BERTRAND-ÁRVERSENY ÁLLOMÁNYPREFERENCIÁK MELLETT A BIZTOSÍTÁSI PIACOKON[1]

ÁGOSTON KOLOS CSABA – VARGA VERONIKA
Budapesti Corvinus Egyetem

A cikkben a biztosítási piacot vizsgáljuk Bertrand-modell segítségével. Megmutatjuk, hogy a biztosítótársaságok állományméretéhez való viszonya döntő fontosságú a piaci szerkezet tanulmányozásához és, hogy a hagyományos termékpiaci egyensúlytól eltérő egyensúlyok is kialakulhatnak. Ehhez definiáljuk az állománykedvelés, -kerülés és -semlegesség fogalmát, és különböző példákon keresztül szemléltetjük a piaci egyensúlyt a három kategória esetén, valamint rávilágítunk az állománypreferencia kapcsolatára a kockázatelutasítási mérték, illetve a valódi kockázatelutasítás fogalmával.

1 Bevezetés

A biztosítási piacok modellezése során a biztosítótársaságok hozzáállása az állományuk méretéhez kevéssé kutatott terület. Biztosítási díjkalkulációban jártas, de hasznosságelméletben nem járatos emberek a valószínűségszámítás szempontjából közelítve a problémát általában úgy vélekednek, hogy a nagyobb állomány kedvező a biztosítónak (pl. a nagy számok törvényére hivatkozva, nem mindig precízen). Azonban érdemes lehet a kérdést döntéselméleti szempontból is megvizsgálni. Az állománypreferencia fogalmát bevezetve bemutatjuk, hogy milyen következményei lehetnek e tulajdonságnak a lehetséges piaci egyensúlyokra nézve. Állománysemleges biztosítókat feltételezve a termékpiacra rímelő megállapítások tehetőek. Egyéb esetben azonban különféle piaci anomáliákkal szembesülhetünk, a biztosítók extra hasznosságot realizálhatnak, vagy állománykedvelés mellett előfordulhat, hogy csak egy szereplő van a piacon.

Érdekes kérdés, hogy a ténylegesen létező biztosítási piacokat vizsgálva, melyik piaci forma lenne legalkalmasabb e szektor jellemzésére. A biztosítás (és általánosabban a kockázatmegosztás) tanulmányozása fontos szerepet játszott a közgazdaságtan fejlődésében, több terület is először biztosítási példákon keresztül került ismertetésre (pl. antiszelekció, morális kockázat). A piaci típusok vizsgálata (biztosítások esetén) azonban kevésbé elterjedt. A korai biztosítási irodalom inkább a kockázatmegosztásra fókuszált, a piaci típus jellemzően a tökéletes verseny vagy a monopólium volt (lásd pl. Rothschild és Stiglitz, 1976, Stiglitz, 1977).

---

[1]E-mail: `kolos.agoston@uni-corvinus.hu`, `varga.vera.94@gmail.com`. Beérkezett: 2020. január 3.

A biztosító intézetek száma bár áttekinthető, mégis meghaladja sok más piac (mobiltelefonok, egyéb telekommunikációs ágazatok, üzemanyag-ellátók) esetén jellemző számosságot, de pénzintézetből sincs lényegesen több, pedig a pénzügyi piacokat a tökéletes verseny ideáljához legközelebb esőként szokták emlegetni. Annak ellenére, hogy a biztosító intézetek száma nem csekély, a piaci koncentráció jellemzően nagy, meghaladja más piacokét (Sonnenholzner és Wambach, 2004); a legnagyobb 3-5 biztosító a biztosítási piac nagyobbik felét lefedi.

A koncentráció mellett a biztosítási piacok más jellemzői is az oligopóliumok irányába mutatnak. Jelentősek a belépési korlátok, biztosítóintézetet csak megfelelő anyagi és emberi erőforrások megléte esetén lehet működtetni. Ezek közül talán a legjelentősebb a tőkekövetelmény. Kisebb cégek esetén a lehetetlenséggel határos ekkora tőke előteremtése (bár biztosítóintézet működhet egyesület formájában is, ahol a tőkekövetelmény kisebb, mégsem ez a jellemző forma, illetve kockázatosabb termékek piacán egyesületek nem is működhetnek). A tőkekövetelmény mellett belépési korlát lehet a biztosító működéséhez szükséges speciális tudás megszerzése is, pl. több biztosítási típus esetén korlátozottak a nyilvános adatok. A biztosító a saját múltbeli tapasztalataira van utalva, ami új belépők esetén hátrányt jelent. Empirikusan is kimutatható, hogy a régebbi állományok nyereségesebben működtethetőek (D'Arcy és Doherty, 1990). Sonnenholzner és Wambach (2004) említi még a termékdifferenciálás elterjedtségét is biztosítási piacokon, mely szintén a verseny csökkenéséhez és ezzel az oligopolisztikus jelleg erősödéséhez vezethet.

A biztosítási irodalomban számos empirikus tanulmány érvel a biztosítási piacon a verseny korlátozottsága, oligopolisztikus természete mellett többek között az amerikai (Mondal, 2013), a holland (Bikker és van Leuvensteijn, 2008), a svéd (Lindmark et al., 2006), a török (Kasman és Turgutlu, 2008), a tajvani (Wang et al., 2003) és a kelet-közép-európai (Tipuric et al., 2008) piacokat vizsgálva.

A magyar biztosítási piac jellegzetességei is rímelnek a külföldi tapasztalatokra. 2018-ban kb. 30 biztosító társaság tevékenykedett az országban. A legnagyobb négy kompozit biztosító lefedte a piac több, mint 40%-át a bruttó díjbevételek alapján. A nagy biztosítótársaságok helyzete az elmúlt három évben stabil volt, sorrendjük nem változott, bruttó díjbevételük növekedést mutatott az időszak folyamán (MABISZ, 2019).

Érdekes következtetésre ad lehetőséget a versenybírósági határozatok tanulmányozása is. A versenybíróság célkeresztjében jellemzően nem a biztosítók vannak, viszonylag kevés határozat született biztosítók ellen. A Gazdasági Versenyhivatal honlapján található Versenyhivatali döntések közül a „biztosító (z)rt" kereső szóra 8 megállapodással kapcsolatos (az összes 320-ból) és 8 erőfölénnyel kapcsolatos (az összes 488-ból) találat adódik. A Versenytanács azonban az összes esetben úgy találta, hogy az eljárás alá vont fél nincs gazdasági erőfölényben. Ezzel szemben a bankokra 62 erőfölénnyel és 32 megállapodással kapcsolatos találat adódik, valamint a hazai legnagyobb telekommunikációs és üzemanyag szolgáltató vállalatokra is jóval több keresési eredményt kapunk.

Habár a versenybírósági döntések alapján a piacon a piaci verseny nem sérül, például a kötelező gépjármű felelősség biztosítások piacán jelentős díjcsökkenés tapasztalható a rendszerváltás óta, előfordulnak olyan ágazatok, mint az életbiztosítás vagy utas biztosítás, melyek esetén a közvetítői rendszer természetéből adódóan a verseny csökken. Ez a közvetítői jutalékok emelkedéséhez, így magasabb árak kialakulásához vezethet (Banyár és Regős, 2012). A versenybírósági határozatok hiánya azonban nem feltétlenül mond ellent a biztosítási piac oligopolisztikus jellegének, a cégek korlátozott száma még nem jelent feltétlenül (tiltott) versenykorlátozást is egyben.

A közgazdasági elméletben az oligopóliumok vizsgálata viszonylag hamar megjelent. Biztosítási piacok tanulmányozása során érdemes lehet a Bertrand-modellt alkalmazni, hiszen a biztosítások esetén a biztosítók az árakról döntenek (Sonnenholzner és Wambach, 2004). A klasszikus Bertrand-modellben már két cég is elég a tökéletes verseny eléréséhez (mind az ár, mind a kibocsátás tekintetében), ezt szokás Bertrand-paradoxonnak is hívni. Polborn (1998) és Wambach (1999) megmutatták, hogy biztosítási piacokon nem érvényesül a Bertrand-paradoxon, a kialakuló ár pozitív profitot biztosít a cégeknek. Ezeket a jelenségeket a biztosítási piac specialitásának tudják be, nagyobbrészt a cégek kockázatelutasító viselkedésének. Az oligopol biztosítási modellek kifejezetten említik a kockázatelutasítást (Powers et al. (1998), Wambach (1999)), néha még a kockázatelutasítás csökkenő mértékét is felteszik (Hardelin és de Forges (2012)), de nem tisztázott, hogy az eredmények milyen mértékben támaszkodnak a biztosítók kockázattal szembeni viselkedésére.

Bizonytalan szituációkban a döntéshozó viselkedésének leírására több lehetőség is kínálkozik, ezek közül a várható hasznosság elmélete a legelterjedtebb mind a mai napig. A döntéshozó rendelkezik egy ún. hasznosságfüggvénnyel ($u(w)$) a biztos vagyoni kimenetek értékelésére (ami monoton növekvő); bizonytalan szituációkban a várható hasznosságot maximalizálja.

A döntéshozó kockázatelutasítása az u hasznosságfüggvény konkavitásának felel meg. Arrow és Pratt nevéhez kötődik a kockázatelutasítás mértékének definiálása (Pratt, 1964). A közgazdasági modellekben a kockázatelutasítás mértéke vagy konstans (CARA, Constant Absolute Risk Aversion) vagy csökkenő (DARA, Decreasing Absolute Risk Aversion). Az ezredforduló táján került a vizsgálódás középpontjába, hogy ha a döntéshozó több kockázattal szembesül, akkor a korábbi osztályozás nem elégséges. Gollier és Pratt (1996) ismertet egy általuk paradoxonnak nevezett jelenséget, ahol kockázatkerülő (akár DARA is lehet) hasznosságfüggvény esetén a kockázat növekedésére a döntéshozó úgy reagál, hogy preferálni kezd egy korábban nem preferált kockázatot. Azt a következtetést vonják le, hogy szigorúbb követelményeket kell teljesítenie a hasznosságfüggvénynek, hogy ne jelentkezzen ilyen szituáció. Több próbálkozás is ismert (Gollier és Pratt (1996), Kimball (1993)), a cikkben mi a valódi kockázatelutasításra (Proper risk aversion) térünk ki részletesebben (Pratt és Zeckhauser, 1987). Megmutatjuk, hogy a különböző állománypreferenciák bemutatása során használt példák milyen kapcsolatban állnak a kockázat elutasítási mértékkel és a valódi kockázatelutasítással.

A 2. fejezetben ismertetjük a modellt, melyet az elemzés során használunk.

Ezután definiáljuk az állománykerülés, -semlegesség és -kedvelés fogalmát, példákon keresztül szemléltetjük a három kategória esetén a piaci egyensúlyt. Elsőként az állománysemleges biztosítók esetét vizsgáljuk meg, majd az állománykerülésre mutatunk példákat, végül az állománykedvelő biztosítók melletti piaci egyensúlyt tekintjük át. A 3. fejezetben megvizsgáljuk a korábban bemutatott példákat a kockázatkerülési mértékük és a valódi kockázatelutasítás szempontjából. A 4. fejezetben összegezzük a kapott eredményeket.

2 A biztosítási piac oligopolisztikus modellje

A piacon kevés számú (I) biztosító tevékenykedik, ezek ($i = 1, \dots, I$) homogének; azonos nagyságú tőkével rendelkeznek ($w_i = w$) és kockázati preferenciájuk is megegyezik. A biztosítók viselkedését hasznosságfüggvénnyel jellemezzük. Közgazdasági modellekben a biztosítóról sokszor profitmaximalizálást (kockázatsemlegességet) tételezünk fel, de jellemzően ezekben a modellekben a biztosító és biztosított közötti viszonyt modellezzük, a biztosító kockázatsemlegessége azt (a valós tényt) fejezi ki, hogy a biztosító kockázatelutasítása sokkal kisebb, mint a biztosítotté (de még ilyen keretek között is előfordul haszonmaximalizáló biztosító, lásd pl. Raviv (1979)). Biztosítók egymás közötti interakcióját modellező esetekben elfogadottabb a haszonmaximalizáló (kockázatkerülő) biztosító (Borch, 1962). Mi is haszonmaximalizáló biztosítót feltételezünk, a korábbi megjegyzés értelmében a biztosítók hasznosságfüggvénye is megegyezik ($u_i(w) = u(w)$). A modellben csak a kockázat szerepére szeretnénk fókuszálni, ezért a költségektől eltekintünk. A biztosítottak q valószínűséggel K nagyságú kárral szembesülnek, amit a biztosító P áron teljes egészében megtérít.

A biztosítók jellemzően nem egy szerződéssel rendelkeznek, hanem szerződések állományával. P ár és n szerződés esetén a biztosító várható hasznossága:

$$U(w, P, n, q, K) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k} u(w + nP - kK) \ .$$

A modell szempontjából lényeges, hogy a biztosítók preferenciáját megfogjuk az állomány nagysága tekintetében. Ezért bevezetjük kockázatkerülés illetve -kedvelés mintájára az állománykerülést illetve -kedvelést.

1. Definíció. *Legyen $P_n(q, K)$ olyan ár, amely mellett a biztosító közömbös, hogy nincs állománya vagy n szerződése van ($U(w, P_n(q, K), n, q, K) = u(w)$). Azt mondjuk, hogy u hasznosságfüggvény állománykerülő, ha*

$$U(w, P_n(q, K), n+1, q, K) < U(w, P_n(q, K), n, q, K) \ , \qquad \forall n \in \mathcal{Z}^+, q \in (0,1), K \in \mathcal{R}^+ \ , \tag{1}$$

ahol $\mathcal{Z}^+$ a pozitív egész számokat jelöli, $\mathcal{R}^+$ pedig a pozitív valós számokat. Ha az (1) képletben egyenlőség szerepel, akkor a hasznosságfüggvényt állománysemlegesnek mondjuk, ha nagyobb reláció, akkor állománykedvelőnek.

Könnyen láthatjuk, hogy nem minden hasznosságfüggvényt lehet besorolni az állománykerülő, állománysemleges vagy állománykedvelő esetek valamelyikébe, de hasonló a helyzet a kockázatkerülő, kockázatsemleges és kockázatkedvelő kategóriákkal is. A piaci egyensúly kategorizálásában lényeges, hogy a biztosító állománykerülő, állománysemleges vagy állománykedvelő.

Jelen cikkben nem vállalkozunk rá, hogy szükséges és/vagy elégséges feltételeket adjunk az állománykerülésre/kedvelésre, arra vállalkozunk csak, hogy bemutatjuk, az eddigi elmélethez hogy kapcsolódik ez a fogalom, illetve konkrét példákon keresztül szemléltetjük a piaci egyensúlyt mindhárom kategória esetén.

A biztosító kockázattal szembeni preferenciáit érdemes a P, n síkon ábrázolni. Legyenek rendre $P_1, P_2, ...$ olyan árak, amely esetén a biztosító közömbös, hogy nincs állománya vagy $1, 2, ...$ szerződése van. A P, n síkon a $(P_1; 1), (P_2; 2), ...$ pontok meghatároznak egy 'görbét', ezen görbe minden pontja ugyanakkora hasznosságot jelent a biztosítónak, ezért a fogyasztási döntések analógiájára közömbösségi görbének hívjuk. A kezdeti tőke hasznossága az induló hasznosság, melyet a biztosító akkor is elér, ha egyetlen szerződést sem értékesít. Az ehhez a hasznossági szinthez tartozó görbének különleges jelentősége van, állománykerülés esetén a görbe pozitív meredekségű (lásd 2. ábra), állománysemlegesség esetén egy függőleges vonal (lásd 1. ábra), állománykedvelés esetén pedig negatív meredekségű (lásd 5. ábra).

Adott a biztosítás iránti keresletet leíró keresleti függvény, $D(P)$. Mi ezt vásárlási valószínűségként fogjuk fel, tehát értéke 0 és 1 közötti érték, és természetesen csökkenő. A piacon N lehetséges biztosított van, így a keresleti függvény $ND(P)$. A biztosítottak a legalacsonyabb árat meghatározó társaságtól vásárolnak, ha az alacsonyabb, mint a rezervációs áruk. Ha több ilyen társaság is van, akkor a kereslet egyenletesen oszlik el közöttük. A biztosítók az általuk szabott áron az összes náluk jelentkező ügyfelet kötelesek kiszolgálni, azaz ügyfelet visszautasítani nem lehet. Azt vizsgáljuk, hogy egy oligopolisztikus piacon milyen ár alakul ki, és az hogyan viszonyul a 'piaci' árhoz.

2.1 Állománysemleges biztosító

Állománysemlegességet eredményez a konstans mértékű kockázatelutasítás esete, melyet az exponenciális hasznosságfüggvény fed, vagyis a biztosítók hasznosságfüggvénye: $u(w) = -\exp(-rw)$, ahol r a kockázatelutasítás mértékét kifejező pozitív konstans. Ha a biztosító P árat határoz meg, és n biztosított veszi meg a biztosítást, akkor a biztosító várható hasznossága:

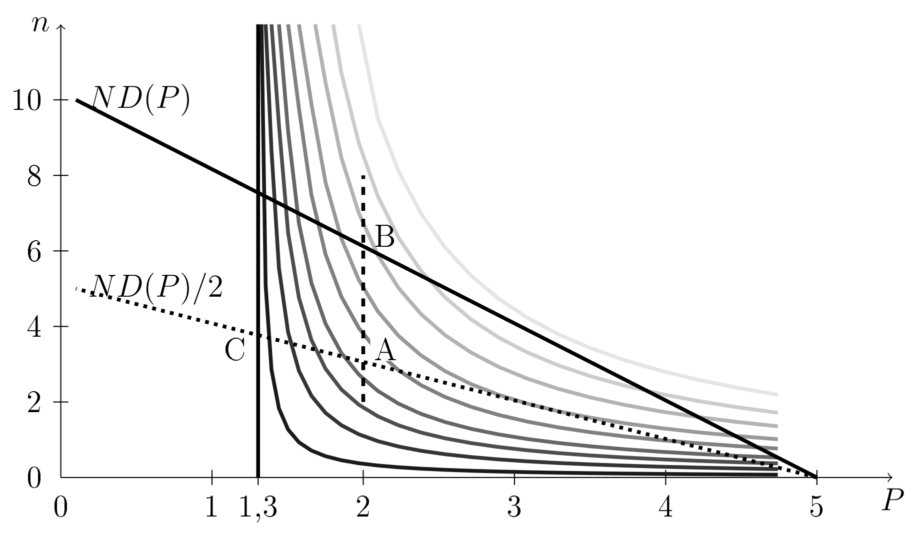
$$
\begin{aligned}
U(w, P, n, q, K) &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k} (-\exp(-r(w + nP - kK))) \\
&= -\exp(-rw)[\exp(-rP)(q\exp(rK) + (1-q))]^n \, .
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Látható, hogy ha a (2) kifejezésben a szögletes zárójelben szereplő kifejezés 1, akkor tetszőleges n esetén a biztosító hasznossága $-\exp(-rw)$. A szögletes zárójelben szereplő kifejezés akkor 1, ha a biztosító közömbös, hogy elad-e egy szerződést vagy sem ($P = \frac{1}{r}\ln(q\exp(rK) + (1-q))$). De ebből az is következik, hogy ha a biztosító közömbös, hogy elad-e egy szerződést vagy sem, akkor abban is közömbös, hogy elad-e n szerződést vagy sem, amit mi állománysemlegességnek hívunk. Ha a szögletes zárójelben szereplő kifejezés 1-nél nagyobb, akkor minél több szerződést ad el a biztosító (rögzített ár mellett), annál nagyobb a hasznossága.

Nézzük mi történik, ha a piacon I biztosító tevékenykedik. Ha a piacon kialakult ár magasabb lenne, mint a közömbös ár ($\frac{1}{r}\ln(q\exp(rK)+(1-q))$), akkor ha bármelyik biztosító csökkentené egy picit az árat, megkapná az egész piacot, és magasabb hasznosságra tenne szert, mint korábban. Tehát a piacon az egyensúlyi ár ($\frac{1}{r}\ln(q\exp(rK) + (1-q))$) lesz, ami tekinthető piaci árnak is. Lényegében eljutottunk a Bertrand-paradoxonhoz, akár már két versenyző cég esetén is kialakul a piaci ár. A biztosítók várható hasznossága a kezdeti vagyon hasznosságával egyezik meg egyensúlyban.

Ezt az esetet tudjuk analitikusan kezelni, de a továbbiakban ez nagyon nehézkessé válhat. Ezért, hogy jobban látszódjék a különbség, már most is bevezetjük a mikroökonómiában szokásos közömbösségi görbéket. Rögzítjük a hasznosságot valamilyen $\overline{u}$ szinten, és megadjuk azokat az (P, n) értékeket, amelyek esetén a várható hasznosság éppen $\overline{u}$. Ezek a közömbösségi görbék láthatóak az *1. ábrán*; a világosabb görbék magasabb várható hasznosságot jelentenek. Jól látható, hogy tetszőleges (P, n) pontból kiindulva, akár az ár, akár a szerződések száma nő, a biztosító várható hasznossága nő.

A keresleti görbe az ábrán egyenes, de alakjának nincs jelentős szerepe (azon túl, hogy csökkenő).



1. ábra. Oligopol piac szemléltetése állománysemlegesség esetén. A biztosító tőkéje (w) 0, bár konstans mértékű kockázatelutasítás esetén ennek nincs jelentősége. A kár nagysága (K) 100, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,001. A kockázatelutasítást kifejező paraméter (r) 0,04. A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 5]$ intervallumon.

A piaci mechanizmus vizsgálatához tegyük fel, hogy a piaci ár magasabb, mint $(\frac{1}{r}\ln(q\exp(rK)+(1-q))(\approx 1,3))$, legyen mondjuk 2, ez a szaggatott függőleges vonal az ábrán. A piacon két biztosító van, és feltesszük, hogy a biztosítottak száma egyenletesen oszlik el a két biztosító között, az egyedi biztosítók által realizált keresletet a pontozott vonal mutatja. Tehát a biztosítók az A pontban vannak. Ha valamelyik biztosító csökkenti egy kicsit az árat, akkor a teljes piac az övé lesz, tehát a B pontba kerül, amely állapot nagyobb várható hasznosságot jelent neki, számára ez kedvező. Nyilván a másik biztosító is csökkenteni fogja az árat, és ez a mechanizmus elvezeti a piacot a C pontba.

Az oligopol modellnek konstans mértékű kockázatelutasítás esetén is lehetnek egyéb irányú kiterjesztései, pl. a biztosítók kockázatkerülési együtthatója nem egyezik meg, adott esetben a versenytársakét nem is tudják pontosan, arról csak valamilyen vélekedéssel rendelkeznek. Bár fontosnak és relevánsnak ítéljük ezt a kérdést, egyrészt az egyéb piacokon leírt módszerek jól használhatóak ebben a konkrét szituációban, másrészt a kérdés általánosítása csökkenő mértékű kockázatelutasítás esetére távolról sem egyértelmű (és rendkívül nehézkessé válhat).

2.2 Állománykerülő biztosító

Az állománysemlegesség esetén tapasztalható piaci egyensúly nagyban hasonlít a termékpiacokon tapasztaltakhoz, a biztosító társaságok nem érnek el extra hasznosságot. Állománykerülő biztosítók közömbösségi görbéit vizsgálva elmondható, hogy a kezdeti hasznosságot biztosító közömbösségi görbe pozitív meredekségű, kontinuum sok egyensúlyi ár lehetséges, és aszimmetrikus piaci részesedés is lehet egyensúly a piacon. A következőkben két példát mutatunk állománykerülést eredményező hasznosságfüggvényre.

2. Állítás. *Legyen u hasznosságfüggvény ún. kevert exponenciális hasznosságfüggvény* $(u(w) = aw - \exp(-rw))$. *Ekkor u hasznosságfüggvény állománykerülő.*

Bizonyítás. Kevert exponenciális hasznosságfüggvény esetén a várható hasznosságra létezik zárt alak:

$$\begin{gathered} U(w,P,n,q,K) = \\ = aw + an(P-qK) - \exp(-rw)[\exp(-rP)(q\exp(rK)+(1-q))]^n \,. \end{gathered} \tag{3}$$

P_n ár mellett a biztosító közömbös, hogy egyáltalán nincs állománya, vagy n szerződése van:

$$\begin{gathered} aw + an(P_n(q,K)-qK) - \exp(-rw) \times \\ \times [\exp(-rP_n(q,K))(q\exp(rK)+(1-q))]^n = aw - \exp(-rw) \,. \end{gathered} \tag{4}$$

A (4) kifejezést átalakíthatjuk:

$$1+\exp(rw)an(P_n(q,K)-qK) = [\exp(-rP_n(q,K))(q\exp(rK)+(1-q))]^n \tag{5}$$

Ekkor:

$$\begin{aligned}
&U(w, P_n(q,K), n+1, q, K) = \\
&\quad = aw + a(n+1)(P_n(q,K) - qK) + \\
&\qquad - \exp(-rw)[\exp(-rP_n(q,K))(q\exp(rK) + (1-q))]^{n+1} = \\
&\quad = aw + a(n+1)(P_n(q,K) - qK) + \\
&\qquad - \exp(-rw)[1 + \exp(rw)an(P_n(q,K) - qK)] \times \\
&\qquad\qquad \times [1 + \exp(rw)an(P_n(q,K) - qK)]^{1/n} = \\
&\quad = aw + \exp(-rw) \times \\
&\qquad \times \Big\{ \exp(rw)a(n+1)(P_n(q,K) - qK) + \\
&\qquad\qquad - [1 + \exp(rw)an(P_n(q,K) - qK)]^{\frac{n+1}{n}} \Big\}.
\end{aligned}$$

Tekintsük az $(n+1)x - (1+nx)^{\frac{n+1}{n}}$ kifejezést, ahol $n > 0$. Ez a kifejezés az $x = 0$ pontban -1-t vesz fel, és azt is könnyű látni, hogy pozitív x-ekre a kifejezés szigorúan monoton csökken. Ebből következik, hogy

$$(n+1)x - (1+nx)^{\frac{n+1}{n}} < -1\,, \qquad \text{ha } n > 0,\ x > 0\,. \tag{6}$$

Felhasználva (6) összefüggést, az $U(w, P_n(q,K), n+1, q, K)$ hasznosságra kapott kifejezést tovább alakíthatjuk:

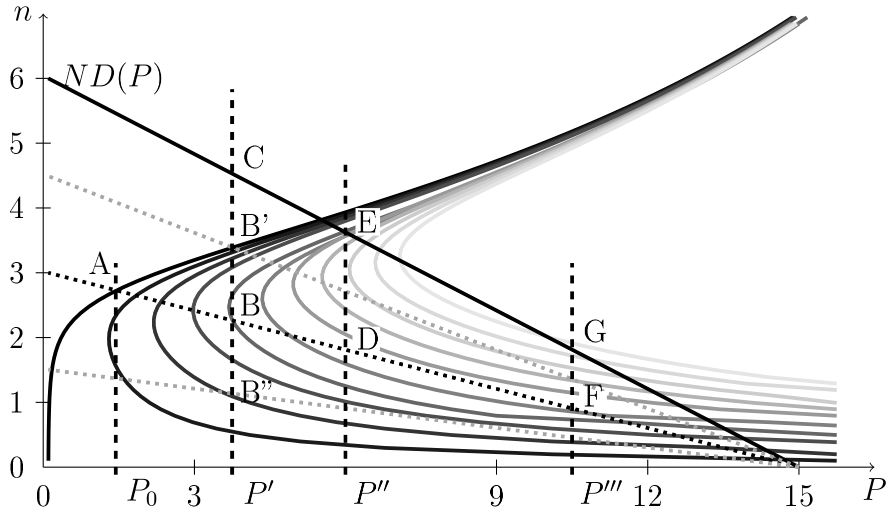
$$\begin{aligned}
&U(w, P_n(q,K), n+1, q, K) = \\
&\quad = aw + \exp(-rw) \times \\
&\qquad \times \Big\{ \exp(rw)a(n+1)(P_n(q,K) - qK) + \\
&\qquad\qquad - [1 + \exp(rw)an(P_n(q,K) - qK)]^{\frac{n+1}{n}} \Big\} < \\
&\quad < aw - \exp(-rw) = u(w)\,.
\end{aligned}$$

Összefoglalva:

$$u(w) = U(w, P_n(q,K), n, q, K) > U(w, P_n(q,K), n+1, q, K)\ ,$$

amivel beláttuk a bizonyítani kívánt állítást. □

A *2. ábrán* a közömbösségi görbék láthatóak különböző hasznosságszintek mellett, továbbá a piaci keresleti görbe. A legsötétebb (fekete) vonal az induló hasznossághoz tartozó közömbösségi görbe. Látható, hogy ez a görbe pozitív meredekségű (összhangban az eddigi megállapításainkkal). Ennél nagyobb hasznosságszintek esetén van egy negatív meredekségű rész, ami azután pozitív meredekségűvé válik. A piacon kialakulhat egyensúly, a legalacsonyabb (P_0) ár az A ponthoz tartozik az 2. ábrán, ekkor mindkét biztosító közömbös a között, hogy van állománya vagy nincs; ez utóbbi esetben a piaci kereslet fele (vagy többszereplős modell esetén arányos része) az övé.

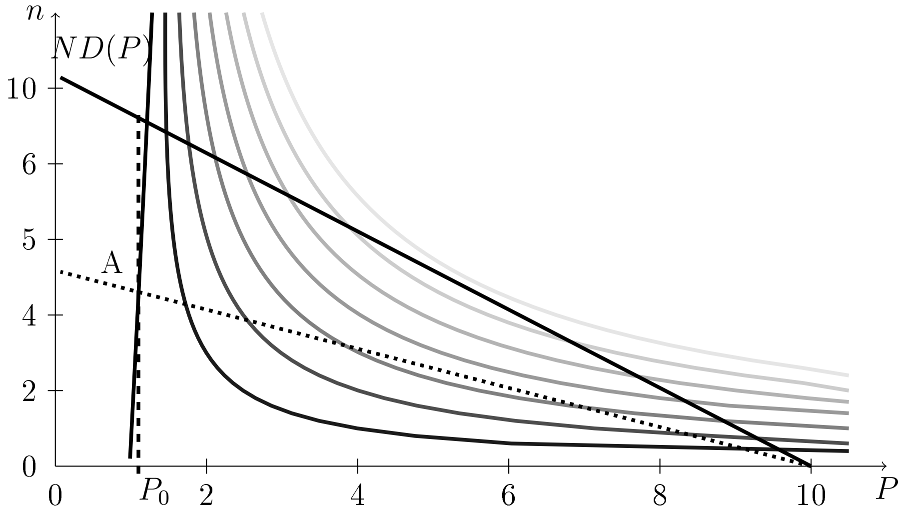


2. ábra. Oligopol piac szemléltetése kevert exponenciális hasznosságfüggvény esetén. A biztosító tőkéje (w) 0, a kár nagysága (K) 100, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,001, $a = 1000$, ($r = 10$). A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 15]$ intervallumon.

A piacon ennél nagyobb egyensúlyi ár is kialakulhat, tegyük fel, hogy az egyensúlyi ár P'. Birtokolja megint mindkét cég a piaci kereslet felét, ez a B pont a 2. ábrán. Látszik, hogy ez magasabb hasznosságot biztosít a cégeknek, mintha nem lenne állományuk; birtokolnak egyfajta extra hasznosságot, amit 'hagyományos' oligopol modellek esetén extraprofitnak hívnak, de most a profit nem a legszerencsésebb kifejezés. Tegyük fel, hogy valamelyik cég egy picit (infinitezimálisan) csökkenti az árat. Így a teljes piac az övé lesz, ez a C pont az ábrán. De számára ez nem vonzó, a C pont alacsonyabb hasznossági szintet képvisel, mintha egyáltalán nem lenne szerződése az adott cégnek. A P'' ár esetén a piac felének birtoklása (D pont) és a teljes piac birtoklása (E pont) ugyanakkora hasznosságot képvisel. Nézzük most a P''' árat. Ez az ár már nem lehet egyensúlyi ár, a G pont magasabb hasznossági szinten van, mint az F pont, tehát ebben a szituációban megéri árat csökkenteni, akár egyedül is, legalább a P'' árig csökkenni fog a piacon a kialakult ár. Összességében a 2. ábrán a (P_0, P'') intervallum minden pontja lehet egyensúlyi ár, a P_0 pont kivételével extra hasznosságot biztosítva a szereplőknek, de nincs rá piaci mechanizmus, ami levinné az árat a P_0 pontba.

Térjünk vissza még egy pillanatra a P' árra a 2. ábrán. Egy másik érdekes jelenséggel is szembesülhetünk ilyen ár mellett. Könnyen látható, hogy P_0 ár mellett csak a piac fele lehet mindkét szereplőnél. Ha ennél nagyobb állománya lenne valamelyiknek, akkor rosszabb helyzetbe kerülne, mintha nem lenne egyáltalán állománya, tehát ez a helyzet nem állhat fenn. De P' ár mellett már nem feltétlenül szükséges, hogy a piac fele-felét kapják a szereplők, nem szimmetrikus piaci részesedés is egyensúlyi lehet. Tegyük fel, hogy az egyik cég a piaci kereslet kb. háromnegyedét birtokolja (B' pont), a másik az egynegyedét (B") pont. Kicsit paradox a helyzet, de aki a nagyobb arányt biztosítja, az közömbös aközött, hogy van állománya vagy sem, a kisebb piaci részesedéssel rendelkező viszont egyértelműen jobban jár, mint ha nincs állománya. Tehát P' ár mellett a piaci részesedés tetszőleges lehet a (0,25,0,75) tartományban (bár ezek csak közelítő értékek). Érdekesség, hogy P'' ár mellett már megint csak az 50-50%-os megoszlás lehet egyensúlyi.

Végezetül a *3. ábrán* mutatunk egy olyan esetet is, ahol 'látványra' sokkal közelebb állunk az állománysemlegesség esetéhez. A korábban bemutatott hatások itt is megvannak, csak az egyensúlyi árra kapott intervallum jóval kisebb, valós piaci körülmények között lehet, hogy észrevétlen marad.



3. ábra. Oligopol piac szemléltetése kevert exponenciális hasznosságfüggvény esetén. A biztosító tőkéje (w) 0, a kár nagysága (K) 100, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,001, $a = 0,1$, ($r = 20$). A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 10]$ intervallumon.

A kevert exponenciális hasznosságfüggvényen kívül a kvadratikus hasznosságfüggvény is állománykerüléshez vezet, ekkor a lehetséges piaci egyensúlyok hasonlóan alakulnak.

3. Állítás. *Legyen u hasznosságfüggvény kvadratikus:* $u(w) = w - bw^2$, $b > 0$, $w \leq \frac{1}{2b}$. *Ekkor u hasznosságfüggvényre teljesül az állománykerülés feltétele.*

Bizonyítás.

$$U(w, P, n, q, K) =$$
$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k} ((w + nP - kK) - b(w + nP - kK)^2) = \tag{7}$$
$$= w + n(P - Kq) - b(w + n(P - Kq))^2 - bK^2 nq(1-q)\,.$$

P_n olyan ár, ami mellett a biztosító közömbös, hogy nincs állománya vagy n szerződése van:

$$w + n(P_n(q,K) - Kq) - b(w + n(P_n(q,K) - Kq))^2 - bK^2 nq(1-q) = w - bw^2\,,$$

amiből

$$n(P_n(q,K) - Kq) - b(w + n(P_n(q,K) - Kq))^2 + bw^2 = bK^2nq(1-q)\,. \quad (8)$$

Ekkor

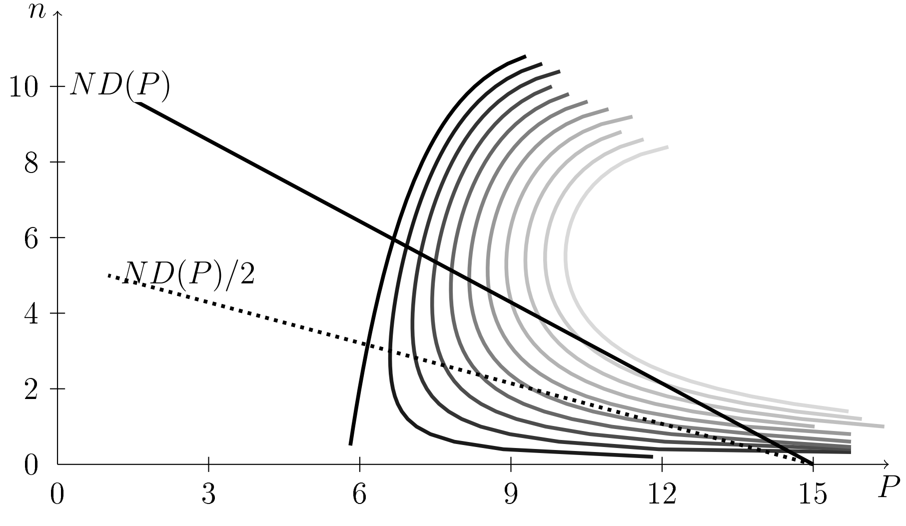
$$\begin{aligned} &U(w, P_n(q,K), n+1, q, K) = \\ &= w + (n+1)(P_n(q,K) - Kq) - b(w + (n+1)(P_n(q,K) - Kq))^2 + \\ &\quad - bK^2(n+1)q(1-q)\,. \end{aligned} \quad (9)$$

A (9) kifejezést a (8) egyenlőség felhasználásával az alábbi alakra hozhatjuk:

$$\begin{aligned} &U(w, P_n(q,K), n+1, q, K) = \\ &= w - bw^2 - b(n+1)(P_n(q,K) - qK)^2 = u(w) - b(n+1)(P_n(q,K) - qK)^2. \end{aligned} \quad (10)$$

A $-b(n+1)(P_n(q,K) - qK)^2$ kifejezés mindig negatív, amivel bizonyítottuk a kívánt állítást. □

A *4. ábrán* az oligopol piacot szemléltetjük kvadratikus hasznosságfüggvény esetén.



4. ábra. Oligopol piac szemléltetése kvadratikus hasznosságfüggvény esetén. A b paraméter értéke 0,1, a biztosító tőkéje (w) -100, a kár nagysága (K) 1000, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,001. A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 15]$ intervallumon.

2.3 Állománykedvelő biztosító

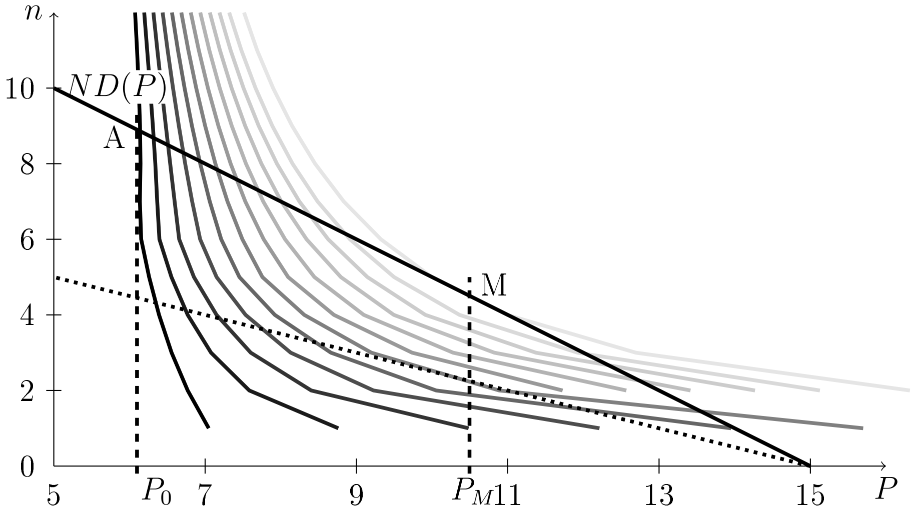
Az állománykedvelő biztosító esete abból a szempontból mindenképpen érdekes, hogy ez a ‘néphit’ esete. Biztosítási díjkalkulációban jártas emberek valószínűleg úgy vélik, hogy a nagyobb állomány kedvező a biztosítónak. Talán ezt erősíti, hogy pénzügyi modellek esetén a diverzifikáció központi jelentőségű, bár a biztosítások esetére a diverzifikáció elmélete nem vihető át egy az egyben. Az állománykedvelés esetét (vagy hasonló fogalmat) nem tárgyalja a szakirodalom (a hasznosságelmélet keretén belül), így szükséges és/vagy elégséges feltétel sem ismert a tulajdonság teljesüléséhez. Egy példán keresztül mutatjuk be ezt az esetet is.

Tekintsük a következő hasznosságfüggvényt:

$$u(w) = \begin{cases} 300\left[-\exp(-1-\dfrac{x-100}{140})+\exp(-1)+\dfrac{x-100}{1000000}\right] & \text{ha } x \le 100, \\ 750\left[-\exp(-1-\dfrac{x-100}{500})+\exp(-1)+\dfrac{x-100}{1000000}\right] & \text{ha } x > 100. \end{cases} \tag{11}$$

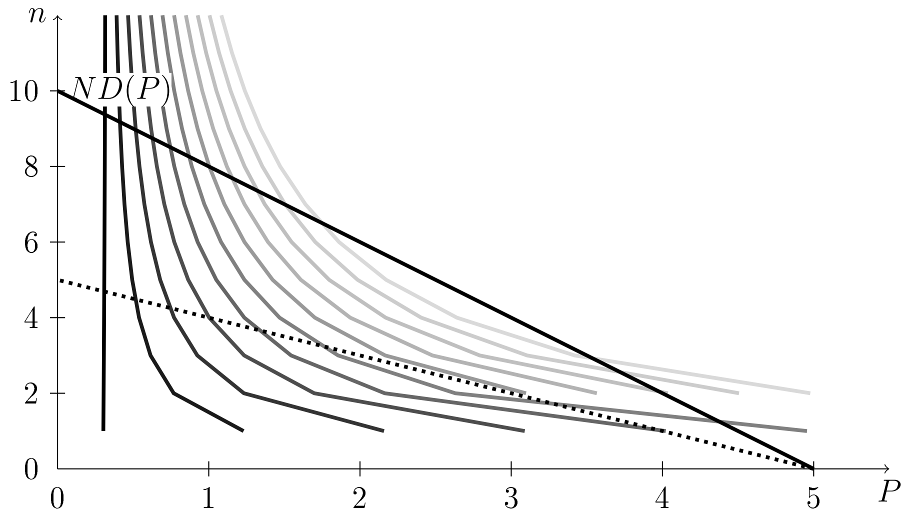
Az *5. ábrán* a (11) képlettel adott hasznosságfüggvényhez tartozó közömbösségi görbék és a keresleti görbe látható. A kiinduló hasznossághoz tartozó közömbösségi görbe negatív meredekségű, a biztosító állománykedvelő.

Az 5. ábrán megint egy érdekes piaci szituációnak lehetünk tanúi. A piaci egyensúly az A pont lesz, de ilyen ár mellett csak egy biztosító van a piacon: nagyobb állomány kisebb árat tesz lehetővé, így az az optimális, ha a teljes piacot egy biztosító szolgálja ki; valahol a természetes monopóliummal rokon helyzet. Fontos hangsúlyozni, hogy az a tény, hogy egy szereplő van jelen a piacon nem jelenti azt, hogy monopol piaccal van dolgunk. Monopol piac esetén az M pontban vagyunk, amihez P_M ár tartozik. Az egyensúlyi ár ennél jóval kisebb, egyszerűen olyan helyzettel állunk szemben, ahol egyetlen biztosító kedvezőbb árat tud meghatározni, mint több szereplő együtt. De a lehetséges versenytársak fenyegetést jelentenek, ha a piacon jelenlévő biztosító árat emelne, rögtön a helyére állna valaki más kisebb árral.



5. ábra. Oligopol piac szemléltetése a (11) képlettel adott hasznosságfüggvény esetén. A biztosító tőkéje (w) 111, a kár nagysága (K) 50, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,1. A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 15]$ intervallumon.

A *6. ábrán* szinte ugyanez a szituáció szerepel, azzal az egyetlen különbséggel, hogy a kockázat paraméterei megváltoznak ($q = 0{,}03$, $K = 10$). Tehát a hasznosságfüggvény változatlan marad. Ebben az esetben már az induló hasznossághoz tartozó közömbösségi görbe pozitív meredekségű. Ebből is látszik, nem egy állománykedvelő hasznosságfüggvénnyel állunk szemben, ezt a jelenséget csak bizonyos q és K értékek esetén tudjuk előidézni.



6. ábra. Oligopol piac szemléltetése a (11) képlettel adott hasznosságfüggvény esetén. A biztosító tőkéje (w) 111, a kár nagysága (K) 10, a kárbekövetkezési valószínűség (q) 0,03. A kereslet egyenletesen csökken a $[qK, 5]$ intervallumon.

3 Az állománypreferencia kapcsolata a kockázati attitűddel

Az állománykerülés fogalmát a kockázatkerülés analógiájára definiáltuk. A modellben végig kockázatkerülést feltételeztünk. A következőkben részletesebben megvizsgáljuk a korábban említett példákban tapasztalható kockázati attitűdöt a kockázatelutasítás mértéke és a valódi kockázatelutasítás szempontjából.

A kockázatelutasítás mértéke az u hasznosságfüggvény második és első deriváltjának hányadosának ellentettjeként adható meg ($-\frac{u''(w)}{u'(w)}$) (Pratt, 1964). Ez alapján megkülönböztetünk konstans (CARA), növekvő (IARA) és csökkenő (DARA) kockázatelutasítási mértékkel rendelkező hasznosságfüggvényeket. Ebből a szempontból vizsgálva a korábban leírt példákat megállapíthatjuk, hogy az állománysemlegességet biztosító exponenciális hasznosságfüggvény konstans kockázatelutasítási mértékkel rendelkezik. Az állománykerülés esetét bemutató kevert exponenciális hasznosságfüggvény DARA, míg a kvadratikus hasznosságfüggvény IARA tulajdonságú. A (11) képlettel adott, bizonyos paraméterek mellett állománykedvelést eredményező hasznosságfüggvény szintén csökkenő kockázatelutasítási mértékű. Ezen kívül azonban érdemes lehet a kockázatelutasítást alaposabban megvizsgálni.

3.1 Valódi kockázatelutasítás esete

A korai biztosítási irodalom meghatározta a kockázatelutasítás fogalmát, illetve annak mértékét. A kidolgozott elmélet jól használható, ha egyetlen kockázatot modellezünk, de távolról sem elégséges, ha a modellben több kockázat is szerepel (Gollier és Pratt, 1996), ennél szigorúbb, pontosabb leírás szükséges. Ezért Pratt és Zeckhauser (1987) bevezette a valódi kockázatelutasítás fogalmát: egy nempreferált kockázat nem válhat preferálttá egy nempreferált háttérkockázat hatására.

4. Definíció *Legyen W a biztosító kezdeti vagyona (ami lehet biztos vagy bizonytalan összeg) legyen továbbá R_1 és R_2 két kockázat (valószínűségi változó), amik függetlenek (ha a kezdeti vagyon is valószínűségi változó, akkor W, R_1 és R_2 is független), továbbá egyik kockázat sem preferált a döntéshozó számára:*

$$\mathbf{E}u(W + R_1) \leq \mathbf{E}u(W)\,, \tag{12}$$

$$\mathbf{E}u(W + R_2) \leq \mathbf{E}u(W)\,, \tag{13}$$

Az u hasznosságfüggvény rendelkezik a valódi kockázatelutasítás tulajdonságával, ha (12) és (13) kifejezésekből következik a

$$\mathbf{E}u(W + R_1 + R_2) \leq \mathbf{E}u(W + R_1) \tag{14}$$

összefüggés.

A valódi kockázatelutasítás tulajdonságából az állománykerülésre asszociálunk, de nem pontos az egyezőség. A biztosító n szerződéssel rendelkezik, és P árat határoz meg. A biztosító kifizetése ekkor $nP - LK$, ahol L binomiális eloszlású valószínűségi változó n és q paraméterekkel. Legyen $R_1 = nP - L_1K$. Jelölje R_2 egy hasonló nagyságú, de másik biztosítási portfólió esetén a biztosító kifizetését. Ekkor R_1 és R_2 függetlennek tekinthető, $R_1 + R_2 = 2nP - (L_1 + L_2)K$, ahol $L_1 + L_2$ is binomiális eloszlású ($2n$ és q paraméterekkel), és ez a kifejezés a biztosító kifizetését adja meg $2n$ szerződés esetén (és P ár mellett). Ha P ár akkora, hogy a biztosító közömbös aközött, hogy egyáltalán nincs szerződése vagy n szerződése van, akkor ezen ár mellett nem lesz számára vonzó (közömbösség belefér), ha az állománya megduplázódik. Képletszerűen, a valódi kockázatelutasításból következik a

$$\begin{aligned} &U(w, P_n(q,K), 2n, q, K) \leq U(w, P_n(q,K), n, q, K) \\ &\qquad\qquad\qquad \forall n \in \mathcal{Z}^+, q \in (0,1), K \in \mathcal{R}^+ \end{aligned} \tag{15}$$

tulajdonság. Ez nem egyezik meg az állománykerülés definíciójával, de érezzük, 'nagy valószínűséggel' a valódi kockázatelutasítás maga után vonja az állománykerülést is. Pratt és Zeckhauser (1987) ad szükséges és elégséges feltételeket a valódi kockázatelutasításra, de teljes általánosságban nehéz eldönteni, hogy egy hasznosságfüggvényre teljesül-e a valódi kockázatelutasítás. A gyakran használt hasznosságfüggvényekre (pl. logaritmus függvény, gyökfüggvény, kevert exponenciális) teljesül ez a tulajdonság. Az *1. táblázatban* a gyakran használt hasznosságfüggvényekre szemléltetjük az állománykerülést; a numerikus példák során használt kevert exponenciális hasznosságfüggvényre a 2. Állításban tételesen is beláttuk az állománykerülést.

Hasznosságfüggvények	A szerződések száma				
	1	2	3	5	10
$\ln w$	1,05299	1,05300	1,05300	1,05301	1,05303
$\sqrt{w}$	1,02604	1,02605	1,02605	1,02605	1,02606
$1000w - \exp(-w/10)$	0,1217	0,3468	2,2017	9,7895	19,2057

1. táblázat. A közömbös ár különböző nagyságú ügyfélkörök esetén a gyakran alkalmazott hasznosságfüggvényekre. A kezdeti vagyon (w) 1000 a logaritmus és gyökfüggvényre, és 0 a kevert exponenciális hasznosságfüggvényre; a kár nagysága (K) 100, és a kár bekövetkezésének valószínűsége (q) 0,001.

3.2 Nem valódi kockázatelutasítás

Az előző alfejezetben láthattuk, hogy a valódi kockázatelutasítás (néhány extrém esetet figyelmen kívül hagyva) maga után vonja az állománykerülést. De az állománykerülés feltétele teljesülhet nem valódi kockázatelutasítás esetén is. Erre példa a kvadratikus hasznosságfüggvény.

A kvadratikus hasznosságfüggvény jellemzően a pénzügyek területén játszik fontos szerepet, de elméleti érvek hozhatók fel ellene, ezek közül a legjelentősebb a növekvő mértékű kockázatelutasítás. Számunkra ez azért is lényeges, mert növekvő mértékű kockázatelutasítás mellett a kockázatelutasítás nem lehet valódi.

Ezt a legegyszerűbben úgy tudjuk belátni, hogy a valódi kockázatelutasítás definíciójában (4. definíció) R_2 kockázat legyen egy biztos vagyoni veszteség. Mivel kisebb vagyon esetén kisebb a kockázatelutasítás mértéke, ezért előfordulhat, hogy egy korábban (magasabb vagyon esetén) nem preferált kockázat preferálttá válik. A növekvő mértékű kockázatelutasítás ellenére állománykerülés biztosítható. Az állománykerülés tehát egy tágabb fogalom, valódi és nem valódi kockázatelutasítás esetén egyaránt előfordulhat.

A valódi kockázatelutasítás egyfajta paradoxonnak tekinti az állománykedvelést, amit igyekszik kizárni. Érintőlegesen szerepel a nem valódi kockázatelutasítás vizsgálata a szakirodalomban, de ez csak azt jelenti, hogy nem mindenhol teljesül a (14) összefüggés, és nem azt, hogy az állománykedvelés esete állna fenn. A (11) képlettel adott hasznosságfüggvény Gollier és Pratt (1996) munkájában szereplő példán alapul. Az itt megadott hasznosságfüggvény két lineáris szakaszból áll, ami a konkrét példában a 100 pontban megtörik. A kockázatelutasítás mértéke értelmezhetetlen ezen példa esetén, ezért egy kis görbületet tettünk a függvényre, hogy a kockázatelutasítás mértéke csökkenjen.

Ellenőrizhető, hogy a (11) képlettel adott hasznosságfüggvény szigorúan konkáv, és a kockázatelutasítás mértéke csökkenő. Az $x = 100$ pontban a kockázatkerülés mértékének $(-\frac{u''}{u'})$ szakadása van; ha lényeges lenne, hogy ne legyen ilyen, akkor a függvényt a 100 pont kicsi környezetében megváltoztatva elérhető lenne, hogy folytonosan csökkenjen a kockázatkerülés mértéke, ez a változtatás érdemben nem befolyásolja a numerikus példában szereplő számokat.

Könnyen megmutatható az is, hogy a (11) képlettel adott hasznosságfüggvényre nem teljesül a valódi kockázatelutasítás feltétele, például az 5. ábrán a kiinduló hasznossághoz tartozó közömbösségi görbe negatív meredekségű.

4 Összefoglalás

Biztosítótársaságok esetén a kockázat porlasztásának egyik fő módja a homogén kockázatközösségek kialakítása, így a biztosítási állomány növekedése hasonló kockázatú fogyasztók esetén előnyös lehet. Ugyanakkor a modellekben feltételezett kockázatkerülés maga után vonhatja, hogy az állomány növekedése nem preferált a biztosító számára. E jelenség tanulmányozásához definiáltuk az állománykedvelés, -kerülés és -semlegesség fogalmát, majd különböző példák segítségével megvizsgáltuk a piaci egyensúlyt a három kategória esetén.

Exponenciális hasznosságfüggvénnyel rendelkező biztosítók kockázatelutasítási mértéke konstans, ez a hasznosságfüggvény állománysemleges. A piacon ekkor olyan egyensúlyi ár alakul ki, hogy a biztosítók várható hasznossága megegyezik a kezdeti vagyon hasznosságával. Ez az eset nagyban hasonlít a hagyományos termékpiac esetére. Állománykerülő biztosítók esetében a piaci egyensúly nem egyértelmű, előfordulhat, hogy a biztosítók magasabb várható hasznosságot érnek el, mint a kezdeti vagyonuk hasznossága, illetve a piac aszimmetrikus eloszlása is lehet egyensúlyi. A harmadik esetben, az állománykedvelő biztosítókat vizsgálva megadható olyan paraméteregyüttes, hogy egyensúlyban egy vállalat marad a piacon, azonban a monopol árnál alacsonyabb áron termel. Különböző tulajdonságú hasznosságfüggvények esetén a termékpiactól eltérő eredményeket kaphatunk.

Láthatjuk, hogy állománysemlegesség a konstans mértékű kockázatelutasítás esetén érhető el. Valamint, hogy a valódi kockázatkerülés általában állománykerülést von maga után, azonban az állománykerülés tágabb fogalom, nem valódi kockázatkerülés esetén is előfordulhat. Az állománykedvelés szemléltetéséhez használt hasznosságfüggvény pedig mint ellenpélda tűnik fel a szakirodalomban, ahol nem teljesül a valódi kockázatelutasítás, ezt a lehetőséget kockázatelutasítás mellett általában igyekeznek kizárni.

További kutatást igénylő kérdés az állománykerülési és kockázatkerülési csoportok közötti kapcsolatok általánosabb feltárása, szükséges és/vagy elégséges feltételek megfogalmazása. Illetve egy modellben különböző attitűdű biztosítók szerepeltetése is érdekes eredményre vezethet, a kockázatkerülés típusán kívül a biztosítók a kockázatkerülési együtthatók tekintetében is eltérőek lehetnek.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők szeretnék megköszönni az ismeretlen lektornak a cikkhez kapcsolódó tanácsait és észrevételeit, továbbá Szádoczki Zsombornak a kézirat elkészítéséhez nyújtott segítségét.

Irodalom

1. Banyár, J. és Regős, G. (2012). Paradoxical price effects on insurance markets. *Economic Modelling, 29(4),* 1399-1407.
2. Bikker, J. A. és van Leuvensteijn, M. (2008). Competition and efficiency in the Dutch life insurance industry. *Applied Economics, 40,* 2063–2084.
3. Borch, K. (1962). Equilibrium in a Reinsurance Market. *Econometrica, 30(3),* 424–444.
4. D'Arcy, S. P. és Doherty, N. A. (1990). Adverse Selection, Private Information, and Lowballing in Insurance Markets. *The Journal of Business, 63(2),* 145–164.
5. Gollier, C. és Pratt, J. W. (1996). Risk Vulnerability and the Tempering Effect of Background Risk. *Econometrica, 64(5),* 1109–1123.
6. Hardelin, J. és de Forges, S. L. (2012). Raising Capital in an Insurance Oligopoly Market. *The Geneva Risk and Insurance Review, 37,* 83–108.
7. Kasman, A. és Turgutlu, E. (2008). Competitive Conditions in the Turkish Non-Life Insurance Industry. *Review of Middle East Economics and Finance, 4(1),* 1–16.
8. Kimball, M. S. (1993). Standard Risk Aversion. *Econometrica, 61,* 589–611.
9. Lindmark, M., Andersson, L-F. és Adams, M. (2006). The Evolution and Development of the Swedish Insurance Market. *Accounting, Business & Financial History, 16(3),* 341–370.
10. MABISZ (2019). *Magyar Biztosítók Évkönyve 2019.* Magyar Biztosítók Szövetsége, Budapest
11. Mondal, W. I. (2013). The Health Insurance Exchange: An Oligopolistic Market In Need Of Reform. *Journal of Business & Economics Research, 11(12),* 569–576.
12. Polborn, M. K. (1998). A Model of an Oligopoly in an Insurance Market. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory, 23,* 41–48.
13. Pratt, J. W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica 32,* 122–136.
14. Pratt, J. W. és Zeckhauser, R. J. (1987). Proper Risk Aversion. *Econometrica, 55(1),* 143–154.
15. Powers, M. R., Shubik, M. és Yao, S. T. (1998). Insurance Market Games: Scale Effects and Public Policy. *Journal of Economics, 67(2),* 109–134.
16. Raviv, A. (1979). The Design of an Optimal Insurance Policy. *The American Economic Review, 69(1),* 84–96.
17. Rothschild, M. és Stiglitz, J. (1976). Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information. *The Quarterly Journal of Economics, 90(4),* 629–649.

18. Sonnenholzner, M. és Wambach, A. (2004). Oligopoly in Insurance Markets. In: Teugels, J. és Sundt, B. (eds). *Encyclopedia of Actuarial Science.* Wiley, Chichester, UK (2004)
19. Stiglitz, J. (1977). Monopoly, Non-Linear Pricing and Imperfect Information: The Insurance Market. *The Review of Economic Studies, 44(3),* 407–430.
20. Tipurić, D., Bach, M. P. és Pavić, T. (2008). Concentration of the insurance industry in selected transition countries of Central and Eastern Europe, 1998–2006. *Post-Communist Economies, 20(1),* 97–118.
21. Wambach, A. (1999). Bertrand competition under cost uncertainty. *International Journal of Industrial Organization, 17,* 941–951.
22. Wang, J. L., Tzeng, L. Y., és Wang, E-L. (2008). The Nightmare of the Leader: The Impact of Deregulation on an Oligopoly Insurance Market. *Journal of Insurance Issues, 26(1),* 15–28.

BERTRAND PRICE COMPETITION WITH SUBSTANCE PREFERENCES IN INSURANCE MARKETS

In this paper we discuss the case of insurance oligopolies with different substance and risk attitudes of the insurance companies. This research question is not studied in many details in the literature. First of all, in insurance markets the insurers compete for the customers, but at the same time in general there are only few insurer companies on the market. That is why the question of how to model this market is really important. Should we model it as a perfect competition or as an oligopoly? There are some former researches, which dealt with this question in connection with the insurance markets in several time periods and different countries (Kasman and Turgutlu (2008), Bikker and van Leuvensteijn (2008), Lindmark et al. (2006), Wang et al. (2003), Tipuric et al. (2008)). Examining the Hungarian insurance market it shows similar properties: in 2018 there were approximately 30 insurance companies that were active on the market. The biggest 4 companies had more than the 40% of the whole market. Also several factors influence the barriers to entry, like the huge capital requirements. Considering the above-mentioned facts it seems reasonable to model the insurance market as an oligopoly.

First and foremost we study the behaviour of the market focusing on the insurers' different substance and risk attitudes assuming Bertrand oligopoly. The early literature defined the measure of risk aversion with the absolute risk aversion measurement (Pratt, 1964). According to this we can talk about Constant, Decreasing and Increasing Absolute Risk Aversion utility functions (CARA, DARA and IARA). Later the fact that risk aversion is not exact enough in the case when we examine more than one risks at the same time, got bigger attention. Pratt and Zeckhauser (1987) defined a strict property in connection with the utility function that we call proper risk aversion.

We define the substance aversion property on insurers. Let $P_n(q, K)$ be the price, when the insurer company is indifferent to do not sell any contracts or to sell n contracts ($U(w, P_n(q, K), n, q, K) = u(w)$). We say, that u utility function is substance averse, iff (1) inequality is true. If in (1) there is equality, than the utility function is substance neutral, if there is greater relation, than it is substance seeking. The substance aversion has a really strong connection with the property of proper risk aversion. Typically the proper risk aversion means substance aversion, however substance aversion is a more general property, the not proper risk aversion case can be substance averse as well, e.g. in the case of quadratic utility function.

We examine the market equilibrium in this three groups (substance neutral, averse and seeking) with some examples. First of all the exponential utility function is substance neutral, furthermore this utility function is CARA. This case is similar to the classical Bertrand oligopoly, the insurers' expected utility is equal to the utility of the initial wealth. In the case of substance averse insurers the equilibrium is not unique and extra utility can be achieved. We can also show some cases when an asymmetric market share can be an equilibrium too. Last but not least in the case of improper and decreasing absolute risk aversion with specific parameters the utility function is substance seeking. In equilibrium there is only one firm in the market, but it sells on a lower price, than the so-called monopoly price.