőtlenség kialakulásában. Amennyiben (3) vagy (5) kifejezésekben szereplő tényezők valamelyike negatív értéket vesz fel, az azt a nivelláló hatást fejezi ki, amivel az adott faktor a többi tényezők által létrehozott egyenlőtlenséget csökkenti.

Úgy véljük, hogy a bemutatott egyenlőtlenségi mutatóknak ez utóbbi tulajdonsága, vagyis felbonthatóságuk (pontosabban kifejezve logaritmikus felbonthatóságuk) e mutatókat az elemzés és összehasonlítás igen hatékony eszközeivé teheti. Ez a tulajdonság, valamint az a tény, hogy a javasolt mutatók értéke igen egyszerűen meghatározható, különösen jelentősek a bevezetőben már említett szimulációs modell szempontjából. E mutatók segítségével könynyen kifejezhető a különböző terv-variánsoknak az egyenlőtlenség mértékére (és összetevőire) gyakorolt hatása és ezáltal elősegítik a leginkább kedvezőnek tekinthető variáns kiválasztását.

Rá kell azonban ugyanakkor mutatnunk, hogy valamely jövedelmi egységre (pl. személyek, háztartások, fogyasztási egységek) jutó jövedelem szorzati tényezőkre való felbontásánál messzemenő óvatosságra van szükség. Fennáll ugyanis az a körülmény, hogy bármely tényező, amelyik magasabb jövedelem-elaszticitással bír, vagyis a jövedelmek növekvő sorrendjében következő jövedelmi egységeknél gyorsabban nő, mint valamely másik tényező, automatikusan magasabb részét motiválja a v mutatóval jelzett egyenlőtlenségnek. A szorzati azonosság kialakításánál mindig a vizsgált jövedelemmutató és a vizsgált társadalmi-gazdasági csoport jövedelmei képződésének közgazdasági elemzéséből kell kiindulni.

Általában szabályként lehet elfogadni, hogy a leíró azonosság egyik tényezője a jövedelmek döntő többségét képező valamely jövedelmi tétel és az ahhoz jutó jövedelmesek számának hányadosa kell hogy legyen.

Ez a körülmény bizonyos mértékig korlátot szab a v mutató kauzális elemzésekre való hasznosításának. Valamely népességcsoportnál sikeresen alkalmazható leíró azonosság más társadalmi rétegnél esetleg helytelen képet nyújt. Ugyanakkor a szorzati azonosság sikeres alkalmazásának egyik alapvető feltétele, hogy olyan homogén társadalmi-gazdasági csoporton belül alkalmazzuk, ahol a jövedelmek túlnyomó része egy adott jövedelmi forrásból származik.

Megjegyzendő továbbá, hogy a (2) azonosságban ismertetett tényezőkre bontás és az azzal összefüggő elemzési lehetőségek nem állnak fenn a standardizált u', v' és w' mutatóknál. Ez az egyik oka annak, hogy az eredetileg definiált u, v és w mutatókat előnyösebbeknek tekintjük a standardizált változatnál.

Ad. *d)* A javasolt mutatók geometriai értelmezésének lehetősége az (1)-ben ismertetett kifejezéseken alapul. Amennyiben a Lorenz-görbét az $[F(m),$

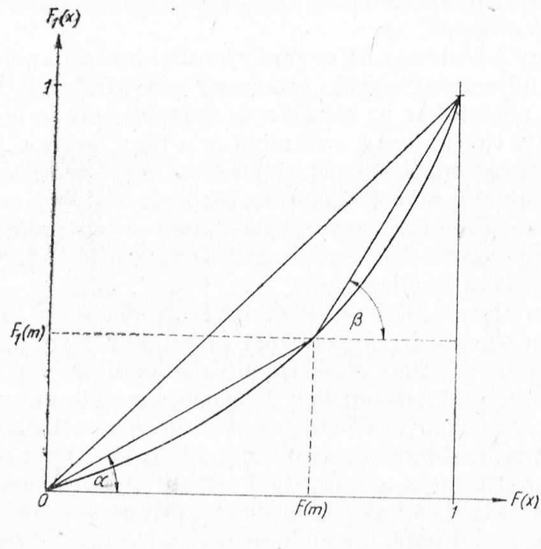
$F_1(m)]$ pontban a koordináta-tengelyekkel párhuzamos két egyenessel metszszük, s a mellékelt ábrán megjelölt szögeket α-val, illetve β-val jelöljük, könynyen belátható, hogy

$$u = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$w = \operatorname{tg} \beta$$

$$v = \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}$$

E geometriai interpretáció jobban megvilágítja, miért értelmezhetők u, illetve w az eloszlás alsó, illetve felső részének egyenlőtlenségi mutatójaként.



$U = ctg\alpha$, $W = tg\beta$, $V = ctg\alpha \cdot tg\,\beta$.

Ad. *e)* Amennyiben $F(m)$, illetve $F_1(m)$ értéke kifejezhető valamely adott eloszlás-függvény paramétereinek segítségével, ugyanez fennáll az u, v és w egyenlőtlenségi mutatókra is. E kifejezéseket meghatároztuk több ismert eloszlás-függvény típusra. Néhány eredményt a Függelékben ismertetünk.

A továbbiakban néhány megjegyzést tartunk szükségesnek: Először is meg kell említenünk, hogy a különböző szerzők által javasolt számos jövedelem-egyenlőtlenségi mutató között kettő bizonyos hasonlóságot mutat az általunk javasoltakkal. R. Gibrat híres munkájában [4] említést tesz egy Maure által bevezetett mutatóról, amely

$$M = \frac{1 - F_1(m)}{F_1(m)}$$

A két-paraméteres lognormális eloszlás speciális esetében M pontosan u-nak (és w-nek) felel meg. De általános esetben kevesebb információt tartalmaz a jövedelemeloszlásról, mint pl. v, hiszen csak az első momentum-eloszlás egyetlen speciális értékét veszi figyelembe.

Egy másik, R. R. SCHUTZ [5] által javasolt egyenlőtlenségi mutató $F(m)-F_1(m)$, azaz amíg u $F(m)$-nek és $F_1(m)$-nek hányadosa, a Schutz-együttható a különbségük; ez az együttható továbbá egyenlő $F(m)u'$-vel.[2]

Az u, v és w egyenlőtlenségi mutatókat kissé módosíthatjuk azáltal, hogy az (1) formulákban m helyébe Me-t, az eloszlás mediánját helyettesítjük. Ez megkönnyíti a mutatók értékének kiszámítását, különösen ha az adatok nem abszolút, hanem relatív jövedelem-kategóriákban vannak megadva, pl. decilisenként. Ezen módosított mutatók is rendelkeznek az előbbiekben felsorolt *a)*. . .*e)* tulajdonságokkal, ámbár ebben az esetben tulajdonképpen csak egy mutatóról beszélhetünk, mondjuk v^*-ról, a másik kettő ugyanis függvénye v^*-nak; emellett v^* is az első momentum-eloszlás egyetlen pontjának értékén alapszik. A magyar jövedelemeloszlások terén szerzett tapasztalataink arra mutatnak, hogy v jobban kifejezi az eloszlás egyenlőtlenségét, mint v^*.

Az u, v és w mutatók becslési módszereivel és e becslések matematikai-statisztikai tulajdonságaival [10] és [11.] foglalkozik. Két paraméteres lognormális elosztás esetén a mintából kapott becslések megbizhatósági határainak számításához táblázatok is készültek.

3. Alkalmazások

A 2. fejezetben adott két, tényleges jövedelemeloszlások egyenlőtlenségét mutató példán túlmenően e fejezetben a javasolt mutatókra és a velük kapcsolatos elemzésekre vonatkozó további, magyarországi jövedelemeloszlásokkal kapcsolatos alkalmazásokat mutatunk be.

A javasolt új egyenlőtlenségi mutatók részletes kifejtésére és alkalmazására először [1]-ben került sor az ún. tiszta munkás és alkalmazotti népesség 1959 évi jövedelemeloszlásával kapcsolatban. E népesség egy főre jutó jövedelem szerinti eloszlása 1959-ben igen jó közelítéssel lognormális eloszlásúnak tekinthető $\sigma = 0{,}4672$ paraméterértékkel. Így nemcsak az egyenlőtlenségi mutatók értékét, hanem azok hibahatárait is meg lehetett határozni. A mutatók értéke ezen eloszlásnál a 95%-os megbízhatósági határokkal:

$$u = 1{,}414 \pm 0{,}014$$

$$v = 2{,}099 \pm 0{,}035$$

$$w = 1{,}484 \pm 0{,}010 .$$

A 2/c. pontban leírt elemzés szerint az ott szereplő tényezők százalékos hozzájárulása a v mutató értékéhez:

$\frac{w}{k}$-ban, a keresők átlagkeresetében fennálló különbség 33,8%

$\frac{k}{n}$-ben, a munkaerő hasznosításában lévő különbség 35,6%

[2] A tanulmány megírása után jutott tudomásunkra, hogy eredményeink publikálása után, de tőlünk függetlenül Rabkina is közöl kétparaméteres lognormális eloszlással kapcsolatban egy v típusú egyenlőtlenségi mutatót. ([9])

$\frac{n}{N}$-ben, a társadalmilag munkaerőnek tekinthető népességnek az össz-népességhez viszonyított arányában levő eltérés 46,1%

$\frac{I}{W}$-ben, az összjövedelemnek a munkabéreket meghaladó arányában fenn-álló eltérés —15,5%

Mint arra már a 2/c. pontban is rámutattunk, az utolsó tényező negatív hozzájárulása azt jelenti, hogy az alacsonyabb jövedelmű családok béren felüli egyéb jövedelme viszonylag nagyobb, mint a magasabb jövedelmi szinten élőké, s így e tényező csökkenti a másik három tényező által előidézett jövedelmi egyenlőtlenséget.

A KSH által 1963-ban végrehajtott jövedelmi felvétel módot nyújtott annak megvizsgálására, hogy 1959 és 1962 között mennyiben változott a tiszta munkás-alkalmazotti népesség jövedelemeloszlásának egyenlőtlensége, illetve a már vizsgált tényezőknek az egyenlőtlenséghez való hozzájárulása. Az eredmények azt mutatták, hogy az egyenlőtlenség nem változott szignifikáns mértékben és a tényezők százalékos szerepében sincs nagy változás. A tényezők százalékos hatása 1962-ben:

$$\frac{W}{k}: 36{,}0\ \%$$

$$\frac{k}{n}: 35{,}7\ \%$$

$$\frac{n}{N}: 42{,}0\ \%$$

$$\frac{I}{W}: -13{,}7\ \%$$

Összehasonlításképpen elvégeztük a számításokat az 1963-as jövedelmi felvétel anyagából az összes munkás-alkalmazotti háztartások (mindazon háztartások, ahol a háztartásfő alkalmazásban álló kereső) népességének egy főre jutó jövedelem szerinti eloszlására is. E jövedelemeloszlás is jó közelítéssel lognormálisnak tekinthető $\sigma = 0{,}455$ paraméterrel. Az egyenlőtlenség valamivel — de nem szignifikáns mértékben — kisebb, mint a tiszta munkás-alkalmazotti népességnél. Az egyenlőtlenségi mutatók értéke a 95%-os megbízhatósági határokkal:

$$u = 1{,}455 \pm 0{,}020$$

$$v = 2{,}079 \pm 0{,}050$$

$$w = 1{,}479 \pm 0{,}014.$$

Az alábbi táblában megadjuk a már előzőkben is vizsgált tényezőknek az *u, v* és *w* egyenlőtlenségi mutatók értékének kialakításában játszott százalékos szerepét.

I. tábla

Tényezők	Százalékos hozzájárulás az egyenlőtlenséghez		
	u	v	w
$\frac{W}{k}$	36,6	28,2	19,4
$\frac{k}{n}$	45,6	38,5	30,9
$\frac{n}{N}$	81,8	84,1	86,6
$\frac{I}{W}$	−64,0	−50,8	−36,9

Ugyanakkor amikor a két réteg jövedelem-egyenlőtlenségének mértéke nagyjából ugyanaz, az egyes tényezőknek az egyenlőtlenséghez való hozzájárulása lényegesen eltér a tiszta és az összes munkás-alkalmazotti népességnél. Ez utóbbi népességnél lényegesen nagyobb eltérés van az átlagos jövedelem alatt, illetve felett élő háztartások demográfiai összetételében, pontosabban a társadalmilag munkaerőnek tekintett népességnek az össznépességen belüli arányában. E tényező járul hozzá legnagyobb mértékben az egyenlőtlenség kialakulásához. Ugyanakkor a béren felüli jövedelmek kompenzáló hatása is sokkal lényegesebb, ami elsősorban avval van összefüggésben, hogy ezen háztartások között elég jelentős a vegyes (pl. mezőgazdasági termelőszövetkezeti tagokat is tartalmazó) háztartások aránya, s ezek zöme az átlag alatti háztartásokhoz tartozik. E háztartásoknál a háztáji gazdaságból, illetve a termelőszövetkezetből származó jövedelem jelentős mértékben egészíti ki a munkabér-jövedelmeket, s e kiegészítés relatíve sokkal jelentősebb az átlag alatt élő családok esetében, mint a tehetősebb háztartásoknál. Érdemes megjegyezni végül, hogy a munkabéres keresők átlagkeresetében levő különbségnek csak szerény szerepe van az egyenlőtlenség létrehozásában.

Meg kell jegyeznünk, hogy noha az új mutatórendszert elsősorban a jövedelemeloszlás egyenlőtlenségének mérésére dolgoztuk ki, más típusú gazdasági egyenlőtlenségek vizsgálatára is alkalmazható.

A javasolt elemzési eljárások, bár nem minden elemzési probléma megoldására alkalmasak, alkalmazási lehetőségeik mindenesetre meghaladják a jövepelemeloszlás problematikáját.

(Beérkezett: 1968. VII. 1.)

Függelék

Az u, v, és w egyenlőtlenségi mutatók kifejezése a személyi jövedelemeloszlás különböző elméleti eloszlásfüggvényekkel való megközelítésénél

Elméleti eloszlásfüggvény:	u	v	w
Normális eloszlás: $N(\mu, \sigma^2), \mu > 0$	$\frac{1}{1-C\sqrt{2/\pi}}$ [1]	$\frac{1+C\sqrt{2/\pi}}{1-C\sqrt{2/\pi}}$ [1]	$1+C\sqrt{2/\pi}$ [1]
Egyenletes eloszlás: [2] $a < x < b$	$\frac{2a+2b}{b+3a}$	$\frac{3b+a}{b+3a}$	$\frac{3b+a}{2a+2b}$
Pareto — eloszlás: $f(x) = \frac{\alpha a^\alpha}{x^{\alpha+1}}$, $a > 0, \alpha > 1, x > a$	$\frac{\beta^\alpha - 1}{\beta^\alpha - \beta}$ [3]	$\frac{\beta^\alpha - 1}{\beta^{\alpha-1} - 1}$ [3]	β [3]
Gamma eloszlás: $f(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} x^{\nu-1} e^{-x}, x > 0$	$1 + \frac{f(\nu)}{F(\nu) - f(\nu)}$ [4]	$\frac{F(\nu)}{1-F(\nu)} \cdot \frac{1+f(\nu)-F(\nu)}{F(\nu)-f(\nu)}$ [4]	$1 + \frac{f(\nu)}{1-F(\nu)}$ [4]
Kétparaméteres lognormális eloszlás: $\Lambda(x \mid \mu, \sigma^2)$	$\frac{\Phi(\sigma/2)}{1-\Phi(\sigma/2)}$ [5]	$\frac{\Phi^2(\sigma/2)}{[1-\Phi(\sigma/2)]^2}$ [5]	u
Háromparaméteres lognormális eloszlás: $\Lambda(x \mid \tau, \mu, \sigma^2) = \Lambda(x-\tau \mid \mu, \sigma^2)$	$\frac{(\alpha+\tau)\Phi(\sigma/2)}{\alpha-(\alpha-\tau)\Phi(\sigma/2)}$ [6]	$\frac{\Phi(\sigma/2)}{1-\Phi(\sigma/2)} \cdot \frac{(\alpha-\tau)\Phi(\sigma/2)+\tau}{\alpha-(\alpha-\tau)\Phi(\sigma/2)}$ [6]	$\frac{(\alpha-\tau)\Phi(\sigma/2)+\tau}{(\alpha+\tau)[1-\Phi(\sigma/2)]}$ [6]

Megjegyzések: 1) $C=\sigma/\mu$, a variációs együttható.

2) $a = 0$ esetén a mutatók értéke nem függ az eloszlás terjedelmétől, hanem konstans $u = 2$, $v = 3$, $w = 3/2$.

3) $\beta = \frac{\alpha}{-1}$

4) $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \Gamma_\nu(x)$, és $\Gamma_x(x)$ a nem teljes gamma függvényt jelöli.

5) Φ a standard (0 várható értékű, 1 szórású) normális eloszlás függvényt jelöli.

6) $\alpha = M(x) - \tau$, $\tau < 0$ esetén (a magyarországi jövedelem eloszlások közül számos esetben ezt tapasztaltuk), az eloszlást az $x = 0$ pontban csonkítani kell, és így u, v és w kifejezései komplikáltabbak lesznek. Ha a csonkítás hatása az eloszlásra elhanyagolható (Eddigi tapasztalatainkban majdnem mindig így volt), akkor a megadott formulákat kapjuk vissza.

IRODALOM

[1] FRIGYES, E.: A munkások és alkalmazottak jövedelemeloszlásának elemzése és tervezési módszerei. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1965.

[2] FRIGYES, E.: A simulation experiment for estimating per capita income distribution. Economics of Planning, Vol. 5. 1965. No. 3. pp. 94–105.

[3] FITZWILLIAMS, J. M.: Size destribution of income in 1962. Survey of Current Business, April 1964.

[4] GIBRAT, R.: Les inegalités économiques. Paris. Libraire du Recueil Sirey. 1931.

[5] SCHUTZ, R. R.: On the measurement of income inequality. The American Economic Review. Vol. 41. 1951. pp. 107–122.

[6] AITCHISON, J. and BROWN, J. A. C.: The Lognormal Distribution. Cambridge: Cambridge University Press. 1963.

[7] CRAMER, H.: Mathematical Methods of Statistics. Princeton, University Press. 1954.

[8] ÉLTETŐ, Ö.: Large-sample lognormality tests based on new inequality measures. Paper submitted to the 35-th session of the International Statistical Institute. Beograd. 1965.

[9] РАБКИНА, Н. Е.: О некоторых соотношениях и показателях в логаритмически — нормалном распределении заработной платы и доходов. Математические методы в экономики труда. Москва, 1967.

[10] ÉLTETŐ Ö.—FRIGYES E.: Új jövedelem-egyenlőtlenségi mutatók, tulajdonságaik és hasznosítási lehetőségeik. Országos Tervhivatal Tervgazdasági Intézet Közleményei 1967. 5. sz. Budapest, 1967. kézirat.

[11] ÉLTETŐ, Ö.—FRIGYES, E.: New income inequality measures as efficient tools for causal analysis and planning. Econometrica, Vol. 36, No. 2 (April, 1968)

NEW INCOME INEQUALITY MEASURES, THEIR PROPERTIES AND APPLICATIONS

The system of measures proposed, besides indicating the level of the inequality, shows the role played by several factors having economic or demographic meaning which contribute to the formation of incomes and the inequality itself. As far as the authors know the widely used inequality measures have never been applied for this latter purpose.

The measures proposed are:

$$u = \frac{m}{m_1}, \qquad v = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{and} \quad w = \frac{m_2}{m},$$

where:
$m = E(X)$, $m_2 = E(X/X > m)$ $m_1 = E(X/X \leq m)$ and E symbolizes the mathematical expectation and X means the income of an income unit selected by random.

u, v and w may be expressed as

$$u = \frac{F(m)}{F_1(m)}, \qquad v = \frac{1 - F_1(m)}{1 - F(m)} \, \frac{F(m)}{F_1(m)} \quad \text{and} \quad w = \frac{1 - \mathbf{F}_1(m)}{1 - F(m)},$$

where:
$F(X)$ means the distribution function of X and
$F_1(X)$ symbolizes the first moment distribution function of X

$$F_1(X) = \frac{1}{m} \int t \, dF(t)$$

The range of u, v and w is $(1, +\infty)$ but they are easily transformable to the usual interval $(0, 1)$.

From the economic point of view u and w indicate the inequality of the lower (resp. upper) part of the distribution and v shows that of the distribution as a whole.

The measures proposed, similarly to the Lorenz-rate of concentration are geometrically interpretable in an easy way, also with the aid of the Lorenz-curve.

Perhaps the most advantageous property of these indicators seems to be their fractionability. This factorization may be performed by using descriptive identities of multiplicative character.

For the well known distribution functions used for describing income distributions the measures are easily expressed as terms of the parameter(s) of the given function. The case of a lognormal distribution is of special importance, where:

$$u = w = \frac{\Phi(\sigma/2)}{1 - \Phi(\sigma/2)} \quad \text{and} \quad v = u^2, \text{ where:}$$

Φ symbolizes the standard normal distribution function with parameters 0,1.

The statistical properties of sample estimations of u, v and w are described in [11].

The measures proposed have been succesfully applied in analyzing Hungarian income distributions.

НОВЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НЕРАВЕНСТВА ДОХОДОВ, ИХ СВОЙСТВА И ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

В статье трактуются измерители неравенства, выработанные нами в ходе исследований по планированию и анализу распределения личных доходов.

Предложенная система измерителей, информирующая о степени неравенства, способна показать также и интенсивность некоторых экономических и демографических факторов влияющих на неравенства. По нашему сведению, ни один из раньше разработанных многочисленных измерителей неравенства не был использован для такой цели.

Предложенные измерители:

$$u = \frac{m}{m_1}, \qquad v = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{и} \quad w = \frac{m_2}{m}, \qquad \text{где}$$

$m = E(X)$, $m_2 = E(X/X \geq m)$, $m_1 = E(X/X < m)$ и

E — означает (математическое) ожидание,

X— означает доход случайно выбранной доходной единицы.

u, v и w можно выразить и по следующей форме:

$$u = \frac{F(m)}{F_1(m)}, \quad v = \frac{1 - F_1(m)}{1 - F(m)} \; \frac{F(m)}{F_1(m)}, \qquad w = \frac{1 - F_1(m)}{1 - F(m)},$$

где $F(X)$ означает функцию распределения от X

$F_1(X)$ означает распределение первого момента от X.

$$F_1(X) = \frac{1}{m}\int t\, d\,F(t)$$

Возможные величины u, v и $w : (1, +\infty)$, однако их нетрудно преобразовать на интервал (0,1) традициональный вообще для измерителей неравенства.

На самом деле u означает неравенство нижней части распределения, w означает неравенство верхней части распределения и v означает неравенство всего распределения.

Измерители могут быть интерпретированы — при помощи кривой Лоренца — и геометрически — аналогично коэффициенту концентрации Лоренца, который является наиболее распространенным на международной практике.

Наибольшее преимущество данных измерителей вероятно заключается в их способности к факторизации. Эта факторизация может быть осуществлена посредством описательных тождеств имеющих характер произведений.

В случае известных функций распределения примененных для описания распределений доходов, u, v и w могут быть выражены в качестве функции от параметра (параметров) упомянутых функций распределения. Особое значение имеет двухпараметровое логнормальное распределение, где:

$$u = w = \frac{\Phi(\sigma/2)}{1 - \Phi(\sigma/2)} \quad \text{и} \quad v = u^2$$

Статистические свойства оценок показателей u, v и w описаны в [11].

Предложенные измерители были применены в венгерской статистической практике.