

A népgazdasági árprogramozás dinamikus modellje¹

Kérdésfeltevés

Az új gazdaságirányítási rendszer viszonyai között nagymértékben megnőtt az árak és általában a gazdasági emelők szerepe. Ezért rendkívül fontos, hogy a központi szervek — elsősorban az OAÁH — sokrétű és megbízható információval rendelkezzenek arra vonatkozóan: *milyen árviszonyok segíthetik elő leginkább a népgazdaság gyors és zökkenőmentes fejlődését.*

A vázolt követelménynek nem mond ellent, hogy az új mechanizmus viszonyai között az árakat csak részben határozzák meg központilag. Az állami irányítószervek ugyanis befolyásolhatják az árakat ott is, ahol szabad, vagy limitált — bizonyos korlátok közt változtatható — árak vannak. Emellett központilag kerül megállapításra s időnként felülvizsgálásra: hol lehet szabad árformákat alkalmazni. Rugalmasan kezelhetők (a korábbiánál gyakrabban módosíthatók) a központilag megállapított fix árak is, a gazdaságfejlődés követelményeinek függvényében.²

A továbbiak megértéséhez mindenképp azt kell meghatározni: *mit értünk árakon.* Ugyanis jelen cikkben a köznapinál *szélesebb értelemben* használjuk az árak fogalmát. Nemcsak a termékek és szolgáltatások pénzbeli értékeléseit nevezzük áraknak, hanem az „elsődleges” erőforrások (munkaerőfajta, termelési alapok, természeti kincsek stb.) felhasználásának pénzben kifejezett értékelését, valamint a deviza-átszámítási kulcsokat, például a rubel és a dollár forintárát is. Vagyis azt is, amit a köznapri életben bérnek (munkadíjazásnak), eszközhasználati járuléknak, illetményadónak stb. neveznek, az ártípuszámításoknál pedig ártényezőnek, tisztajövedelem-elvonási módnak („csatornának”), nyereségnek.

Az árfogalom fentebb vázolt kiterjesztése lehetővé teszi, hogy a népgazdasági programozás duális feladatának — ha a primál feladat a szorosabb értelemben vett népgazdasági terv (*volumenterv*) — megoldását (az árnyékárakat), mint *népgazdasági ártervet* értelmezzük, s magát az eljárást *népgazdasági árprogramozásnak* nevezzük.

A népgazdasági árprogramozás egyidejűleg szolgáltatja:

- a termékek és szolgáltatások árait: árnyékárakat a modell egyes szektorainak kibocsátásaira;
- az optimális valutaszorzókat (például rubel és dollár bontásban);
- az optimális ártényezőket (az élómunka, eszközlekötés, stb. értékelését).

¹ Az Országos Anyag- és Árhivatalban (OAÁH) 1968. májusában megvitattott tanulmány átdolgozott változata; a kutatás az MTA Közgazdaságtudományi Intézetében folyik, szerző irányításával, az OAÁH Közgazdasági Főosztályával együttműködve.

² Lásd például az OAÁH és más szervek képviselői által 1967. februárjában elfogadott ártervezési irányelveket.

A népgazdasági árprogramozásnál is fennáll — mint általában a matematikai programozási feladatoknál — a *komplementaritás*.³ Az ártervvel meghatározott összefüggésben áll a volumenterv, illetve a volumentervvel az árterv. Az optimális volumentervben csak olyan tevékenységek (termelési technológiák, importok, exportok stb.) szerepelnek, amelyek árnyékáron mérve rentábilisak (nem veszteségesek), másrészt: az árnyékáron mérve nem veszteséges tevékenységek bekerülnek az optimális tervbe. A komplementaritás tehát itt azt jelenti, hogy *nem lehet ésszerű népgazdasági tervet (volumentervet) készíteni ésszerű árterv nélkül és fordítva*.⁴

Természetesen a népgazdasági árprogramozás mellett szükség van egyéb módszerekre is az ártervezésben. Részben azért, mert a népgazdasági árprogramozás rendkívül bonyolult feladat, amely még nem végezhető el termékmélységben. Másrészt bizonyos feltételezésekkel — pl. szakaszosan lineáris közelítés, a bizonytalanság elhanyagolása — kénytelen élni, amelyek miatt a nyert eredmények többoldalú ellenőrzést és korrigálást igényelnek.

Közgazdasági feltételezések

A népgazdaság optimális árviszonyait kívánjuk *többperiódusú, dinamikus modellel* közelíteni. E cikk az 1968—1975-ös időszakot felölelő modellel foglalkozik. A vázolt modell természetesen hosszabb időszakra is kiterjeszthető.

A többperiódusú, dinamikus modell *alkalmazásának jelentőségét* az egyperiódusúval szemben nem nehéz belátni. Ha az árak hatnak a gazdálkodásra, akkor valamely időszak árai a későbbi időszakok eredményét is befolyásolják. Például meghatározott beruházási döntéseket segítenek vagy gátolnak, bizonyos exportpiacok bővítésére ösztönöznek, ill. nem ösztönöznek stb. A társadalomnak nem az az érdeke, hogy valamely rövid időszakban legyenek csak kedvező eredmények, a későbbi időszakok rovására, hanem hogy a gazdaságfejlődés hosszabb időszakot tekintve is kedvezően alakuljon. Vagyis *a jó árrendszernek érzékenynek kell lennie nemcsak a gazdálkodás adott feltételeire, hanem a később várható feltételekre, s az utóbbiak kialakulását kedvezően kell befolyásolnia*.

Tehát az ésszerű árrendszer jó közelítése oly modell alapján képzelhető el, amelyben *több időszak, kellő „tervezési horizont”* kerül figyelembevételre.⁵ Az ily modell, ha jól szerkesztik meg, kiküszöböli az egyperiódusú modelleknek azt a problémáját, hogy bizonyos termékkészletek *zéró értékelést* (árnyékárat) kaphatnak.⁶ Ugyanis, ha a készletek tárolhatók, helyettesítik a jövőbeni termelést (vagy importot), s így a többperiódusú modellben a későbbi periódusban általuk helyettesített erőforrások árnyékárösszegével értékelődnek.

A *készletkérdés* kapcsán rá kell mutatni a következőkre:

1. A matematikai programozási modelleknél általában és a többperiódusú modelleknél különösen nem kötelező feltételezni a készletnélküliséget. A programozási modell termelőegységeinek felhasználási koefficiensei az egyes termékekből (vagy szektorkibocsátásokból) tartalmazhatják a tevékenység normális folytatásához szükséges fajlagos készletszükségleteket is.

³ Vö. (1)-gyel, (2)-vel, (3)-mal és (9)-cel.

⁴ Lásd pl. (10)-ben, (6)-ban és (11)-ben.

⁵ Lásd pl. (5)-öt és (7)-et.

⁶ Lásd pl. (10) Függelékében.

2. A korlátozó feltételek biztonsági készleteket is előírhatnak.
3. A normális készletfajlagosok, valamint a biztonsági készletek meghatározása külön feladat, a modell többi kiinduló-adatának meghatározásával együtt. Erre a célra hagyományos tervezési módszerek vagy speciális modellek használhatók fel.
4. Az időszak elején meglévő esetleges fölös készleteket a hosszabb időszakot felölelő programozási modell felszámolhatja, megfelelően csökkentve azokat a tevékenységeket (termelést, vagy importot), amelyek kibocsátásaiból fölös készletek vannak, illetve fokozva a termékfajta felhasználását.

A többperiódusú, dinamikus modelleknél is problémát okoz (ha nem végtelen hosszú időszak ravnatkozó modellről van szó) a gazdasági folyamatok időbeni „elválgása”. Az egyperiódusú modellel szemben annyi e tekintetben a haladás, hogy a többperiódusú programozás a tervezés bázisidőszakához képest később vágja el a gazdasági folyamatokat, s így az első időszak (vagy időszakok) tervezéséhez viszonylag jobb alapot teremt. Döntést közvetlenül mindig csak az előttünk álló idősakra kell hozni. A programozást egy periódussal később megismételve, s időhorizontját arányosan kiterjesztve, a szóbanforgó probléma csökkenthető.

Jelentős mértékben ellensúlyozható a modell időhorizontjának korlátozott-sága a programozás megfelelő szerkezeti felépítésével és az optimumkritérium (célfüggvény) megválasztásával is. Hogyan? Nézzük előbb a szerkezeti felépítés kérdését.

Tekintsük a modell valamely j szektorát. Ez esetünkben ágazat, de lehet kisebb termelőegység is. Ha a j szektor a tervidőszak elején már létezik, lekötvé tart bizonyos, részben specializált erőforrásokat (munkaerőt, termelési alapokat). Ezeket az erőforrásokat nem lehet tetszőleges sebességgel átcsoportosítani más felhasználási területekre.

Tegyük fel, hogy az át nem csoportosítható erőforrásokat a szektor nem hagyja kihasználatlanul. Ezzel lényegében adva van a szektor fejlesztésének egyik lehetséges — minimális — programja a többperiódusú modell számára. A minimális programhoz tartozó összes ráfordítások és kibocsátások a modell egyetlen oszlopában felírhatók (T számú oszlop helyett, ahol T az időszaokok száma).

Analóg módon kezelhető a szektor maximális (műszaki-gazdasági lehetőségek által megengedett leggyorsabb ütemű) fejlesztési tevékenysége.

Feltételezhetjük, hogy a j termelőág minimális és maximális fejlesztését jellemző két *intertemporális* — több időszakot felölelő — tevékenység⁷ együttes terjedelme az alábbi összefüggésben áll egymással:

$$(1) \quad x_j^I + x_j^{II} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n; n \text{ a szektorok száma})$$

ahol x_j^I , x_j^{II} a j szektor tevékenységének terjedelmét jellemző szám minimális, illetve maximális fejlesztés esetén, továbbá

$$(2) \quad 0 \leq x_j^I \leq 1; \quad 0 \leq x_j^{II} \leq 1.$$

Az (1) és (2) típusú feltételek beépítése a modellbe azt jelenti, hogy a programozás során választani lehet a szektor minimális és maximális fejlesztése, illetve a két szélső eset összes nem-negatív lineáris kombinációi között.

⁷ Vö. (4)-gyel.

Valamely szektor fejlesztési változatainak száma a modellben természetesen kettőnél több is lehet. Felülelhet a fejlesztés-növekedési üteme szempontjából azonos, de a technikai felszereltség szempontjából eltérő változatokat. Továbbá olyan változatokat is, amelyek a fejlesztés üteme szempontjából eltérőek. Az 1968–1975-ös árprogramozási modellben egy-egy szektorra az alábbi négy fejlesztési változatot kívánjuk figyelembe venni:

1. Minimális fejlesztés 1968–1975-ben (beruházások csak saját forrásból — amortizációból, vállalatfejlesztési alapból — költségvetési hozzájárulás és bankkölcsön nélkül); jelölése x_j^I ;
2. Maximális fejlesztés 1968–1975-ben; jelölése x_j^{II} ;
3. Maximális fejlesztés 1968–1975-ben (+ minimális fejlesztés 1971–1975-ben); jelölése x_j^{III} ;
4. Maximális fejlesztés 1971–1975-ben (minimális fejlesztés 1968–1970-ben); jelölése x_j^{IV} .

Meg kell jegyezni, hogy maximális fejlesztésen általában a hivatalos tervben előírtnál gyorsabb fejlesztést — nagyobb beruházásokat stb. — értünk.

A fenti csoportosítás nemcsak arra ad módot, hogy az egész tervidőszakot (1968–1975) figyelembe véve válasszon a programozás a minimális és maximális fejlesztés lehetséges kombinációi között, hanem hogy két periódusra (1968–1970-re, ill. 1971–1975-re) esetleg eltérő jellegű tervet alakítson ki. Például, minimális fejlesztést 68–70-re, maximalist 71–75-re, valamely szektorban.

Ezenkívül *modellünkben mástípusú — a technikai felszereltség vagy a szektor-kibocsátás összetétele szempontjából eltérő —* variációk is figyelembe vehetők. Ez a szakértőkkel való konzultáció alapján döntendő el.

Négy változatot feltételezve az (1) ill. (2) összefüggés a következő lesz:

$$(1a) \quad x_j^I + x_j^{II} + x_j^{III} + x_j^{IV} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n; n \text{ szektorok száma})$$

$$(2a) \quad 0 \leq x_j^I \leq 1; \quad 0 \leq x_j^{II} \leq 1; \quad 0 \leq x_j^{III} \leq 1; \quad 0 \leq x_j^{IV} \leq 1.$$

A modellben a szocialista külkereskedelmet és a fogyasztást szintén intertemporális változókkal szerepeltetjük.

Előbbinél abból a megfontolásból indulunk ki, hogy a forgalmat nagyrészt államközi szerződések szabályozzák, általában hosszabb lejáratra. Itt is legalább négy fejlesztési változat alakítandó ki: *a)* minimális fejlesztés 68–75-ben (már megkötött export-import szerződések konzekvenciái); *b)* maximális fejlesztés 68–75-ben; *c)* maximális fejlesztés 68–70-ben, s minimális 71–75-ben; *d)* maximális fejlesztés 71–75-ben, s minimális 68–70-ben. A négy változatra az (1a), illetve (2a) típusú feltételek vonatkoznak. Kialakíthatók persze egyéb változatok is, például a könnyűipari export maximális növelését feltételezve.

A fogyasztást ugyancsak több változó képviseli a modellben. Az egyik (y^I) a hivatalos tervben előírt fogyasztásnövekedési ütemet reprezentálja. Egy másik (y^{II}) a maximálisan lehetséges fogyasztásnövekedési ütemet. E két fogyasztási változó oszlopának összeállításánál a tervidőszakra előírányzott fogyasztói árak melletti fogyasztói keresletszerkezettel számolunk. Terjedelmüket — a többi fogyasztási változóval együtt — (1), ill. (2) típusú feltételekkel korlátozzuk, ami azt jelenti, hogy *a népgazdasági árprogramozás biztosítja legalább a hivatalos tervben előírányzott fogyasztásnövekedést.*

A modellben figyelembe veendő más fogyasztási változók is. Például olyan fogyasztási keresletszerkezet, amely az előzetesen tervezettől eltérő fogyasztói árak esetén alakulna ki, alacsonyabb tartós fogyasztási cikkek, magasabb élelmiszerárak mellett.

Az utóbbi típusú fogyasztási változó aszerint is variálható, hogy a gyökeres fogyasztói árrendezést az első (68—70-es) vagy második (71—75-ös) periódusban hajtják végre. Ily módon további intertemporális fogyasztási változókhoz jutunk: hivatalos, ill. maximális fogyasztásnövekedés 68—75-ben, az első periódusban végrehajtott fogyasztói árrendezéssel (y^{III}, y^{IV}), illetve a második periódusban végrehajtott fogyasztói árrendezéssel (y^V, y^{VI}).

A népgazdasági árprogramozás a felsorolt fogyasztásszerkezeti variánsok közül válogatva bizonyos értelemben — bár nem teljes mértékben — a fogyasztói arányokat is programozza.⁸ Ugyanis kiválasztja azt a fogyasztásszerkezetet, amely a modellben figyelembe vett árkombinációk közül az árnyékárakhoz leginkább hasonló fogyasztói árak mellett alakulna ki. A választott fogyasztási szerkezet a programozás folyamatában az árnyékárrendszerre is visszahat. A modellel végezhető árszámítás ily értelemben szintén dinamikus.

A modell rugalmasságának fokozása érdekében a változók egy részét nem kezeljük intertemporálisan, hanem periódusonként megbontjuk, és külön korlátozzuk. Így a tőkés export és import változókat, amelyeket szektoronként bontunk és az importot kompetitív, ill. non-kompetitív importra osztjuk.⁹

Megkülönböztetetten kezeli modellünk az ún. *mobilizálható és a nem mobilizálható termelési alapokat*. Nem „mobilizálhatók” — nem csoportosíthatók át szektorok között — feltételezésünk szerint a tervidőszak elején meglévő és a tervidőszak folyamán el nem használódó állóeszközök. Ezzel szemben a tervidőszak folyamán eszközölhető beruházásokat, valamint a forgóeszközöket *mobilizálható termelési alapoknak* tekintjük. Mit jelent ez a modell összeállítása szempontjából?

- Az intertemporális szektorfejlesztési változók termékmérlegekhez — szektor kibocsátásokhoz — tartozó koeficiensében nemcsak az anyagfelhasználás (felújítással) és termékkibocsátás szerepel, hanem a mobilizálható termelési alapok igénybevétele is.
- A modell fő célfüggvénye tartalmazza a mobilizálható termelési alapok tervidőszak utáni nettó értékét (lásd később).

A modell ily szerkesztése számítástechnikailag előnyös, mert megtakarítja a külön beruházási, forgóeszközfelhasználási, stb. változókat és az azokhoz tartozó speciális korlátozó feltételeket. Ugyanakkor közgazdaságilag is indokolható.

A *nem mobilizálható termelési alapok* transzformáltan figyelembevételre kerülnek a termelőszektorok (1), ill. (2) típusú korlátozó feltételeinek konstansaiban.

A *mobilizálható termelési alapok* igénybevételükkor konkrétan (kibocsátó szektorok szerint részletezve) számításbavételre kerülnek, mint ráfordítások a modell feltételi rendszerében. Az a részük viszont, amely a tervidőszak folyamán nem használódik el, „megtérül” a célfüggvényben.¹⁰

⁸ Vö. (11) 10. fejezetével.

⁹ Vö. (8)-cal.

¹⁰ A „megtérülés” az alább ismertetett célfüggvény esetén az utolsó tervév (1975) felhasználására vonatkozik.

Az árprogramozás fő célfüggvénye a fogyasztást + a mobilizálható termelési alapok tervidőszak utáni értékét maximalja (nemzeti jövedelemmaximálás). Képletben:

$$(3) \quad \mathbf{c}_y^* \mathbf{y} + \mathbf{c}_x^* \mathbf{x} \rightarrow \max ;$$

ahol \mathbf{y} , ill. \mathbf{x} vektor komponensei az intertemporális fogyasztási, illetve termelési változók terjedelmére jellemző számok (0 és 1 közötti értékek);

\mathbf{c}_y^* sorvektor komponensei az intertemporális fogyasztási változókhoz tartozó fogyasztási volumenek a tervidőszak utolsó évében (1975-ben), változatlan áron;

\mathbf{c}_x^* sorvektor valamely c_{xj} komponensét (j itt az intertemporális termelési változók futóindexe) a (4) összefüggés adja:

$$(4) \quad c_{xj} = \check{\mathbf{p}}_k^* \mathbf{k}_j$$

ahol $\check{\mathbf{p}}_k^*$ sorvektor komponensei a termékek (szektorkibocsátások) optimális árai a T -ik időszakban (esetünkben 1975-ben), az időtényezővel korrigálva (lásd alább);

\mathbf{k}_j vektor komponensei a mobilizálható termelési alapok növekményei az utolsó tervidőszakban (esetünkben 1975-ben), változatlan áron.

A $\check{\mathbf{p}}_k^*$ árvektor valamely i elemét, \check{p}_{ki} -t elvileg az (5) összefüggés adja:

$$(5) \quad \check{p}_{ki} = \frac{p_{ki}(T)}{p_{ki}(T-1)} p_{ki}(T)$$

ahol $p_{ki}(T-1)$, $p_{ki}(T)$ az i -edik szektorkibocsátás árnyékára a $(T-1)$ -edik, ill. T -edik időszakban (évben).

A (4), ill. (5) összefüggésben feltételezzük, hogy a $(T+1)$ -edik időszak árnyékára valamely i jószágra *ugyanolyan arányban* tér el a T -edik időszak árnyékárától, mint a T -edik időszak árnyékára a $(T-1)$ -edik időszak árnyékárától.

Mivel az árnyékarakat a programozás előtt nem ismerjük — vagyis a T -edik és a $(T-1)$ -edik időszak árnyékárait sem — ezért az optimális megoldást iteratív úton kell közelíteni. Az első programozásnál $\check{\mathbf{p}}_k^*$ -ra előrebecsült értékek alkalmazandók. Ezután az (5) képlet felhasználásával megvizsgálandó, hogy van-e számottevő eltérés az előrebecsült és a tényleges p_{ki} értékek között. Ha van, a programozás az új \check{p}_{ki} értékek alapján ismétlődő.

Meg kell jegyezni, hogy elegendő a (4) összefüggés alapján vizsgálni az eltérések nagyságát. Ugyanis az előrebecsült $\check{\mathbf{p}}_k^*$ árvektor hibáinak kihatását a \mathbf{c}_x^* vektorra a \mathbf{k}_j vektorral való szorzás általában csökkenti.

A modell szerkezetének az a sajátossága, hogy az intertemporális fejlesztési változók a beruházásokat is tartalmazzák, nemcsak a modell méretét csökkenti, hanem mérsékli annak modellen belüli kihatását, hogy a tervidőszak vége mesterségesen elvágja a fejlesztési folyamatokat. A vázolt modell azoknak a beruházásoknak a volumenét és szerkezetét is kedvezően befolyásolhatja, amelyek pozitív hatása a programozási időszak (a T . év) után bontakozik ki. A (3) célfüggvényt alkalmazó modell a *fogyasztás és felhalmozás arányát* is optimalizálja bizonyos korlátokon belül. Felmerül a kérdés, *milyen alapon?*

A programozás legalább olyan ütemű fogyasztás-növekedést biztosít, mint a hivatalos terv. Feltéve persze, hogy a programozási feladatnak van lehetséges

megoldása. Az ezen felül elérhető, vagy a hivatalos tervben előirányzott felhalmozásból megtakarítható értékeket a programozás osztja el fogyasztás és felhalmozás között.

A fogyasztás növelésével a jószág teljes árnyékáron mért értékével növelhető a célfüggvény. Amennyiben a jószág felhalmozásra kerül, közvetlenül csak az az értékrésze növeli a célfüggvény nagyságát, amely a $(T+1)$ -edik időszakban még megvan a felhalmozott javakból. Ugyanakkor azonban a felhalmozás elősegíti a termelés és nemzeti jövedelem bővítését. E hatásnak legalábbis egyenértékűnek kell lennie az amortizáció és időtényező miatt kieső értékrész-szel ahhoz, hogy a többlet nemzeti jövedelmet a modell fogyasztás helyett felhalmozásra adja.

A többperiódusú, dinamikus modell elvileg minden programozott időszakra (évre) külön korlátozó feltételeket és változókat tartalmaz. Az intertemporális változók bekapcsolása e helyzetet módosítja. Ezen túlmenően jelen modellben csak bizonyos kiemelt évekre — 1970-re és 1975-re, a két tervperiódus utolsó évére — veszünk be termék- és devizamérlegeket, létszámkorlátokat, valamint egyperiódusú változókat és azok korlátait.¹¹

Szektorbontás szempontjából a modellt több változatban dolgozzuk ki. Mivel a kiindulóadatok összeállításánál elsősorban a KSH AKM-ek felhasználásával történő előrebecslésekre támaszkodunk, a modell ágazati szerkezete a rendelkezésre álló AKM-ekhez igazodik.

A legösszevontabb változat 15 szektort fog tartalmazni. A nyert tapasztalatok felhasználásával 28 és 83 szektoros modell is készül. A különböző változatok eredményeinek összehasonlítása lehetőséget biztosít az aggregáció hatásának tanulmányozására.

Az árprogramozáshoz több célfüggvényt alkalmazunk. A (3) összefüggésben szereplő célfüggvényen kívül fogyasztás-maximálási, valamint tőkés devizaegyenleg-maximálási célfüggvényt.

A továbbiakban a modell általános sémáját, valamint feltételi rendszerét ismertetjük. (L. köv. old.)

A modellsámában alkalmazott jelöléseket a feltételi rendszer tárgyalásánál ismertetjük. Előzetesen néhány megjegyzést kívánunk tenni.

A vastagon szedett nagybetű matrixot, vastagon szedett kisbetű vektort jelöl. A sorvektort esillaggal különböztetjük meg az oszlopvektortól. A zárójeles jobb felső index az időszak jelölése: $(^1)$ = 1970 évi adatok; $(^2)$ = 1975 évi adatok; $(^0)$ = intertemporális feltételekhez tartozó matrixok és vektorok megkülönböztető jele. $\mathbf{0}$ = nullmatrix; $\mathbf{1}$ = összegező vektor (minden komponense 1).

A modell fő (nemzeti jövedelem-maximálási) célfüggvényét az előzőekben ismertettük. A *fogyasztásmaximálási célfüggvény* a következő alakban írható fel (lényegében a fogyasztás növekedési ütemének maximálása):

$$(6) \quad \mathbf{c}^* \mathbf{y} \rightarrow \max !$$

A jelölések tartalmát már korábban — a (3) összefüggés kapcsán — ismertettük.

A *devizamaximálási célfüggvény* többféleképpen is felírható. Például az 1975. évi devizaegyenleg maximálásaként vagy az 1970 + 1975 évi devizaegyenleg együttes maximálásaként stb. Ezzel ehelyütt közelebbről nem foglalkozunk.

¹¹ Nemszocialista exportot és importot, s az ágazati exportváltozók korlátozó feltételeit.

A modell általános sémája

Változók Feltételek		Intertemporális változók			Egyperiódusú változók ¹						Erőforrás keretek b
		Termelés ³	Szocialista exp. — imp.	Fogyasztás	1970			1975			
					Export	Import		Export	Import		
						Kiegész.	Versenyző		Kiegész.	Versenyző	
Intertemporális változók korlátai	Termelés Szoc. külker. Fogyaszt.	$K^{(0)}$	I^*	I^*							$b_x^{(0)}$ l l
<i>1970. évi mérlegek</i>											
Termék (hazai + vers. imp.)		$A_1^{(1)} - K^{(1)}$	$A_2^{(1)}$	$A_3^{(1)}$	$A_4^{(1)}$		$-A_5^{(1)}$				$b_1^{(1)}$
Nonkompetitív import		$C_1^{(1)}$	$-C_2^{(1)}$	$C_3^{(1)}$		$-C_4^{(1)}$					$b_2^{(1)}$
Deviza			$D_1^{(1)}$		$-D_2^{(1)}$	$D_3^{(1)}$	$D_4^{(1)}$				$b_3^{(1)}$
Munkaerő		$L^{(1)}$									$b_4^{(1)}$
Exportkorlátok (tőkés)					$M^{(1)}$						$b_5^{(1)}$
<i>1975. évi mérlegek</i>											
Termék (hazai + vers. imp.)		$A_1^{(2)} - K^{(2)}$	$A_2^{(2)}$	$A_5^{(2)}$			$A_4^{(2)}$		$-A_5^{(2)}$		$b_1^{(2)}$
Nonkompetitív import		$C_1^{(2)}$	$-C_2^{(2)}$	$C_3^{(2)}$				$-C_4^{(2)}$			$b_2^{(2)}$
Deviza			$D_1^{(2)}$				$-D_2^{(2)}$	$D_3^{(2)}$	$D_4^{(2)}$		$b_3^{(2)}$
Munkaerő		$L^{(2)}$									$b_4^{(2)}$
Exportkorlátok (tőkés)							$M^{(2)}$				$b_5^{(2)}$
Célfüggvény ²		c_x^*	o^*	c_y^*	o^*	o^*	o^*	o^*	o^*	o^*	

¹ Nemszocialista külkereskedelem; ²A (3) összfüggésnek megfelelő változat: ³Beruházással, feldíjtással és készletváltozással együtt.

Feltételei rendszer

Menjünk végig a modellsémában szereplő feltételesoportokon. Először a *intertemporális változókhoz tartozó kapacitáskorlátokat* ismertetjük.

$$(7) \quad \mathbf{K}^{(0)} \mathbf{x} = \mathbf{b}_x^{(0)}$$

ahol $\mathbf{b}_x^{(0)}$ vektor komponensei az intertemporális termelési-beruházási (röviden: fejlesztési) változók kapacitáskorlátai; esetünkben minden komponens 1;

$\mathbf{K}^{(0)}$ matrix elemei az intertemporális fejlesztési változók kapacitásfajlagosai (illetve zéró értékek); a kapacitásfajlagosok esetünkben 1-esek;

\mathbf{x} vektor tartalma azonos a (3) összefüggésben említettel.

$$(8) \quad \mathbf{I} * \mathbf{u} = 1$$

ahol \mathbf{u} vektor komponensei az intertemporális szocialista külkereskedelmi (export-import) változók terjedelmére jellemző számok (a modellben 0 és 1 közötti értékek).

$$(9) \quad \mathbf{I} * \mathbf{y} = 1.$$

Az intertemporális változók erőforráskereteit együttesen a következőképp jelöljük:

$$(10) \quad \mathbf{b}^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x^{(0)} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

A modell egyes időszakaira (1970-re és 1975-re) vonatkozó korlátozó feltételeket alább írjuk fel. A különböző időszakok azonos típusú feltételeit együtt tárgyaljuk.

$$(11) \quad (\mathbf{A}_1^{(1)} - \mathbf{K}^{(1)}) \mathbf{x} + \mathbf{A}_2^{(1)} \mathbf{u} + \mathbf{A}_3^{(1)} \mathbf{y} + \mathbf{A}_4^{(1)} \mathbf{v}^{(1)} - \mathbf{A}_5^{(1)} \mathbf{f}_1^{(1)} \leq \mathbf{b}_1^{(1)}$$

$$(12) \quad (\mathbf{A}_1^{(2)} - \mathbf{K}^{(2)}) \mathbf{x} + \mathbf{A}_2^{(2)} \mathbf{u} + \mathbf{A}_3^{(2)} \mathbf{y} + \mathbf{A}_4^{(2)} \mathbf{v}^{(2)} - \mathbf{A}_5^{(2)} \mathbf{f}_2^{(2)} \leq \mathbf{b}_1^{(2)}$$

ahol $\mathbf{b}_1^{(1)}, \mathbf{b}_1^{(2)}$ vektorok komponensei az 1., ill. 2. időszak termékmérlegeinek konstansai (esetünkben zéró értékek);

$\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}$ vektorok jelentése azonos a korábbival;

$\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{v}^{(2)}$ vektorok komponensei az 1., ill. 2. időszak nemszocialista exportjának terjedelme szektoronként (pl. dollárban);

$\mathbf{f}_1^{(1)}, \mathbf{f}_1^{(2)}$ vektorok komponensei a nonkompetitív (kiegészítő) nemszocialista import terjedelme az 1., ill. 2. időszak termékeiből, szektoronként;

$\mathbf{f}_2^{(1)}, \mathbf{f}_2^{(2)}$ vektorok komponensei a kompetitív (versenyző) nemszocialista import terjedelme az 1., ill. 2. időszak termékeiből, szektoronként;

$\mathbf{K}^{(1)}, \mathbf{K}^{(2)}$ matrixok elemei az intertemporális fejlesztési változók termék; kibocsátásai az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron (elvileg természetes mértékegységben)-

$A_1^{(1)}, A_1^{(2)}$ matrixok elemei az intertemporális fejlesztési változók hazai eredetű, vagy versenyző importból származó termékgigénye anyagfelhasználási, felújítási és beruházási célra, valamint készlet- (forgóeszköz-) növelésre az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$A_2^{(1)}, A_2^{(2)}$ matrixok elemei a szocialista külkereskedelem hazai termékgigénye (kompetitív import esetén termékkibocsátása) az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$A_3^{(1)}, A_3^{(2)}$ matrixok elemei a fogyasztás (lakossági + közületi) igénye hazai termékekből, valamint versenyző importtermékekből az 1. ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$A_4^{(1)}, A_4^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista export fajlagos igénye hazai termékekből az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$A_5^{(1)}, A_5^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista versenyző import termékkibocsátásai az 1., ill. 2. időszakban a modell szektorbontásában, változatlan áron.

$$(13) \quad C_1^{(1)} x - C_2^{(1)} u + C_3^{(1)} y - C_4^{(1)} f_1^{(1)} \leq b_2^{(1)}$$

$$(14) \quad C_1^{(2)} x - C_2^{(2)} u + C_3^{(2)} y - C_4^{(2)} f_1^{(2)} \leq b_2^{(2)}$$

ahol $b_2^{(1)}, b_2^{(2)}$ a nonkompetitív importra vonatkozó korlátozó feltételek konstansai az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron (esetünkben nullvektorok);

$C_1^{(1)}, C_1^{(2)}$ matrixok elemei a fejlesztési változók nonkompetitív importigényei (anyagfelhasználási, felújítási, beruházási és készlet-növelési) az 1. ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$C_2^{(1)}, C_2^{(2)}$ matrixok elemei a szocialista relációjú nonkompetitív import az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában, változatlan áron;

$C_3^{(1)}, C_3^{(2)}$ matrixok elemei a fogyasztás nonkompetitív importigényei az 1., ill. 2. időszakban, a modell szektorbontásában változatlan áron;

$C_4^{(1)}, C_4^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista nonkompetitív (kiegészítő) importtevékenység termékkibocsátási fajlagosai, a modell szektorbontásában, változatlan áron.

$$(15) \quad D_1^{(1)} u - D_2^{(1)} v^{(1)} + D_3^{(1)} f_1^{(1)} + D_4^{(1)} f_2^{(1)} \leq b_3^{(1)}$$

$$(16) \quad D_1^{(2)} u - D_2^{(2)} v^{(2)} + D_3^{(2)} f_1^{(2)} + D_4^{(2)} f_2^{(2)} \leq b_3^{(2)}$$

ahol $b_3^{(1)}, b_3^{(2)}$ vektorok komponensei a relációnkénti (szocialista és nemszocialista) devizaegyenlegek rubelben, ill. dollárban, az 1., ill. 2. időszakban;

$D_1^{(1)}, D_1^{(2)}$ matrixok elemei az intertemporális szocialista export-import változók devizaegyenlegei rubelben (bevétel-kiadás), az 1., ill. 2. időszakban;

$D_2^{(1)}, D_2^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista exporttevékenységek fajlagos devizabevételei dollárban, az 1., ill. 2. időszakban;

$D_3^{(1)}, D_3^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista nonkompetitív (kiegészítő) import fajlagos devizaigénye dollárban, az 1., ill. 2. időszakban;

$D_4^{(1)}, D_4^{(2)}$ matrixok elemei nemszocialista kompetitív (versenyző) import fajlagos devizaigénye dollárban, az 1., ill. 2. időszakban.

$$(17) \quad L^{(1)} x \leq b_4^{(1)}$$

$$(18) \quad L^{(2)} x \leq b_4^{(2)}$$

ahol $b_4^{(1)}, b_4^{(2)}$ vektorok komponensei az 1., ill. 2. időszakban rendelkezésre álló munkaerő (évi átlagos létszám), főbb csoportok szerint bontva;

$L^{(1)}, L^{(2)}$ matrixok elemei a fejlesztési változók létszámigénye az 1., ill. 2. időszakban főben, a tervezett munkaidőváltozás figyelembevételével.

$$(19) \quad M^{(1)} v^{(1)} \leq b_5^{(1)}$$

$$(20) \quad M^{(2)} v^{(2)} \leq b_5^{(2)}$$

ahol $b_5^{(1)}, b_5^{(2)}$ vektorok elemei a nemszocialista exporttevékenységek maximum lehetséges terjedelme az 1., ill. 2. időszakban, dollárban (természetesen alsó korlátok, vagy egyenlőségek is előírhatók);

$M^{(1)}, M^{(2)}$ matrixok elemei a nemszocialista export terjedelmét jellemző fajlagosok az 1., ill. 2. időszakban, dollárban (ill. zéró elemek).

A modell egyes időszakaira vonatkozó erőforráskereteket összefoglalóan a következőképp jelöljük:

$$(21) \quad b^{(1)} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(1)} \\ b_3^{(1)} \\ b_4^{(1)} \\ b_5^{(1)} \end{bmatrix} \quad (22) \quad b^{(2)} = \begin{bmatrix} b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \\ b_3^{(2)} \\ b_4^{(2)} \\ b_5^{(2)} \end{bmatrix}$$

A (3), ill. (6) célfüggvényt valamint (7)–(9), (11)–(20) feltételeket tartalmazó feladatot lineáris programozással (például az ún. primál szimplex módszerrel) megoldva mind a volumentervet, mind az árnyékárakat (ártervet) megkapjuk.

A *volumenterv* az 1970. és az 1975. évi termelést, beruházásokat, készletváltozást, fogyasztást, exportot és importot határozza meg *közvetlenül*. Az intertemporális változók fajlagosait a többi évre is ismerjük. Így *postoptimalizációs számításokkal* minden évre (például 1969-re, vagy 1973-ra) meghatá-

rozhatók a termelési-beruházási, fogyasztási és külkereskedelmi előirányzatok (a nemszocialista export és import a többi évre egyenlegként adódik).

Az *árterv*, mint utaltunk rá, tulajdonképpen a leírt feladat duálisának megoldása. Mivel azonban meghatározható a fenti feladat megoldásának egyik terméként is, ehelyütt a duális feladatból csak a célfüggvényt írjuk fel, felhasználva a (10), valamint (21)–(22) összefüggést:

$$(23) \quad \mathbf{p}_{(0)}^* \mathbf{b}^{(0)} + \mathbf{p}_{(1)}^* \mathbf{b}^{(1)} + \mathbf{p}_{(2)}^* \mathbf{b}^{(2)} \rightarrow \min !$$

ahol $\mathbf{p}_{(0)}^*$ sorvektor komponensei az intertemporális változók kapacitásainak árnyékárjai;

$\mathbf{p}_{(1)}^*, \mathbf{p}_{(2)}^*$ sorvektorok komponensei az 1., ill. 2. időszak korlátozó feltételeiben szereplő erőforrások árnyékárjai; vagyis kiterjednek mind a termékekre (külön a hazai és nonkompetitív javak szektoronként), mind pedig a devizákra (rubel és dollár devizaszorzó), továbbá a munkaerőfelhasználásra (csoportonként), valamint a nemszocialista exportkorlátokra (szektoronként).

A programozásban nem szereplő évek árai a két kiemelt évre (1970-re és 1975-re) nyert árak figyelembevételével interpolálhatók, illetve becsülhetők.

(*Beérkezett: 1968. VIII. 2.*)

IRODALOM

- [1] DANTZIG, G. B.: Linear Programming and Extensions. Berkeley, 1963.
- [2] DORFMAN—SAMUELSON—SOLOW: Linear Programming and Economic Analysis. New York, 1958.
- [3] ФЕДОРЕНКО, Н.: Цена и оптимальное планирование. Коммунист, 1966 №8.
- [4] FRISCH, R.: A Survey of Types of Economic Forecasting and Programming and a Brief Description of the Oslo-Channel Model Oslo, 1961.
- [5] КАНТОРОВИЧ, Л.—МАКАРОВ, Л.: Оптимальные модели перспективного планирования. Применение математики, 3. Москва, 1965. Соцэкзит.
- [6] KONDOR GY.: Az értékelés és piac egyes kérdései nemlineáris modellekben; kandidátusi értekezés, Budapest, 1967.
- [7] KORNAI J.: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése. Budapest, 1965. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- [8] KORNAI J.—ÚJLAKI L.: Összevont programozási modell alkalmazása az öt éves tervezésben. Közgazdasági Szemle 1967. 5. sz.
- [9] KREKÓ B.: Lineáris programozás. Budapest, 1966. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- [10] SIMON GY.—KONDOR GY.: Gazdasági hatékonyság, árnyékárak. Budapest, 1965. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- [11] SIMON GY.: Árnyékárak és népgazdasági programozás. Doktori értekezés, Budapest, 1968.

THE DYNAMIC MODEL OF ECONOMY-WIDE PRICE PROGRAMMING

The article contains the economic conditions and description of a mathematical programming model, which covers a number of time periods, and in solving the dual problem it simultaneously gives the optimal evaluation (shadow prices) of the primary resources (labour, productive capacities, etc.), as well as the shadow prices of the different sector outputs. The solution of the primal problem yields the optimum value of a multi-period economy-wide plan, in sectoral break-down.

The model is being constructed for the National Material and Price Office, at the Institute of Economics of the Hungarian Academy of Sciences, and is being directed by the author. Variants in a break-down to 15, and later to 80 sectors are under elaboration both covering the period from 1969 to 1975. In collecting basic data, estimates from the input-output tables of the Central Statistical Office were applied. With this aim, 15 sector tables were prepared for each year from 1959 to 1966 in a comparable form. Under preparation are the more detailed (abt 80 sector) input-output tables comparatively for 1959 and 1965, as well as the compilation of investment, labour, and working assets matrices.

The model handles production, investments, foreign trade and consumption variables. All branches have a number of production-investment variables in them. In general each programmed time period contains two production-investment variants per sector 1. inputs and outputs for a minimum development (perhaps a certain regression) 2. inputs and outputs for a maximum development (in general faster than determined by official plans). In inputs, we consider not only flow input (material utilization, necessary number of workers, etc.) but stock input to increase production basis (investments, and stock changes) as well. The growth of production basis remaining after the plan period is taken into account in the model's objective function.

Foreign trade is divided according to relations (socialist, and non-socialist). In socialist foreign trade complex export-import variables are included (e.g. import and export as prescribed in international contracts). In non-socialist relations each sector contains separate export and import variables. The model takes account of both competitive and non-competitive import.

Consumption is also represented by a number of variables. One variable contains consumption as determined in the official plan, along with a demand structure corresponding to the officially determined consumer prices.

With other variables the demand structure is different: we assume the approach of consumer price ratios to costs. The model also enables planning consumption larger than the official one.

The calculations are worked out in a number of alternatives, with a number of objective functions (maximum consumption, maximum national income etc.) and we want to examine the „sensitivity” of shadow prices to the choice of the objective function. Dividing the system of restrictions into periods, also makes it possible to study time changes in optimal price ratios.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ЦЕН

Статья содержит экономические предположения и описание математической модели программирования, охватывающей несколько периодов (многопериодной), решение двойственной задачи которой одновременно дает оптимальную оценку (теневые цены) первичных ресурсов (рабочей силы, производственных мощностей и т. п.), а также выпусков отраслей. Решение первой задачи дает многопериодный оптимальный объемный план народного хозяйства, в отраслевом подразделении.

Модель разрабатывается для Государственного комитета материалов и цен в Институте экономики Венгерской Академии Наук, под руководством автора. Разрабатываемыми вариантами охватывается период 1969—1975 гг., в 15-и, а позже 80-и секторном подразделении. При составлении исходных данных в значительной мере используются прогнозы, устанавливаемые на основании фактических межотраслевых балансов ЦСУ. В интересах этого с 1959 по 1966 каждый год составлялись 15-и секторные сопоставимые фактические балансы. В настоящий момент производится обеспечение сопоставимости детальных (прибл. 80-и секторных) межотраслевых балансов на 1959 и 1965 годы, а также разработка матриц капитальных вложений, рабочей силы и оборотных средств.

В модели производство и капитальные вложения, внешняя торговля и потребление рассматриваются как переменные. К отдельным отраслям относится несколько переменных по производству и капитальным вложениям. Как правило, для каждого программируемого периода различаются два варианта производства и капиталовложений: 1) выпуск, достигаемый в случае минимального развития (возможно, даже определенного содержания), и связанные с ним затраты (в подразделении, соответствующему системе условий модели); 2) выпуск и затраты при максимальном развитии (как правило, превы-

шающем предписанный в официальном плане темп). В числе затрат учитываются не только текущие затраты (расход материалов, потребность в численности рабочей силы и т. п.), но и увеличивающие производственные фонды разовые затраты (капиталовложения и изменение запасов). Та часть прироста производственных фондов, которая остается после планового периода, учитывается в целевой функции модели.

Внешняя торговля подразделяется на социалистическую и несоциалистическую. В отношении социалистической внешней торговли фигурируют комплексные переменные по экспорту и импорту (например, предписываемый межгосударственными договорами экспорт и импорт). В несоциалистическом отношении к каждой отрасли относятся отдельные переменные по экспорту и импорту. В модели предусматривается как конкурентивный, так и неконкурентивный импорт.

Потребление учитывается также с несколькими переменными. Одно из переменных содержит предусматриваемое в официальном плане потребление, со структурой спроса, соответствующей официально предусматриваемым розничным ценам. Другим переменным соответствует иная структура спроса: в их случае предполагается приближение пропорций розничных цен к пропорциям затрат. Модель позволяет планировать и объем потребления, превышающий официально предусматриваемый уровень.

Производится несколько альтернативных расчетов с различными целевыми функциями (максимизация потребления, максимизация национального дохода и т. д.) и предусматривается изучить «чувствительность» теневых цен по отношению и выбору целевой функции. Разделение системы условий модели по периодам позволяет исследовать и изменение оптимальных пропорций цен во времени.