

# SZIGMÁTÓL A KÖZGAZDASÁGTANI SZAKKÖRÖKIG<sup>1</sup>

SIMONOVITS ANDRÁS

*KRTK Közgazdaságtudományi Intézet, BME Matematikai Intézet*

Ez a cikk a bevezetésen és az összegzésen kívül két részből áll. Az első részben vázolom, milyenek ismertem meg az éppen születő Szigmát, és milyen a viszonyom hozzá most. A második részben pedig körvonalazom, hogyan próbálok létrehozni közgazdasági szakköröket, ahol készülő jegyzetem szolgálna az oktatás alapjául.

*Kulcsszavak:* kvantitatív közgazdaságtan, közgazdasági modellezés, középiskolai szakkörök

## 1 Bevezetés

Temesi József kért fel arra, hogy írjak egy tudományos cikket a Szigma számára, amelyben beszámolok az 50 éves Szigmához fűződő kapcsolatomról is. Ennek megfelelően a cikk 2. pontjában a Szigmával „töltött” 50 évem kezdő és végpontját körvonalazom. 1969-ben és 1971-ben egy-egy cikket jelentettem meg az éppen megszületett Szigmában: az első cikkben a növekedélméletben megjelenő hibaszámításra adtam szabatos bizonyítást; a másodikban pedig áttekintettem a megjelenés alatt álló Marschak–Radner-féle team-elméletet. Ötven év távlatából is hálás vagyok, hogy három, már akkor nemzetközi hírnű kollégám (később barátom is) önzetlenül támogatta szárnybontogatásomat: Bródy András, Kornai János és Martos Béla. Augusztinovics Mária (ő is barátom lett) hatására 1992-ben kezdtem nyugdíjrendszereket modellezni, és legutóbbi nyugdíj tárgyú cikkem idén jelent meg a Szigmában (Simonovits, 2019b).

A 3. pontban arról számolok be, hogyan próbálok mostanában bevezetni a közgazdasági modellezést a középiskolai matematikai szakkörökbe. Azt gondolom, hogy megfelelően leegyszerűsítve a modelleket, a hagyományos anyag jelentős része szabatosan elmondható az érdeklődő és leleményes diákoknak – a szokásos kalkulus ismerete nélkül. Sőt, korrigálva bizonyos egyoldalúságokat, a hagyományos tananyag jelentősen kiegészíthető.

A 4. pont összegzi az elmondottakat.

## 2 Ötven évem a Szigmánál

A Szigma 1968-ban indult, Martos Béla főszerkesztésében. Ha jól értem, a Szigma az akkori Közgazdasági Szemlével szemben nyújtott alternatívát:

---

<sup>1</sup>Hálás vagyok az OTKA K 108668 számú pályázat támogatásáért és Horváth Dianának észrevételeiért. E-mail: [simonovits.andras@krtk.mta.hu](mailto:simonovits.andras@krtk.mta.hu). Beérkezett: 2019. július 14.

ideológiamentes, a fejlett világban megszokott, névtelenül lektorált cikkeket közölt. A folyóirat új idők új dalaival tört be a magyar közgazdaságba, közgazdasági modellekkel gazdagította a hazai szakirodalmat, nem utolsósorban a fent említett négy neves szerző tollából.

Első cikkem (Simonovits, 1969) Bródy (1969)-hez kapcsolódott. Az ágazati kapcsolatok modelljéről szóló, nagy hatású könyvének egy sarkában Bródy a következőt mondta ki: ha a gazdaság növekedési ütemét kis relatív hibájú árakkal és kibocsátási vektorral mérik, akkor a számított növekedési ütem relatív hibája még sokkal kisebb lesz. Levezetése nem volt hibátlan, és én egy szabatos, de elbonyolított bizonyítással álltam elő. Mivel annak idején Bródy KTI-s „Tőke-szemináriumába” jártam, természetes volt, hogy először neki mutattam meg a bizonyításumat. Nagy tapintattal mutatott egy angol nyelvű könyvet, amelyben egy egyszerű bizonyítás szerepelt normális mátrixokra, és végül is én azt „fordítottam le” pozitív mátrixokra.

Második cikkem (Simonovits, 1971) témáját Kornai János adta. 1969-es amerikai tanulmányútjáról hazahozott egy kezdetleges technikával, de jól olvashatóan fénymásolt anyagot: egy korszakalkotó mű (Marschak–Radner, 1972) gépiratát. A team-elmélet olyan csapatot/szervezetet modellezett, amely tagjainak teljesen közös érdekei vannak, de információs hiányosságok miatt a tagok között meg kell osztani a feladatokat.

Kornai azt javasolta, hogy a könyv alapján írjam meg szakdolgozatomban az ELTE matematikus szakára, de teljes szabadságot adott a kidolgozásban. Eléggé tapasztalatlanul a szakdolgozatban a témához kapcsolódó jelentéktelen cikket cáfoltam meg. A megszülető szakdolgozatot csak évekkel később, angolul publikáltam. (Ma már azt is tudom, hogy sokszor jelentékeny cikkeket sem kifizetődő megcáfolni.)

A Szigmában adtam közre a már említett második cikkem is, a team-elmélet átfogó ismertetését. 50 év után újraolvasva az áttekintést, vegyes érzéseim támadtak. A tartalom rendben van, de a kifejtés eléggé nehezen érthető. Pedig ma is élénken emlékszem, hogy Martos Béla milyen alaposan megbírált a kéziratot, és az akkor használatos mechanikus írógéppel milyen nagy küzdelem volt újra legépelni a szöveget. Hazai utóhatásról nem beszélhetek, de megállapíthatom: elmulasztottam a megbízó-ügyvivő-témakörhöz való csatlakozást.

A Közgazdasági Szemlét sokáig elkerültem, két évtizedig a Szigma volt a kizárólagos magyar „otthonom”. De a Szemlével való megbarátkozásom után is hű maradtam a Szigmához, a mai napig rendszeresen publikálok benne.

Legutolsó Szigma cikkem (Simonovits, 2019b) egy nagyon gyakorlatias kérdésre kereste a választ: mikor érdemes halasztani a Nők40-ben kínált azonnali nyugdíjba vonulást. Az alapprobléma: 2011 óta minden magyar nő, akinek legalább 40 éves jogviszonya van, az általános korhatár elérése előtt – biztosításmatematikai levonás nélkül – nyugdíjba mehet. A legtöbb érdekelt azt hiszi, hogy minél hamarabb érdemes kihasználnia a lehetőséget. Ha azonban valaki tudja, hogy a Nők40 esetén egyéves halasztás a kezdő nyugdíj reálértékét közelítőleg a megnövelt szolgálati idő után járó 2,5 százalékon túl az előző évi nettó reálbér éves növekedési ütemével is emeli, akkor felül kell

vizsgálja eredeti elképzelését. Például 2018-ban 10 százalék volt a nettó reálbér-növekedés, tehát 12,5 százalék a kezdőnyugdíj emelkedése – érdemes halasztani, még akkor is, ha egy évvel rövidül a folyósítás időtartama. Ez az érvelés nem érvényes azokra a nőkre, akik nyugdíjba vonulásuk után könnyen el tudták kerülni a járulékfizetést, illetve akik 2020. július 1-je után mennének nyugdíjba, amikor a nyugdíjasoknak megszűnik a járulékfizetési kötelezettség.

### 3 Közgazdasági modellezés szakkörökben?

Ebben a pontban a közgazdasági modellezés középiskolai szakköri tanításáról szóló elképzeléseimet taglalom. Az általános bevezetés után a következő témaköröket vizsgálom: optimalizálás elemi eszközökkel; dinamika; demográfia, nyugdíjrendszer; egyéb.

#### Középiskolai szakkörök

Gimnáziumi tanulmányaim során életre szóló útravalót kaptam a különféle matematikai és fizikai szakkörökben. Időben először egy középiskolai fizika-szakkört látogattam, amelyet Kugler Sándorné fizikatanárnő tartott a Radnóti Miklós Gyakorló Iskolában. Minden szakköri órán a kötelező fizikatananyagon messze túlmutató, gondolkodtató feladatokat oldottunk meg. Imádtunk Györgyi néni szakkörébe járni. Nem csoda, hogy közülünk és a követő évfolyamokból kiváló fizikusok, mérnökök kerültek ki. De akik „csak” matematikusok lettek, mint én, azok is sokat tanultak Györgyi nénitől. Mai fejjel úgy is mondhatnám: megtanultuk tőle, hogyan kell egy jelenséget modellezni.

Emellett Patkós Andrással együtt jártunk a Fiatalkorú Matematikusok és a Fiatalkorú Fizikusok Körébe, ahol nagyobb társaságban, váltott tanárokkal folytatódott az iskolai szakkör. Akkor már évtizedek óta havonta jelentek meg Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok, ahol a kitűzött feladatok megoldását be kellett küldeni, és később elolvashattuk a helyes megoldásokat. Emellett rendszeresen jelentek meg a Középiskolai Szakköri Füzetek, amelyekből kiegészíthettük eléggé szegényes középiskolás ismereteinket.

Ilyen szakköri füzetet írok most én is (Simonovits, 2019a), csak matematikai helyett közgazdaságit. 35 éves egyetemi közgazdaságtani oktatással és több tankönyv megírásával a hátam mögött mit kellett változtatnom a hagyományos egyetemi bevezetésen?

Egyrészt majdnem teljesen elkerülöm a kalkulus (differenciál- és integrálszámítást), követve a legtöbb matematikai szakkört. Másrészt a matematikai szakkörökben megszokott szabadságot meg akartam őrizni, ezért szinte mindent bizonyítok. Persze, sok mindent el lehetne mesélni ábrákra támaszkodva, de ezzel csak mérsékelten élek.

#### Optimalizálás elemi eszközökkel

A középiskolai fokon írt jegyzetemben nem támaszkodhatom a határhaszon-elméletre, ezért minimálisra szorítom a feltételes optimalizálást. Szerencsére

a másodfokú egyenlet szélsőérték helyét elemileg is meghatározhatjuk, például a számtani és a mértani közép összehasonlításával. Ebben nagy hasznát vettem Hódi (1964) szakköri füzetének, amely elemi eszközökkel (kalkulus nélkül) tárgyalta optimalizálási feladatokat.

Vegyük Eukleidész úttörő példáját: adott kerületű téglalapok közül melyeknek a területe maximális? Legyen a téglalap félkerülete 1, egyik oldalának hossza  $x \in (0, 1)$ , akkor a terület  $x(1-x)$ . Négyzetre emelve a nevezett egyenlőtlenséget:

$$x(1-x) \leq \left[ \frac{x+1-x}{2} \right]^2 = \frac{1}{4}.$$

Egyenlőség csak a két oldalhossz egyenlősége esetén lép föl:  $x^\circ = 1/2$ , az optimális téglalap – a négyzet.

Ezt az eredményt közvetlenül lehet alkalmazni a két termék kombinációival szembesülő fogyasztó optimális választására, ha mindkét termék egységára és a jövedelem egyaránt 1. Könnyű belátni, hogy ha az 1. termékből  $x$ -et választ a fogyasztó, akkor a 2.-ből  $1-x$ -et választ. Ha az egyváltozósra egyszerűsített hasznosságfüggvény  $u(x) = \sqrt{x(1-x)}$ , akkor a maximumot adó választás  $(1/2, 1/2)$ .

Ügyes transzformációval az „általános” feladat is visszavezethető az előzőre. Legyen  $p$  és  $q$  rendre a két termék egységára, ekkor  $m$  jövedelem mellett a költségvetési feltétel  $px + qy = m$ . Ha az általános hasznosságfüggvény  $U(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ), akkor az optimális választás

$$x^\circ = \frac{\alpha m}{p} \quad \text{és} \quad y^\circ = \frac{(1-\alpha)m}{q}.$$

Szóban: a választott hasznosságfüggvény esetén az 1. és a 2. termékre fordított kiadás a jövedelem  $\alpha$  és  $1-\alpha$  része. Ez számos modellben jó és kezelhető kiindulás, de bonyolultabb helyzetekben alkalmatlan.

## Dinamika

A statikus optimalizáláson túl is tág tér nyílik más modellek ismertetésére. Vegyük a legegyszerűbb közgazdasági dinamikai feladatot, az árverésen alapuló árigazodást. Egy egytermékes piacon a pillanatnyi ár függvényében milliónyi egyén keresi vagy kínálja a homogén terméket. Legyen az ár  $p$ , a hozzá tartozó túlkereslet  $e(p) = a - bp$ , ahol  $a, b > 0$  állandók. Egyensúlyról beszélünk, ha a túlkereslet 0:

$$p^\circ = \frac{a}{b}.$$

Feltesszük, hogy a walrasi árverő a  $t$ -edik időszakban tapasztalt  $e(p_t)$  túlkereslet arányában ( $\kappa > 0$  arányossági szorzó esetén) emeli az árat:

$$p_{t+1} = p_t + \kappa e(p_t).$$

Behelyettesítjük a lineáris túlkeresleti függvényt az árdinamikába:

$$p_{t+1} = p_t + \kappa a - \kappa b p_t = \kappa a + (1 - \kappa b) p_t.$$

A kapott állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciaegyenlet megoldásához felírjuk az egyensúlyi megoldást:

$$p^\circ = \kappa a + (1 - \kappa b)p^\circ.$$

Kivonva az egyensúlyi egyenletet a nem egyensúlyiból, és bevezetve a  $\hat{p}_t = p_t - p^\circ$  eltérésváltozót, eljutunk a homogén alakhoz:

$$\hat{p}_{t+1} = (1 - \kappa b)\hat{p}_t.$$

Ez nem más, mint egy mértani sorozat, amelynek zárt alakú megoldása

$$\hat{p}_t = (1 - \kappa b)^t \hat{p}_0, \quad t = 1, 2, \dots$$

Innen a stabilitás feltétele könnyen leolvasható:

$$-1 < 1 - \kappa b < 1, \quad \text{azaz} \quad 0 < \kappa < \frac{2}{b}.$$

Megemlíjtjük, hogy a stabilitási határon,  $\kappa = 2/b$  esetén az árigazodás 2-ciklusra egyszerűsödik:  $\hat{p}_t = (-1)^t \hat{p}_0$ . Csak utalunk arra, hogy a jegyzetben még sok ciklikus folyamatot mutatunk be.

Nagyon sok bevezető közgazdasági, főleg mikroökonómiai tankönyv túl nagy hangsúlyt fektet az elméletre, és alig beszél a gyakorlatról. Természetesen egy bevezető könyv nem támaszkodhat az érett elmélet teljes fegyvertárára, de azért számos terület hiánya nehezen indokolható. A következőkben néhány ilyen elhanyagolt területet vázolok, amelyeket tárgyalok a jegyzetben.

## Demográfia

A legtöbb makrokönyvben csak a Solow-féle növekedésmélelet ismertetésében szerepel a népesség. Például ha  $Y_t$  a  $t$ -edik időszak kibocsátása,  $K_t$  és  $L_t$  a tőke és munka mennyisége, valamint  $A_t$  egy számsorozat, akkor a termelési függvény

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Bevezetjük az egy dolgozóra jutó termelést és tőkét:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} \quad \text{és} \quad k_t = \frac{K_t}{L_t}.$$

Egyszerű számolással adódik, hogy

$$y_t = A_t k_t^\alpha,$$

s ezzel megszabadultunk a demográfiától.

A valóságban azonban nemcsak a népesség létszáma, hanem a korszerkezete is változik: ahogy az egy nő által megszült gyermekek száma csökken, és a születéskor várható élettartam növekszik, úgy bonyolódik a helyzet. Legyen

$G_t$ ,  $L_t$  és  $I_t$  a gyermekek, a dolgozók és az idősek száma a  $t$ -edik év végén. Ekkor a fiatal- és időskori függőségi hányados rendre:

$$g_t = \frac{G_t}{L_t} \quad \text{és} \quad i_t = \frac{I_t}{L_t}.$$

Az iskolai és családtámogatási kiadások az elsőtől, a nyugdíjkiadások a másodiktól függenek.

A teljes népesség  $N_t = G_t + L_t + I_t$ . Az egy főre jutó kibocsátás

$$y_t^* = \frac{Y_t}{N_t}$$

viszont jóval kisebb, mint a fenti termelékenység:

$$y_t^* = \frac{Y_t}{N_t} = \frac{Y_t}{L_t} \frac{L_t}{N_t} = \frac{y_t}{g_t + 1 + i_t} < y_t.$$

Egyébként első közgazdasági KöMaL-cikkemben ezt a témakört jártam körül (Simonovits, 2013).

## Nyugdíjrendszer

Másik kiegészítő témám a nyugdíjrendszer. Ismert, hogy a modern társadalmakban megszűnik a nagycsalád, a társadalomnak gondoskodnia kell a munkából kimaradó idősek ellátásáról, ez a nyugdíjrendszer. Ilyen helyzetben a teljes (tb- és magán-) nyugdíjkiadás a GDP 10%-a körül ingadozik. Fontossága miatt a tb-nyugdíjrendszert vizsgáljuk, amely egy nemzedékek közti társadalmi szerződés: a mostani dolgozók járulékából fedezik a mostani nyugdíjukat, s a majdani dolgozók járulékából fedezik a majdani nyugdíjüket. Itt az átlagos nyugdíj és bér rendre  $b_t$  és  $w_t$ . Arra vagyunk kíváncsiak, hogyan változik az egyensúlyi járulékkulcs ( $\tau_t$ ) a népességöregedés hatására.

Először fölírjuk a nyugdíj be- és kifizetések egyenlőségét:

$$\tau_t L_t w_t = I_t b_t.$$

Rendezve

$$\tau_t = \frac{I_t b_t}{L_t w_t}.$$

A már említett időskori függőségi hányados mellé célszerű bevezetni a helyzetítési arányt:

$$\gamma_t = \frac{b_t}{w_t}.$$

Behelyettesítéssel

$$\tau_t = i_t \gamma_t.$$

Szóban: az egyensúlyi járulékkulcs az időskori függőségi hányad és a helyzetítési arány szorzata. Például 1970-ben hazánkban nagyon alacsony volt

mindkét arány, ezért a járulékkulcs is alacsony volt. Aztán mindkét hányados meglódult, s vele együtt a járulékkulcs is.

Különös időszerűséget ad a kérdésnek, hogy a jelenlegi magyar kormány 2016 és 2022 között célul tűzte ki, hogy a bruttó keresetre vetített járulékkulcsot megfelelteti: 32-ről 16%-ra. (Ha törvénykezésben szereplő kezdő és végső szociális hozzájárulási kulcsból levonunk egységesen 5%-ot egészségügyi járulékra, és hozzáadunk 10%-ot munkavállalói nyugdíjjárulékra, akkor kapjuk 27, illetve 11%-ból a fenti értékeket.) A vázolt képlet szerint ez csak időlegesen sikerülhet (hiszen  $i_t$  és  $\gamma_t$  hosszabb távon aligha csökkenthető). De az átmeneti folyamat bemutatásához évjáratí modellre van szükség, amely a jegyzet egyik fejezetében kapott helyet, itt csak megemlítem a modellt.

## Egyéb témák

Már többször utaltam rá, hogy a jegyzetben nem álltam meg a cikkben ábrázolt elemi szinten. Számos más érdekes és fontos kérdést próbáltam fogyasztathatóvá tenni középiskolai szinten álló olvasóimnak. Talán a legegyszerűbb, ha a jegyzet bevezetéséből idemásolom a legfontosabb modellek nevét és jellemzőit tartalmazó táblázatot.

Modell	Optimalizál	Dinamikus	Heterogén
Játékelmélet	+	–	+
Sertésciklus	–	+	–
Államadósság	–	+	–
Beruházási ciklusok	–	+	–
Fogyasztás	±	±	–
Termelés	+	–	±
Adómorál	±	–	+
Népességdinamika	–	+	+
Elemi nyugdíjmodellek	–	±	±
Önkéntes nyugdíj	+	–	+
Nyugdíjdinamika	–	+	+
Jelzáloghitel	–	+	–
Általános egyensúly	+	–	+
Együtt élő nemzedékek	+	+	+
Biztosítás	+	–	+
Regressziószámítás	+	x	+
Berkson paradoxona	+	–	+

1. táblázat. Fontosabb modellek és főbb tulajdonságaik

Három jellemzőt emeltem ki, ezek jelentését röviden elmagyarázom. *Optimalizálás* a jelenlegi közgazdaságtanban szinte elengedhetetlen módszertani feltevés, de egyre erősödik a felismerés, hogy túlzásba vitele súlyos károkat okoz. *Dinamikus* modellben a mindenkori időszak változói függenek a korábbi évek változóitól, ettől a hagyományosan statikus elmélet gyakran eltekint. *Heterogén* jelző arra utal, hogy ellentétben a reprezentatív aktorra épülő kártékony hagyománnyal, itt többféle aktor tevékenykedik (lásd később).

Az itt felsorolt modellek jelentős része ismerős a Szigma olvasóinak (játékelmélet, ... , regressziószámítás). Néhány témakörökhöz azonban rövid kiegészítést fűzök.

Az *adómorál* egy olyan paraméter, amely adott adórendszer mellett meghatározza, hogy az egyes állampolgárok heterogén adóköteles jövedelmük hányadrészét fizetik be. Elemi modellünkben a kormányzat egykulcsos szját szed be, és azt osztja szét egyenletesen az állampolgárok között – tompítandó a jövedelemkülönbségeket. A közjót maximalizáló kormányzat úgy állapítja meg az adókulcsot, hogy figyelembe veszi az állampolgárok adóelkerülési hajlamait: egyrészt minden forint elcsalt adó ugyanannyival növeli az állampolgár adózás utáni jövedelmét, másrészt az adócsalás (négyzetével) nő a szegyenkezés okozta rossz érzése. Paradox eredmény: minél rosszabb az adómorál, annál kisebb adókulcsot kell megállapítani.

Az *önkéntes nyugdíj* a kötelező nyugdíjat és a hagyományos életpályamegtakarításokat egészíti ki: önkéntes és támogatott megtakarítás. A szakirodalom azt persze vizsgálja, hogy mennyire helyettesíti a dolgozó a nem támogatott megtakarításait a támogatottakkal. Furcsa módon általában figyelmen kívül marad, hogy a támogatásokat is adóból fedezi a kormány. Ha ezt is figyelembe vesszük, akkor tipikus esetben egy ilyen rendszer csak a hangyákat támogatja a tücsök rovására: a heterogenitás itt is megjelenik.

A *Berkson-paradoxon* (más néven: szelekciós torzítás) jól ismert az irodalomból, de én nehezen találtam rá. Felfedezője egészségügyi adatokon azt vette észre, hogy eredetileg független véletlen változók szűrés miatt korrelálttá válnak. Rugalmas korhatárú nyugdíjrendszerben a munkaviszony töredezettsége ellenére is erős pozitív korreláció figyelhető meg a szolgálati idő hossza és a nyugdíjba vonulási kor között. A már említett Nők40 rendszer szűr, ti. a hosszabb és folyamatosabb szolgálati idejük előbb mehetnek nyugdíjba, mint a többiek. Kérdéses, hogy fennmarad-e a pozitív korreláció a szolgálati időkedvezmények esetén. Szerzőtársaimmal kiderítettük (Czeglédi–Simonovits–Szabó–Tir, 2016 és Granseth–Keck–Nagl–Simonovits–Tir, 2019), hogy még a jobban működő svéd és német rendszerben is a korreláció alig pozitív, de a rosszul tervezett magyar és osztrák rendszerben negatívvá válik.

## Akadályok

A magyar középiskolai matematikai oktatásban érzésem szerint túlzott szerepet játszik az elmélet és az informatika. Ez részben érthető, mert könnyebb a háromszögszerkesztést megtanítani, mint a korrelációszámítást, a számítógépi ismeretet pedig anyatejjel szívja be a tanuló. Jó lenne azonban, ha minden érettségizett diák legalább elemi szinten ismerné a közgazdaságtant. Például tudná, hogy mi a törlesztési folyamat jelenértéke, a reálkamatláb stb. A tömeges közgazdasági oktatás kidolgozására nem vállalkozom.

Mi a helyzet az emelt szintű oktatást támogató szakkörökkel? Hazánkban a matematikai szakkörök a legnépszerűbbek, s hozzájuk leginkább a fizikai szakkörök zárkóznak föl. Ugyanakkor elméleti és gyakorlati fontossága miatt nem lenne szabad lemondani a közgazdaságtan szakkörökben műveléséről. A nevezett szakköri füzet megírásával éppen ezt a hiányt szeretném csökkenteni.

Az elmúlt években több közgazdasági modellt mutattam be a KöMaL-ban és néhány középiskolában. Azt hittem, hogy készülő jegyzetemmel sikerül



felkelteni az igényt a középiskolai közgazdasági szakkörök létrehozására. Nagy meglepetésemre azonban csekély volt az érdeklődés, és csak alkalmanként tarthattam középiskolai előadást. Ennek ellenére 2019 szeptemberében sikerül a Fazekas Mihály Gyakorló Gimnáziumban elindítani egy gazdaságmodellezési szakkört.

Furcsa módon inkább az egyetemi oldalról kaptam biztatást. Egy-két kedves közgazdász és matematikus egyetemi oktató lelkesen fogadta a jegyzetet, és 2020-ban a Corvinuson tarthatok „középiskolai szakköri” foglalkozásokat. Meg vagyok győződve róla, hogy még a legjobban képzett egyetemi hallgatóknak sem árt, ha jegyzetemből megismerkednek a teljes általánosságban levezetett tételek elemi bizonyításával, és hallanak az elhanyagolt témákról is. A jegyzetet mindenképpen meg akarom jelentetni, de előbb jó volna szélesebb körben kipróbálni.

## 4 Összegzés

A fentiekben egyrészt körvonalaztam, hogy ötven év alatt honnan hová jutottam a közgazdasági modelljeimmel – jelentős részben a Szigma segítségével. Elindultam az ágazati kapcsolatok modelljétől, és elértem a Nők40 elemzéséhez.

Másrészt ízelítőt adtam az utóbbi években folytatott oktatási kísérletemből: hogyan szeretném a legrátermettebb középiskolások érdeklődését felkelteni a közgazdasági modellek iránt. Egyelőre kevés sikerrel büszkélkedhetek: az általam megismert középiskolai matematikatanárok zömét nem sikerült meggyőzőm, hogy a közgazdasági modellezés szakköri bevezetése egyaránt segíthetné az alkalmazott matematika elmélyítését és a nélkülözhetetlen közgazdasági tudás megszerzését. Kár!

## Irodalom

1. Bródy, A. (1969): *Érték és újratermelés*, Bp. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
2. Czeglédi, T.–Simonovits, A.–Szabó, E.–Tir, M. (2016): A nyugdíjba vonulási szabályok hatása: nyertesek és vesztesek, *Közgazdasági Szemle*, 63, 473–500.
3. Granseth, E.–Keck, W.–Nagl, W.–Simonovits, A.–Tir, M. (2019): Negative Correlation between Retirement Age and Contribution Length?, *Oxford Economic Papers*, megjelenés alatt.
4. Hódi Endre (1964/1998): *Szélsőérték-feladatok elemi megoldása*, Bp., Typotex.
5. Marschak, J.–Radner, R. (1972): *The Economic Theory of Teams*, New Haven, Yale University Press.
6. Simonovits, A. (1969): Pozitív mátrixok Raleigh-hányadosáról, *Szigma*, 2, 76–78.
7. Simonovits, A. (1971): A team-elméletről, *Szigma*, 4, 285–302.
8. Simonovits András (2013): Három népességdinamika modell, *Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok*, 62, 131–139.

9. Simonovits, A. (2019a): Matematikai közgazdasági modellek középiskolás fokon, MTA KRTK KTI Műhelytanulmány, 3. Újabb változat: Közgazdasági modellek (nemcsak középiskolásoknak).
10. Simonovits, A. (2019b): Nők 40 és a reálbérrobbanás, *Sigma*, 50, 123–132.

#### FROM THE SIGMA TO THE ECONOMICS STUDY CIRCLES

In addition to the introduction and the conclusions, the present paper consists of two parts. Part I describes my experiences with the Hungarian mathematical economic periodical *Sigma* at its inception and its present. Part II outlines my experiments with introduction of the economic modelling into the curriculum of high-school study circles in Hungary.

*Key words:* quantitative economics, economic modelling, high-school study circles.